

**LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR
DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO
EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO
DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.**



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN
ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN
SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.**

Tutor:

Msc. Viviano Antonino.

Autora:

Licda. Rangel Johana.

Bárbula, Octubre de 2014.



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN
ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN
SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.**

Autora: Licda. Rangel Johana.

**Trabajo de Grado presentado ante la Dirección de
Postgrado de la Universidad de Carabobo para
Optar al Título de Magister en: Educación Matemática.**

Bárbula, Octubre de 2014.



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



AUTORIZACIÓN DEL TUTOR

Dando cumplimiento a lo establecido en el Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo en su artículo 133, quien suscribe: **Msc. Viviano Antonino**, titular de la cédula de identidad N° **V-4.133.629**, en mi carácter de Tutor del Trabajo de Especialización Maestría ■ titulado: “**LA ACTIVIDAD DOCENTE**

DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL”, presentado por el (la) ciudadano (a): **Licda. Rangel Johana**, titular de la cédula de identidad N°: **V-16.319.860**, para optar al título de: **Magister en Educación Matemática**, hago constar que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se le designe.

En Bárbula a los **Nueve (09)** días del mes de **Octubre** del año dos mil **Catorce (2014)**.

Firma del Tutor

C.I: V-4.133.629



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



AVAL DEL TUTOR

Dando cumplimiento a lo establecido en el Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo en su artículo 133, quien suscribe: **Msc. Viviano Antonino**, titular de la cédula de identidad N° **V-4.133.629**, en mi carácter de Tutor del Trabajo de Especialización □ Maestría ■ titulado: “**LA ACTIVIDAD**

DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL”, presentado por el (la) ciudadano (a): **Licda. Rangel Johana**, titular de la cédula de identidad N°: **v-16.319860**, para optar al título de: **Magister en Educación Matemática**, hago constar que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se le designe.

En Bárbula a los **Nueve (09)** días del mes de **Octubre** del año dos mil **Catorce (2014)**.

Firma del Tutor

C.I: V-4.133.629



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN
ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN
SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.**

Autora: Licda. Rangel Johana.

APROBADO EN DIRECCIÓN DE POSTGRADO DE LA UNIVERSIDAD DE
CARABOBO POR MIEMBROS DE LA COMISIÓN COORDINADORA DEL
PROGRAMA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

Bárbula, Octubre de 2014.



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



INFORME DE ACTIVIDADES

Participante: **Licda. Rangel Johana**. Cédula de identidad: **V-16.319.860**.

Tutor: **Msc. Viviano Antonino**. Cédula de identidad: **V-4.133.629**.

Correo electrónico del participante: **johanarang@hotmail.com**.

Título tentativo del Trabajo: **“LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL”**.

Línea de investigación: **Epistemología e Historia de la Educación Matemática**.

Subtemática: **Naturaleza de la Matemática en Relación con el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje**.

Temática: **Epistemología de la Pedagogía, la Didáctica y la Evaluación en Educación Matemática**.

SESIÓN	FECHA	HORA	ASUNTO TRATADO	OBSERVACIÓN
1	16/12/2013	8:30am	Historia de los polinomios.	Aspectos a considerar en la historia de los polinomios (Área geográfica, culturas, cronología, sujetos y personajes, cómo emergen, cómo se resuelven, qué símbolos y reglas entran en juego), identificar la línea praxeológica en los diferentes momentos históricos.
2	9/01/2014	10:00am	*Textos a revisar. *Clases a observar. *MER y OMR. *Actualizar proyecto.	*Revisar textos (OM y OD), Universitarios: Rey Pastor y Bell. Textos de bachillerato: Colección Bicentenario y Santillana. *Número de clases a observar y entrada a campo de estudio. *Inclusión del MER y OMR en el capítulo II. *Actualizar en términos generales las referencias anunciadas en el proyecto.
3	20/01/2014	8:00am	*Historia de los	Aspectos relativos a:

	4		polinomios. *OMR. *Tipos de tareas a considerar.	*¿Cómo separar los polinomios de las ecuaciones y funciones polinómicas a la hora de estructurar una OM? *¿Cómo integrar cada una de las OM de los textos? *Ejemplos de tipos de tareas relacionadas a los polinomios.
4	25/02/2014	7:30am	*Interpretación de la historia desde la TAD, con sus respectivas síntesis. *Textos revisados. *MER.	Aspectos a considerar y síntesis de cada uno: *Ámbito matemático. *Elementos praxeológicos. *Evolución de las OM. Aspectos sobre los textos: *Elementos praxeológicos, momentos didácticos y secuencia didáctica. Aspecto sobre el MER: *Argumento hipotético.
5	31/03/2014	8:00am	*OMR	Aspectos tratados: *En cuánto a justificar técnicas usadas, demostrar propiedades y modelizar situaciones reales, ¿Cómo describir las técnicas y tecnología-teoría?
6	12/04/2014	7:00am	*MER	Considerando: *Saber sabio (Historia de la matemática). *Saber institucional (Institución docente). *Saber impuesto por el modelo educativo (Colección bicentenario). *Rasgos de los polinomios. *¿Cómo se interpretan, cómo se construyen y cómo emergen desde la TAD?
7	12/05/2014	9:00am	*Sintetizar.	*Sintetizar: *El MER. *La historia de los polinomios. *La interpretación desde la TAD. *Comparación de los textos.
8	31/05/2014	8:30am	*Entrega de las observaciones realizadas hasta	Aunado a aclarar aspectos sobre: *Legitimidad del saber matemático. *¿Considerar la entrevista?, como

			la fecha.	parte de la recolección de la información.
9	21/06/2014	8:00am	*Puntualizar.	En cuánto a: *Terminología. *Extensión *Precisar en torno al cuestionamiento tecnológico-teórico. *Centrarse en el núcleo: OM.
10	5/07/2014	7:30am	*MER. *Clases observadas e interpretación.	*Aspectos sobre un análisis epistemológico no a profundidad. Aspectos sobre: *Los aspectos a considerar para la análisis e interpretación de la información recogida (Elementos praxeológicos, momentos didácticos y las nociones descritas en el marco teórico).
11	23/08/2014	10:00am	Entrega de tesis completa.	Revisión específicamente del capítulo IV.
12	10/09/2014	8:30am	*Sugerencias del tutor en torno al capítulo IV.	Enfocadas a los detalles finales relativos a: *Episodios. *Interpretaciones. *Resultados y conclusiones.

Título definitivo: “LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL”.

Comentarios finales acerca de la investigación:

Declaramos que las especificaciones anteriores representan el proceso de dirección del trabajo de Grado / Especialización / Tesis Doctoral arriba mencionado (a).

Tutor
C.I: V-4.133.629.

Participante
C.I: V-16.319.860._____



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



VEREDICTO

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: **LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL**, presentado por: **LICDA. RANGEL JOHANA**, titular de la cédula de identidad: V-16.319.860, para optar al Título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, consideramos que el mismo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser: **APROBADO**_____ **REPROBADO**_____

Nombre y Apellido

C.I.

Firma

Bárbula, Octubre de 2014.

DEDICATORIA

- ! **A mi hija hermosa Camila de los Ángeles**, por ser mi pequeño y más grande motivo, al inspirarme a culminar este propósito que estaba pendiente. ¡Te amo!
- ! **A mi papá**, porque a pesar de que esta ausente físicamente, sé que está orgulloso de ver culminar esta etapa tan importante de mi vida.
- ! **A mi mamá**, por estar siempre presente y a la expectativa de todos los objetivos que me propongo y ver que si se pueden culminar.
- ! **A mi esposo Oscar Vita**, por el apoyo, comprensión y tranquilidad brindada para continuar y finalizar este trabajo. ¡Te amo!
- ! **A mis hermanas y sobrinas**, por inspirarme a seguir adelante, sabiendo que con esfuerzo, dedicación e ilustración se pueden alcanzar muchos propósitos.
- ! **A mi compañera Eynis Fernández**, por motivarme a retomar lo que había considerado perdido, haciendo que volviera a sentir la emoción de culminar una faceta académica.
- ! **Al Profesor Antonino Viviano**, ya que este producto es gracias a la orientación prestada, conocimiento y experiencia didáctica, y que sea pues, un mérito más en conjunto, que le permita seguir adelante en la enseñanza e investigación en matemáticas.

AGRADECIMIENTOS

- ! **A Dios**, por darme la oportunidad de despertar cada día para recoger los frutos de momentos como este. !Te amo!
- ! **A mi hija hermosa Camila de los Ángeles**, gracias por existir e inspirarme mi cielo bello.
- ! **A mi papá**, por mostrarme siempre el valor de la responsabilidad para culminar las cosas.
- ! **A mi esposo Oscar Vita**, gracias por comprender cada momento que tuve dedicarle a este trabajo, para así avanzar y culminarlo. !Te amo!
- ! **A mi compañera Eynis Fernández**, gracias por todo el apoyo brindado, y por ver reflejado en ti, que si podemos alcanzar nuestros objetivos.
- ! **Al Profesor Antonino Viviano**, por todas las asesorías prestadas, por toda la paciencia dada, por todos los conocimientos aportados a este producto, por todas las correcciones sugeridas, por su calidad humana y por tantas cosas que permitieron cada reunión, información y conversación, en fin, gracias por ser un excelente tutor, asesor, profesor, investigador y amigo.
- ! **A la Dirección de Postgrado, a la Comisión, a los Profesores de cada asignatura vista**, a todos gracias por sus conocimientos y arduo trabajo, que permitió que estudiantes como yo, pudieran salir a flote y afrontar el trabajo especial de grado, ofreciendo un producto final, que resume los conocimientos adquiridos durante la Maestría en Educación Matemática.

Gracias a todos. Atte. Licda. Johana Rangel.

INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	xi
AGRADECIMIENTOS.....	xii
RESUMEN.....	xx
ABSTRACT.....	xxi
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA.	
1.1 Planteamiento, definición y formulación del problema.....	4
1.2 Objetivos de la investigación.....	13
1.2.1 Objetivo general.....	13
1.2.2 Objetivos específicos.....	13
1.3 Justificación de la investigación.....	13
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO REFERENCIAL.	
2.1 Antecedentes de la investigación.....	16
2.1.1 Antecedentes sobre organizaciones matemáticas y didácticas.....	16
2.1.2 Antecedentes donde el objeto matemático en estudio coincide con los polinomios.....	19
2.1.3 Antecedentes sobre la actividad docente del profesor de matemática...	23
2.1.4 Interpretación de los antecedentes relacionados con la TAD, los polinomios y la actividad docente del profesor de matemática.....	26
2.2 Fundamento Teórico.....	27
2.2.1 Teoría antropológica de lo didáctico.....	27
2.2.2 Organización matemática.....	29

2.2.3 Clasificación e indicadores de completitud de una organización	
matemática.....	30
2.2.4 Organización didáctica.....	31
2.2.5 Teoría de los momentos didácticos.....	32
2.2.6 Legitimidad o razón de ser del saber matemático.....	33
2.2.7 La actividad docente del profesor de matemática.....	34
2.2.8 Modelo epistemológico de referencia (MER).....	34

CAPÍTULO III: ESTRATEGIA METODOLÓGICA.

3.1 Enfoque, matriz epistémica, paradigmas y método considerados en la	
investigación.....	37
3.2 Tipo y diseño de la investigación.....	38
3.3 Unidades de análisis y contexto del estudio.....	40
3.4 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.....	41
3.5 Técnicas para el tratamiento de la información recogida.....	42
3.6 Criterios adoptados para la confiabilidad y validez de la investigación.....	44

CAPÍTULO IV: DESCRIPCIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

4.1 Objetivo 1: Elaborar una aproximación a una organización matemática	
de referencia (OMR) en torno a los polinomios.....	45
4.1.1 Breve reseña histórica de los polinomios.....	46
4.1.2 Interpretación de la reseña histórica vista desde la TAD.....	65
4.1.2.1 Aspectos sobre la presencia de elementos praxeológicos en la	
historia reseñada de los polinomios previamente reseñada.....	66

4.1.2.2 Aspectos sobre el ámbito matemático: Contexto donde se desarrolla la noción de polinomio en la historia previamente reseñada.....	68
4.1.2.3 Aspectos sobre la evolución de las OM a lo largo de la historia de los polinomios previamente reseñada.....	70
4.1.3 Revisión y comparación de las OM en torno a los polinomios presentes en algunos textos de estudio.....	71
4.1.3.1 Aspectos observados en la comparación de los textos de estudio revisados.....	73
4.1.4 Aproximación a un MER, considerando la siguiente cuestión: <i>¿Cómo Reconstruir polinomios en segundo año de Educación Media General?</i>	76
4.1.5 Organización matemática de referencia en torno a los polinomios (OMR)	81
.....	
4.2 Objetivo 2 y 3: Caracterizar la organización matemática enseñada y la organización didáctica correspondiente.....	90
4.2.1 Categorización.....	91
4.2.2 Triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la ICA.....	92
4.2.3 Estructuración de las características de la OM enseñada y la OD correspondiente en torno a los polinomios: ICA.....	106
4.2.3.1 Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICA.....	109
4.2.3.2 Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICA.	110
4.2.4 Triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la ICB.....	111
4.2.5 Estructuración de las características de la OM enseñada y la OD correspondiente: ICB.....	135

4.2.5.1 Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICB.....	139
4.2.5.2 Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICB.	140
4.3 Teorización; construcción de conjeturas (Hipótesis). Objetivo 4 y 5: Describir las relaciones entre la OM enseñada y la OD correspondiente, así como plantear conjeturas en torno a dichas relaciones.....	141
 CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	
5. 1 Conclusiones.....	150
5.1.1 Objetivo N°1: Elaborar una aproximación a una organización matemática de referencia (OMR) en torno a los polinomios.....	150
5.1.2 Objetivo N°2: Caracterizar la organización matemática enseñada.....	155
5.1.3 Objetivo N°3: Caracterizar la organización didáctica correspondiente.....	157
5.1.4 Objetivo N°4 y 5: Describir las relaciones entre la organización matemática enseñada y la organización didáctica correspondiente, y plantear conjeturas en base a tales relaciones.....	157
5.2 Recomendaciones.....	159
 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 160
ANEXOS.....	166

INDICE DE CUADROS

	Pág.
Cuadro N°1: Aspectos generales de los ámbitos matemáticos.....	69
Cuadro N°2: Descripción bibliográfica de los textos consultados.....	72
Cuadro N°3: OMR.....	81
Cuadro N°4: Proceso de categorización.....	91
Cuadro N°5: Características de la OM en torno a los polinomios presentada por la ICA.....	107
Cuadro N°6: Características de la OD correspondiente a los polinomios presentada por la ICA.....	108
Cuadro N°7: Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICA.....	109
Cuadro N°8: Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICA.....	110
Cuadro N°9: OM enseñada en torno a los polinomios y presentada por la ICB.....	136
Cuadro N°10: Características de la OD correspondiente a los polinomios presentada por la ICB.....	137
Cuadro N°11: Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICB.. ..	139
Cuadro N°12: Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICB.....	140
Cuadro N°13: R_n, I_n, E_n, C_n , $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	142
Cuadro N°14: $] R_1, I_1, E_1, C_1[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	143
Cuadro N°15: $] R_2, I_2, E_2, C_2[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	143
Cuadro N°16: $] R_3, I_3, E_3, C_3[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	144
Cuadro N°17: $] R_4, I_4, E_4, C_4[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	145
Cuadro N°18: $] R_5, I_5, E_5, C_5[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	146
Cuadro N°19: $] R_6, I_6, E_6, C_6[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	147
Cuadro N°20: $] R_7, I_7, E_7, C_7[$, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	148

Cuadro N°21:] R_8, I_8, E_8, C_8 [, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.....	149

INDICE DE IMÁGENES

	Pág.
Imagen N°1: Esquema presentado por la ICA.....	97
Imagen N°2: Tarea presentada por la ICA.....	100
Imagen N°3: Actividad a evaluar por la ICA.....	104
Imagen N°4: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	114
Imagen N°5: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	114
Imagen N°6: Resolución de ejemplos, la tareas asignada en la clase N°1 por la ICB.....	117
Imagen N°7: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	117
Imagen N°8: Clasificación de los polinomios escrito en la pizarra por la ICB.....	120
Imagen N°9: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	122
Imagen N°10: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	124
Imagen N°11: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	125
Imagen N°12: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB.....	127
Imagen N°13: Ejemplos escritos y realizados en la pizarra por la ICB.....	129
Imagen N°14: Actividad N°1 a evaluar por la ICB.....	131
Imagen N°15: Actividad N°1 a evaluar por la ICB.....	133



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN
ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN
SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.**

Autora: Licda. Rangel Johana.

Tutor: Msc. Viviano Antonino.

Fecha: 2014.

RESUMEN

La investigación tuvo como propósito estudiar la organización didáctica (Actividad docente) del profesor de matemática en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General. Basado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico [TAD, Chevallard (1999)]. Enmarcado en la metodología cualitativa, con la dirección del método estructural; etnográfico clásico, orientada por los paradigmas epistemológico e interpretativo, apoyada en tres tipos de investigaciones: (1) Documental (Para el planteamiento hipotético del Modelo Epistemológico de Referencia y la Organización Matemática de Referencia). (2) De Campo: Bajo la modalidad de estudios de casos (Para el estudio del saber enseñado en el aula), usando la observación participante y la entrevista semiestructurada. (3) Exploratoria, para plantear conjeturas. La unidad de análisis estuvo conformada por dos docentes de matemática del nivel mencionado. Obteniendo como resultado que la institución docente, se basa en una Organización Matemática incompleta, que no presenta un tipo de tarea intra o extra matemática, sino tareas atomizadas que se estudian por separado sin integración alguna, además, tales tareas no invitan a los estudiantes al cuestionamiento, sino a la memorización de las técnicas de resolución que están asociadas a la definiciones e indicaciones pre indicadas. Esto viene acompañado por la errónea definición de polinomio, presentada como un conjunto de términos basada en elementos aislados (Número, letras y signos), sin considerar las operaciones que en ella se conjugan. Concluyendo que, si en la actividad docente se presenta una Organización Matemática algorítmica, atomizada e incompleta, necesariamente se está engendrando una Organización Didáctica generadora y fortalecedora de esa incompletitud.

Palabras Clave: Organización Matemática, Organización Didáctica, Organización Matemática de Referencia, Modelo Epistemológico de Referencia.

Línea de Investigación: Epistemología e Historia de la Educación Matemática. Subtemática: Naturaleza de la Matemática en Relación con el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje. Temática: Epistemología de la Pedagogía, la Didáctica y la Evaluación en Educación Matemática.



**UNIVERSITY OF CARABOBO
ADDRESS OF GRADUATE
FACULTY OF EDUCATION
MASTER OF MATHEMATICS EDUCATION**



**THE TEACHING OF MATHEMATICS TEACHER: AN
ANTHROPOLOGICAL APPROACH AROUND THE POLYNOMIALS IN
SECOND HALF YEAR GENERAL EDUCATION.**

Author: Licda. Rangel Johana.

Tutor: Msc. Viviano Antonino.

Date: 2014.

ABSTRACT

The research was to study the educational provision (teaching activity) math teacher about polynomials second year of Secondary Education General. Based on Anthropological Theory of Didactics [TAD, Chevallard (1999)]. Framed in a qualitative methodology, with the direction of structural method; ethnographic classic, guided by the epistemological and interpretive paradigms, based on three types of investigations: (1) Documentary (For the hypothetical approach Epistemological Reference Model and Mathematical Organization Reference). (2) Field: Under the modality of studies (for the study of knowledge taught in the classroom), through participant observation and semi-structured interview. (3) Exploratory, to raise conjectures. The analysis unit consisted of two mathematics teachers mentioned level. The result being that the educational institution, is based on an incomplete Mathematical Organization, which does not have a type of mathematical intra or extra homework, but atomized tasks are studied separately without integrating any further such tasks do not invite students to questioning, but memorizing solving techniques that are associated with the definitions and pre specified indications. This is accompanied by the erroneous definition of polynomial, presented as a set of terms based on isolated elements (Number, letters and symbols), without considering the operations are combined in it. Concluding that, presents an algorithmic, fragmented and incomplete Mathematical Organization is breeding necessarily generating a teaching organization and strengthens the incompleteness in the Educational Activity.

Keywords: Organization Mathematics, Teaching Organization, Organization Mathematics Reference Epistemological Reference Model.

Research Line: Epistemology and History of Mathematics Education. Sub-theme: Nature of Mathematics in Relation to the Teaching and Learning Process. Theme: Epistemology of Pedagogy, Teaching and Assessment in Mathematics Education.

INTRODUCCIÓN

La transposición o reconstrucción didáctica de la matemática, involucra no sólo, las intencionalidades del sistema educativo venezolano para los diferentes niveles de formación (Puesto que dictan las razones para el estudio y trabajo en el aula), sino, que delega a las instituciones docentes (profesores de matemática), la responsabilidad de llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia.

En este sentido, éstos vienen a ser los interpretes del conocimiento en medio del saber impuesto por el modelo educativo implementado, por el saber interpretado por la institución escolar donde labora, por el saber didáctico plasmado en los textos de estudio, y sobre todo, por el saber meramente matemático, cuya interpretación se ve reflejada en la actividad docente del profesor de matemática en el estudio de una noción.

Es por ello, que aunque la actividad docente involucra procesos de estudio para que la razón de los estudiantes comprenda los conocimientos matemáticos, la misma, viene determinada por todos los factores institucionales que en ella se conjugan. Siendo este último aspecto de vital importancia para esta investigación, puesto que interesa estudiar estos supuestos desde el aula, específicamente, en la reconstrucción de los polinomios, y así pues, caracterizar las relaciones entre la dimensión matemática; conocimiento, y la dimensión didáctica; como se lleva a cabo la construcción de este saber.

Es por tanto, que la investigación se planteó el propósito de estudiar la actividad docente del profesor de matemática en la enseñanza de los polinomios en segundo año de educación secundaria, visto desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, como estudiar la organización didáctica del profesor de matemática en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General. En este sentido,

para llevar a cabo el objetivo descrito, el estudio se estructuró en base a los siguientes capítulos:

Capítulo I, está contenido por el planteamiento, definición y formulación del problema del problema a investigar, así como de los objetivos propuestos en el estudio; general y específicos, aunado a la descripción de la justificación.

Capítulo II, se compone de una aproximación a la descripción de la situación investigativa, destacando en particular, los antecedentes con sus respectivas interpretaciones, y sobre todo, el modelo teórico que sustenta la investigación, cuyos aspectos están considerados en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Capítulo III, consiste en la especificación de la estrategia metodológica que marca la trayectoria del estudio, la cual está contenida por el enfoque, matriz epistémica, paradigmas, método, tipo y diseño de la investigación, las unidades de análisis, el contexto del estudio, así como también, las técnicas e instrumentos para recolección de la información, las técnicas para el tratamiento de la información recogida y por último, los criterios adoptados para la confiabilidad y validez del trabajo.

Capítulo IV, se muestra la descripción de los procesos de análisis e interpretación de la información recabada de acuerdo a cada objetivo específico propuesto en la investigación. Donde para: *Elaborar una aproximación a una Organización Matemática de Referencia en torno a los Polinomios*, se presenta una breve reseña histórica, la interpretación vista desde la TAD, los aspectos sobre de la presencia de elementos praxeológicos en la historia reseñada, los aspectos sobre el ámbito matemático (Contexto donde se desarrolla la noción), los aspectos sobre la evolución de las organizaciones matemáticas a lo largo de la historia reseñada, los aspectos sobre la revisión y comparación de las organizaciones matemáticas existentes en algunos textos de estudio en torno a los polinomios, la aproximación a un modelo epistemológico de referencia, considerando la siguiente cuestión: ¿Cómo reconstruir

polinomios en segundo año de Educación Media General?, y la estructuración de la organización matemática de referencia en torno a los Polinomios.

En este sentido, con respecto al segundo objetivo: *Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente*, se presenta la categorización, triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la informante clave A (ICA), la estructuración de las características de la organización matemática (OM) enseñada y la organización didáctica (OD) correspondiente en torno a los polinomios por la ICA, así como también, la caracterización de la OM enseñada por la ICA, la caracterización de la OD correspondiente y la presentada por ICA, la triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la informante clave B (ICB), la estructuración de las características de la OM enseñada y la OD correspondiente en torno a los polinomios por la ICB, la caracterización de la OM enseñada por parte de la ICB y la caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICB.

Por último, en lo que se refiere a los objetivos 4 y 5: *Describir las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente, aunado a plantear conjeturas en torno a las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente* se presenta el proceso de teorización referido a la construcción de conjeturas (Hipótesis).

Capítulo V, está conformada por las conclusiones obtenidas y recomendaciones sugeridas, producto de la investigación.

CAPITULO I

1. EL PROBLEMA.

1.1 Planteamiento, definición y formulación del problema.

La educación históricamente ha sido una de las vías para afrontar los nuevos paradigmas sociales, tecnológicos y científicos, ya que es vista como un instrumento para la formación de futuras generaciones, que darán continuidad al progreso de sociedades.

Es por ello, que la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2014), señala que la educación es un factor esencial para el desarrollo sostenible, con el fin de que todos sean capaces de asumir los cambios sociales, por medio de la construcción y la práctica de los saberes científicos. Esta situación, ha generado en la sociedad, la necesidad de desarrollar un pensamiento crítico, exigiendo responsabilizar a la educación para su transformación a través del estudio y ejercicio de la razón.

En este sentido, si bien es cierto que todas las disciplinas contribuyen al desarrollo de la razón, existe un consenso social, donde se considera a la matemática como una de las que tiene mayor incidencia en el desarrollo del pensamiento racional. Para D'Amore (2008), la matemática representa un instrumento útil para interpretar casi la totalidad de todos los fenómenos naturales y manifestaciones sociales.

Por lo tanto, ésta y otras valoraciones sociales hacen de esta ciencia, un saber imprescindible para el estudio y comprensión de la problemática inherente a las diversas actividades humanas, éste argumento ha permitido considerarla como un saber a través del cual, se realiza la educación del hombre para el desarrollo de la sociedad.

Por esta razón, la enseñanza de las matemáticas constituye una actividad encargada de transmitir y hacer adquirir una herencia cultural que conforma un conjunto de conocimientos esenciales para el desarrollo social (Gómez, 2008). Un ejemplo de ello, se debe a las investigaciones realizadas sobre el Número, el cual dio origen y estructura a la Aritmética y el Álgebra, siendo esta última la corriente principal para la Geometría Analítica, el Cálculo Diferencial e Integral, la Teoría de Probabilidades y la Teoría de Números. Todo esto, a través del estudio, abstracción y resolución de cantidades algebraicas, basadas en principios generales que tienen aplicación en diversas operaciones matemáticas, brindando la oportunidad de un ejercicio mental (Valdivé, 2011).

En este sentido, las actividades de aprendizaje de cada una de los objetos matemáticos presentes dentro del Álgebra, están referidas a la comprensión de los elementos constitutivos de este saber, donde algunos cumplen la función de articuladores entre la matemática elemental y la avanzada, tal es el caso de los polinomios.

Noción que aporta elementos esenciales e indispensables para el continuo aprendizaje de las matemáticas, como lo son sus operaciones básicas, propiedades, productos notables, factorizaciones, cálculo de raíces o soluciones de ecuaciones polinómicas, entre otras. Siendo pues, los polinomios una estructura matemática intermediaria que a través de la noción función, permite relacionar variables para resolver problemas financieros, económicos, químicos, físicos y de cualquier otra área social. (Carreiras, 2005).

Tal es la relevancia de los polinomios, que se expande tanto a los niveles de Educación Media General como a la Educación Universitaria, inscrito como parte de la preparación en matemática de los estudiantes venezolanos. Situándose en primer lugar, en segundo año, donde se estudian las nociones de; función polinómica,

polinomio, operaciones básicas, propiedades aplicables y productos notables. Posteriormente, en tercer año, el conocimiento gira en torno a la función cuadrática, su ecuación, cálculo de raíces y representación gráfica, para luego, en quinto año, enfocarse en la división como herramienta fundamental para encontrar las raíces de un polinomio superior o igual a tres (Colección Bicentenario, 2012). Consecutivamente a esto, en segundo lugar, los polinomios abarcan los primeros cursos universitarios de ingeniería, biología, contaduría, administración, ciencias puras, entre otras.

Lo anterior, permite tener una visión amplia de la importancia de los polinomios, como objeto matemático articulador entre la matemática propiamente dicha y su utilidad para resolver problemas sociales. Lo cual, según Viviano (2010), es una situación que plantea a la educación, un problema sobre su enseñanza y aprendizaje, que al ser visto, desde el plano de la formación en matemática, da lugar a un triángulo didáctico conformado por; estudiante, matemática (polinomios) y docente, cuya significación teórica y práctica se pone de manifiesto en la actividad docente.

Este aspecto, está en correspondencia con la visión que se tenga de la problemática relativa a la enseñanza y aprendizaje del saber matemático. Pero visión que se sitúa, ¿En qué campo de estudio? ¿Educación Matemática, Matemática Educativa o Didáctica de la Matemática? (Viviano, 2010).

Para este caso, la investigación estará contextualizada desde el panorama de la Didáctica de la Matemática. En este sentido, una vez identificado el campo de estudio que adopta el presente trabajo para plantear la problemática que se describe, la misma pone de manifiesto, que a pesar de disponer de unos fines educativos explícitos y de un desarrollo tecnológico relativamente avanzado (UNESCO, 2014), las publicaciones realizadas por organismos internacionales, como el Estudio Internacional de Tendencias Matemáticas y Ciencias (TIMSS, 2011), y el Programa

para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, 2009; 2012), indican que los estudiantes de educación primaria y secundaria, apenas comienzan a demostrar competencia en la resolución de problemas intra y extra matemáticos, indicando que aún necesitan orientación para encontrar la solución, destacando que falta trabajar en los procesos de comprensión, representación, formulación (relaciones entre variables), ejecución y reflexión.

Lo anterior, deja ver que la sociedad latinoamericana se encuentra significativamente por debajo de alcanzar los máximos niveles de rendimiento en estas evaluaciones. Es decir, aún existe alarmantes problemas de índole formativo, donde se discute con particular referencia, que la actividad docente de los países del Sur.

En vista, de que no se generan las condiciones mínimas para la construcción y la práctica de los conocimientos matemáticos, reflejando que unos de los factores que interviene en tales dificultades se materializa en la actividad docente del profesor de matemática. Asimismo otros investigadores como; Ruíz, Bosch y Gascón (2011), Viviano (2010), así como, Pacheco (2013), también apuntan a la actividad docente como factor importante en la obtención de tales resultados.

Por su parte, según Murillo (2009), aunque las instituciones venezolanas de evaluación de desempeño como el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA), el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) y el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC) no han realizado evaluaciones nacionales desde el año 1998, la más reciente información que se tiene sobre rendimiento en Venezuela, según la UNESCO (2010), es la presentada por la nación en un informe sobre los “Datos Mundiales de Educación”, donde se indica que las últimas evaluaciones realizadas durante los últimos años por las instituciones mencionadas, han revelado que el país se ubica entre el nivel medio y

bajo de rendimiento en matemática con respecto a otras regiones del mundo, con mínimas variaciones de mejora en el tiempo, cuestionando las actividades docentes.

El contexto descrito hasta el momento, se expande a los niveles universitarios, evidenciándose en los argumentos planteados por la investigadora Pacheco (2013), donde indica que la Educación Media venezolana presenta muchas carencias en la formación de habilidades básicas en matemáticas, ya que se suelen cometer diversos errores en los primeros niveles universitarios que dificultan su posterior formación universitaria.

Errores que pueden estar asociados a la planificación de la práctica educativa, donde se observa carencia de tareas interesantes que les permitan a los estudiantes el ejercicio mínimo para discutir y poner en práctica la razón (Pacheco, 2013). No obstante, lo que salta a la vista es la estrecha relación entre el bajo rendimiento escolar y la calidad de la actividad docente del profesor de matemáticas.

Un ejemplo de lo anterior, se evidencia en el trabajo realizado por Valdivé (2011), donde explica, que cuando se introduce un objeto matemático como los polinomios a partir de una definición breve, ésta puede resultar evidente para el profesor, más sin embargo, no es así para el estudiante, ya que se requiere, que el profesor haga una selección adecuada de ejemplos, tareas y otros componentes matemáticos y epistemológicos para formar el concepto. Este último aspecto, conduce a reflexionar, sobre las estructuras conceptuales implícitas en un contenido matemático y en cómo éstos se desarrollan en las actividades docentes del profesor de matemáticas.

Esta situación, afecta todos los ámbitos escolares de primaria, secundaria y universitaria, una muestra más cercana de esta problemática, se tiene en el contexto particular de la presente investigación, donde se realizó una revisión de la Circular 4: Norma del Artículo 112 del Reglamento General de La Ley Orgánica de Educación

(2009), que indica: Cuando el treinta por ciento (30%) o más de los alumnos no alcanza la calificación mínima aprobatoria en las evaluaciones parciales, finales de lapso o revisión, se aplicará dentro de los tres (3) días hábiles siguientes a la publicación de dicha calificación, una segunda forma de evaluación similar, sobre los mismos objetivos, contenidos y competencias.

Por su parte, en cuanto al contexto particular de la presente investigación, tales lineamientos ministeriales han ocasionado la repetición paulatina de evaluaciones en la asignatura de matemática, específicamente en dos instituciones escolares adscritas a la administración pública y privada a nivel de segundo año de Educación Media General, ya que para el periodo de reparación de los años escolares dos mil once y doce (2011-2012), junto a dos mil doce y trece (2012-2013), los estudiantes que presentaron la evaluación de reparación que contenía en un setenta y cuatro por ciento (74%) las nociones de polinomio, salieron aplazados en un porcentaje que supera el treinta por ciento (30%).

La situación es tal, que la información analizada hasta el momento, ha indicado que Venezuela no esta fuera de los graves problemas relativos a la poca habilidad en matemática, problemas presentados a través de datos que permiten cuestionar la actividad docente y los posibles factores que la determinan en el estudio de los polinomios en segundo año de Educación Media General, nivel que representa la raíz de las principales técnicas y argumentaciones en el estudio de esta noción, que posteriormente, actuará como puente para la matemática básica y la matemática progresiva.

Por ende, si la actividad docente tal como se señala, incide en los resultados de la enseñanza de la matemática, y más aún en la enseñanza de los polinomios, entonces, adquieren sentido las siguientes interrogantes: ¿En qué consiste la actividad docente? ¿Cuál es su naturaleza? ¿Cuáles son las características de esas

actividades docentes que, como se señaló, dan lugar a poco rendimiento de los estudiantes en matemática? ¿De que depende? ¿Que ciertas actividades docentes dan lugar a resultados no satisfactorios? ¿Cuáles son específicamente las actividades docentes que realizan los profesores de matemática en torno a los polinomios? y ¿Cuáles sus características?

Aún cuando en este estudio interesa el tema en torno a la actividad docente, no se pretende dar respuestas a todas las interrogantes planteadas, la atención se centrará en las actividades docentes en torno a los polinomios en el nivel señalado anteriormente. Sin embargo, no se puede perder de vista el significado que se atribuye a esta expresión: “actividades docentes en torno a los polinomios”. Al respecto, Esquinas (2008), destaca el carácter de compromiso que la actividad docente del profesor de matemática adopta con la sociedad a través de las instituciones escolares, además del carácter esencialmente práctico y su dependencia de las condiciones sociales de la comunidad donde se desarrolla, de las instituciones escolares y del nivel educativo donde se realiza entre otros.

Adicionalmente, Cerda (2005) resalta que asociar la actividad con práctica, permite establecer el mismo significado para actividad docente y práctica docente. A partir de estos planteamientos es posible hacer algunos señalamientos relevantes:

- a.) La actividad docente se asume como sinónimo de práctica docente.
- b.) En el proceso de enseñanza y aprendizaje, la actividad docente desempeña un rol al mismo tiempo complejo y de extrema relevancia, dada a la gran diversidad de aspectos que en ella se conjugan, como es el caso de su incidencia en el acto educativo y en la visión de la educación y las consecuentes transformaciones sociales a las que da lugar.
- c.) Existen diversas interpretaciones de la actividad docente, al menos, en cuanto a su dependencia, mientras algunos enfatizan la responsabilidad del profesor, otros privilegian el punto de vista de la dependencia institucional.

Tales señalamientos tienen implicaciones:

- a.) En la visión que se tenga de la matemática y del profesor de matemática.
- b.) Para el modelo didáctico teórico y para la actividad investigativa en Didáctica de la Matemática (Viviano, 2010, p. 1), este investigador textualmente plantea:

En algunos enfoques se sustenta la idea según la cual el profesor de matemática es el responsable directo de la actividad docente, por tanto su pensamiento y concepciones individuales son factores fundamentales para comprender y explicar los fenómenos didácticos (D'Amore y Godino, 2007); otros se posicionan en el nivel institucional y conciben al docente como un representante de la institución escolar (Bosch, Espinoza y Gascón, 2003). Este segundo punto de vista privilegia lo institucional de la práctica docente y la asume como una práctica común a todos los docentes; en consecuencia, a partir de ella es posible comprender y explicar los fenómenos didácticos relativos al pensamiento y las acciones de los docentes individuales. Esta cuasi inversión del centro de atención en el estudio de la práctica docente tiene diversas implicaciones para la actividad investigativa en Didáctica de la Matemática, particularmente en lo relativo a las interpretaciones y explicaciones de los fenómenos didácticos y matemáticos; así que, de cara a la claridad, sesgos, generalizaciones y campo de validez de todo el argumento teórico y metodológico, es indispensable para el investigador explicitar con la mayor precisión posible el modelo teórico desde el cual se estudia cada problemática particular.

Paralelamente a esto, la presente investigación decide interpretar la actividad docente desde el punto de vista institucional y enmarcarla en el enfoque conocido como “Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)” (Chevallard, 1999; Bosch, Espinoza y Gascón, 2003), este modelo didáctico interpreta tanto la actividad docente como la actividad matemática, vista como una actividad humana y modeliza ambas a través de la noción de praxeología, alejándose de las concepciones individualistas de la enseñanza, que asignan al profesor toda la responsabilidad del correcto desarrollo del proceso didáctico (Bosch et al., 2003).

En consecuencia, indagar acerca de las características de la actividad docente del profesor de matemática en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, es indagar sobre las relaciones entre el proceso de codeterminación mutua, dado por la dimensión matemática; referido al conocimiento, como organización matemática, y la dimensión didáctica; representada por el proceso de construcción del saber, interpretada como organización didáctica (Viviano, 2010). Por lo tanto, disponer de alguna información científicamente válida de tales relaciones podría contribuir a una mejor comprensión de la actividad docente del profesor de matemática y, en consecuencia, hacer más efectivo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por último, desde esta perspectiva, las interrogantes planteadas anteriormente, se reformulan en los siguientes términos:

- En primer lugar, de acuerdo a los planteamientos de la TAD, para estudiar todo problema didáctico debe contener una Organización Matemática de Referencia que contenga un planteamiento hipotético que sirva de referente para la investigación, por cuánto cabe preguntarse: ¿Cuál es el planteamiento hipotético que permitirá elaborar la Organización Matemática de Referencia?
- ¿Cuáles son las características de la Organización Matemática enseñada en torno a los polinomios?
- ¿Cuáles son las características de la Organización Didáctica del profesor de matemática en la enseñanza de los polinomios?
- ¿Cuáles son las relaciones entre ambas organizaciones?
- ¿Qué conjeturas pueden surgir y plantearse en torno a las relaciones entre ambas organizaciones?

1.2 Objetivos de la investigación.

1.2.1 Objetivo general.

Estudiar la Organización Didáctica del Profesor de Matemática en torno a los Polinomios en Segundo Año de Educación Media General.

1.2.2 Objetivos específicos.

1. Elaborar una aproximación a una Organización Matemática de Referencia en torno a los Polinomios.
2. Caracterizar la Organización Matemática enseñada.
3. Caracterizar la Organización Didáctica correspondiente a la Organización Matemática enseñada.
4. Describir las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente.
5. Plantear conjeturas en torno a las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente.

1.3 Justificación de la investigación.

El tema relativo a la actividad docente del profesor de matemática, en esta investigación, representa un núcleo trascendental, que involucra: Docente, estudiantes y objeto matemático (Polinomio), donde se conjugan, todos los aspectos referentes a las orientaciones didácticas de diferentes instituciones del saber, como por ejemplo: El sistema educativo venezolano, los textos de estudio, las instituciones escolares y el propio conocimiento matemático.

Por cuanto, el saber enseñado, ya viene precedido por ciertas restricciones institucionales, que acarrearán ciertos problemas en la actividad docente durante el estudio, en este caso, de los polinomios. No obstante, pese a este panorama, el trabajo procura poner en evidencia y aportar aspectos que permitan tomar decisiones e implementar correctivos en la práctica educativa.

Para ello, la investigación estudió el conocimiento; polinomio y su proceso de reconstrucción, a través de los textos de estudios vigentes; lo cual permitió mostrar aquellos elementos de la organización matemática y organización didáctica en los textos de estudios que son utilizados frecuentemente por los profesores en su actividad docente. Así como también, se estudió el ámbito epistemológico de los polinomios (Historia, elementos praxeológicos, evolución y ámbitos matemáticos enfatizados); el cual permitió observar aquellos elementos de la organización matemática que no están contenidos en los textos de estudio, pero que dieron cabida a la conformación de la noción; polinomio.

Todo lo descrito, con el propósito de contrastar ambas informaciones, para tener un referente epistemológico en torno a los polinomios (Organización matemática de referencia), que sirva como herramienta para estudiar los procesos que se generan en la actividad docente en torno a la dimensión matemática y dimensión didáctica en el aula.

En este sentido, el trabajo persiguió aportar en términos de la TAD, un respuesta de ¿Cómo se pueden reconstruir los polinomios?, pero tomando en consideración el panorama que lo rodea, en torno a elementos de la organización matemática y didáctica de los textos, del ámbito epistemológico y sobre todo, desde el aula, para que las organizaciones matemáticas sean más completas en el estudio de esta noción, y así se posibiliten organizaciones didácticas más compresivas. Aunado a esto, la investigación también se sirve de los siguientes niveles a saber, para acreditar el trabajo:

1. A nivel institucional, los resultados aportaron una reflexión y evaluación de la actividad docente del profesor de matemática, permitiendo conocer, informar e identificar las condiciones y formas de enseñanza de los polinomios en dos instituciones escolares de educación secundaria, adscritas tanto a la administración pública como privada. Aspectos interesantes de discusión para

una mejor enseñanza de la matemática, y en el caso particular, la enseñanza de los polinomios.

2. En segundo lugar, a nivel investigativo, puesto que el estudio al emplear el modelo teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), propuesto por Chevallard, esta en correspondencia con una de las tendencias actuales de investigación en el campo de la Didáctica de la Matemática; que por cierto, son muy pocas investigaciones realizadas bajo este enfoque en la Universidad de Carabobo y en el país. Además de aportar en esta línea de investigación, una aproximación a un modelo epistemológico de referencia en torno a los polinomios, el cual servirá como marco de referencia para interpretar procesos didácticos en otras instituciones escolares, tanto a nivel nacional como internacional.
3. En tercer lugar, a nivel metodológico, ya que en vista de la variabilidad de esquemas investigativos cualitativos dentro del campo de la TAD, el estudio se compone de un esquema metodológico flexible para la replicabilidad del mismo, el cual, también direcciona el camino para estudiar otras organizaciones didácticas en la reconstrucción de cualquier objeto matemático y en cualquier nivel educativo.

Es decir, que exista la probabilidad de que otros investigadores puedan servirse del reporte original como manual de operación para repetir el estudio tanto dentro como fuera del país. Por último, que esta investigación sirva como marco de referencia para futuras investigaciones relacionadas con la actividad docente, más aún, relativas a los polinomios, así como también, para otras dentro del campo de la Educación Matemática en Venezuela.

CAPITULO II

2. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL.

El interés de este trabajo es conocer las características de muchas acciones docentes dentro de dos instituciones escolares, las cuales están relacionadas con la enseñanza de los polinomios en secundaria. Desde este punto de vista, se asume la actividad docente como una problemática que incide en la enseñanza de los saberes matemáticos, que desde la óptica de la didáctica de la matemática es un tema que aún continúa abierto para la investigación. En este sentido, este capítulo conforma los antecedentes, la interpretación de los mismos y la descripción resumida de los aspectos más pertinentes del modelo teórico asumido, es decir, en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

2.1 Antecedentes de la investigación.

En lo siguiente, se presenta en tres secciones, la descripción y análisis de las investigaciones previas a este estudio, relacionadas con:

1. Organizaciones matemáticas y didácticas, visto desde la TAD.
2. Estudios donde se consideró como objeto matemático, los polinomios.
3. La actividad docente del profesor de matemática.

2.1.1 Antecedentes sobre organizaciones matemáticas y didácticas.

Dentro de esta sección inicial, se tiene la investigación realizada por Pacheco (2013), titulada “Organizaciones matemáticas y didácticas de los practicantes-docentes. Caso ecuación de segundo grado con una incógnita”. Estudio basado en la TAD, con el propósito de interpretar como llevan a cabo dos practicantes, el estudio y presentación de la ecuación cuadrática en tercer año de secundaria. Concluyendo, que a pesar de que éstos intentan llevar a cabo un proceso

de estudio conforme a la construcción de la organización matemática, no lo logran gestar, ya que presentan la forma general de la ecuación de segundo grado como un elemento ostensivo que carece de justificación tecnológica-teórica, sin estudiar los elementos matemáticos que la conforman.

La investigación citada, es un referente para este presente estudio, por basarse en la TAD, y por tener en consideración el empleo de una organización matemática de referencia (OMR), la cual podría ser una herramienta para avanzar en el análisis de las restricciones matemáticas institucionales mediante la experimentación de nuevos procesos didácticos, permitiendo poner en evidencia las potencialidades y las limitaciones de una propuesta de estudio.

Viviano (2010), en su trabajo llamado “La relación del profesor de matemáticas al saber matemático: El caso de la ecuación cuadrática”, donde el propósito de este estudio fue caracterizar el conocimiento matemático (Organización matemática) que los profesores de matemática tienen disponible para la enseñanza en el caso de la ecuación cuadrática. Esta caracterización permitió al autor formular algunas conjeturas en torno a la actividad docente (organización didáctica) posibles llevar a cabo por un profesor de matemáticas, donde la muestra estuvo conformada por dieciocho docentes de matemática de noveno grado de Educación Media General cursantes de postgrado.

Dentro de este orden de ideas, los resultados muestran las características del tipo de organización matemática que poseen los profesores en torno a la ecuación cuadrática, es decir, la forma en que ellos ven este objeto matemático. En base a esto, el autor, elaboró cinco conjeturas dentro de las cuales se destaca la siguiente cuestión, ¿Cuáles son las características de la organización didáctica asociada a la organización matemática ya referida?

El trabajo señalado anteriormente, sirve como marco de referencia para este estudio, por compartir el mismo enfoque teórico dentro del campo de la Didáctica de

las Matemáticas. Así como también, por considerar a profesores de matemáticas como parte de la muestra, además de tomar en cuenta la ecuación cuadrática para su investigación, el cual es un objeto matemático presente en el estudio de los polinomios. Más sin embargo, la presente investigación que se pretende llevar a cabo, va más allá de caracterizar una organización didáctica (Actividad docente), más bien, implica paralelamente, el estudio de la organización matemática (Conocimiento) en torno a los polinomios, por lo que la misma, persigue dar respuesta a la interrogante propuesta por el autor.

Martos (2008), en su estudio sobre los “Valores prácticos y epistémicos de los productos notables en profesores de matemáticas”, cuyo propósito radicó en conocer el valor práctico-epistémico que la escuela (Profesores de matemáticas) y los materiales en línea (Páginas web) asignan a los productos notables. Investigación enmarcada en la perspectiva de la TAD, donde el valor práctico tiene que ver con las tareas que se pueden resolver con la técnica de los productos notables, y el valor epistémico, está orientada a reflexionar sobre esta técnica en las tareas que proponen los profesores de matemáticas y los materiales en línea.

En este sentido, obtiene como resultado que los productos notables son una técnica institucionalizada, donde el valor epistémico aparece dentro de los documentos en línea y en la actividad docente de los profesores de matemáticas como una técnica que pocas veces va acompañada de argumentos explícitos que mencionen la razón de ser de los productos notables, observando un mayor énfasis en el valor práctico en la enseñanza de este saber matemático.

El citado trabajo tiene un punto en común con el estudio anterior, ya que se basa en la TAD, donde se parte de un objeto matemático como los productos notables, el cual forma parte de la estructura de los polinomios. Más sin embargo, aunque el autor hace referencia a una variedad de tipos de tareas para los productos notables, no llega a considerar una organización matemática de referencia para el

análisis de los procesos didácticos, lo que podría ser una herramienta para estudiar las organizaciones matemáticas y didácticas en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General, factor importante, para el trabajo que se está realizando, ya que ampliará el contenido, abarcando más aspectos sobre el álgebra de polinomios.

Por último, los trabajos señalados hasta ahora sirven como marco de referencia para la presente investigación, ya que tienen un punto en común, al señalar que para estudiar un proceso de enseñanza de cualquier objeto matemático, se debe comenzar por identificar la estructura del conocimiento que se enseña. Aspecto importante que se considerará en este estudio.

2.1.2 Antecedentes donde el objeto matemático en estudio coincide con los polinomios.

Dentro de esta segunda sección, se tiene el trabajo realizado por Mejías (2012), sobre “La factorización de polinomios de una variable real, en un ambiente de lápiz/papel (L/P) y el sistema de álgebra computacional (CAS)”. Estudio dirigido a estudiantes de noveno grado de la Educación Secundaria Colombiana. Basado en la génesis instrumental y en algunos aspectos de la TAD, con el propósito de integrar calculadoras graficadoras algebraicas, como técnica nueva para el desarrollo de las tareas en torno a la noción.

Cabe resaltar, que la autora obtuvo dentro de sus resultados, que el conocimiento previo de las técnicas trabajadas en lápiz y papel proporcionan procesos de cuestionamientos en torno a la rectificación de los resultados obtenidos, luego de aplicar una técnica CAS, donde la complementariedad de ambas técnicas lleva al

surgimiento de una explicación teórica que da cuenta, en parte, de qué, es lo que hace técnica CAS y para qué sirve.

El trabajo señalado anteriormente, es un referente para esta investigación, puesto que aunque no se basa completamente en la TAD, la autora, considera como objeto matemático para su estudio, la factorización de polinomios, que es uno de los aspectos que conforma a este objeto matemático. No obstante, indaga específicamente, la importancia de las diferentes técnicas matemáticas, como punto esencial y propiciador de cuestionamientos tecnológicos-teóricos, el cual da explicación y justificación matemática de lo que se está haciendo en la resolución de una tarea.

Es decir, disponer de diferentes técnicas son fundamentales para justificar (Cuestionamiento tecnológico-teórico) y resolver una tarea matemática (Técnicas). Por lo tanto, aún cuando la autora no hace referencia a una organización matemática de referencia (OMR) para el análisis del problema didáctico, esto, podría ser una herramienta para estudiar las relaciones entre el conocimiento y el estudio de éste.

Mota (2012), en su trabajo llamado “Significados institucionales de los polinomios en Educación Media General”, cuyo propósito se centró en la caracterización de los significados institucionales de referencia (Observados en la historia reseñada de los polinomios) y la descripción de los significados institucionales descritos en los textos en torno al objeto matemático en estudio, contrastando la información obtenida entre ambos tipos de significados. Basado en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS).

Cabe resaltar, que la autora dentro de sus conclusiones, señala que en el texto de matemática analizado [Brett y Suárez (2007), de segundo año], se omiten elementos sobre los polinomios, como por ejemplo; valor numérico, cálculos de raíces o su vínculo con la representación gráfica, siendo éstos, los elementos fundamentales en la constitución de los polinomios, los cuales se observaron en la revisión histórica realizada por la autora. Así pues, la misma deja abierto la posibilidad de llevar a cabo otros procesos investigativos partiendo de los hallazgos

encontrados por la misma, considerando como criterio prefijado, formas de enseñanza donde se incluya la historia del objeto, problemas de aplicación, cálculo de raíces asociado a la representación gráfica de funciones.

La investigación señalada anteriormente, es un referente para este trabajo, ya que a pesar de no compartir el mismo enfoque teórico, realiza una revisión histórica destacando en particular, los elementos matemáticos observados, que dieron cabida a la noción; polinomio, como por ejemplo: Resolución de ecuaciones, cálculos de raíces y su vínculo con la representación gráfica.

Sin embargo, esta investigación busca en la medida de lo posible, detallar desde el punto de vista de la TAD, los elementos praxeológicos (Tareas, técnicas, tecnología-teoría), el ámbito matemático enfatizado; donde se observe las aproximaciones sucesivas al desarrollo de los polinomios, y la evolución de éstas praxeologías, presentes en la historia de los polinomios que se reseñe.

Por su parte, aunque la autora también realiza un estudio, a un texto de matemática de segundo año, usado usualmente para su momento en la institución que seleccionó, este trabajo amplía su rango de estudio, al tomar en consideración seis textos, que van desde los que usualmente usan los docentes en secundaria y en la universidad, como los emanados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (Colección bicentenaria; textos actuales en el sistema educativo venezolano). Por último, se toma la posibilidad que deja abierta la autora de llevar a cabo otros procesos investigativos considerando, las formas de enseñanza de esta

noción, donde éste estudio, sólo observará las formas de enseñanza tal cual como se dan, sin tomar en consideración los criterios prefijados por la autora.

Valdivé (2011), en su trabajo llamado “Estudio de los polinomios en contexto”, cuyo propósito fue describir como construyen los estudiantes de segundo año el concepto de polinomio. Estudio sustentado en la Teoría Cognitiva de

Pensamiento Matemático Avanzado (PMA), específicamente en la Matemática elemental, incluyendo análisis didácticos y epistemológicos desde otros marcos teóricos, como la Socio-epistemología.

Asimismo, la autora dentro de sus conclusiones, señala que el estudio histórico epistemológico, permitió un acercamiento de cómo surgió y evolucionó la noción; polinomio, en cada cultura, observándose el uso indefinido de ella, tal como se observa y se lleva a cabo durante el discurso escolar estudiado. Además, la misma, indica como aporte didáctico para los docentes, revisar la definición de la noción de polinomio en los diferentes textos y contrastar esa definición con la aportada por los matemáticos a lo largo de la historia, a fin de inducir el aprendizaje desde la aritmética y utilizar la geometría como enlace de la aritmética al álgebra, tal como se dio en la historia.

A pesar de que la autora realizó un estudio histórico epistemológico en torno a la noción de polinomio, sólo se enfoca en la definición y no abarca otros elementos de este objeto matemático, aspecto relevante para esta investigación. Además, la misma, señala como aporte didáctico para la actividad docente, el contraste constante entre la definición de polinomio en los diferentes textos y la aportada por los matemáticos a lo largo de la historia, para inducir el aprendizaje desde la aritmética hasta otras ramas de la matemática, tal como se dio en la historia. No obstante, aunque éste planteamiento resulta interesante, la presente investigación se centra en los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico (Justificaciones matemáticas) que presenta la historia, y como son desarrollados éstos, para que posteriormente se conceptualizara la noción; polinomio y su demás aspectos, sin perder de vista las ramas de la matemática involucradas.

Por último, este grupo de antecedentes convergen al considerar los polinomios como un objeto matemático indispensable en el aprendizaje continuo de la matemática básica y la avanzada. Asimismo, los autores, señalan que la enseñanza de

los polinomios, vienen determinadas por el poco proceso didáctico. Así como también, por la ausencia de una red generadora de tareas, técnicas y argumentaciones (Organización matemática más completa) que genere una mayor comprensión de los conocimientos matemáticos.

Estos últimos aspectos anteriormente mencionados, guardan relación con la presente investigación, ya que coincide con los postulados de la TAD, que considera que para el estudio de todo proceso didáctico, se debe considerar en primera instancia el análisis del conocimiento matemático, siendo éste, el principal factor de los problemas existentes en la enseñanza de las matemáticas.

2.1.3 Antecedentes sobre la actividad docente del profesor de matemática.

Dentro de esta tercera y última sección, se cuenta con el estudio realizado por los autores Larios y Font (2013), titulado “El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de matemáticas”, cuyo propósito se enfocó, en una propuesta de perfil docente para cambiar la visión de programas de capacitación a programas de formación profesional, en la Universidad Autónoma de Querétaro-México. Trabajo basado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática [EOS]. Donde los autores, dentro de sus conclusiones señalaron, que la formación de los profesores debe incluir no sólo el conocimiento matemático institucionalizado, sino la toma de decisiones en cuanto a valorar posibles secuencias de aprendizaje, utilizando herramientas metodológicas que le permitan describir y analizar los sucesos que ocurren en el aula, aunado, al uso de criterios para valorar y mejorar su práctica educativa.

El trabajo señalado, a pesar de basarse en un modelo teórico diferente al asumido en este estudio, el mismo, contiene dos puntos en común con la presente investigación, que tienen que ver, por un lado, con la influencia permanente en la práctica educativa del conocimiento matemático institucionalizado, y por el otro, el empleo de criterios para valorar y mejorar dicha práctica, es decir, actividades

docentes más efectivas. Esto, en términos de la TAD, corresponde a la construcción de OM más completas, para que generen OD más comprensibles.

En segundo, se cuenta con el trabajo de Saavedra, Valencia y Goyes (2011), sobre el “Análisis y caracterización de la gestión didáctica del docente en una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite”, basados en la teoría de situaciones didácticas y la teoría de la interactividad, con el propósito de analizar y caracterizar la gestión didáctica del docente durante la implementación de una secuencia didáctica. Presentando dentro de las conclusiones, que las producciones del estudiante junto a las actuaciones del docente, permiten observar que los conocimientos aprendidos corresponden a los conocimientos enseñados durante el diseño e implementación de una secuencia didáctica por el profesor de matemática.

La investigación citada, es un referente para este trabajo, ya que a pesar de basarse en un modelo teórico diferente, los autores señalan la correspondencia entre los conocimientos enseñados y aprendidos, los cuales convergen de la secuencia didáctica que proponga el profesor en su actividad. Es decir, en términos de la TAD, la actividad docente es una codeterminación entre OM y OD que se ponen en práctica es el estudio de una noción matemática en una institución escolar, aspecto de total relevancia para este estudio.

En tercero, los autores Báez, Cantú, y Gómez (2007), en su trabajo titulado “Un estudio cualitativo sobre las prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el nivel medio”, cuyo propósito apuntó a mostrar el tipo de prácticas que los profesores realizan al interior de las aulas, en sus clases de matemáticas, caracterizando al profesor en función de sus creencias, concepciones, su formación inicial y el tipo de práctica.

Basándose en la propuesta de Contreras; quien plantea una serie de indicadores (tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa) para la

determinación de la tendencia didáctica, el cual sostiene que el paradigma del pensamiento del profesor, es el eje central para reflexionar sobre las concepciones y creencias de éste influyen en su práctica docente.

Concluyendo, que las concepciones de los profesores de matemáticas manifiestan una tendencia investigativa, aunque la práctica lo contradice al observarse una tendencia tradicional-tecnológica, interpretando que las concepciones han evolucionado, en tanto, que no se encuentran en lo tradicional, sino que gracias a diversos factores como la experiencia, los cursos de actualización, se dirigen hacia la tendencia investigativa.

Lo anterior, coincide en un aspecto muy importante para la presente investigación, que no es más que considerar las prácticas docentes del profesor de matemáticas como un problema que atañe los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, aunque el autor considera que esta práctica esta determinada por el carácter individual del profesor, y que de ella se puede determinar la tendencia didáctica adoptada durante la enseñanza, para esta investigación se considerará el profesor como director del proceso de estudio, pero como un docente general, es decir, un profesor con carácter institucional. Donde las organizaciones matemáticas y didácticas determinan la actividad docente del profesor de matemáticas. En este sentido, en esta investigación se interpreta que los procesos didácticos no vienen dados por las creencias o experiencias de los docentes, sino de las organizaciones matemáticas que pone en práctica al momento del estudio de un objeto matemático.

Por último, las investigaciones citadas en este último cuadro, sirven como marco de referencia para este estudio, puesto que concuerdan, al exponer que para estudiar cualquier proceso de enseñanza y aprendizaje de una noción matemática, se debe abarcar no sólo los conocimientos matemáticos sino el tratamiento didáctico que pone en práctica el profesor de matemática dentro de su actividad. Que en términos

de la TAD, corresponde al estudio de la OM enseñada y la OD correspondiente, criterio relevante para esta investigación.

2.1.4 Interpretación de los antecedentes relacionados con la TAD, los polinomios y la actividad docente del profesor de matemáticas.

Es de hacer notar que la revisión de cada uno de los antecedentes permitió observar aspectos relativos a:

- Características institucionales que determinan la actividad docente del profesor de matemática.
- La poca reflexión argumentativa sobre los saberes matemáticos durante el proceso de estudio.
- La importancia de una organización matemática de referencia (OMR) para caracterizar los procesos matemáticos y didácticos en una institución escolar.
- La dificultad de estudiar Álgebra, como es el caso de los polinomios.
- La escasa articulación de las organizaciones matemáticas propuestas y las desarrolladas en clase.
- La carencia de redes conceptuales que orienten el aprendizaje matemático.
- La poca contextualización de las tareas estudiadas en los polinomios, así como también, poca referencia epistemológica durante los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La relación de estos hallazgos con la presente investigación, se centra en que la actividad docente, la cual está conformada por un triángulo didáctico, integrada por: Profesor, estudiante y matemática, cuya interacción se describe en términos de tareas que se realizan durante el proceso de estudio. En consecuencia, es una situación que ha dado lugar a ciertas restricciones de origen matemático y didáctico, las cuales determinan en gran medida el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, y para el caso particular de este estudio, la enseñanza y aprendizaje de los polinomios.

2.2 Fundamento teórico.

2.2.1 Teoría antropológica de lo didáctico (TAD).

La presente investigación está orientada a estudiar la actividad docente del profesor de matemática en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General, por lo cual, se apoya en los fundamentos teóricos del enfoque Antropológico en Didáctica de las Matemáticas (Chevallard, 1999), inscribiendo la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) como aquella que postula, que la actividad matemática debe interpretarse como una actividad humana.

En consecuencia, en toda sociedad, dicha actividad la compone un conjunto formado por objetos; materiales, personas, ideas, instituciones y conceptos (Font, 2002). Por ende, la existencia de los objetos matemáticos no es independiente de las personas e instituciones sociales, dando cabida a la coexistencia de un manejo institucional de la matemática.

En este sentido, esta teoría abre el estudio de la dimensión didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemática, la cual, comprende; la divulgación, comunicación y acciones que se generan en los procesos de estudios de esta disciplina en ciertas instituciones sociales. Desde este punto de vista, la TAD hace referencia al análisis de la actividad matemática como puerta de entrada, para el estudio de los fenómenos didácticos, a partir de la noción de “praxeología u organización” (Gascón, 2001).

La noción de praxeología u organización descrita en la TAD, caracteriza los modos de proceder de las instituciones didácticas que se dedican a la actividad matemática escolar. Al respecto, el término praxeología, resulta de la unión de dos expresiones como “praxis y logos”, donde:

- La primera atiende a la práctica que se realiza; el saber hacer, el cual se presenta en tipos de problemas o tareas que se estudian y las técnicas que se construyen para darles respuesta.
- El segundo, esta orientado al componente reflexivo de la actividad; el saber y dar sentido a los problemas planteados (Bosch, Espinoza y Gascón, 2003).

La praxelología u organización como noción modelizadora consta de cuatro elementos, los cuales comprenden dos niveles a saber:

- Nivel Práctico-técnico: Consiste en el tipo de tarea, y la técnica correspondiente.
- Nivel lógico-discursivo: Comprende la tecnología que justifica la técnica, y la teoría que justifica y explica la tecnología.

Es por ello, que dependiendo del tipo de actividades humanas a las que se hace referencia, se habla de praxeología matemática (PM) u organización matemática (OM), si se hace referencia a la actividad matemática, y praxeología didáctica (PD) u organización didáctica (OD), si se hace referencia al proceso de estudio de la matemática (Bosch et al., 2003).

2.2.2 Organización matemática (OM).

Según Gascón (2001), una OM, es aquella que consiste en la construcción y reconstrucción del saber matemático, la cual está conformada por dos tipos de cuestionamientos, donde este último, representa el proceso de debatir, discutir y objetar. En este sentido, una OM se caracteriza por dos bloques a enseñar:

1. Por un lado, **el bloque técnico**; relativo a la praxis, que equivale al cuestionamiento técnico, conformado por: Tipos de problemas o tareas, conjuntamente con las técnicas para resolverlas. En donde éstos se caracterizan por lo siguiente:

- **Tipos de problemas o tareas:** Es una actividad intra o extra matemática que propicie en un primer encuentro con el objeto a estudiar, el proceso de cuestionar ya sea alrededor de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico.
 - **Técnica:** Método de resolución de una tarea matemática, que tiene dos vertientes, una enfocada a la práctica y otra, enfocada al cuestionamiento de la misma.
2. Y por otro lado, **el bloque tecnológico-teórico**, referido al logos, es decir, correspondiente al cuestionamiento tecnológico-teórico, en donde las técnicas usadas se deben justificar y explicar con un sentido coherente. Es decir, con un argumento formal que permite especificar las teorías matemáticas.
- **Tecnología:** Es el discurso racional que explica, aclara y justifica la técnica. Es decir, dirigiendo el estudio a cuestionar ¿Por qué es correcta?
 - **Teoría:** Corresponde a un nivel superior, relativo a la justificación y explicación de la teoría matemática que integra el estudio. Es decir, es el fundamento matemático de la tecnología.

Por tanto, la actividad docente es un proceso dialéctico, que se da a través de la praxis y logos, es decir, a través del bloque técnico junto al tecnológico-teórico, interrelacionándose en los procesos de enseñanza, constituyendo un saber hacer del docente, el cual es representante de una institución escolar (Gascón, 2001).

2.2.3 Clasificación e indicadores de completitud de una organización matemática.

De acuerdo con Chevallard (1999), una OM se clasifica de acuerdo a la riqueza de elementos praxeológicos (Tipos de tareas, técnicas, tecnologías-teorías) presentes en cada momento didáctico. Es decir, presentes durante el proceso de estudio de los conocimientos matemáticos. Sin embargo, dada la complejidad creciente de las OM que se ponen en práctica, se han caracterizado un conjunto de OM que sirven como marco de referencia para señalar el grado de completitud o

incompletitud de un proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia. Las cuales se describen a continuación:

- **Organización matemática puntual (OMP):** Proceso de enseñanza y aprendizaje que gira en torno a la existencia de un sólo tipo de tareas y una única técnica de resolución, dejando un conjunto de propiedades matemáticas aisladas. Por ende, se considera una organización matemática incompleta.
- **Organización matemática local (OML):** Proceso de enseñanza y aprendizaje que integra de manera flexible diferentes organizaciones puntuales (OMP). Es decir, está centrado en una tecnología (justificación) que permite relacionar entre sí, las técnicas de todas las OMP que la integran, indicando que los resultados del estudio son relativamente completos.
- **Organización matemática regional (OMR):** Proceso de enseñanza y aprendizaje que integra una teoría matemática común, entre diversas OML.
- **Organización matemática global (OMG):** Proceso de enseñanza y aprendizaje constituido por la integración de varias OMR.

Las clasificaciones citadas anteriormente representan para está investigación una orientación metodológica, para realizar el análisis didáctico y poder estudiar la organización didáctica en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General. Asimismo, es una herramienta fundamental para caracterizar que tan completa son las OM en torno a los polinomios puestas en práctica por dos profesores de matemáticas adscritos al sistema educativo venezolano, tanto de la administración pública como privada.

En este sentido, explorar la naturaleza de las OM dentro de una institución escolar, permite evidenciar el nivel de enseñanza de la matemática dentro de ella. Aunado a esto, identificar el grado de completitud o incompletitud de una OM, amerita tomar en cuenta algunos indicadores propuestos por Bosch, Fonseca y Gascón (2004):

- Composición de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.
- Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.
- Diversas técnicas para cada tipo de tarea y criterios para elegir entre ellas.
- Existencia de tareas y técnicas inversas.
- Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.
- Existencia de tareas abiertas.
- Integración de los elementos tecnológicos–teóricos e incidencia sobre la práctica.

2.2.4 Organización didáctica (OD).

De acuerdo con Gascón (2001), una organización didáctica (OD), es la actividad docente presta al proceso de estudio de un objeto matemático, caracterizada desde la TAD, como una estructura dinámica, que se genera a partir de la construcción de una OM. Es decir, la puesta en práctica de ciertos tipos de problemas o tareas definidas dentro de una OM que se pretende enseñar, generando momentos de estudio productivos y argumentados en base a teorías matemáticas completas, relativamente completas, incompletas o aisladas.

Adicionalmente a esto, el proceso de estudio se interpreta a partir de la noción de “momentos”, dadas por sus características temporales presentes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como también, por tener una estructura no convergente. Es decir, una clase puede estar estructurada en diferentes momentos sin algún orden específico (Gascón, 2001).

2.2.5 Teoría de los momentos didácticos.

Esta teoría sirve como marco de referencia para caracterizar una OM y OD, a través de seis momentos de estudios, descrito desde la TAD, como momentos didácticos que componen el estudio de un objeto matemático en la actividad docente

del profesor de matemática, describiéndose en lo sucesivo, bajo los siguientes términos, según Chevallard (1999):

- **Momento del primer encuentro (MPE):** Es el reencuentro inevitable con una noción matemática, a través de al menos uno de los tipos de tareas que conforma la OM que se pretende reconstruir.
- **Momento de la exploración (ME):** Es el estudio de un problema particular, que aparecerá no como un fin en sí mismo, sino como un medio para la constitución de una técnica de resolución. Es decir, la constitución de al menos, un embrión de técnica, que permitirá la formación de una técnica más desarrollada.
- **Momento de la constitución del entorno tecnológico-teórico (METT):** Es el momento donde se crea un ambiente para precisar, mediante una relación dialéctica, el por qué la emergencia de una técnica.
- **Momento del trabajo de la técnica (MTT):** Momento que permite el ejercicio de una técnica, donde se pone a prueba su eficacia y fiabilidad, con la intención de mejorarla, hasta tener el dominio de ella, considerando la tecnología construida.
- **Momento de la institucionalización (MI):** Momento donde se identifica el por qué de cada elemento estudiado dentro de la OM construida. Así como también, aquellos aspectos que no han sido integrados.
- **Momento de la evaluación (MEV):** Momento de verificación, donde se hace un balance de la práctica, que corresponde a la reflexividad, donde cualquiera que sea los criterios a considerar y los jueces a evaluar, se examina lo que se ha aprendido.

Es de hacer notar, que los momentos didácticos permiten visualizar la calidad de la enseñanza de un objeto matemático dentro de una institución didáctica, permitiendo estudiar la gestión sistemática de la enseñanza de las matemáticas en el seno de las instituciones escolares. Aspectos que para este estudio se considerarán, en lo relativo a la caracterización de la OD en torno a los polinomios propuesta en la actividad docente del profesor de matemática.

2.2.6 Legitimidad o razón de ser del saber matemático.

De acuerdo con la TAD, cualquier proceso de estudio de una nueva OM presenta una manera de contextualizar el saber matemático, el cual puede ser la justificación de su origen, los contenidos propone la sociedad para su estudio, aunado al ámbito de aplicación, esto se traduce según (Fonseca, 2011, p.4), como:

- **Legitimidad matemática:** La TAD entiende la actividad matemática como una actividad humana más, y por lo tanto, la posibilidad de conocer en qué momento histórico aparece una noción determinada, y en qué contexto lo hace puede ser una buena fuente de motivación para los estudiantes, porque aparece como algo que forma parte de la actividad humana.
- **Legitimidad social:** Aquí debe figurar el diseño curricular, y los diferentes medios de comunicación y difusión, tales como libros de texto, apuntes, páginas web, que permiten extender el trabajo realizado en el aula.
- **Legitimidad funcional:** En el inicio de construcción de una nueva OM, se plantea a los alumnos el estudio de respuestas a cuestiones problemáticas (CP) cruciales, potentes, ricas y fecundas, con un fuerte poder generador, que permitan hacer visible el contenido matemático vinculando la actividad matemática con verdaderos problemas de ingeniería y que den lugar a proyectos que están incompletos con la actividad desarrollada hasta ese momento.
- **Legitimidad didáctica:** El contexto didáctico se sitúa en el entorno de la Ingeniería Industrial y en la actividad matemática prima el carácter funcional. Teniendo en cuenta el perfil del ingeniero, que restricciones dificultan el proceso de estudio y cuáles son las condiciones que lo mejoran.

2.2.7 La actividad docente del profesor de matemática.

La actividad docente del profesor de matemática, en correspondencia con los planteamientos de la TAD, se aleja de las concepciones individualistas de la enseñanza, puesto que se entiende como una actividad espontánea, institucional y colectiva de los profesores de matemática en el seno de un sistema educativo que impone sus restricciones, pero, que a la vez proporciona las condiciones necesarias, para que ésta pueda desarrollarse. En este sentido, la actividad docente del profesor de matemáticas se interpreta desde la TAD como las organizaciones matemáticas

(OM) y didácticas (OD), que se ponen en práctica dentro de una actividad de estudio (Bosch et al., 2003).

2.2.8 Modelo epistemológico de referencia (MER).

El MER, se estructura mediante una sucesión creciente de praxeologías matemáticas, las cuales, atiende a los datos empíricos que provienen de todas y cada una de las instituciones que intervienen en el proceso de transposición didáctica (Ruíz, Bosch y Gascón, 2011).

Es un modelo que resume la dimensión epistemológica de un problema didáctico; donde pone de manifiesto como emerge el conocimiento matemático, y en consecuencia, funciona como un referente para analizar los hechos matemáticos y didácticos en la actividad docente del profesor de matemática.

En este sentido, es la referencia para estudiar el saber matemático antes de que se transforme para ser enseñado, permitiendo al investigador desconstruir y reconstruir OM, cuya difusión intrainstitucional o interinstitucional pretende analizar, para así, poder evidenciar no sólo, la forma como se interpreta un objeto matemático dentro del sistema de enseñanza, sino también, del por qué es posible encontrar en dicho sistema unos objetos matemáticos y otros no (Ruíz et al., 2011).

Entonces, es la forma de describir e interpretar los conocimientos matemáticos, haciendo una descripción conforme a la génesis y desarrollo de determinadas OM, que en este caso, corresponde a la descripción de la génesis y desarrollo de las OM en torno a los polinomios, identificando:

- La amplitud del ámbito matemático: Se refiere al grado de alcance del objeto matemático en estudio, en este caso, las estructuras algebraicas de un polinomio.

- Los fenómenos didácticos que serán visibles para el investigador: Flexibilidad conceptual para visualizar algún problema que puede interrumpir el proceso de estudio.
- Los tipos de problemas de investigación que se pueden plantear: Tiene que ver con la concepción que se tenga del saber matemático y de ello depende los planteamientos de problemas didácticos.
- Las explicaciones tentativas que se podrán proponer: Es el tipo de soluciones que se consideran admisibles.

En síntesis, el MER, representa la dimensión epistemológica para plantear, observar y evaluar un problema didáctico en cualquiera de las instituciones donde haya actividad de estudio y transposición didáctica del saber matemático, ya sea del:

- **Saber Sabio:** Instituciones productoras del saber.
- **Saber a Enseñar:** Noosfera; Saber de seres vivos dotados de inteligencia.
- **Saber Enseñado:** Colegio-Aula.
- **Saber Aprendido:** Comunidad de estudio.

Por lo tanto, desde el punto de vista de la TAD, todo problema didáctico tiene que hacer referencia en forma más o menos explícita, a todas las etapas de transposición didáctica y debe contener al menos una OM suficientemente amplia (Ruíz et al., 2011).

Es decir, una **organización matemática de referencia (OMR)**, el cual consiste en un referente que integre de manera flexible diferentes OMP, como mínimo en una organización matemática local (OML), centrada en una tecnología (justificación) que permite relacionar entre sí, las técnicas de todas las organizaciones matemáticas puntuales (OMP) que la integran.

Por lo tanto, la OMR como resultado del modelo epistemológico de referencia (MER) representa un planteamiento hipotético para estudiar la dimensión estática del

saber matemático, la cual está asociada implícitamente a la actividad matemática (Bosch, y Gascón, 2004; Sierra, 2006).

CAPITULO III

3. ESTRATEGIA METODOLÓGICA.

Este estudio pretende dar respuestas a las interrogantes planteadas alrededor del propósito general: Estudiar la organización didáctica del profesor de matemática en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General.

Por lo tanto, en lo sucesivo se especificará el enfoque, matriz epistémica, paradigmas, método, tipo y diseño de la investigación, las unidades de análisis, el contexto del estudio, las técnicas e instrumentos para recolección de la información, las técnicas para el tratamiento de la información recogida, y por último, los criterios adoptados para la confiabilidad y validez del trabajo, todo presentado de acuerdo a cada objetivo específico, lo cual describe la trayectoria metodológica empleada.

3.1 Enfoque, matriz epistémica, paradigmas y método considerados en la investigación.

El presente estudio se situó metodológicamente en el *enfoque Sistémico*, puesto que permite estudiar actividades complejas (Actividad docente en torno a los polinomios) que constituyen sistemas o estructuras dinámicas (Sistema dado por docente, estudiantes y objeto matemático) en los diferentes campos del conocimiento (Instituciones escolares) (Martínez, 2009).

Aunado a esto, el estudio conceptualizó la noción de matriz epistémica, como el modo y rigor en que la investigación visualiza y asigna significados a los eventos que se estudian, por lo tanto, este trabajo se asocia a la *matriz epistémica; fenomenológica*, que consiste en captar la auténtica realidad vivida por el grupo de estudio, específicamente, donde los sujetos llevan a cabo sus acciones (desde el aula),

es allí, el foco importante para comprender la conducta humana (Las actividades docentes del profesor de matemáticas en torno a los polinomios) y poder ver las cosas (Las relaciones entre la OM y OD), desde el punto de vista de los involucrados (Docente, estudiantes y objeto matemático) (Martínez, 2009).

Dentro de este orden de ideas, la investigación estuvo orientada por el *paradigma epistemológico*, ya que se centró en identificar estructuras (Organizaciones matemáticas y didácticas) y determinar su función, sirviéndose para ello, de la descripción cuidadosa de las condiciones de su aparición, desarrollo y permanencia (Organización matemática de referencia)” (Martínez, 2009).

Adicionalmente a esto, el estudio también se apoyó en el *paradigma interpretativo*, puesto que permite destacar, la función importante del conjunto de variables en su contexto natural, para determinación de la conducta (Características de las OM y OD), poniendo énfasis en la interrelación holística, en la ecología de la conducta y en los eventos dentro de su sistema funcional. Interpretación rica en detalles vivenciales, donde se puede observar una vivencia profunda de la realidad (Conjeturas en torno a las relaciones entre OM y OD) (Martínez, 2009).

Seguidamente, la investigación tomó en consideración aspectos del *método estructural; etnográfico clásico*, puesto que da acceso al conocimiento y a las prácticas sociales de los investigados (Actividad docente del profesor de matemáticas), evitando la manipulación de variables (Martínez, 2009).

3.2 Tipo y diseño de la investigación.

Esta investigación se enmarcó en la *metodología cualitativa*, ya que trató de identificar básicamente la naturaleza de las actividades docentes de los profesores de matemáticas, puesto que permite recolectar los datos desde las perspectivas y puntos

de vista de los participantes, buscando captar e interpretar la realidad tal cual como se lleva a cabo (Martínez, 2009; Hernández, Fernández y Baptista, 1997).

Cabe resaltar, gracias a que “la metodología cualitativa es abierta y flexible” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p.13) la misma, permitió que el diseño se fuese adecuando durante la realización del estudio. Por ende, se consideró pertinente que la descripción del diseño fuese de acuerdo a tres fases, los cuales están en correspondencia con los objetivos propuestos en la investigación:

I.- Elaborar una aproximación a una Organización Matemática en torno a los polinomios: En esta primera etapa del estudio, se empleó la *investigación documental*, ya que permite obtener conocimientos a través de la indagación y análisis de datos, a partir de fuentes documentales (Colmenares y Rodríguez, 2006; Arias, 2006), por ejemplo:

- En la **dimensión institucional**: Cuatro textos de matemática de los niveles de segundo y quinto año de secundaria, que incluyen los emanados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) y los que usualmente utilizan los docentes (Editorial Santillana). Aunado a esto, dos textos de precálculo utilizados frecuentemente en los primeros niveles universitarios.
- En la **dimensión epistemológica**: Dos textos de historia de la matemática.

II y III.- Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente: Esta segunda etapa del trabajo, se basó en la *investigación de campo*, orientada bajo la modalidad de estudios de casos, la cual permitió el estudio intensivo de una totalidad, indagando exhaustivamente una institución, con la intención de buscar alcanzar la máxima profundidad del objeto de estudio. Siendo una modalidad que permite que sus procedimientos puedan adecuarse a las exigencias de modelo teórico adoptado en la investigación (Arias, 2006;

Martínez, 2009). En este sentido, se estudió básicamente las clases impartidas por dos profesores de matemática en torno a los polinomios.

IV y V.- Por último para *describir y plantear conjeturas en torno a las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente*: La investigación, se basó en un estudio *exploratorio*, que a pesar de ser un prototipo de investigación científicista, la misma, se emplea en la investigaciones cualitativas; incluyendo la etnográfica, dado por su carácter descriptivo y detallado del tema de investigación, con el propósito de alcanzar la profundidad y la calidad de la información (Hernández, et al, 1997)., “donde la información obtenida se considera crucial para sugerir hipótesis, conjeturas o muy bien, afirmaciones verificables, ya sea durante el estudio o al final de éste” (Hernández et al., 1997, p.13). Es decir, “que la etnografía trata de generar hipótesis” (Martínez, 2009, p.202).

3.3 Unidades de análisis y contexto del estudio.

Se consideró como unidades de análisis (Hernández et al, 1997), para la investigación, a dos docentes que tienen a su cargo la asignatura de matemática en segundo año de Educación Media General, las mismas, fueron las únicas seleccionadas, ya que aceptaron ser grabadas, sin explicar los objetivos del estudio. En este sentido, en lo sucesivo se describen las características de cada una:

- **Informante clave A (ICA):** Pertenece a la administración pública, específicamente, en el Liceo Nacional “José Andrés Castillo” (Sede principal), ubicado en el Municipio Montalbán en el estado Carabobo. La misma es Licenciada en Educación mención Matemática egresada de la Universidad de Carabobo (FaCE-UC), la cual tiene cinco años y medio en la docencia.
- **Informante clave B (ICB):** Pertenece a la administración privada, específicamente, a la Unidad Educativa “Nuestra Señora de Atocha”, ubicado en el

Municipio Montalbán en el estado Carabobo. La misma es Profesora de Matemática egresada de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), la cual tiene dos años en la docencia.

3.4 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.

Las técnicas e instrumentos, al igual que los procedimientos y estrategias a emplear, servirán para dar respuestas a las interrogantes planteadas, a los objetivos y en fin al problema de investigación (Arias, 2006, p.67). Por lo tanto, para la recolección de los datos, se describen a continuación las técnicas e instrumentos de acuerdo a cada objetivo específico propuesto en el estudio:

I.- *Elaborar una aproximación a una Organización Matemática en torno a los polinomios:* Se utilizará la técnica del *Análisis Documental*, ya que es rica para la revisión de documentos como textos, con el fin de encontrar antecedentes de temas, desarrollos históricos, entre otros, (Mckernan, 2001). Esta técnica es de vital importancia para esta investigación, ya que por medio de la ella se estudiaron los textos descritos anteriormente que contienen el objeto matemático; polinomio.

II y III.- *Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente.* En este punto del trabajo se empleó:

- La técnica del *Análisis de Contenido*, la cual consistió en reducir y sistematizar cualquier tipo de información, como por ejemplo; grabaciones. En este sentido Mckernan (2001) señala, que se ocupa de investigar sobre el significado profundo y la estructura de un contenido presentado en video o en la conducta humana real observada. Por ende, por instrumento se contó con la cámara de video.
- Y la técnica de *Observación Participante*, junto a las notas de campo, permiten la interacción social entre el investigador y los informantes, durante la cual se recogen datos de modo sistemático y no intrusivo (Taylor y Bogdan, 1996, p.31). Por lo tanto, se tomó en consideración por instrumento: la cámara de video y el cuaderno de notas.

- La entrevista semiestructurada, “adopta un diálogo coloquial, el cual permite motivar al interlocutor a elevar su nivel de interés y colaboración, reconocer sus logros, estimular su memoria, aminorar la confusión o ayudarlo a explorar, reconocer y aceptar sus propias vivencias inconscientes” (Martínez, 2009, p.94). En este sentido, se consideró en cuanto a instrumento, la grabadora de voz.

3.7 Técnicas para el tratamiento de la información recogida.

Una vez que el investigador procede a la retirada del campo de estudio, el trabajo toma un tono interpretativo, donde se procede a tratar la información recopilada, sirviéndose para ello, en este caso, de las técnicas planteadas por Martínez (2009): Categorización, estructuración y teorización; pero ésta enfocada al planteamiento de conjeturas (Hipótesis).

Aunado a esto, también se toma en consideración la triangulación de datos, para mayor validez del trabajo y de los objetivos a cumplir, como por ejemplo, para: **IV y V. Describir y plantear conjeturas las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente.**

En este sentido, en lo sucesivo se describen dichas técnicas:

- **Categorización:** Consistió en sintetizar en una idea, concepto o expresión breve, las líneas textuales, que son producto de un conjunto de información protocolar (Grabaciones, filmaciones o entrevistas), cuya síntesis se interpreta metodológicamente como categoría, la cual constituye el auténtico dato cualitativo interpretado por el investigador, para ello:
 - a) Se describió el contenido protocolar; proceso de transcripción y codificación del conjunto de información escrita, grabada o filmada.
 - b) Se asignó las categorías que expresen y precisen los textos tomados del contenido protocolar, de tal manera que facilite el proceso de identificar estructuras y determinar su función.

- **Triangulación:** “Es confrontar y someter a control recíprocos relatos de diferentes informantes, para una comprensión más profunda y clara del escenario y de las personas estudiadas” (Taylor y Bogdan, 1996, p.92). Por su parte, Denzin (1970), es la combinación de dos o más teorías, fuentes de datos, métodos de investigación, en el estudio de un fenómeno singular. Cabe señalar, que se empleó la *triangulación de datos*, la cual permitió la confrontación de diferentes fuentes de datos (Entrevista, observaciones y OMR), que pueden estar basados en criterios espacio-temporales, para validar una proposición teórica relativa a un fenómeno en distintos momentos (Todas las clases filmadas de los informantes claves en torno a los polinomios). En donde se recurre a poblaciones heterogéneas para incrementar la variedad de las observaciones (Dos instituciones escolares adscritas a la administración pública y privada) (Denzin, 1970).
- **Estructuración:** Es la estructura conceptual; organización y sistematización de conocimientos, que se establece en torno a una idea, que tiene gran poder de explicación del fenómeno o problema estudiado, es decir, una gran categoría, más amplia, más detallada, más descriptiva y más compleja, que integra y resalta los rasgos o relaciones que prevalecen en los grupos estudiados.
- **Teorización; construcción de hipótesis:** La teoría ofrece una estructura conceptual inteligible, sistemática y coherente para ordenar los fenómenos; de manera más concreta, que suele consistir en un sistema de hipótesis.

3.6 Criterios adoptados para la confiabilidad y validez de la investigación.

De acuerdo con Martínez (2009), el estudio tendrá una confiabilidad con un buen nivel y para este caso; interna, cuando se observe en la investigación:

- **Estabilidad:** Referido al uso de categorías lo más concretas y precisas posible, que estén lo más cercanos a la realidad. Puesto que los datos primarios ofrecen al lector múltiples ejemplos extraídos de las notas de campo, considerados como más creíbles.
- **Seguridad:** Se refiere al nivel de coherencia del fenómeno estudiado, el cual, debe reflejar fuerza y solidez de la investigación.
- **Congruencia:** Lo registrado en el estudio debe mantener un alto grado de consistencia con la realidad observada.
- **Igual a sí misma en diferentes tiempos, siendo pronosticable para el futuro:** Para ello, se debe observar precisión en los métodos de recolección de información y de análisis. Puesto que la replicabilidad se vuelve imposible sin una precisa identificación y una cuidadosa descripción de las estrategias de procedimiento.
- **Credibilidad:** Cuando varios observadores o jueces entre sus conclusiones, consideren que la investigación tiene un buen grado de adecuación.

Por su parte, la validez de la investigación será interna, si se aprecia, según Martínez, (2009, p.200):

- **Un alto grado de validez:** Al observar, medir o apreciar una realidad, se comprenda esa realidad y no otra.
- **Un pertinente modo de recoger la información:** Puesto que los procedimientos metodológicos que permitan los procesos análisis, inducen a recoger los datos durante largos períodos, para posteriormente, revisarlos, compararlos y analizarlos de manera continua, empleando la observación en los contextos reales donde se dan los hechos.

CAPÍTULO IV

4. DESCRIPCIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

A continuación, se expone cada objetivo específico propuesto en la investigación, conjuntamente, con la descripción de los procesos de análisis e interpretación de la información recabada para cada caso, empleando los aspectos metodológicos señalados anteriormente e interpretados desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), todo, para estudiar el problema didáctico relativo al saber enseñado, en la Actividad Docente del Profesor de Matemática en el estudio de los polinomios en segundo año de Educación Media General, que en términos de la TAD corresponde, a la Organización Didáctica del profesor de Matemática en torno a los Polinomios en dicho nivel.

4.1 Objetivo 1. Elaborar una aproximación a una organización matemática de referencia (OMR) en torno a los polinomios: Para dar cumplimiento a este objetivo, el trabajo se apoya en el paradigma epistemológico, para ello, el estudio se basa en los planteamientos de la TAD, ya que esta última propone como herramienta de investigación y de análisis del saber enseñado; una descripción e interpretación de un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) del objeto matemático que está en juego (En este caso, los polinomios), cuyo producto será un planteamiento hipotético, llamado organización matemática de referencia (OMR), el cual servirá de foco para estudiar cómo se asume el saber matemático relativo a una institución escolar. Es decir, cómo se da la enseñanza en las instituciones docentes (Profesores de matemática), del saber matemático

(Polinomios). En este sentido, se especifica en lo sucesivo, los aspectos tomados en cuenta para el modelo epistemológico de referencia:

- Breve reseña histórica de los polinomios.
- Interpretación de la reseña histórica vista desde la TAD.
- Revisión y comparación de las OM existentes en algunos textos de estudio, en torno a los polinomios.
- Aproximación a un MER en torno a los polinomios, considerando la siguiente cuestión: ¿Cómo reconstruir polinomios en segundo año de Educación Media General?
- Organización matemática de referencia (OMR).

4.1.1 Breve reseña histórica de los polinomios.

Antes de iniciar, se hace necesario mencionar los textos revisados para la elaboración de la breve reseña histórica en torno a los polinomios, ya que todos los párrafos tienen sus citas textuales en los siguientes autores:

- Bell, E. (2003). *Historia de la Matemáticas*. Sección de Obras de Ciencia y Tecnología. México
- Rey, J., y Babini J. (2000). *Historia de la Matemática*. Volumen 1 y 2. Editorial Gedisa. España.

Por su parte, tomando en consideración que el antecedente próximo a los polinomios esta referido al estudio de las ecuaciones, específicamente en la búsqueda de soluciones o raíces, las cuales tienen un largo auge en la historia de las

matemáticas. Se reseña cronológicamente en lo sucesivo las culturas y personajes que estudiaron o tuvieron alguna relación con los polinomios, teniendo en cuenta que el germen de éste último, fue el estudio de las raíces presentes en series de potencias positivas ascendentes en expresiones algebraicas enteras (Bell, 2003).



En el primer periodo que corresponde a la **Antigüedad**, se registra a: **Babilonia**, entre 3000 a.C – 2000 a.C, etapa donde los matemáticos se inclinaron a: *Hallar solución a ecuaciones lineales, cuadráticas, y cúbicas*, a través de la reducción de ecuaciones especiales que se adaptan a una solución prescrita, indicando las instrucciones verbales que señalaban la trayectoria de resolución. Basados en tablas numéricas complicadas, que contienen tablas de multiplicación, de recíprocos, de cuadrados, y, reducción de problemas a través de “dos números de los cuales se conoce el producto y la suma (o la diferencia)”, es decir, la actual resolvente. Conocían todas las operaciones elementales de adición, sustracción, multiplicación, división, la elevación de potencias y la extracción de raíces cuadradas, tanto para los cuadrados como para los cubos.

Adicionalmente, manejaban la noción de correspondencia reflejada en sus tablas y de las correctas reglas de los signos en la multiplicación, además de normalizar una ecuación sin simbolismo algebraico (Bell, 2003; Pastor y Babini, 2000). Además para las ecuaciones cúbicas con coeficientes numéricos, se recurrió a

reducir a la forma normal: $y^3 + y^2 = r$, con $y = x/p$, $r = -q/p^3$, multiplicando la

ecuación original por $1/p^3$, donde si el valor de r es positivo, el valor de y , junto el de

x , pueden deducirse de los valores tabulados en: $n^3 + n^2$ para $n=1, 2, \dots, 30$. No

obstante, esta cultura no explicitó ningún tipo de regla o teorema escrito, aunque

emplearon en la resolución de sus ecuaciones cuadráticas distintas identidades, tales como: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$; $(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Además, respecto al conocimiento geométrico que revelan las tablillas es el teorema de Pitágoras, y como consecuencia, la ley de los tripletes pitagóricos, es decir, de las ternas de los números enteros, que a la par de representar medidas de los lados de triángulos, expresan la posibilidad aritmética de descomponer un número cuadrado en una suma de cuadrados (Rey y Pastor, 2000, p.23). Consideraron las ecuaciones cuárticas como ecuaciones cuadráticas “disfrazadas” y como tales resolverlas, exigiendo a las futuras generaciones de matemáticos; el invento de las fracciones corrientes y de los números negativos, así como los números racionales incluyendo los imaginarios puros y los números complejos ordinarios (Bell, 2003).



Posteriormente, en: **Egipto**, durante el período comprendido entre 1850 a.C y 1650 a.C, el escriba egipcio **Ahmes (A´h-mose)**. (Escriba del papiro Rhind, contenido que proviene de épocas aproximadas a comienzos del II milenio), hace mención a las reglas para lograr un conocimiento destinado a la formación de los escribas oficiales, para el control de la economía de la sociedad egipcia, basado en el uso exclusivo de fracciones unitarias, donde todo cociente menor que la unidad debía expresarse como suma de fracciones unitarias, a través de una descomposición simple y valores proporcionales. Además de mencionar, hasta algún ejemplo de raíz cuadrada (Pastor y Babini, 2000).

No obstante, el conocimiento aritmético de los egipcios no se limitaba a las operaciones elementales con enteros y fracciones, ya que aparecen problemas de repartición proporcional o de medidas de capacidad, superficie, volumen y aspectos de otra índole, que condujeron a: *Solucionar por medio de ecuaciones de primer grado con una o más incógnitas éstos problemas* (Pastor y Babini, 2000). Además para sistema de ecuaciones simultáneas con un grado más de complicación emplearon el método de “falsa posición”, es decir, por tanteo. Las soluciones eran verbales y singularmente pesadas, teniendo aplicaciones sobre el conocimiento geométrico; basado en el factor de proporcionalidad para el cálculo del volumen o superficie de figuras geométricas.



En este sentido, en: **Grecia, Euclides** (325/365 a.C – 265/300 a.C), comenzó a *establecer equivalencias geométricas para las identidades sencillas de segundo grado*, como:

$$a(a+b) = a^2 + ab; \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab, \quad \text{y había resuelto}$$

geométricamente, ecuaciones de tipo: $x^2 + ax = a^2$, considerando a como positiva.

Dio solución completa y demostrada de una ecuación indeterminada de números enteros, en sus *Elementos* (X, 28, *Lemas*) (Bell, 2003).

Además postuló las nociones de igualdad, desigualdad, suma, resta, duplicación y división por mitades (es decir, de magnitudes). Así como también, presentar el “álgebra geométrica” a través de diez (10) proposiciones que traducen geométricamente las siguientes propiedades, expresadas actualmente como:

$$\begin{aligned}
m(a+b+c+\dots) &= ma+mb+mc+\dots; & (a+b)a &= a^2+ab; & (a+b)a+(a+b)b &= (a+b)^2; \\
(a+b)^2 &= a^2+b^2+2ab; & ab+1/2(a+b)-b &= 1/2(a+b)^2; & (2a+b)b+a^2 &= (a+b)^2; \\
(a+b)^2+a^2 &= 2(a+b)a+b^2; & 4(a+b)a+b^2 &= [(a+b)+a]^2; & a^2+b^2=2 & \mid 1/2(a+b)^2+1/2(a+b)-b^2; \\
(2a+b)^2+b^2 &= 2[a^2+(a+b)^2].
\end{aligned}$$



Por su parte, en **China: Liu Hui** (220 a.C- 280 a.C), interesado por: *Hallar la*

solución de sistemas de ecuaciones lineales, ideó un procedimiento que corresponde en buena medida al que más tarde se denomina procedimiento de eliminación de Gauss. Éste estudio era para establecer conocimientos comunes, con el fin de seleccionar las personas con talento, para instruir a los hijos de los altos dignatarios, a través de ciertas reglas, como por ejemplo; para *hallar sistemas equivalentes*, empleó: ambos miembros de una ecuación en un sistema, se les puede sumar o restar una misma expresión otra ecuación del mismo sistema. Así como también, se puede multiplicar o dividir en ambos miembros de las ecuaciones de un sistema por un número distinto de cero.

Asimismo, en un sistema se sustituye una ecuación por otra que resulte de sumar las dos ecuaciones del sistema previamente multiplicadas o divididas por números no nulos, y por último, se puede cambiar en un sistema el orden de las ecuaciones o el orden de las incógnitas, sin obtener alteraciones numéricas. Reglas que procuró ofrecer de manera razonada con el uso de la regla, el compás, los números y medidas (Meavilla, 2009).



En este primer periodo de la historia de los polinomios, es **Diofanto de Alejandría** (200/214 d.C-284/298 d.C), **griego**, quien se encargó de idear un Álgebra que permitiese operar con potencias y *polinomios (series de potencias positivas*

ascendentes en expresiones algebraicas enteras), a través de sus estudios, sobre: Hallar soluciones racionales positivas mediante el análisis indeterminado de sistemas ecuaciones algebraicas; de primer grado con una incógnita, sistemas lineales y de segundo grado.

Basándose en una cantidad de propiedades aritméticas, que no demuestra, pero que aplica, como por ejemplo; *el producto de dos números, cada uno de los cuales es suma de dos cuadrados, y puede expresarse de dos maneras distintas como, suma de cuadrados y como todo cubo es suma de tres cubos.*

Asimismo, expone signos literales para indicar las primeras tres potencias de la incógnita e introduce el *arithme* que prefigura lo que actualmente se denomina incógnita, manejando las nociones de desigualdades, transformación de desigualdades en igualdades, inecuaciones, variables auxiliares. Así como factores de proporcionalidad, identidades entre sumas de dos cuadrados. El álgebra de Diofanto es sincopada, es decir, se encuentra entre el álgebra sin símbolos y la simbología actual, incluso inventó una especie de signo menos y permitió a un número negativo funcionar en una ecuación a la par que los números positivos. Por último, actualmente se denominan ecuaciones diofánticas a las ecuaciones algebraicas para las que se busca una solución dentro del conjunto de los números enteros o racionales.



En lo que corresponde al segundo periodo de la historia de los polinomios, relativo a la **Edad Media**, específicamente en la **India**, el matemático **Arybhata** (476d.C - 550d.C), se ocupó de: *Buscar soluciones enteras de ecuaciones lineales con dos incógnitas de la forma $ax+by=c$, con a, b, c números enteros, a través del*

análisis indeterminado de primer grado. Y, a resolver el sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas con números enteros. Además de; resolver ecuaciones de segundo indeterminadas con una incógnita, a través del método de inversión; que consiste en partir del resultado e ir haciendo las operaciones inversas en sentido contrario a como se dan en el enunciado.

Asimismo, Arybhata empleó el *método de pulverización* para resolver ecuaciones diofánticas lineales según un procedimiento llamado *kuttaka* (pulverización). Adicionalmente a esto, sugirió el uso de letras para representar incógnitas, así como también, el uso de cambio de variables. El Álgebra Hindú era retórica al no estar completamente simbolizadas las instrucciones para operar.



En este contexto, otro matemático **hindú** llamado **Brahmagupta** (598d.C - 670d.C) se dedicó al: *Análisis de ecuaciones indeterminadas de segundo grado*. Empleando técnicas de resolución para ecuaciones indeterminadas de segundo grado *mediante ejemplos numéricos*. Además para resolver el sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas, empleó el método de “pulverización”, es decir, la técnica del cambio de variable, con el objeto de obtener coeficientes cómodos para que una primera solución salte a la vista (*dando continuidad al método planteado por Arybhata*). Además de escribir el miembro de una ecuación bajo el otro. Realizó la reducción de los tres tipos de ecuaciones cuadráticas diofánticas con una incógnita a la forma que ahora es habitual.

Cabe señalar, que expuso la regla de los signos de la multiplicación, así como una raíz negativa de una ecuación de segundo grado. Más sin embargo, se enunciaban claramente las reglas, pero eso no constituían una demostración (Bell, 2003). Adicionalmente a esto, diferenciaba los números positivos y los negativos que

interpretaban como créditos y débitos que distinguían simbólicamente, hecho que permitió unificar las ecuaciones de segundo grado en un solo tipo, cualesquiera fueran los coeficientes y hasta de admitir las soluciones negativas, aunque sin tomarlas en consideración. Usó abreviaturas para cada una de las varias incógnitas que se presentan en los problemas particulares, cuadrados y para las raíces cuadradas, distinguía a los números negativos con un punto (.).



Por su parte, en **Arabia**, se dan aplicaciones divulgativas de los árabes a los europeos, para estudios en Trigonometría y Geometría. Divulgaciones que el matemático: **Mohammed Ibn Musa Al-Khuwarizmi** (780d.C-850d.C), hizo a través de los estudios sobre: *Resolver ecuaciones con coeficientes enteros y positivos*, mediante el método de restauración y reducción (*al-jabr w' almuqabala*), suprimiendo los términos negativos y los denominadores en el caso de aparecer coeficientes fraccionarios, además eliminar de factores comunes en los coeficientes.

Estudio tres clases de ecuaciones, las cuales describió como: raíces, cuadrados y números simples, por ejemplo, cuadrados igual a raíces ($ax^2=bx$); cuadrados igual a números ($ax^2=c$); raíces igual a números ($bx=c$). Además, consideró tres casos posibles de ecuaciones completas de segundo grado de coeficientes positivos, de manera que los tres casos numéricos pueden combinarse entre si y dar lugar a: cuadrados y raíces igual a números ($x^2+px=q$); cuadrados y números igual a raíces ($x^2+q=px$); cuadrados igual a raíces y números ($x^2=px+q$).

Aunado a esto, designó la palabra “cosa”, a la incógnita, presentando una raíz positiva y otra negativa de una ecuación de segundo grado, sin rechazar explícitamente la negativa. No obstante, describió cualquier potencia de la incógnita x , y dejó entre ver, un álgebra fundamental para potencias cuadradas, aunque sin usar

los símbolos modernos, la cual incluía multiplicar, dividir, y extraer raíces cuadradas, así como el conocimiento del teorema del binomio.



Otro matemático **árabe** influyente en el desarrollo de lo polinomios fue: **Omar Khayyam** (1048d.C – 1131d.C), al buscar la forma de: *Hallar la solución para las ecuaciones de segundo y tercer grado, y sus raíces a través de su expresión geométrica* (a partir de secciones cónicas), que permite encontrar una raíz positiva, logrando demostrar que tienen al menos una segunda raíz. Khayyam, afirmó que no se puede hallar las raíces de las ecuaciones de tercer grado mediante regla y compás, pero idea un método para resolver geométricamente este tipo de ecuaciones por medio de las cónicas.

No obstante, distingue y clasifica sus ecuaciones en: Simples (binomias): $a=x$; $a=sx^2$; $a=x^3$; $bx=x^2$; $cx=x^3$, $bx^2=cx^3$; Compuestas trinomias (cuadrática): $x^2+bx=a$; $x^2+a=bx$; $bx+a=x^2$; Compuestas trinomias (cúbicas reducibles a cuadráticas): $x^3+cx^2=bx$; $x^3+bx=cx^2$; $cx^2+bx=x^3$; Compuestas trinomias (cúbicas): $x^3+cx^2=a$; $x^3+a=cx^2$; $cx^2+a=x^3$; Compuestas cuatrinomias (un término igual a la suma de tres términos): $x^3+cx^2+bx=a$; $x^3+bx+a=cx^2$; $x^3+bx+a=cx^2$; $x^3=cx^2+bx+a$; Compuestas cuatrinomias (suma de dos términos igual a la suma de dos términos): $x^3+cx^2=bx+a$; $x^3+bx=cx^2+a$; $x^3+a=cx^2+bx$.



Entre tanto, **Li Ye** (1192d.C – 1279d.C), matemático **chino**, estudio la forma de: *Reducir a ecuaciones algebraicas los problemas geométricos*, el método propuesto por Li, que da solución a ecuaciones se denomina: *método del elemento celestial (tian-yuan shu)* (*tian-yuan significa la variable del elemento y shu, método*), se asemeja mucho al enfoque conocido mucho más tarde como algoritmo de Horner.

Método que permite averiguar las cifras de las raíces a través de sucesivas pruebas y encontrar diversas ecuaciones auxiliares a la ecuación dada a través de una sustitución lineal. Su legado se evidencia posteriormente en los trabajos de Francisco Vieta y Paolo Ruffini, donde los coeficientes se ordenan de manera tabular y la ecuación se lleva primeramente a su forma normal.



Dentro de este orden de ideas, el matemático **chino: Qin Jiushao** (1202d.C – 1261d.C), tuvo inclinación hacia el *análisis indeterminado*, el cual introdujo un método para *solucionar ecuaciones y sistemas lineales*, hizo uso del símbolo cero en las matemáticas chinas. Incluyendo una versión del teorema chino del resto, que usaba algoritmos para solucionar problemas. Introdujo el uso del símbolo cero en las matemáticas chinas. Cuando se encontraba con polinomios de mayor grado a cuatro (4), la solución de ciertos problemas se reduce a una ecuación cúbica o de cuarto grado que resuelve por el método chino estándar (*lo que hoy se llama método de Ruffini – Horner*).



Por último, en este segundo periodo en la historia de los polinomios, emerge otro matemático **chino**, llamado: **Zhu Shijie** (1260/1270d.C – 1320/1330d.C), el cual se enfocó a: *Representar ecuaciones algebraicas con cuatro incógnitas*, cuyo método de resolución, se denomina *los cuatro elementos* (*que se usa para hablar de cuatro cantidades indeterminadas en una ecuación algebraica*). En este sentido, también se dedicó a: *Estudiar ecuaciones y sistemas de hasta de grado catorce (14)*, por medio del “*método del fan fa*”, que es método de resolución que radica en cambios de variables para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones *polinómicas*. Por último, Zhu aclaró también como encontrar raíces cuadradas.



Otra etapa influyente en el desarrollo de los polinomios, es el tercer periodo que radicó en el **Renacimiento**, específicamente en: **Italia**, comenzando con el matemático: **Scipione del Ferro** (1465d.C-1526d.C), el cual, *resolvió la ecuación cúbica de la forma: $x^3+px=q$ (el cubo más cosa igual a número)*. Más sin embargo, no se conoce la técnica por medio del cual halló la solución (Pastor y Babini, 2000).



Un segundo matemático italiano, llamado: **Nicolás Fontana -Tartaglia** (1499/1500d.C – 1557d.C), estimulado por: *Resolver ecuaciones cúbicas*, generó, la regla de resolución mediante unos tercetos (*estrofa de tres versos, por lo general endecasílabos. También se la conoce como tercia rima o terza rima*) (Enciclopedia libre Wikipedia, 2014), que revelaban la fórmula mediante la cual se pueden dan solución a las ecuaciones cúbicas, que posteriormente Cardano publica con el nombre de fórmula de Cardano.

No obstante, proporciona reglas dentro de las cuales aparecen por parejas, raíces cuadradas de radicandos negativos sin interpretación real, en esta época no se aceptaban los números negativos y por ello existían trece ecuaciones distintas, de las cuales siete eran completas (todas las potencias representadas), tres sin término lineal y tres sin término cuadrático. Además, estableció la reducción de cualquier ecuación cúbica trinomia a los tres tipos a lo que aluden sus reglas, aunado a esto, para representar la incógnita, potencias y los signos de las operaciones elementales, hizo uso de algunos caracteres (los caracteres cóscicos) y abreviaturas.



Paralelamente a esto, otro matemático **italiano**, interesado en conocer los métodos de resolución de ecuaciones cúbicas realizadas por Tartaglia, fue: **Gerolamo**

Cardano (1501d.C – 1576d.C), ya que en su *Ars Magna* (1545), ideó un método de resolución, la cual se denomina la fórmula de Cardano. Además, enunció la regla “menos por menos da más”, como proposición independiente, también admitió la existencia de los números negativos, pero las pruebas de ello son dudosas. La realidad es que llamo a los números negativos ficticios.

Asimismo, agrega la transformación de las ecuaciones cuadrinomias en trinomias, al mismo tiempo deja a la vista elementos para el estudio de las raíces negativas, hasta las imaginarias, así como de las relaciones entre los coeficientes y las raíces. En sus ejemplos, se observa transformaciones de ecuaciones, con el fin de aparecer factores lineales que al eliminarse, disminuyen su grado.

Empleó la eliminación de los segundos términos de las cúbicas y de las cuarticas al igual que Vieta. Por último, la fórmula de Cardano, es producto del contacto con Tartaglia, ya que le promete recomendarlo al gobernador de Milán, Alfonso de Ávalos. Tartaglia, lo vio como oportunidad de superación, y asiste en 1539 a Milán y el gobernador no se encontraba, posteriormente, Tartaglia después de tanta insistencia le confía a Cardano su método, en forma de poema con la condición de no publicarlo, pero éste la publicó en su libro *Ars Magna* en 1545.



Dentro de este contexto, también se encontraba el **italiano: Ludovico Ferrari** (1522d.C – 1565d.C), que se inclinó por: *Resolver ecuaciones cuárticas*, donde aportó un método de resolución que lleva su nombre “*método de Ferrari*”, que consiste en transformar la ecuación mediante la introducción de un término indeterminado en una diferencia de cuadrados (Pastor y Babini, 2000).

Dentro de este orden de ideas, sus aportes se encuentran en los intercambios con Tartaglia, ya que escribía todos los manuscritos de Cardano, y junto a Cardano estudiaron la solución de las cúbicas que Tartaglia les había comunicado, resolviendo los problemas que *Zuane da Coi* había propuesto, escribieron los casos en que podía presentarse una cúbica con coeficientes positivos. En este proceso, Ferrari descubrió

la solución general de la cuártica en 1540, con un argumento que reducía el problema a resolver una cúbica por el método de Tartaglia.



En este cuadro italiano, también figura: **Rafael Bombelli** (1526d.C – 1572d.C), matemático que también se dedicó a: *Resolver ecuaciones cúbicas y cuárticas*, además de ocuparse de los *polinomios*, indicando los monomios de una letra con el coeficiente y el exponente en su parte superior encerrado en un semicírculo. Adicionalmente a esto, empleó una técnica mediante el “*algoritmo como intermediario*” del caso irreducible de la ecuación cúbica, obteniendo raíces complejas conjugadas de una ecuación de segundo grado sin raíces reales.

Asimismo, expone las reglas operatorias de los monomios y polinomios hasta la división de un polinomio por un binomio lineal con coeficiente unitario de la variable, como; cambio de signos de las raíces, sustitución de la incógnita por un valor proporcional a su recíproco, o por otra incógnita sumándole o restándole un número, transformaciones que emplea para reducir toda cúbica a las formas canónicas. Además, consideró las ampliaciones de los números negativos y como éstos se implican en las soluciones propuestas por Nicolás Tartaglia y Gerolamo Cardano para las ecuaciones algebraicas de tercer grado.



Otra contribución importante en el desarrollo de los *polinomios* se da en: **Francia**, con el matemático **francés: Francisco Vieta** (1540d.C – 1603d.C), *desarrollando casi todo el algoritmo algebraico actual correspondiente a las operaciones racionales*, que aplica a numerosas cuestiones de *análisis indeterminado*, así mismo, a los *polinomios* de ecuaciones algebraicas de segundo, tercer y cuarto grado. Introduce algunas modificaciones respecto a los métodos de los

algebristas italianos, como por ejemplo; en la cúbica, ya reducida y sometida a su ley de homogeneidad, con la sustitución original de Vieta, con lo cual la cúbica se transforma en trinomía que se reduce a cuadrática, del valor de y , una vez obtenido se deduce x .

Estableció una serie de postulados en los que se fundan las transformaciones algebraicas. Además, su teoría matemática, a la que llama logística especiosa (de specis: símbolo), es decir, logística simbólica o arte del cálculo sobre símbolos, procede en tres tiempos, según la Enciclopedia Libre Wikipedia (2013): Primero; se anotan todas las magnitudes presentes, sus relaciones, utilizando un simbolismo adecuado que Vieta había desarrollado, resumiendo el problema en forma de ecuación (*etapa: Zetética*), escribiendo las magnitudes conocidas como consonantes (B, D, etc.) y las magnitudes desconocidas como vocales (A, E, etc.).

Luego, el análisis porístico; permite transformar y discutir la ecuación, se trata de encontrar una relación característica del problema (la porisma). Por último, el análisis rético, tomando el problema inicial del que se expone una solución por medio de una construcción geométrica basada en la porisma.



Seguidamente en el cuarto período, relativa a la **Edad Moderna**, el matemático **belga (Bélgica): Simon Stevin** (1548d.C -1620d.C), estuvo estudiando como: *Calcular las raíces de un polinomio*, ideando el método de aproximación de las raíces, mediante *sustituciones sucesivas*. Adicionalmente, señaló, que si la diferencia entre los valores numéricos de ambos miembros de la ecuación cambia de signo para dos valores numéricos de la incógnita, la raíz está comprendida entre estos dos valores. Validó el número negativo, como todo número menor a cero. Asimismo,

reconoció la igualdad entre la sustracción de un número positivo y la adición de un número negativo $[(+a) - (+b) = (+a) + (-b)]$, desarrollando el algoritmo para la obtención del máximo común divisor de dos polinomios.



Entre tanto, **Thomas Harriot** (1560d.C – 1621d.C), **inglés** proveniente de **Reino Unido**, fue uno de los primeros matemáticos europeos que reprodujo la hazaña de los babilonios, al *permitir que un número negativo actuara como miembro de una ecuación*. Rehusando las raíces negativas (Bell, 2003). Además introdujo los signos de desigualdades "mayor que" y "menor que" ($>$ y $<$), y el punto como indicación de producto. Aunque sus aportaciones fueron simbólicas respecto a los polinomios, se sumaron al compendio de signos con los cuales se pueden operar matemáticamente.



Posteriormente, el matemático **francés: Albert Girard** (1595d.C – 1632d.C), tuvo la dedicación de ordenar el álgebra, enfocándose en: *Analizar los polinomios de las ecuaciones de grado n* , contribuyendo con la *teoría de ecuaciones*. Además de escribir las ecuaciones de forma completa, separando en cada miembro, los términos de igual paridad de las potencias de las incógnitas y admitiendo coeficientes nulos cuando la ecuación carece de ese término.

Adicionalmente a esto, afirma sin demostrarlo, el enunciado del teorema fundamental del álgebra: *Toda ecuación tiene tantas raíces positivas como indica el grado, para lo cual considera, además de las raíces positivas, las negativas y las complejas simples y dobles.* Además observa que las raíces “imposibles” (negativas e imaginarias) sirven para asegurar la validez de la regla general y comprobar que no hay otras soluciones, y, asimismo que presten utilidad para inventar las ecuaciones

que las contienen. No obstante, también ideó las propiedades sobre la resolución completa de las ecuaciones cúbicas en el caso irreducible, mediante la trisección de un ángulo, las relaciones entre los coeficientes de una ecuación de cualquier grado y las raíces, o la suma de potencias de igual exponente de esas raíces.



Cabe destacar, al matemático **francés: René Descartes** (1596d.C – 1650d.C), el cual, estudió la manera de: *Reducir la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos*, cuyo fundamento radica en la *teoría de ecuaciones*, incluyendo la “*regla de los signos*” para contar el número de raíces verdaderas (positivas) y falsas (negativas) de una ecuación. Por último, un avance importante que Descartes aportó en el álgebra, fue la introducción en el siglo XVI, de símbolos para las incógnitas, para las operaciones y potencias algebraicas.



Paralelamente a lo anterior, **John Wallis** (1616d.C – 1703d.C), matemático **inglés**, originario de **Reino Unido**, en 1656, publicó en *Arithmetica Infinitorum*, el trabajo más importante de Wallis, en el que se centro en las secciones cónicas, y comenzó a *desarrollar una notación estándar para las potencias, ampliándola desde los números enteros positivos hasta los números racionales.* Aunque, Wallis rechazaba como absurda, la idea actual de considerar un número negativo como menos que nada, pero aceptaba verlo como algo mayor que infinito. A pesar de esto, se le considera el autor de la idea de la recta de números enteros.



Cabe señalar, al matemático **Japonés: Seki Takakazu** (1637/1642d.C – 1708d.C), por su obra publicada en 1685 *Kaiindai no ho*, en el que describe un antiguo método chino para el *calcular de raíces en funciones polinómicas* y lo amplía para hallar todas las soluciones reales, presentando un álgebra con métodos

numéricos e interpolación polinómica. Además, descubrió soluciones numéricas de ecuaciones algebraicas de grado arbitrario con coeficiente reales. Sin embargo, el número de variables en una ecuación era más o menos limitado. Usaba una matriz de números para representar una fórmula, por ejemplo; $(a \ b \ c)$ para ax^2+bx+c .



Seguidamente a esto, el matemático **italiano: Paolo Ruffini** (1765d.C – 1822d.C), contó con la oportunidad para dedicarse a uno de sus más originales proyectos, intentar: *Probar la irresolubilidad de la quinta por radicales*. Además de descubrir el llamado *método de Ruffini*, que permite *hallar los coeficientes del polinomio que resulta de la división de un polinomio cualquiera por el binomio $(x-a)$* . Adicionalmente a esto, en 1805 elaboró una demostración de la imposibilidad de la solución general de las ecuaciones algebraicas de grado quinto y superior, aunque cometió ciertas inexactitudes que serían corregidas por el matemático noruego Niels Henrik Abel.



Consecutivamente, se encuentra el quinto periodo, etapa más reciente, comprendida desde el **siglo XIX hasta la actualidad**, iniciada en: **Alemania**, por el matemático: **Carl Friedrich Gauss** (1777d.C-1855d.C), el cuál demostró “*que toda ecuación polinómica tiene al menos una raíz en el plano complejo*”. Dentro de este contexto el álgebra entro en una etapa moderna, y el foco de atención se trasladó de las ecuaciones polinómicas, al estudio de la estructura de sistemas matemáticos abstractos, cuyos axiomas estaban basados en el comportamiento de objetos

matemáticos, como los números complejos, que los matemáticos habían encontrado al estudiar las ecuaciones polinómicas.

Dos ejemplos de dichos sistemas son los grupos y las cuaternas, que comparten algunas de las propiedades de los sistemas numéricos, aunque también difieren de ellos de manera sustancial. Los grupos comenzaron como sistemas de permutaciones y combinaciones de las raíces de polinomios, pero evolucionaron para llegar a ser uno de los más importantes conceptos unificadores de las matemáticas en el siglo XIX.



En esta etapa moderna, se encuentra: **Augustin Louis Cauchy** (1789d.C - 1857d.C), matemático **francés**, contemporáneo con Gauss, pionero en el análisis, precisando los conceptos de función, de límite y de continuidad en la forma casi actual, tomando el concepto de límite como punto de partida del análisis, además, de *eliminar la idea de función como toda referencia a una expresión formal, algebraica o no, para fundarla sobre la noción de correspondencia*. Gracias a Cauchy se puede precisar que en una función polinómica la x se denomina variable, debido a la noción de correspondencia, mientras que, en un polinomio la x se denominada indeterminada (*como los literales que representan valores variables*).



Por su parte, **William George Horner** (1789d.C – 1839d.C), matemático **inglés** de **Inglaterra**, aplicó el llamado *algoritmo o método de Horner* para resolver ecuaciones algebraicas, publicado por la *Royal Society* en 1819. El algoritmo, es una manera para evaluar de forma eficiente funciones polinómicas de una forma monomial. Dado el polinomio:

$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, donde: $a_0, \dots, a_n$ son números reales, si se

quiere evaluar el polinomio a un valor específico de x , se supone: x_0 , definiendo una nueva secuencia de constantes. Horner no fue el primero en descubrir este método, ya que Zhu Shijie lo había empleado 500 años antes.



El **francés: Pierre Sarrus** (1798d.C – 1861d.C), fue creador de la regla para el cálculo de determinantes de matrices de orden tres (3), que lleva su nombre: *la regla de Sarrus*. Sus trabajos tratan sobre los métodos de *resolución de ecuaciones numéricas, es decir, resolución de ecuaciones de varias incógnitas* y sobre el cálculo de variaciones. Método para tratar polinomios con varias incógnitas, para estudiar el número de soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales.



Consecutivamente a esto, **Niels Henrik Abel** (1802d.C – 1829d.C), matemático **noruego**, cuyas aportaciones se centraron en el: *Estudio de las ecuaciones algebraicas de quinto grado*, de las que demostró que eran irresolubles por el *método de los radicales*. Teorema que señala lo siguiente: “*si la ecuación es resoluble mediante radicales, las expresiones de las raíces pueden darse en tal forma que los radicales en ellas sean funciones racionales de las raíces de la ecuación dada y ciertas raíces de la unidad*”, resultado que usaría luego para ratificar aquella imposibilidad para la quintica. Destacó que se debían indagar las condiciones para poder resolver algebraicamente ecuaciones de cualquier grado.



De la situación anteriormente descrita, el matemático **francés: Evariste Galois** (1811d.C-1832d.C), solventó tal situación, al *sentar las bases de la teoría de ecuaciones mediante grupos*, mostrando que a cada ecuación corresponde un grupo de sustituciones. Realizó trabajos sobre fracciones continuas, cuestiones de análisis,

teoría de las ecuaciones y de números, donde aparecen por primera vez, propiedades de la *teoría de grupo*. Sin embargo, en el siglo XIX con el matemático Abel, demostraron la inexistencia de dicha fórmula, haciendo contribuciones a la teoría de grupos, a través de criterios definitivos para determinar si las soluciones de una ecuación polinómica podrían o no calcularse por radicales.



Paralelamente, el matemático **inglés de Reino Unido Arthur Cayley** (1821d.C -1895d.C), introdujo la multiplicación de las matrices, autor del teorema de Cayley-Hamilton que dice que cualquier matriz cuadrada es *solución de su polinomio característico*. Dio la primera definición moderna de la noción de grupo, mediante una definición suficientemente general de grupo e ideó un método constructivo para describir la tabla de cualquier grupo en términos de permutaciones. Se dio cuenta, que algunos conjuntos de matrices o de cuaternios formaban o como hoy día decimos tienen estructura de grupo.

4.1.2 Interpretación de la breve reseña histórica vista desde la TAD.

Interpretación que cabe aclarar, se realizó de acuerdo a un primer análisis (Historia de los polinomios reseñada anteriormente), un análisis algo general. Por ende, en lo sucesivo se explicitará desde la TAD dichos elementos históricos reportados, considerando, los siguientes aspectos caracterizados en tres dimensiones: Presencia de elementos praxeológicos, ámbito matemático, y evolución de las praxeologías.

Dimensión N°1. Presencia de elementos praxeológicos en la historia de los polinomios previamente reseñada: Se refiere a la identificación de los problemas o de

las tareas, técnicas y cuestionamientos tecnológicos-teóricos presentes en los diferentes momentos y personajes de la historia de los polinomios anteriormente reportada. Ésta información se presenta en un cuadro anexo (Anexo A), que muestra los momentos históricos, los personajes o culturas involucrados, los estudios planteados especificados como tareas, los métodos de resolución indicados como técnicas y la presencia de justificaciones matemáticas, relativa a cuestionamientos tecnológicos-teóricos, los cuales permiten observar como las OM en torno a los polinomios, se amplían, se reducen y se enriquecen matemáticamente.

Dimensión N°2. *Ámbito matemático; contexto donde se desarrolla la noción de polinomio en la historia previamente reseñada:* Consiste en el registro de la actividad matemática realizada, considerando las siguientes ramas de las matemáticas: Aritmética, Álgebra, Geometría y Análisis. Información que se muestra en un cuadro anexo (Anexo B), que contiene básicamente, los momentos históricos, las culturas o personajes, los estudios planteados y los ámbitos matemáticos en los que se han visto envueltos los polinomios.

Dimensión N°3. *Evolución de las praxeologías a lo largo de la historia de los polinomios previamente reseñada:* Se refiere a los cambios, desarrollo, crecimiento, modificaciones y paréntesis que sufre las diferentes OM estudiadas en la historia de los polinomios reportada. Información que se muestra a través de una red conceptual (Anexo C), que permite observar los diferentes aspectos de las OM que generaron el desarrollo de los polinomios, ya sea alrededor de una tarea, de una técnica, de un cuestionamiento tecnológico teórico o muy bien a través del planteamiento total o parcial de una o varias OM.

4.1.2.1 Aspectos sobre la presencia de elementos praxeológicos en la historia de los polinomios previamente reseñada.

En el anexo A (Para mayor detalle, ver anexo A), se puede observar como en cada cultura y personaje involucrado en la historia de los polinomios, se interesan por conseguir soluciones a ecuaciones algebraicas. Esta búsqueda permitió en el siglo XV, con Francisco Vieta, el compendio sucesivo de aportes en cuestiones de: Métodos de resolución, técnicas operatorias y de crecimiento paulatino de cuestionamientos tecnológicos teóricos, que como ya se ha descrito, generan las justificaciones y explicaciones de las técnicas matemáticas. Éste último aspecto, según la historia reportada de los polinomios, tuvo una gran relevancia en la consolidación de esta noción, puesto que la construcción de este objeto matemático, consistió en la elaboración de técnicas, para abordar los estudios planteados por todos los autores implicados en su trayectoria histórica. En este sentido, se muestra a continuación, algunos ejemplos sobre los procesos tecnológicos-teóricos evidenciados:

- Diofanto, retoma la OM de los babilonios (Ecuaciones de primer y segundo grado), y en cuanto al cuestionamiento tecnológico-teórico, emplea propiedades verificables, pero que no demuestra.
- Arybhata, mantiene la OM de Diofanto (Ecuaciones de segundo grado), aportando dos técnicas de resolución, en donde el cuestionamiento tecnológico-teórico, permitió plantear criterios de resolución, como el de considerar, sólo números enteros.
- Brahmagupta (Ecuaciones de segundo grado), continuó con las técnicas de Arybhata, con la salvedad de que observó la presencia de raíces negativas, cuyo cuestionamiento tecnológico-teórico, consistió en enunciar reglas claras, sin demostración, pero que dejaban posibilidades de encontrarse con otras OM.

- Del Ferro, Tartaglia, Cardano, Ferrari y Bombelli (Ecuaciones de tercer grado), autores inmersos en cuestionamientos tecnológicos–teóricos sobre las relaciones entre; coeficientes, raíces y como éstos inciden en las soluciones, dando una aproximación a la construcción de polinomios y de sus reglas operatorias.
- Vieta, amplía la OM que se venía estudiando, al emplear la técnica de logística simbólica, para la representación con letras del alfabeto, las variables, coeficientes y operaciones. No obstante, aunque el simbolismo fue poco desarrollado, fue flexible para sentar bases de la teoría de ecuaciones, y en consecuencia, la de los polinomios, pudiendo generalizar las diferentes técnicas que se tenían para resolver ecuaciones algebraicas.

Por lo tanto, en los aspectos señalados anteriormente de forma general, permiten tener una somera visión de como se vino construyendo los polinomios (Para mayor detalle, ver anexo A), los cuales son producto de los constantes procesos de cuestionamientos tecnológicos-teóricos, que gracias a ellos, se pudo ampliar, enriquecer y dar continuidad a otras OM, que permitieron abrir otros campos de la matemática avanzada. Por último, cabe resaltar que los aspectos señalados en la historia reseñada de los polinomios en torno a los elementos praxeológicos planteados por la TAD, tienen pertinencia con la realidad histórica de esta noción.

4.1.2.2 Aspectos sobre el ámbito matemático: Contexto donde se desarrolla la noción de polinomio en la historia previamente reseñada.

En el anexo B (Para mayor detalle, ver anexo B), se puede observar que la noción polinomio, durante un largo periodo histórico no estuvo completamente definida, se estudio y se trabajo en ella inconscientemente de sus alcances, tales como en el cálculo de raíces que resultan ser soluciones a ecuaciones algebraicas, donde la

actividad matemática (Proceso de estudio) estuvo caracterizada en determinados momentos por los contextos: Geométrico, algebraico, aritmético y analítico, los cuales fueron fundamentales para la evolución, linealidad o retardo en la conceptualización matemática de esta noción, como por ejemplo, en lo sucesivo, se muestra a manera general algunos aspectos evidenciados en la historia reportada de los polinomios:

Cuadro N°1. Aspectos generales de los ámbitos matemáticos.

Cultura o Personajes	Estudios resalta- ntes y Ámbito Matemático Enfatizado	Donde se evidencia la noción; polinomio
Babilonia 3000a.C–200 0a.C.	Hallar solución a ecuaciones lineales, cuadráticas, y cúbicas. Aritmético y Geométrico: Instrucciones que indicaban la resolución por operaciones elementales; división, elevación de potencias, entre otras, para cuadrados y cubos. Las tablillas revelan el conocimiento del teorema de Pitágoras, en consecuencia, expresan la posibilidad aritmética de descomponer un número cuadrado en una suma de cuadrados	El comercio, la agrimensura y la economía de estas sociedades estimularon matemáticamente formas para abordar dificultades prácticas sobre planos, ingeniería y astronomía, basado en la búsqueda de soluciones o raíces de ecuaciones.
Diofanto (200/214 d.C-284/298d .C).	Hallar soluciones racionales positivas de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas. Aritmético, Algebraico y Geométrico: Operaciones para pasar de un miembro a otro. Simbolismo para variables auxiliares y convertir en sistemas lineales. Y propiedades de triángulos rectángulos, por factores de proporcionalidad.	En las ecuaciones diofánticas para las que se busca una solución dentro del conjunto de los números enteros o racionales
Del Ferro (1465-1526). Tartaglia (1499/50 –1557). Cardano (1501 – 1576).	Resolver ecuaciones cúbicas. Algebraico: Al propiciarse y desarrollarse el método para determinar la solución a la cúbica, a través de transformaciones lineales, con el objeto de disminuir el grado de la cúbica. Además del amplio uso de abreviaturas.	Al conocer la técnica para hallar la solución a una cúbica, mediante unos tercetos, sugiere transformaciones de ecuaciones, con el fin obtener factores lineales que al eliminarse, disminuyen su grado, dejando a la vista las relaciones entre los coeficientes y las raíces.
Vieta (1540d.C – 1603d.C).	Desarrollar el algoritmo sobre las operaciones aplicables a los polinomios. Algebraico: Postular transformaciones algebraicas y modificar los métodos de los algebristas italianos, concibiendo la posibilidad de descomponer un polinomio $f(x)$ de ecuación algebraica $f(x)=0$ en factores lineales.	Al establecer postulados en los que se fundan las transformaciones algebraicas y casi todo el algoritmo algebraico actual, de las operaciones que se aplica los polinomios de segundo, tercer y cuarto grado, introduciendo modificaciones a los métodos de los algebristas italianos.
Cauchy (1789d.C - 1857d.C).	Precisar la noción de función sobre la de correspondencia. Análisis: Basado en la exposición del teorema que funda la noción de función, sobre la noción de correspondencia.	Al precisar que en una función polinómica la x se denomina variable, debido a la noción de correspondencia, mientras que, en un polinomio la x se denominada indeterminada (como los literales que representan valores variables).

Dentro de este orden de ideas, se puede precisar que los ámbitos matemáticos muestran un panorama, donde los polinomios pueden abordar aspectos tanto intra como extra matemáticos. Aunado a esto, se observa, la variabilidad de los contextos, los cuales estaban sujetos a una determinada cultura, momento histórico, intereses culturales o muy bien, intereses matemáticos, pero lo curioso es, como se pone en evidencia la noción de polinomio, en un ámbito que parecía olvidado en un determinado periodo, para luego integrarse o evolucionar en otro.

En síntesis, se observa en la trayectoria histórica, la renovación constante de dos ámbitos enfatizados, que resultan relevantes en la historia reportada de los polinomios, por un lado, compete al ámbito algebraico (Relativo a ecuaciones), y por el otro, al ámbito analítico (Relativo a funciones).

Esto puede conducir a conjeturar como: *“El contexto matemático de un periodo histórico, puede generar curiosidad, desarrollo o reflexión prolongada de un objeto matemático, lo cual, representa una información, que permite observar cómo influye un ámbito matemático en otro, y como este proceso, incide para que se genere otro emergente, como el Álgebra de polinomios”*.

4.1.2.3 Aspectos sobre la evolución de las OM a lo largo de la historia de los polinomios previamente reseñada.

En el anexo C (Para mayor detalle, ver anexo C), se puede observar la transformación de complejidad creciente de las OM estudiadas en la historia reportada de los polinomios, donde se muestra el primer encuentro con una OM que

data en la era de los Babilonios, siendo este el inicio a posteriores actividades matemáticas que dieron estructura al Álgebra de Polinomios.

Actividades que se enfocaron básicamente a plantear nuevos estudios (Tareas), nuevos métodos de resolución (Técnicas), y formulación de planteamientos (Cuestionamientos tecnológicos-teóricos) que conllevaron a justificaciones matemáticas de esta noción, y al esclarecimiento de ésta en el siglo XV con Vieta, a pesar, del reducido sistema numérico y casi ausente simbolismo algebraico.

Adicionalmente a esto, se puede observar los elementos de OM estudiadas por una cultura o personaje, distinguiendo como son retomadas por otra, para así ampliar una OM, obteniendo en diversas actividades de estudios, resultados expresados en un cúmulo de conocimientos que dieron cabida a la reconstrucción de la noción; polinomio. Por último, en el anexo C (Para mayor detalle, ver anexo C), se describe las actividades matemáticas que históricamente han originado que hoy día, se cuente con diversas técnicas y cuestionamientos tecnológicos-teóricos en el estudio de los polinomios.

4.1.3 Revisión y comparación de las OM en torno a los polinomios presentes en algunos textos de estudio.

A continuación, se reseñan los textos considerados en el estudio, cuya selección fue en base, a los que usualmente emplean los docentes de matemática en segundo y quinto año de Educación Media General y los emanados por el Ministerio

del Poder Popular para la Educación (MPPE), del mismo modo se reseñan para los textos universitarios. Por lo tanto, se analizó básicamente:

- ¿Cómo introducen, definen y operan los polinomios?
- ¿Cuáles situaciones problemas y secuencias de actividades emplean para llegar a la construcción del elemento praxeológico en cuestión o de la OM total?, que en términos de la TAD, la presencia o ausencia de los momentos didácticos (*Primer encuentro, exploratorio, entorno tecnológico-teórico, trabajo de la técnica, institucionalización y evaluación*), y en consecuencia, de los elementos praxeológicos (*Tarea, técnica, tecnología-teoría*).

En este sentido, en vista de que los aspectos señalados se presentan en el apartado de anexos (*La descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios presentada por cada texto, ver anexos: D-1, D-2, D-3, D-4, D-5. Aunado a la comparación de las OM y OD existentes entre los textos, destacados por nivel educativo, ver anexos: D-6, D-7*). Por lo tanto, en lo sucesivo se destaca los principales aspectos observados en durante su estudio.

Cuadro N°2: Descripción bibliográfica de los textos consultados.

Nivel	Textos
2^{do}Año	Texto N°1: Ministerio del Poder Popular para la Educación – MPPE. (2012). <i>Conciencia Matemática</i>. Segundo año. Matemática de Educación Media Venezolana. Texto N°2: Suárez, E. y Durán, D. (2010). <i>Matemática de 8vo grado</i>. Editorial Santillana. Caracas-Venezuela.

Cuadro N°2: Descripción bibliográfica de los textos consultados. Continuación.

Texto N°3: Ministerio del Poder Popular para la Educación –

	MPPE. (2012). <i>La Matemática y el Vivir Bien</i> . Quinto año.
5º Año	Matemática de Educación Media Venezolana. Texto N°4: Navarro, C. (2012). <i>Matemática de 5to año de Educación Media</i> . Editorial Santillana. Caracas-Venezuela.
Universitarios	Texto N°5: Leithold, L. (1995). <i>Matemáticas Previas al Cálculo: Análisis Funcional y Geometría Analítica</i> . Editorial Harla. Texto N°6: Barnett, R. (1995). <i>Precálculo: Álgebra, Geometría Analítica y Trigonometría</i> . Editorial Limusa.

4.1.3.1 Aspectos observados en la comparación de los textos de estudio revisados.

En primer lugar, a nivel de segundo año, las organizaciones matemáticas (OM) de los textos revisados, presentan una escasa composición de tipos de tareas en torno a los polinomios, por ejemplo, en el texto N°1, propone sólo tres tipos de tareas relativas a:

1. Identificar un polinomio.
2. Operar con polinomios (Adición, sustracción, multiplicación y división).
3. Operar con productos notables.

Por su parte, el texto N°2 presenta cuatro tipos de tareas, incluyendo las tres mencionadas, aunado al tipo de tarea referida a: Factorizar polinomios. Además, se observa la ausencia casi absoluta de tareas referidas a los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico, asimismo, ambos textos presentan una, a lo sumo, dos técnicas para cada tipo de tarea, dejando imposibilitado al lector para disponer de criterios de elección, en vista de las pocas técnicas que presentan. Otro aspecto que cabe resaltar, es la poca interpretación del funcionamiento y resultado de las técnicas luego de aplicarlas.

Por último, en cuanto a la OD que presentan ambos textos, difieren en la secuencia y MD predominate, ya que el texto N°1, predomina en el MPE en búsqueda de una contextualización de carácter social que se relacionan con otras nociones, y

sigue una secuencia que va del MI con escaso MTT (Escasa práctica de la técnica y ausente justificación de la misma), mientras que el texto N°2, predomina el MI y el MTT, puesto que presenta de una vez la tecnología, la técnica, y consecutivamente, la práctica de la técnica a usar.

En segundo lugar, a nivel de quinto año, las OM de los textos revisados presentan una escasa composición de tipos de tareas en torno a los polinomios, ya que por ejemplo, en el texto N°3, propone sólo tres tipos de tareas relativas a:

1. Identificar un polinomio.
2. Operar con polinomios (Enfocado a la división).
3. Calcular las raíces de un polinomio.

Por su parte, el texto N°4 presenta sólo un tipo de tarea relativa a: Determinar el dominio, rango y trazo del gráfico de la función polinómica correspondiente, además, se observa la ausencia casi absoluta de tareas referidas a los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico. No obstante, este último aspecto se desarrolla en el texto N°3, enfocado netamente a las ecuaciones, dejando entre ver, a los polinomios como una herramienta para la elaboración de técnicas para dar solución a las ecuaciones ya sean polinómicas o no.

Otro aspecto que cabe resaltar, es la poca interpretación del funcionamiento y resultado de las técnicas, luego de aplicarlas, lo cual se observa en el texto N°4. Por último, en cuanto a la OD que presentan ambos textos, coinciden en la secuencia de los MD, ya que el MPE y el MI se da con el bloque tecnológico-teórico, seguido del MTT enfocado a la práctica de la técnica y no en la justificación de la misma, con ausencia del ME y del METT. Es decir, que el primer encuentro es con la tecnología y la forma de abordar una tarea, para luego practicar la técnica a usar, sin interferencia de ningún ME y mucho menos del METT.

En tercer lugar, en los textos universitarios revisados, la OM que presentan ambos textos amplían el rango de tipos de tareas, abarcando ocho, las cuales son:

1. Identificar polinomios.
2. Operar con polinomios (Suma, resta, multiplicación y división).
3. Resolver problemas geométricos y aritméticos por medio de ecuaciones polinómicas.
4. Factorizar polinomios.
5. Descomponer fracciones parciales.
6. Analizar y calcular raíces reales y complejas de polinomios de grado superior.
7. Determinar los ceros de una función polinómica o raíces de una ecuación polinómica.
8. Operar con productos notables.

No obstante, a pesar de la gama de tipos de tareas que presentan los textos, se observa la ausencia casi absoluta de tareas referidas a los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico, asimismo, ambos textos presentan más de una técnica para cada tipo de tarea, dejando la posibilidad al lector de disponer de criterios de elección, en vista de las diversas técnicas que presentan. Pero sin embargo, se observa la poca o casi ausente interpretación del funcionamiento y resultado de las técnicas, luego de aplicarlas.

Por último, en cuanto a la OD que presentan ambos textos, mantienen en el MPE la presentación del bloque tecnológico-teórico, el cual coincide con el MI, seguido del MTT enfocado a la práctica de la técnica más no a la justificación de la misma, donde éstos momentos predominan a lo largo del estudio, con ausencia absoluta del ME y el METT. En términos generales, se observa en los textos revisados un aspecto importante, por un lado tiene que ver con el texto N°1, donde se observa durante la OD una necesidad por contextualizar el saber, dejando pocos

elementos praxeológicos para que la comunidad en estudio pueda establecer cuestionamientos tecnológicos-teóricos.

Por otro lado, este último aspecto, en el resto de los textos de estudio revisados, permanece ausente puesto que no presentan elementos en torno a la OM que permitan establecer o integrar cuestionamientos tecnológicos-teóricos, siendo éste uno de los elementos esenciales para el continuo aprendizaje de otras OM en el estudio de los polinomios.

4.1.4 Aproximación a un MER, considerando la siguiente cuestión: *¿Cómo reconstruir polinomios en segundo año de Educación Media General?*

Antes de iniciar, se hace necesario explicitar que este aspecto a desarrollar, no se trata de un análisis epistemológico a profundidad, ya que consiste en un estudio reflexivo de forma general, que tiene que ver con la manera de como emerge los polinomios, donde el MER representa una respuesta hipotética un poco general a la cuestión planteada.

En este sentido, el MER es una manera simplemente de interpretar tanto lo matemático como su proceso de construcción, usando los elementos praxeológicos de este enfoque, y por tanto, su función será, realizar una interpretación de la realidad observada.

Por lo tanto, dar respuesta a la construcción de los polinomios en base a la reseña histórica anteriormente descrita e interpretada, implica que esta noción, es

considerada como una propiedad matemática que se ha generado, mediante procesos de cuestionamientos tecnológicos–teóricos, basados en problemas tanto intra como extra matemáticos, donde estos problemas inicialmente abarcaron los ámbitos aritméticos, geométricos y posteriormente algebraicos (*En las soluciones a ecuaciones*).

Más sin embargo, en los últimos tiempos, éstos se vieron asociados al ámbito del análisis (*Cálculo de raíces y representación gráfica*), donde los polinomios al ser evaluados (*Es decir, reemplazar la indeterminada por un número que pertenezca a un anillo conmutativo, donde están definidas las operaciones de adición y multiplicación y donde se verifican las propiedades; asociativas, conmutativas, distributivas, elemento neutro para la suma y multiplicación así como, existencia de inversos aditivos, por ejemplo : Enteros, racionales, reales, complejos y las clases de enteros de módulo n*), cada polinomio origina una función polinómica, y de cara a esto, la función polinómica viene a ser definida por la estructura formal de polinomio.

Por otro lado, en cuánto a los textos revisados, se observa como éstos presentan la noción, como un objeto de forma tal, que el MPE coincide siempre con el MI, es decir, el primer encuentro con la noción; polinomio se da a partir de la presentación del bloque tecnológico-teórico, y paralelamente a esto, la explicación de la técnica a usar con ausencia de justificación de la misma, así como también carencia del ME y del METT.

En este sentido, una vez interpretada desde la TAD, la noción; polinomio, cuidando de los elementos tanto históricos, como de los encontrados en los textos revisados, se observa, que aún cuando los polinomios se pueden abordar a través de las ecuaciones y de las funciones, la combinación de éstas, muestra el énfasis de la visión axiomática que se mantiene para el estudio de esta noción.

Es por ello, que considerando esto último, la investigación se interesa por la realidad vivida actualmente durante el estudio de este objeto matemático, el cual está referido al saber enseñado, específicamente referido a: Como se dan los procesos de cuestionamientos tecnológicos-teóricos en el estudio de los polinomios.

Por lo tanto, tomando en consideración lo descrito hasta el momento, el trabajo hace una descripción hipotética general, de cómo se pueden construir los polinomios, por lo tanto, en este sentido: *“Las actividades deben apoyarse siempre o donde sea posible en problemas matemáticos o extramatemáticos enmarcados en un contexto socio-cultural, enfatizando la necesidad de la justificación de las técnicas a usar”*.

Dentro de este orden de ideas, el planteamiento señalado debe tomar en consideración por un lado, el nivel educativo al cual está dirigido esta investigación (Segundo año de Educación Media General), y por el otro, las OM previas al estudio de los polinomios (Ecuaciones y la noción de función).

Dentro de este contexto, cabe preguntarse *¿Cuál sería la noción precedente a los polinomios que permita gestar este objeto matemático en un primer encuentro con los estudiantes (Que se inicie en el MPE, pero que se geste a lo largo de todos los Momentos Didácticos)?*.

Es decir, que permita seleccionar actividades más adecuadas (Tareas, técnicas, tecnología-teoría), para ese primer encuentro con los polinomios. Por lo tanto, en

vista de la cuestión planteada, en lo sucesivo se señala las posibles vías para llegar a este objeto matemático, según comunicaciones con el Msc. Viviano Antonino, 2014:

**¿Por cuál vía se
puede llegar al
polinomio?**

Por la vía:

1. De las ecuaciones.
2. De las funciones.
3. Axiomática.
4. De la indeterminada.
5. De las expresiones algebraicas.
6. Constructiva.
7. De las combinaciones precedentes.

En este sentido, tomando en cuenta las vías señaladas anteriormente cabe preguntarse lo siguiente: *¿Es conveniente partir de las ecuaciones si y solo si, se han considerado ecuaciones de primer grado hasta ahora? ¿De las funciones?*

Tal vez la vía de las funciones sea la más empleada por los docentes hasta ahora, pero si se asume, que el álgebra tiene como propósito fundamental la elaboración de fórmulas, se podría partir de problemas que despierten la necesidad de generalización y en consecuencia, el uso de símbolos (letras), no solo en si mismo para expresar, sino asociado a las operaciones correspondientes.

Dentro de este orden de ideas, se podría plantear las siguientes secuencias, como por ejemplo:

- a.) Problemas y fórmulas.
- b.) Problemas y ecuaciones.
- c.) Problemas y funciones.
- d.) Elementos del resultado de la generalización.
- e.) Características del resultado de la generalización.

4.1.5 Organización Matemática de Referencia en torno a los Polinomios (OMR).

Cuadro N°3: OMR.

Tipos de problemas: Combinando los siguientes elementos:			Problemas y fórmulas.
			Problemas y ecuaciones.
			Problemas y funciones.
			Elementos del resultado de la generalización.
			Características del resultado de la generalización.
Tipo de Tareas	Sub tarea	Técnicas	Tecnología - Teoría
1. Resolver ecuaciones polinómicas.	Primer grado.	1. Transposición de términos (Despeje). 2. Interpolación lineal (Aproximaciones). 3. Método de falsa posición (Tanteo). 4. Técnica operatoria basada en operaciones aritméticas elementales (por multiplicidad de duplicación y fracciones unitarias; $1/n$, donde n es un entero). 5. Método geométrico de Euclides.	En definición, según De Nápoli (2007): *Sea A un anillo conmutativo. Un polinomio en una indeterminada x , con coeficientes en el anillo A, es una expresión formal de la forma: $P = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, donde los a_i son elementos de A (Se llaman coeficientes) del polinomio P, si $a_n \neq 0$ se dice que P es un polinomio de grado n , y que a_n es el coeficiente principal de P. Donde $A \neq \emptyset$, es el conjunto de posibles polinomios en la indeterminada x con coeficientes en el anillo A (Z: Enteros, Q: Racionales, R: Reales, C: Complejos). Por lo tanto, en el conjunto de posibles polinomios $A[x]$ con indeterminada x , están definidas dos operaciones: *Suma (+: $A \times A \rightarrow A$) *Multiplicación ($\rightarrow$: $A \times A \rightarrow A$). De modo que se verifican las siguientes propiedades (Axiomas de la estructura de anillo): 1) Propiedad Asociativa de la suma: $(a+b)+c=a+(b+c) \rightarrow a,b,c \in A$. 2) Propiedad Conmutativa de la suma: $(a+b)=b+a \in a,b \in A$. 3) Existencia de elemento neutro para la suma: Existe un elemento $0 \in A$, tal que: $a+0=0+a=a \in A \forall A$. 4) Existencia del inverso aditivo: Para todo $a \in A$, existe un elemento $-a \in A$, tal que: $a+(-a)=(-a)+a=0$ 5) Propiedad Asociativa del producto: $(a.b).c=a.(b.c) \in a,b,c \in A$. 6) Existencia del elemento neutro para el producto: Existe un elemento $1 \in A$, tal que: $a.1=1.a=a$.
	Segundo grado.	1. La resolvente. 2. Método geométrico de Euclides. 3. Método de inversión. 4. Método de pulverización. 5. Para las de $nx^2+mx=y^2$, conociendo una solución, se deducía otras para la misma ecuación o semejantes. 6. Técnica del cambio de variables. 7. Método de restauración y reducción. 8. Método geométrico, a partir de secciones cónicas. 9. Conociendo la suma s y el producto p de dos números, estos dos números son las dos raíces de la ecuación	
	Sub tarea	Técnicas	

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

Tipo de Tareas 1. Resolver ecuaciones polinómicas.	Segundo grado.	$x^2-sx+p=0$. 10. Técnica de la raíz cuadrada. 11. Factorización. 12. Completación de cuadrados. 13. Reducción a sistemas de ecuaciones lineales. 14. Producto nulo. 15. Sustitución formal. 16. Forma factorizada.	Tecnología - Teoría 7) Propiedad Distributiva: $a.(b+c)=a.b+a.c \in a,b,c \forall A$ $(a+b).c=a.c+a.b \in a,b,c \forall A$. Por su parte, el conjunto de posibles polinomios $A \in x/$ con indeterminada x, se dice que representan un dominio integro, dado que en el anillo conmutativo A, se cumple lo siguiente: $ab=0$ si y sólo si $a=0$ ó $b=0$. (Por ejemplo son dominio integro: Z: Enteros, Q: Racionales, R: Reales y C: Complejos) (De Nápoli, 2007). Un polinomio en la indeterminada x, es una expresión algebraica de la forma: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, donde los coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_n$ son números reales y n es un entero no negativo (Naturales), en donde los literales están relacionadas entre si por las operaciones aritméticas, con coeficientes en el anillo conmutativo A, donde en éste están definidas dos operaciones; adición y multiplicación, en las que se verifican las propiedades: Asociativa, conmutativa, existencia de elemento neutro para la suma, existencia de inversos aditivos, asociativa del producto, existencia de elemento neutro para el producto, distributiva. Es decir, una expresión algebraica que comprenda únicamente potencias enteras no negativas de una o más indeterminadas, sin ninguna indeterminada en el denominador, recibe el nombre de polinomio. Para polinomios con dos o más variables se definen de manera semejante. El grado corresponde al mayor de los exponentes con coeficientes no nulos. Además, los términos en un polinomio son semejantes, si la indeterminada está elevada al mismo exponente. Los polinomios se clasifican según el número de términos: *Monomios; un solo término. *Binomios; dos términos. *Trinomios; tres términos. Los polinomios pueden ser sometidos a las operaciones de Adición y sustracción, ya que los literales representan números reales; y en consecuencia, se le aplican todas las propiedades de los números reales. Adicionalmente, se agrega una propiedad, la cual consiste en que la multiplicación es distributiva con respecto a la sustracción. Multiplicación de polinomios: La multiplicación de polinomios implica un amplio uso de las propiedades de números reales. División de polinomios: un polinomio $p(x)$ de grado n es divisible por
	Tercer grado.	1. Método geométrico, a partir de secciones cónicas. 2. Método aritmético. 3. fórmula de Cardano. 4. Algoritmo como intermediario. 5. Ley de homogeneidad.	
	Cuarto y mayor grado.	1. División sintética. 2. División algebraica. 3. Factorización anidada. 4. Teorema del factor. 5. Teorema del residuo. 6. Fórmula cuadrática (<i>resolvente</i>). 7. Teorema de las n raíces. 8. Regla de Descartes de los signos. 9. Teorema sobre Cotas superiores e inferiores del conjunto de raíces reales. 10. Teorema de localización. 11. Teorema de a raíz racional. 12. Método de aproximaciones sucesivas. 13. Método de aproximación a través de la división sintética, hasta que ocurra un cambio de signo. 14. División por $x-a$. 15. Teorema del resto. 16. Factorización. 17. Método de Ruffini. 18. Método de Horner (<i>Método del</i>	
	Sub tarea	Técnicas <i>elemento celestial</i>).	

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

Tipo de Tareas 1. Resolver ecuaciones polinómicas.	Cuarto y mayor grado.	19. Algoritmo de raíces enteras. 20. Método geométrico, a partir de secciones cónicas. 21. Método de Ferrari. 22. Reducción del grado de un polinomio a uno inferior.	Tecnología - Teoría un polinomio $q(x)$ de grado $m, n \geq m$; * Si y sólo si el resto de la división de $p(x)$ por $q(x)$ es cero. * Si existe un polinomio $c(x)$ tal que: $p(x)=q(x)c(x)$ *Si $p(x)$ es divisible por $q(x)$, se dice que $q(x)$ es un divisor o factor de $p(x)$. Cualquier polinomio $p(x)$ es divisible por un polinomio constante no nulo $q(x)=t$. Ciertos productos de binomios se presentan con frecuencia, y permiten establecer las siguientes fórmulas para ellos, donde x e y representan variables y a, b, c representan constantes. Producto notable 1: $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ Producto notable 2: $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ Producto notable 3: $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ Producto notable 4: $(ax+by)(cx+dy)=acx^2+(ad+bc)xy+bdy^2$ Factorización de polinomios, se basa en el teorema fundamental de la Aritmética: <i>La forma completamente factorizada de cualquier número natural es única, con excepción del orden de los factores.</i> Por ende, si un polinomio es el producto de otros polinomios, entonces a cada uno de los polinomios anteriores se les denomina factor del original. Polinomios primos: Se dice que un polinomio es primo o irreducible con respecto a un conjunto dado de números si: * Sus coeficientes son los elementos de ese conjunto. * No puede escribirse como producto de polinomios con coeficientes reales de menor grado. Factores comunes: Se basa en la propiedad distributiva de los números reales. Fórmulas especiales de factorización: Expresan la forma de factorizar ciertas formas polinomiales que se presentan con frecuencia. Fórmula 1: $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ Fórmula 2: $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$; <i>trinomio cuadrado perfecto.</i> Fórmula 3: $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ Fórmula 4: $acx^2+(ad+bc)xy+bdy^2=(ax+by)(cx+dy)$; <i>requiere de aproximaciones sucesivas.</i> Fórmula 5: $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$; <i>suma de dos cubos.</i> Fórmula 6: $x^3-y^3=(x+y)(x^2+xy+y^2)$; <i>diferencia de dos cubos.</i> Expresión racional es un tipo particular de fracción algebraica, que
2. Realizar operaciones con polinomios.	Suma y resta.	1. Reducción de términos semejantes. 2. Propiedad del aditivo inverso. 3. Por medio del sistema de numeración decimal y expresión polinómica	
	Multiplicación.	1. Propiedad distributiva respecto a la suma. 2. Producto de los coeficientes constantes y propiedad de potenciación. 3. Ley distributiva, obteniendo diversos productos de monomios en filas separadas, de modo que los términos semejantes queden en la misma columna y que el segundo polinomio presente potencias.	
	División.	1. Factorización. 2. Simplificación de factores comunes. 3. División algebraica (semejante al que se usa en aritmética). 4. División sintética. 5. Simplificación de factores comunes (cada término del polinomio se divide entre el monomio). 6. Teorema del residuo. 7. División sintética. 8. Teorema del factor. 9. Algoritmo de Euclides. 10. Coeficientes irreducibles.	
Cuadro N°3: OMR. Continuación. Tipo de Tareas	Sub tarea División.	Técnicas 11. Método de coeficientes indeterminados.	

2. Realizar operaciones con polinomios.	Productos notables	1. Desarrollo y simplificación de las fórmulas de los productos notables.	Tecnología - Teoría denota el cociente de dos polinomios. Admite todas las propiedades de las fracciones reales, basada en el <i>principio fundamental de las fracciones</i>: $\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}; b, k \neq 0$ Adición y sustracción de fracciones algebraicas, siguen las reglas de adición y sustracción de fracciones con números reales, es decir, excluyendo la división entre cero. Cuando los denominadores no son los mismos, se convierten las fracciones a expresiones más complejas, usando el <i>principio fundamental de las fracciones</i> para obtener denominadores comunes, es decir, a través del Máximo común divisor (M.C.D). Multiplicación y división de fracciones algebraicas: En toda expresión algebraica la sustitución de variables por números reales tienen restricciones para producir fracciones reales, las cuales están basadas en las reglas de multiplicación y división de números reales, es decir, excluyendo la división entre cero. Fracciones complejas: Fracción que contenga a su vez fracciones en su numerador, en su denominador o en ambas se llama fracción compleja. Basado en el uso efectivo del <i>principio fundamental de las fracciones</i>. Para un polinomio por ejemplo P de grado n, dado por $P = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$; en donde los $a_n \neq 0$ coeficientes son reales o complejos, éstos también se pueden representar con cualquier letra del abecedario en forma mayúscula. Por su parte, se dice que r es una raíz de P o una raíz del polinomio $P(x)$, o una solución o raíz de la ecuación $P(x)=0$, si $P(r)=0$, es decir, valores que lo anulen. Cuyos valores puede ser o no cero (0), o cualquier número real e incluso complejo. En general, raíces son las intersecciones con el eje de $y=P(x)$, son raíces reales de P y de $P(x)$ y soluciones reales o raíces de la ecuación $P(x)=0$. Características de una raíz entera del polinomio $p(x)$ con coeficientes
3. Factorizar polinomios.	Tareas relacionadas con cada caso de factorización y las combinaciones entre ellos.	1. Extracción del factor común. 2. Definición de polinomios primos. 3. Fórmulas especiales de factorización (productos notables). 4. Definición de fracciones algebraicas y expresión racional. 5. La Resolvente (Fórmula cuadrática). 6. Teorema del factor.	
4. Representar gráficamente funciones polinómicas.	Función cuadrática.	1. Factorización 2. La resolvente (Fórmula cuadrática).	
	Función polinómica de grado tres o cuatro.	1. División sintética. 2. Teorema del factor. 3. Teorema de n ceros.	
	Para funciones polinómicas de mayor grado.	No existe una fórmula general en términos de un número finito de operaciones con los coeficientes. Más sin embargo se tiene: 1. Criterios para los límites superiores e inferiores de una función polinómica. 2. Regla de Descartes de los signos. 3. Teorema sobre las raíces reales. 4. Traslación vertical. 5. Traslación horizontal. 6. Extremos relativos. 7. División sintética.	
5. Descomponer fracciones racionales en fracciones simples.	Tareas relativas a descomposición y análisis.	1. Factorización. 2. MCD (Máximo común divisor). (3) Simplificación. 4. Definición de fracciones complejas y simples.	
Cuadro N°3: OMR. Continuación.			
Tipo de Tareas 6. Interpretar los resultados obtenidos a través del uso de las	Sub tarea	Técnicas	

técnicas.		Aplicable para cualquier tipo de tarea y sub tarea.	Técnica del razonamiento (Proceso mental que se caracteriza por derivar una conclusión a partir de premisas).	enteros: *Cualquier raíz entera a debe dividir al término independiente del polinomio. Tecnología - Teoría *Cualquier raíz entera a, distinta de uno (1), debe verificar que $(1-a)$ debe dividir a la suma de los coeficientes de la ecuación. Las raíces complejas de un polinomio con coeficientes reales presentan la siguiente propiedad: Si $z=a+bi$ es un número complejo, entonces su conjugado es $\bar{z} = a - bi$, es decir, la parte real del complejo z permanece igual pero la parte imaginaria se le cambia el signo. Los factores cuadráticos irreducibles: Es la factorización de un polinomio real cualquiera, vienen del producto de dos polinomios de primer grado con raíces imaginarias conjugadas. Si un polinomio con coeficientes enteros o racionales admite una raíz irracional de la forma: $a-b\sqrt{c}$, donde a,b,c son números racionales, entonces debe admitir una raíz de la forma: $a+b\sqrt{c}$ Método de Ruffini: Algoritmo para calcular el cociente y el resto cuando se divide por $(x-x_0)$. Recorrido de x_0 en el método: *Lo primero es bajar directamente a_n para obtener $k_0=a_n$ *Multiplicar a_n por x_0 y sumarlo con a_{n-1}, obteniendo $k_1=a_nx_0+a_{n-1}$ *Esto último se vuelve a multiplicar por x_0 y se le suma a_{n-2}, para obtener $k_2=a_n(x_0)^2+a_{n-1}x_0+a_{n-2}$. *Aplicar el proceso j veces, con j menor o igual que n, obteniendo $k_j=a_n(x_0)^j+a_{n-1}(x_0)^{j-1}+\dots+a_{n-j}$. *Cuando el parámetro j toma el valor de n se obtiene: $k_n=p(x_0)$. Método de Horner: En muchos casos interesa escribir un polinomio $p(x)$ en términos de potencias de $(x-a)$ en lugar de potencias de x. Esto se logra de manera sencilla mediante la iteración de divisiones por $(x-a)$ hechas por el método de Ruffini. Si el polinomio tiene grado n se debe hacer n divisiones. (Los coeficientes del polinomio en $(x-a)$ son los restos que se van obteniendo al aplicar el método de Ruffini, salvo el coeficiente principal que es el cociente de la última división). Ecuaciones recíprocas: Siempre que se busque explotar la simetría de las expresiones, se permite realizar simplificaciones notables y revela propiedades como: Dado ciertos polinomios $p(x)$ de grado n verifican la
7. Justificar técnicas usadas.				
8. Integrar elementos tecnológicos-teóricos en torno a los polinomios.				
9. Usar tareas y técnicas inversas.				
10. Demostrar propiedades.		Demostrar las propiedades aplicables y no aplicables a los polinomios.	Métodos de demostración (Es afirmar o comprobar una conclusión, dadas premisas verdaderas, por medio de leyes lógicas, reglas de inferencia y de deducción):	
			1. Método directo (Partir de la hipótesis y utilizar la ley de silogismo hipotético para llegar a la tesis por medio de justificaciones basadas en axiomas, definiciones, propiedades y teoremas).	
			2. Método indirecto (Es el teorema contra recíproco, que permite probar y plantear cualquier contradicción de; una teoría, de definiciones, teoremas o propiedad ya aprobada).	
11. Determinar el alcance de las técnicas (Validar técnicas).		*Comparar técnicas.	1.Método directo.	
			2.Método indirecto.	
12. Construir polinomios.	1. Por las ecuaciones.	*A partir de la forma factorizada de una ecuación polinómica.	*Plantear y denotar la ecuación a partir de la forma factorizada de una ecuación polinómica.	
	2. Por las funciones.	*Definir, comparar y diferenciar función	*Definición de función polinómica.	
Tipo de Tareas		Sub tarea polinómica y polinomio. *Problemas relacionados a	Técnicas	

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

12. Construir polinomios.		función polinómica, entre otros.		siguiente propiedad que: $p\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{p(x)}{x^n}$. Tales polinomios se denominan recíprocos. Por tanto, si a es una raíz de $p(x)$ y $p(a)=0$, entonces $\frac{1}{a}$ debe ser raíz también. Obteniendo; $p\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{p(a)}{a^n}$. Tecnología - Teoría Ecuaciones trascendentes: Existen ecuaciones no polinómicas que involucran funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales. Estas funciones se denominan trascendentes. La idea básica es hacer un cambio de variable, que permita llevar la ecuación considerada, a una ecuación polinómica y con los métodos conocidos operar matemáticamente para hallar la solución. Posteriormente, luego de obtener el resultado se devuelve la sustitución para obtener las soluciones de la ecuación original. Teorema 1: Algoritmo de la división. Para todo polinomio $P(x)$ de grado menor o igual que uno y para todo número x existe un polinomio $Q(x)$ de grado una unidad menor que $P(x)$ y un número R único (que podría ser cero) tales que: $P(x)=(x-r)Q(x)+R$, el polinomio $Q(x)$ se llama cociente, $x-r$ es el divisor y R el residuo. Teorema 2: Teorema del residuo. Si R es el residuo que se obtiene al dividir el polinomio $P(x)$ entre $x-r$, entonces, $P(r)=R$. Teorema 3: Teorema del factor. Si r es una raíz del polinomio $P(x)$, entonces $x-r$ es un factor de $P(x)$; de manera inversa, si $x-r$ es un factor de $P(x)$, entonces r es una raíz de $P(x)$. Teorema 4: Teorema fundamental del álgebra. Todo polinomio $P(x)$ de grado $n \geq 1$, con coeficientes reales o complejos, tiene por lo menos una raíz, real o compleja. Teorema 5: Teorema de las n raíces. Todo polinomio $P(x)$ de grado
	3.Axiomática	*Definir polinomio. *.Definir elementos de un polinomios, entre otros.	1. A través de deducciones, para demostrar teoremas. 2. Por medio de proposiciones que se consideran (evidentes) y se acepta sin requerir demostración previa (Definiciones correspondiente a polinomio).	
	4. Por la indeterminada.	*Diferenciar entre indeterminada y variable, entre otros.	*Referente epistemológico en torno a los polinomios.	
	5. Por expresiones algebraicas.	*Definir, identificar, clasificar, ordenar, y completar polinomios, entre otros.	*Partiendo de las relaciones entre expresión algebraica y expresión polinómica, por ejemplo: 1. Definición de expresión algebraica. 2. Elementos de una expresión algebraica 3. Definición de un polinomio. 4. Elementos de un polinomio. 3. Definición de clasificación, orden y completación de un polinomio.	
	6. Constructiva.	*Tareas referidas al cuestionamiento sobre las vías para construir polinomios.	*Técnica del razonamiento.	
	7. Por las combinaciones precedentes.	*Todas las precedentes.	*Todas las señaladas.	
13. Relacionar polinomios con otros ámbitos matemáticos.		*Aritmético. *Algebraico.	Técnica del razonamiento.	
Cuadro N°3: OMR. Continuación.				
Tipo de Tareas 13. Relacionar polinomios con otros ámbitos matemáticos.	Sub tarea *Geométrico. *Análisis.		Técnicas Técnica del razonamiento.	
14. Modelizar situaciones reales a través de los polinomios.	*Problemas intra y extra matemáticos.		Técnica del razonamiento.	

			, con coeficientes reales o complejos, puede expresarse como $n \geq 1$ producto de n factores lineales (y por lo tanto, tiene precisamente n raíces, no necesariamente distintas). Teorema 6: Teorema de las raíces complejas. Si existen raíces complejas no reales de <i>polinomios</i> con coeficientes reales, se presentan por pares conjugados. Teorema 7: Raíces reales de polinomios de grado impar. Un <i>polinomio</i> de grado impar con coeficientes reales tiene por lo menos una raíz real. Teorema 8: Regla de Descartes de los signos. Dado un <i>polinomio</i> $P(x)$ con coeficientes reales: Raíces reales positivas: El número de raíces reales positivas de $P(x)$ nunca es mayor que el número de variaciones de signo en $P(x)$ y, si son Tecnología - Teoría menos, siempre difieren del número de variaciones de signo en un número par.
Tecnología - Teoría Raíces reales negativas: El número de raíces reales negativas de $P(x)$ nunca es mayor que el número de variaciones de signo en $P(x)$ y, si son menos siempre difieren de dicho número en un número par. Teorema 9: Cotas superiores e inferiores del conjunto de raíces reales. Sea $P(x)$ un polinomio con coeficientes reales $P(x)$, de grado $n \geq 1$ y con coeficiente positivo para el término de grado n. Divídase $P(x)$ entre $x-r$ mediante la división sintética. Cota superior. Si $r > 0$ y todos los números del renglón del cociente de la división sintética son negativos, entonces r es una cota superior del conjunto de raíces de $P(x)$. Cota inferior. Si $r < 0$ y todos los números del renglón del cociente de la división sintética tienen signos alternados, entonces r es una cota superior del conjunto de raíces de $P(x)$. Teorema 10: Teorema de localización. Si $P(x)$ es un polinomio con coeficientes reales, y si $P(a)$ y $P(b)$ tienen signos contrarios, entonces existe al menos una raíz entre a y b. Teorema 11: Teorema de la raíz racional. Si el número racional b/c, escrito en su mínima expresión, es raíz del polinomio $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$; , con coeficientes enteros, $a_n \neq 0$ entonces b debe ser un factor de a_0 (el término no constante de $P(x)$) y c debe ser un factor de a_n (el coeficiente del término de mayor grado en $P(x)$). Teorema 12: Dos polinomios son iguales entre sí, si y sólo si los coeficientes de los términos del mismo grado son iguales. Teorema 13: Para un polinomio de coeficientes reales, existe siempre una factorización completa que abarca sólo factores primos lineales, cuadráticos o ambos dentro del conjunto de los números reales. Teorema 14: Descomposición en fracciones parciales. Cualquier fracción propia reducida $P(x)/D(x)$ puede ser descompuesta en una suma de fracciones parciales mediante el siguiente procedimiento: *Si $D(x)$ tiene un factor lineal no repetido de la forma $ax+b$, entonces, la descomposición en fracciones parciales de $P(x)/D(x)$ contiene			

un término de la forma: $\frac{A}{ax+b}$; A es una constante.

$$\frac{A}{ax+b}$$

*Si $D(x)$ tiene un factor lineal repetido k veces, de la forma $(ax+b)^k$, entonces, la descomposición en fracciones parciales de $P(x)/D(x)$ contiene términos de la forma:
 $A_1, A_2, \dots, A_k$ son constantes.

$$\frac{A_1}{ax+b} + \frac{A_2}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{A_k}{(ax+b)^k};$$

*Si $D(x)$ tiene un factor cuadrático no repetido de la forma ax^2+bx+c , la descomposición en fracciones parciales de $P(x)/D(x)$ contiene un término de la forma: $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$; A y B son constantes.

Si $D(x)$ tiene un factor cuadrático repetido k veces, de la forma $(ax^2+bx+c)^k$, la descomposición en fracciones parciales de $P(x)/D(x)$ contiene términos de la forma:
 $A_1, A_2, \dots, A_k, B_1, B_2, \dots, B_k$ son constantes.

$$\frac{A_1x+B_1}{ax^2+bx+c} + \frac{A_2x+B_2}{(ax^2+bx+c)^2} + \dots + \frac{A_kx+B_k}{(ax^2+bx+c)^k};$$

Definición: Una función f se denomina **función polinómica** si $f(x)$ es un polinomio de grado n , que pueda escribirse de la forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0,$$

donde $a_0, a_1, \dots, a_n$ son números reales con $a_n \neq 0$ y n es un entero no negativo.

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

Tecnología - Teoría

Si P es una función polinómica, **un límite superior** de los ceros reales de P es cualquier número que sea mayor que, o igual al cero real máximo. **Un límite inferior** de los ceros reales de P es cualquier número que sea menor que, o igual al cero real mínimo.

Teorema 15: Supóngase que $P(x)=a_n x^n+a_{n-1} x^{n-1}+\dots+a_1 x+a_0$; y $a_n>0$. En la división sintética de $P(x)$ entre $x-r$,

*Si $r>0$, y no existen números negativos en la fila inferior, entonces r es un límite superior de los ceros reales de P .

*Si $r<0$, y los signos de los números de la fila inferior son alternadamente positivo y negativo (donde cero puede denotarse en forma correcta ya sea por 0 o -0), entonces r es un límite inferior de los ceros reales de P .

gráfica descendiende desde la izquierda.

+0, o bien, -0), entonces r es un límite inferior de los ceros reales de P .

Al determinar los ceros de una función polinómica de P equivale a encontrar las soluciones de la ecuación polinómica de $P(x)=0$, es posible aplicar el teorema anteriormente

descrito para hallar las raíces racionales de una ecuación polinómica si ésta es equivalente a una en que los coeficientes son enteros. Si todas menos dos de las raíces de tal ecuación polinómica son racionales, entonces cualesquiera raíces irracionales pueden determinarse mediante la fórmula cuadrática.

En gráficas de funciones polinómicas más generales, donde una función polinómica de n -ésimo grado definida por $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, donde $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ son números reales con $a_n \neq 0$ y n es un entero no negativo.

$$a_n \neq 0$$

*Para $n=1$, se obtiene $P(x) = a_1 x + a_0$, lo cual define una función lineal y su gráfica es una recta.

*Para $n=2$, se obtiene $P(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, lo cual define una función cuadrática y su gráfica es una parábola.

*Para gráficas de funciones polinómicas para las cuales $n \geq 3$, el primer término de $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, es $a_n x^n$. Conforme $|x|$ crece sin límite y será cada $a_n \neq 0$

vez mayor que la suma de todos los otros términos del polinomio. Por lo tanto, la forma de la gráfica para valores grandes de $|x|$, será afectado por los valores del término $a_n x^n$. Se concluye que la forma de la gráfica para valores grandes de $|x|$ será la gráfica de la función potencia de grado n .

- (a) Donde si $a_n > 0$, la función será creciente para valores grandes de x , y así la gráfica ascenderá hacia la derecha.
- (b) Donde si $a_n < 0$, la función será decreciente para valores grandes de x , y así la gráfica descenderá hacia la derecha.
- (c) Si $a_n < 0$ y n es impar, la gráfica asciende desde la izquierda.
- (d) Si $a_n > 0$, y n es par, la gráfica asciende desde la izquierda.
- (e) Si $a_n < 0$, y n es par, la gráfica desciende desde la izquierda.

Cuando se grafican las funciones polinómicas, se supone que sus gráficas son curvas “ininterrumpidas”. Esta propiedad se deduce del hecho de que las funciones polinómicas son continuas. Un recurso importante que facilita dibujar la gráfica de una función polinómica consiste en determinar cualesquiera extremos relativos de la función. Los extremos relativos de una función consisten de los valores mínimo y máximo relativos de la función. Para una función polinómica la gráfica tendrá una recta tangente horizontal en un punto donde exista un extremo relativo. Teorema que establece el número de extremos relativos posibles para una función polinómica. Una función polinómica del grado n -ésimo tiene a lo más $n-1$ extremos relativos.

Teorema 16: Sea $P(x)$ un polinomio. Si a y b son números reales y $a < b$, entonces si $P(a)$ y $P(b)$ son de signo opuesto, existe un número real c entre a y b tal que $P(c) = 0$. Existen ecuaciones polinomiales que tienen coeficientes enteros sin raíces racionales. Éstas pueden aproximarse a cualquier grado de exactitud mediante los procedimientos denominados; *método de aproximación de Newton*, *método de Horner* y *método de Graeffe* que se presentan en teorías de ecuaciones. Asimismo existe, un método gráfico de aproximar raíces de ecuaciones polinómicas, proceso que implica determinar los ceros de la función polinómica correspondiente mediante la aproximación de las intercepciones x de la gráfica de la función.

Una función racional como aquella que puede expresarse como el cociente de dos funciones polinómicas. Por lo tanto, si f y g son funciones polinómicas y S es la función definida

Cuadro N°3: OMR. Continuación.

Tecnología - Teoría

por $S(x) = f(x)/g(x)$, entonces, S es una función racional. El dominio de S es el conjunto de todos los números reales excepto los ceros de g .

- (i) **Definición:** Se dice que la recta $x=a$ es una **asíntota vertical** de la gráfica de la función f si al menos uno de los siguientes enunciados es verdadero:

$$f(x) \rightarrow +\infty$$

Conforme
 $x \rightarrow a^+$

(ii) $f(x) \rightarrow -\infty$ Conforme $x \rightarrow a^+$

(iii) $f(x) \rightarrow +\infty$ Conforme $x \rightarrow a^-$

(iv) $f(x) \rightarrow -\infty$ Conforme $x \rightarrow a^-$

Teorema 17: La gráfica de una función racional de la forma $f(x)/g(x)$ tendrá la línea $x=a$ como una asíntota vertical si $g(a)=0$ y $f(a) \neq 0$.
 Planteamiento; si

* $f(x) \rightarrow b^+$ significa que $f(x)$ se aproxima a b pasando por valores mayores que b .

* $f(x) \rightarrow b^-$ significa que $f(x)$ se aproxima a b pasando por valores menores que b .

* La notación $x \rightarrow +\infty$ indica que x crece sin límite; y $x \rightarrow -\infty$ significa que x decrece sin límite.

Entonces:

Se dice que la línea $y=b$ es una asíntota horizontal de la gráfica función f si al menos uno de los siguientes enunciados es verdadero:

(i) $f(x) \rightarrow b^+$ Conforme $x \rightarrow +\infty$

(ii) $f(x) \rightarrow b^+$ Conforme $x \rightarrow -\infty$

(iii) $f(x) \rightarrow b^-$ Conforme $x \rightarrow +\infty$

(iv) $f(x) \rightarrow b^-$ Conforme $x \rightarrow -\infty$

Teorema 18: La gráfica de una función racional de la forma $f(x)/g(x)$, donde $f(x)$ es un polinomio de grado n y $g(x)$ es un polinomio de grado m , tiene:

(i) El eje x como una asíntota horizontal si $n < m$;

(ii) La línea $y=c$, donde $c \neq 0$, como una asíntota horizontal si $n=m$;

(iii) Ninguna asíntota horizontal si $n > m$.

Una asíntota de una gráfica que no es horizontal ni vertical se denomina una asíntota oblicua. Para cualquier función racional de la forma $f(x)/g(x)$, donde el grado de $f(x)$, su gráfica tendrá una asíntota oblicua. Para determinar una asíntota oblicua en tal caso, se divide el polinomio del numerador entre el polinomio del denominador y se obtiene la suma de una función lineal y una función racional. A medida que $|x|$ crece sin límite, los valores de la función original se aproximan a los valores de función lineal. De modo que la asíntota oblicua es la gráfica de la función lineal.

4.2 Objetivo 2 y 3. Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente.

Para la realización de estos objetivos específicos, la investigación se apoya en el paradigma interpretativo, y al mismo tiempo, en los planteamientos de la TAD, ya que ésta propone como herramienta de análisis del saber enseñado; las categorías asociadas a los elementos praxeológicos y a los momentos didácticos. Para ello, se parte de la codificación y descripción de la información protocolar (IP), proveniente de la observación participante y de la entrevista semiestructurada, las cuales se encuentran adjuntos en los anexos (Ver anexo: E-1, E-2, E-3, E-4, E-5, E-6, E-7, E-8). Cabe resaltar, que éstos se muestran como parte de los criterios de confiabilidad y validez, específicamente, en la congruencia y credibilidad de la información, aunado a la pertinencia en el modo de recoger la información. Seguidamente, se muestra en lo sucesivo una tabla anexa, que contiene el proceso de categorización, que esta contenida por:

1. Dirección de las categorías; indica hacia donde están orientadas las categorías.
2. Categorías básicas; visto desde la TAD.
3. Propósito de las categorías; categorías preestablecidas por la TAD.
4. Pre-categorías; producto de la información protocolar (IP).
5. Categorías a estudiar; que son resultado de la relación entre la IP y la TAD.

Posteriormente a esto, se procede por cada informante clave (IC), a destacar: (a) Las respectivas triangulaciones de datos e interpretaciones a partir de las categorías configuradas en la tabla N°4, las observaciones, la entrevista y la OMR (Ver cuadro N°3). (b) Las características de la OM efectivamente enseñada y la OD correspondiente por cada informante clave (IC). Y por último, (c) Las respectivas caracterizaciones por cada IC.

4.2.1 Categorización.

Cuadro N°4. Proceso de Categorización.

Dirección de las Categorías.	Categorías Básicas	1. Propósito de la Categorías (Visto desde la TAD).	2. Pre-Categorías Producto de la información protocolar (IP)[.	3. Categorías a Estudiar (Relacionadas con la IP y la TAD).
Conocimiento matemático.	1. OM.	Objeto matemático; polinomio. 1.2 Elementos praxeológicos (Categorías preestablecidas por la TAD). Tareas. Técnicas. Tecnología-Teoría.	1.1.1 Presentación del objeto matemático; polinomio, en la actividad docente. 1.1.2 Construcción y evolución de la noción. 1.2.1 Tareas en torno a la noción. 1.2.2 Métodos de resolución. 1.2.3 Justificaciones matemáticas.	1.1.1.1 Definición de polinomio. 1.1.2.1 Referente epistemológico. 1.2.1.1 Tecnología-teoría. 1.2.2.1 Tipos de tareas. 1.2.3.1 Técnicas.
Cómo se estudia el conocimiento matemático.	2. OD.	2.1 Momentos didácticos (Categorías preestablecidas por la TAD). • MPE. • ME. • METT. • MTT. • MI. • MEV. 2.2 Secuencia de estudio.	2.1.1 Estrategia didáctica (Para el encuentro con la noción; polinomio). 2.1.2. Planificación de las clases. 2.1.3 Lenguaje lógico – discursivo y proceso de cuestionamiento 2.1.4 Práctica de los métodos de resolución. 2.1.5 Apoyo bibliográfico. 2.1.6 Reflexión de los elementos enseñados y de los que no. 2.2.1 Secuencia de estudio.	2.1.1.1 MPE 2.1.2.1 ME. 2.1.3.1 METT. 2.1.4.1 MTT. 2.1.5.1 MI. 2.1.6.1 MEV 2.2.1.1 Secuencia didáctica.

4.2.2 Triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la ICA.

En esta etapa de la investigación se procede a confrontar la información recogida entre la entrevista semiestructurada y las clases observadas a la informante clave A (Tres clases), aunado a la comparación constante con la OMR (Ver cuadro N°3). Además, cada confrontación e interpretación de las clases se desglosa por episodios; *la cual representa las secciones de cada clase a estudiar en esta investigación*. Asimismo, la selección de cada episodio se realizó tomando en consideración las líneas textuales más resaltantes de las clases, en relación a la OM y OD por cada informante clave. En este sentido, se procede a mostrar los aspectos mencionados:

Clase N° 1: *Episodio N° 1 de la ICA (Referido al inicio de la clase, primer encuentro con los elementos de un polinomio, partiendo de la noción; expresión algebraica).*

- 001 **ICA:** Nosotros la última vez que nos vimos, ¿Quedamos en qué? ¿Les mandé hacer qué cosa?
- 002 **Estudiantes:** Una investigación.
- 003 **ICA:** ¿Esta investigación, era referente a qué?
- 004 **Estudiante:** Ah polinomio.
- 005 :
- 031 **ICA:** Ajá, fíjense una cosa, de los tres conceptos que leyeron los compañeros, no están malos, están buenos, no es necesario que ustedes se lo aprendan de forma memorística, ¿Por qué? Porque por ahora interesa saber las características que posee una expresión algebraica, ya que cuenta con letras, las cuales poseen un nombre
- 032 ¿Ese nombre era cuál? ¿Las letras?
- 033 **Estudiante:** Variables.
- 035 **ICA:** Variables, las variables, que en este caso, es “*m*”, pero no siempre va a ser “*m*”, puede ser cualquier letra del abecedario. ¿Qué otra cosa tenemos?, los números y signos, pero a parte de eso, hay otros números, ¿Qué están en donde?
- 036 :
- 044 **ICA:** Ajá, quién me dice a mi, ¿Qué son los coeficientes? ¿Coeficientes?

045 ¿Qué son los coeficientes?
 :
 049 **Estudiantes:** No lo conseguimos.
 :
ICA: ... Ajá antes de explicar lo que es un polinomio, para eso mande a investigar
 050 lo que era una expresión algebraica, debemos recordar que una expresión
 algebraica, lo acabamos de ver, está conformada por números, letras y variable,
 051 aparte la variable ¿Está elevada a un?
 :
Estudiantes: Exponente.
 100 :
ICA: Ahora cuando estamos hablando de grado, ¿Qué es el grado? ¿Qué
 101 encontraron de grado? ¿Nadie?, veamos, primero que encontraron de polinomio,
 ¿Qué es un polinomio? ¿Qué es polinomio?

Interpretación: Este episodio muestra que el MPE, se da cuando los estudiantes deben investigar los puntos asignados en torno a los polinomios. Asimismo, la ICA apoyada en la investigación realizada por los alumnos, plantea preguntas, cuyas respuestas son inducidas por la misma e inconclusas por los estudiantes (Ej: 033, 034, 044, 045), creándose un ambiente donde se compila las respuestas que surgen durante la interacción (Ej: 049, 050, 051).

Sin embargo, no es suficiente que la ICA pregunte, puesto que, para que haya un ME debe haber una actividad de estudio. Es decir, planteamiento de tareas matemáticas que permitan una labor exploratoria por parte de los estudiantes, que en este caso no se genera. Aunado a esto, el estudio en este primer episodio gira alrededor de *saber identificar las características de una expresión algebraica*, para luego asociarlas a los elementos de un polinomio

Por ende, este último se estudia como un aspecto que carece de justificación tecnológica-teórica, al emplear el lenguaje natural con poca formalidad matemática durante el discurso, donde sólo se señala la posición que ocupan los elementos dentro de la expresión algebraica, obviando en su totalidad las propiedades a las que pueden

ser sometidos y el campo numérico al cual pertenecen (Ver cuadro N°3). Además, en este episodio no se presenta ningún tipo de tarea referida al cuestionamiento tecnológico-teórico, aspecto de relevancia que se considera en lo planteado en la OMR (Ver cuadro N°3), puesto que los tipos de tareas relativas a: Justificar las técnicas usadas, determinar el alcance de una técnica e interpretar resultados obtenidos invitan a los estudiantes a entrar en un contexto para cuestionar.

Dentro de este orden de ideas, durante la entrevista con la ICA, responde ante las siguientes preguntas lo siguiente, ¿Cuáles son las características más resaltantes de los polinomios?, “L22: *Primero, ah bueno, para mí la más resaltante, es que los exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales, esa. L24: Para mi si, esa es la más importante, si hay otra no lo se*”. ¿Cuál es el campo numérico al cual pertenecen los coeficientes y exponentes?, “L26: *Los exponentes a los naturales, pero los coeficientes no. Es e... el conjunto de los números reales. L28: No reales no, no, ¿Naturales también?... No si, claro que si, a los reales*”. ¿Con qué propósito la investigación?, “L117: *Porque es la que comúnmente uso... L119: Para reforzar o para recordar si estamos trabajando con polinomio, es importante que ellos recuerden que es una expresión algebraica*”.

En el párrafo anterior, se observa la falta de justificación y formalidad matemática, donde la actividad docente propuesta no invita a cuestionar las técnicas, ni mucho menos a justificar o validar con argumentos tecnológicos-teóricos la técnica usada. Asimismo, se nota la poca coherencia de orden lógico para la presentación de la noción y de sus elementos, puesto que se estudian los aspectos a medida que van saliendo los conceptos, sin integrarlos en algún momento. Siendo este último, un criterio de incompletitud de una OM.

Clase N° 1: Episodio N° 2 de la ICA (Alude a la mayor parte del desarrollo de la clase, donde se define polinomio y se estudian sus elementos).

007 **ICA:**... vamos a ver primero, ok, esta expresión: $3m^3+2m-4m^2-1$, que les acabo de
008 copiar aquí, me van a ir diciendo que características contiene esta expresión.
: :
020 **ICA:** El -4 y -1. Ajá, entonces fíjense una cosa, en esta expresión: $3m^3+2m-4m^2-1$,
tenemos signos; positivos y negativos, tenemos letras, en este caso., la “m” y luego
021 tenemos números. Todo estos elementos que tenemos aquí, conforman una expresión
algebraica, yo les mandé a investigar el concepto de expresión algebraica. A ver Iván,
022 ¿Qué consiguió sobre el concepto de expresión algebraica? ¿Qué es una expresión
algebraica?
023 **Estudiante:** Una expresión algebraica, es un conjunto cantidades y literales
relacionadas entre si por las operaciones aritméticas; suma, resta, multiplicación y
024 división.
: :
104 **ICA:** Entrando en el tema de los polinomios simplemente, vamos a definir los
polinomios como una expresión, ¿Qué cosa?
105 **Estudiantes:** Algebraica.
106 **ICA:** Algebraica, que está formada ¿Por quién?
107 **Estudiantes:** Números, signos y letras.
108 **ICA:** Números, signos, variables, ¿Y que otra cosa?... Exponentes. Por ejemplo,
denme un ejemplo de polinomio, cualquiera, ¿Qué es lo que debemos de recordar?
109 **Estudiante:** Que un polinomio esta conformado por signos, números, letras, variable y
110 exponentes.
: :
137 **ICA:** Los polinomios, como acabamos de repetir de expresión algebraica, ¿Qué cosa
son?, una expresión algebraica conformado por números, signos,
138 variables y exponentes. Ahora vamos a identificando los elementos de un polinomio.
Vamos primero con los coeficientes, ¿Cuáles son los coeficientes?, son todos aquellos
139 números que me acompañan aquí a la variable, ¿Cuáles son los coeficientes?

Interpretación: Este episodio permite observar como la ICA introduce la noción; polinomio en el MPE, a partir de expresión algebraica, como objeto matemático previo. Además el estudio se apoya persistentemente en los elementos aislados de un polinomio (Números, letras, entre otros), dejando de lado, las operaciones que se asocian en un polinomio (Adición y multiplicación), situación que se mantiene a pesar de que uno de los estudiantes lo menciona al leerlo textualmente de su cuaderno (Líneas: 023,024). En este sentido, también se observa la atomización constante de las ideas por parte de la ICA, porque a pesar, de que les pregunta a los

estudiantes insistentemente sobre expresión algebraica, polinomio y sus características, éste no da oportunidad de explorar en torno a las relaciones entre los elementos aislados y las operaciones que la caracterizan, las cuales son elementos teóricos de un polinomio que están presentes en la OMR (Ver cuadro N°3).

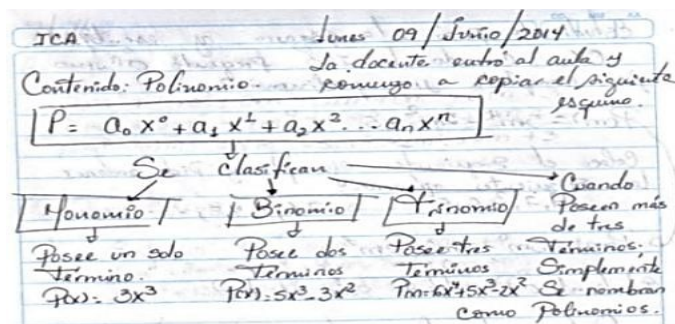
Por su parte, en la entrevista con la ICA responde ante las siguientes cuestiones lo siguiente, ¿Qué entiende por polinomio y como lo interpreta?, “L2: Es el con... L4: Ah una interpretación, yo creo que el polinomio, yo no se si, yo como que estoy confundida. L8: ¿Qué es un polinomio?, bueno es una expresión algebraica, es muy distinto a una, generalmente las personas tienden a confundir una expresión polinómica con un polinomio, no es lo mismo. L10: Si. Pero... yo se que no es lo mismo, pero o sea diferenciar cuando estoy trabajando con una función polinómica o lo que es en si un polinomio, si me cuesta... L16: O sea, obviamente el polinomio está dentro de la función polinómica, pero una diferencia... L20: No la sé”.

Siguiendo este mismo orden de ideas, se pregunta a la ICA, ¿Por qué te centras en los elementos aislados del polinomio (Signos, letras, entre otros) y no en la operación (Adición y multiplicación)?, la misma responde: “L131: ¿Por qué me centro? ¿Yo me centre ahí?, que horror. Bueno porque considero necesario, que, que ellos, o sea para poder, si la definición o el concepto me dice que es una expresión algebraica, yo tengo que entender primero que es una expresión algebraica, y una expresión algebraica contiene sus elementos por decirlo así de alguna manera. L135: No se”. En lo señalado, se observa una disponibilidad particular de lo matemático por parte de la ICA, disponibilidad que se centra en los detalles, donde se pierde de vista la totalidad, relación e integración de la noción.

Clase N° 2: Episodio N° 1 de la ICA (Relativo al inicio de la clase, primer encuentro con la denotación y clasificación de un polinomio, partiendo del repaso de la clase anterior).

- 001 Aja miren, para continuar con la clase pasada, fíjense aquí en este esquema, más o
 002 menos puedan visualizar de una manera más sencilla, pero antes, vamos a recordar
 : que es lo que vimos la clase pasada...
 : *[Entrando al nuevo estudio; denotación, clasificación y adición de polinomios, basado en el esquema presentado (Ver imagen N°1)].*
 031 **ICA:** Ajá, entonces debemos recordar que polinomio es una expresión algebraica,
 032 los polinomios siempre se van a representar con la letra “P”, pe mayúscula, ellos
 : poseen una clasificación, monomio, binomio, trinomio, el monomio ¿Qué me dice?
 :
 037 **ICA:** Cuando posee dos términos, por ejemplo, me dice, pe de equis es igual a,
 038 cinco equis a la tres menos tres equis elevado a la dos; $P(x) = 5x^3 - 3x^2$, ¿Qué me va a
 039 indicar a mi la cantidad de términos? ¿Cómo se yo cuántos términos posee? ¿Eso
 : me lo va a indicar quién? ¿Cómo cuento un término ($5x^3$), dos términos ($5x^3 - 3x^2$)?
 : ¿Quién me separa esta expresión; $P(x) = 5x^3 - 3x^2$?
 :
 043 **ICA:**... los signos me van a permitir determinar cuantos términos tiene un
 : polinomio...
 :
 212 **ICA:** Miren una cosa que se olvidó decirles, los exponentes de estos polinomios;
 : $5m^3, 2m^3$, ¿Cómo son?
 213 **Estudiantes:** Iguales.
 214 **ICA:** No, véanlo aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, esos números, ¿Cómo son?
 215 **Estudiantes:** Finitos.
 216 **ICA:** Por supuesto que son finitos, pero, ¿Qué signo poseen?
 217 **Estudiantes:** Positivos.
 218 **ICA:** Siempre los polinomios, sus exponentes deben pertenecer al conjunto de los
 219 números naturales, recuerdan, ¿Cuáles son los números naturales?

Imagen N°1: Esquema presentado por la ICA (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: En este episodio se observa como el MPE, se da a partir del bloque tecnológico-teórico, referido específicamente a la denotación y clasificación de los polinomios, al utilizar un esquema de presentación (Ver imagen N°1), donde el conocimiento se presenta acabado.

Es decir, ya hecho y sin posibilidad de reconstruirlo, donde en el proceso de estudio, en este caso, se genera partiendo de una especie de actividad de descubrimiento guiado basado en preguntas, cuyas respuestas implican sólo colocar uno o dos palabras (Ej: 039, 140), o muy bien preguntas, cuyas respuestas son de completación, genéricas o imprecisas (Ej: 212, 213, 214, 215). Asimismo, se observa la ausencia independencia de los objetos ostensivos, al indicar que: *“031:... los polinomios siempre se van a representar con la letra “P”, pe mayúscula...”*, aspecto que se contrapone con la OMR (Ver cuadro N°3).

Por otro lado, se evidencia el descontrol en la presentación de las características de un polinomio, puesto que, luego de presentar la teoría, completar y adicionar polinomios e incluso luego de recordar lo visto la clase anterior y señalar la definición, omite, una de las características más resaltantes en el estudio de los polinomios, que es el campo numérico al cual pertenecen los exponentes y coeficientes, por lo cual mucho después en la clase admite; *“212: Miren una cosa que se olvidó decirles... 218 y 219:... sus exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales...”*, sin considerar el campo numérico de los coeficientes. Sin embargo, en términos generales, se observa que las tareas que se observan hasta aquí, son tareas de memorización y repetición de algunos conceptos, que aunque mal formulados pareciera tener un carácter funcional (Ej: 039).

Por su parte, en la entrevista la ICA, señala ante la interrogante, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes en el estudio de los polinomios?, que: “L62: *Obviamente primero su definición...L70: Obviamente, reconocer cuáles son los elementos; sus coeficientes, grado del polinomio, la otra, identificar claro, primero, y segundo que generalmente la simbología que le dan a los polinomios...*”.

Sin embargo, en ningún momento señala la naturaleza de los coeficientes y exponentes. En este sentido, también se observa como la ICA va direccionando el estudio, de acuerdo a lo plasmado en el esquema y la investigación discutida en la clase N°1, como un recetario que no da posibilidad a plantear ningún proceso de cuestionamiento tecnológico–teórico.

Clase N° 2: Episodio N° 2 de la ICA (Referente al desarrollo y final de la clase, en torno a la adición de polinomios).

048	ICA: ... Entre las operaciones básicas de los polinomios, tenemos la adición y sustracción... Lo primero que ustedes deben de determinar, es que los términos deben
049	ser todos semejantes, ¿Qué son términos semejantes? ¿Qué recuerdan de eso?, para
050	que dos términos sean semejantes, ¿Qué debe pasar?
051	Estudiante: Debe tener mismo exponente.
061	:
062	ICA: ... Segundo, deben ordenar los polinomios, ¿De forma?, decreciente, es decir,
063	del mayor exponente al menor exponente. Luego lo vamos a ordenar de manera que
064	queden los términos semejantes uno debajo del otro y por último resolvemos la suma
065	algebraica. Ésta suma, ¿Me la va a indicar, quién?
066	Estudiante: Los signos.
067	ICA: Los signos. Ajá, pero antes de esto, yo les mandé a ustedes a investigar ¿Qué
068	hacer cuando un polinomio no está completo?...
069	Estudiante: Completarlo.
120	ICA: Completarlo, ¿Cómo lo completamos?
121	Estudiante: Con cero.
	:
	ICA: Y así sucesivamente, eso pasa aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, cuando vayamos a
	ordenar los polinomios, bien sea para la sustracción o la adición, debo de primero,
	ordenarlos de forma decreciente, que voy a tomar en cuenta yo, el exponente...

ICA: Ajá, vamos con suma. Ajá, sean los polinomios, $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, a mi me dicen, hallen ¿Qué cosa? ¿Qué operación hay aquí; $P(m)+Q(m)$?

Imagen N°2: Tarea presentada por la ICA (Obtenido de las notas de campo).

Sean los polinomios.

1) $P(m) + Q(m)$

$$P(m) = 7m^6 - 5m^3 + 4m^5 - 3$$

$$Q(m) = 8m^6 + 5m^5 - 2m^2 - 4m^4 + 6$$

$$R(m) = 10m^6 - 4m^3 + 8m^5 + 6m^4 - 3m^2$$

2) $Q(m) + R(m)$

$$Q(m) = 8m^6 + 5m^5 - 2m^2 - 4m^4 + 6$$

$$R(m) = 10m^6 - 4m^3 + 8m^5 + 6m^4 - 3m^2$$

3) $Q(m) + S(m)$

$$Q(m) = 8m^6 + 5m^5 - 2m^2 - 4m^4 + 6$$

$$S(m) = 3m^4 + 5m^3 - m$$

Interpretación: En este episodio, se evidencia como la ICA parte del MI, y al mismo tiempo del MTT, para abordar la tarea relativa a: Adicionar polinomios, donde ésta representa una sub-tarea de la OMR (Ver cuadro N°3), específicamente, del tipo de tarea: Resolver operaciones con polinomios. Es decir, que indica la manera de como operar con la noción a través de la adición, aunado a la práctica constante de la técnica indicada, sin posibilitar tareas que permitan la verificación, alcance, interpretación y justificación de la técnica a usar, y en consecuencia, se genera un estudio sin ningún tipo de cuestionamiento, donde se dirige toda la actividad, sin dar cabida al ME, para explorar otras técnicas, aspecto que se contrapone con lo planteado en la OMR (Ver cuadro N°3), ya que los aspectos señalados son indispensables para establecer procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico.

En este sentido, la ICA durante la entrevista, indica ante la cuestión, ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?, lo

siguiente: “L88: La que todo el mundo conoce. L90: La que explique, la normal. L92: ¿Qué nombre recibe?, adición de polinomios y sustracción. L98: Yo no le di nombre, yo solo les coloque los pasos para resolver la adición y sustracción de polinomios, y le enumeré los pasos. L100: ... no desconozco que tenga un nombre”.

En este sentido, la misma revela los pasos a seguir para operar. Es decir, lo que compete al bloque técnico, enfocado a la práctica, más al cuestionamiento. Sin embargo, dentro de su discurso, no presenta ninguna tecnología-teoría que sirva de respaldo para propiciar algún proceso de cuestionamiento, ya que esta viene dada en forma de receta, indicando los pasos a seguir.

Clase N° 3: Episodio N° 1 de la ICA (Concerniente al inicio de la clase, partiendo de un repaso de la clase anterior en torno a la adición de polinomios, para luego entrar a la función que cumple el signo menos, para sustraer polinomios).

001	ICA: ¿Que fue lo que vimos la clase pasada?
:	:
011	ICA: Ajá, lo único que debemos recordar, no porque me diga que sea una suma yo voy a sumar, eso me lo va a indicar, ¿Quién?
012	Estudiantes: Los signos.
013	ICA: Los signos, ajá, ¿Cuáles son los pasos que debemos de seguir para realizar una suma de polinomios?
:	:
024	ICA: Ajá, ahora vamos con la sustracción, fíjense, en el primer ejemplo, me están pidiendo que opere, ¿Con cuáles polinomios?
025	Estudiantes: Con pe de equis y eme de equis.
026	ICA: Con pe de equis y eme de equis, pe de equis menos, eme de equis. Ajá, y entonces, ¿Qué es lo primero que debemos hacer?
027	Estudiantes: Ordenar.
:	:
052	ICA: Ajá, este es pe de equis; $P(x) = 4x^5 - 0x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 2x - 3$. Ahora fíjense aquí; $P(x) - M(x)$, a mi me están diciendo que lo reste, ¿Con quién?
053	Estudiantes: Con eme de equis $M(x)$.
054	ICA: Con eme de equis $M(x)$, este signo menos que tengo aquí; $P(x) - M(x)$, delante de este polinomio $M(x)$, me va afectar a mi a todo este polinomio. No se si ustedes

055 recuerdan cuando tienen una eliminación de signos de agrupación, por ejemplo que
 056 tengan; menos, tres y menos dos $-(3-2)$ [, ¿Cómo hacemos para eliminar este
 paréntesis ahí? ¿Qué debo de hacer para eliminar ese paréntesis?

Interpretación: En este episodio se evidencia como predomina el MI desde el inicio del estudio, donde la ICA crea un contexto basado en hacer recordar a los estudiantes el procedimiento indicado en la clase anterior para adicionar y sustraer polinomios (Ej: 001, 011). Recordatorio basado no precisamente en actividades matemáticas, sino en el planteamiento consecutivo de preguntas, donde éstas junto a las respuestas siempre están direccionadas al bloque técnico, es decir, como operar (Ej: 013, 024, 025, 026, 027).

Por lo tanto, no hay tecnología-teoría de respaldo que propicie cuestionamientos durante este episodio. Posteriormente, se genera el MPE con una nueva tarea relativa a: Sustraer polinomios, la cual es una de la sub-tarea de la OMR (Ver cuadro N°3), específicamente, pertenece al tipo de tarea: Resolver operaciones con polinomios.

Asimismo, se observa un intento para entrar al ME donde se plantea la tarea problemática siguiente]Tarea explicitada por la investigadora, en base a los datos empíricos (Ej: 054, 055, 056), para concentrar la idea a interpretar[: *Si piden restar los polinomios $P(x)-M(x)$, y se tiene el signo menos delante del polinomio eme de equis " $M(x)$ ", donde ese menos afecta a todo el polinomio eme de equis, ¿Cómo eliminar ese menos?, por ejemplo, si se tiene menos tres y menos dos $-(3-2)$ [, ¿Qué debo de hacer para eliminar ese paréntesis?*, en este sentido, la ICA se basa en el ámbito matemático de la aritmética, donde el estudio dirigido por la ICA, toma un tono forzado, al plantear preguntas disfrazadas, que vienen a ser indicativos que

inducen a los estudiantes a dar con la respuesta, no dando oportunidad de cuestionar, de evaluar y de justificar matemáticamente los elementos involucrados.

Por su parte, en la entrevista con la ICA indica ante la siguiente cuestión, ¿Por qué realizas la mayoría de las preguntas en clase en base al esquema presentado o a investigación asignada?: “L125: Ah, porque bueno, nunca está demás, o sea, si generalmente tu trabajas, tu te estas guiando por un libro equis, equis bibliografía, y así yo le de los conceptos, las definiciones, la parte que yo considere que se tenga que dar, siempre considero necesario que tu mandes a investigar, escuchar como que otras, no se si otras maneras, o quizás para completar, lo que yo diga, el estudiante consiga lo que yo haya omitido y que a lo mejor sea importante y yo no lo diga. Sino que como para hacer una comparación, que quizás este algo que yo de, esté expresado en otras palabras en el libro sea igual, distinto o quizás varié”.

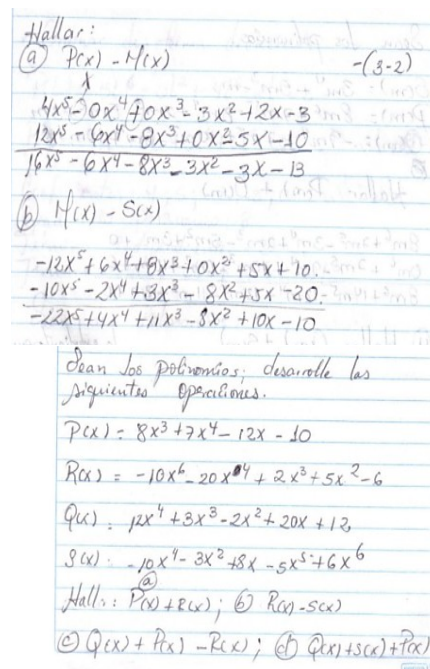
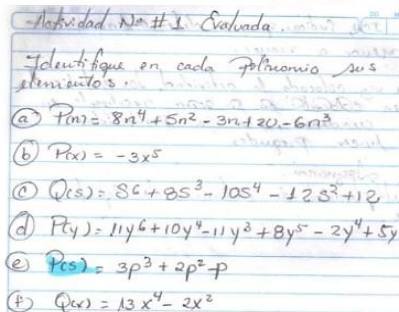
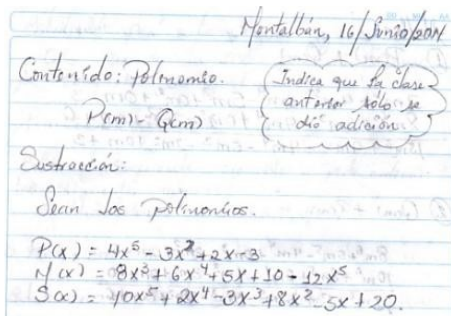
En este sentido, a pesar de que la ICA justifica su proceder indicando que las preguntas que realiza, es para comparar lo que investigaron los estudiantes con los conocimientos aportados por la misma, en ningún momento, se observa la posibilidad de que los estudiantes establezcan comparaciones, puesto que éstas son dirigidas, atomizadas y llevadas a cabo por la ICA durante todo el estudio.

Clase N° 3: Episodio N° 2 de la ICA (Alusivo al desarrollo y final de la clase, en donde el estudio se enfrasca en determinar la propiedad aplicable a la resta de polinomios, por ejemplo: $JP(x)-M(x)$ y la práctica de ésta en dicha operación).

- 101 ICA: Pero este signo menos que está ahí: $J-(3-2)$, ¿Qué función cumple fuera del paréntesis?
102 Estudiantes:

- 103 **ICA:** Ustedes recuerdan la propiedad distributiva.
- 104 **Estudiantes:** No.
- 107 **ICA:** A juro para yo poder resolver, debo eliminar ese signo fuera del paréntesis, ese
- 108 signo menos me afecta a mi todo lo que está dentro del paréntesis, porque me está
- 109 **Estudiante:** La multiplicación.
- 110 **ICA:** La multiplicación, yo debo hacer esa propiedad para poder eliminar, ¿Qué
- 111 cosa?, esos paréntesis. ¿Qué voy a multiplicar?
- 112 **Estudiantes:** Los signos.
- 121 **ICA:** Por el signo menos, esto me va a indicar, ¿Qué cosa?, que todo el polinomio
- 122 eme de equis $M(x)$, va a cambiar de signo, es decir, lo que este positivo va a pasar a,
- 123 ¿Qué?
- 124 **Estudiantes:** Negativo.
- 125 **ICA:** A negativo, y lo que este negativo pasa a positivo. Empiezo a ordenar de una
- 142 vez y cambio el signo, ordeno entonces eme de equis $M(x)$, ¿Cómo queda?
- 158 **ICA:**... luego resuelvo tal cual como como lo hacíamos en la adición, no porque me
- 159 diga resta, yo voy a restar, voy a tomar en cuenta, ¿Qué cosa?, los signos...
- ICA:... y más nada. Lo único que cambia es, que al otro polinomio le vamos a cambiar los signos; si esta positivo, negativo, y si esta negativo, positivo, pero de resto es el mismo procedimiento.

Imagen N°3: Actividad a evaluar por la ICA (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: En este episodio se observa como la ICA durante la mayor parte del estudio, transmite los pasos para operar, como especie de receta, contenida de consecutivas indicaciones. Es decir, apoyada siempre en el bloque técnico, en donde, en ningún momento se parte de algún problema en particular (Ej: 107, 108, 109, 110, 121, 124, 142). Aunado a esto, se evidencia lo inapropiado del lenguaje utilizado en las preguntas, ya que en vista de la ausencia de respuestas se ve obligada a mencionar el elemento tecnológico-teórico (Propiedad distributiva) que avala la técnica para sustraer polinomios y de una vez entrar al MI, donde indica como se va a resolver la sustracción (Ej: 101, 103, 108, 110, 121, 122, 142).

Por su parte, la interpretación del procedimiento de solución de $J(3-2)$, vía propiedad distributiva, no es única en éste caso, pero lo es, por ejemplo para el polinomio: $R(x) = -(3x^2 - 5x)$. En este sentido, situaciones como las descritas por la informante en torno a intentar cuestionar de acuerdo a $J(3-2)$, en vez de $P(x) = -(3x^2 - 5x)$, van perdiendo sentido, por la mal formulación de las preguntas, aunado a escasa especificación del contexto matemático a abordar, de la tarea a presentar, así como también, los elementos de un tipo de problema a considerar, según la OMR (Ver cuadro N°3).

En este sentido, durante la entrevista con la ICA responde ante la cuestión, ¿Cuáles son las tareas didácticas que te planteas cuando te dispones a planificar las clases en torno a los polinomios?: “L127: *La resolución de ejercicios, pasar a la pizarra, seria una tarea, identificar los elementos de los polinomios. L129: Bueno, primero la investigación, luego viene obviamente la explicación de eso que mande a investigar, luego viene, los planteamientos de ejercicios para que haya interacción docente-alumno, y luego obviamente formulación de ejercicios*”. Es decir, que la

ICA, justifica su actividad docente alrededor del MI, para extraer mayor provecho del estudio durante el MTT, pero momento caracterizado por la práctica de la técnica más no en la justificación de la misma.

4.2.3 Estructuración de las características de la OM enseñada y la OD correspondiente en torno a los polinomios: ICA.

En este punto de la investigación, se muestra los resultados obtenidos en torno a los objetivos N°: 3 y 4, relacionados con: *Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente*, presentada por la ICA. Para ello, se muestra cuatro cuadros anexos, en donde, dos de ellos destacan las características de la OM y OD puesta en juego por la ICA, donde se explica detalladamente la OM estudiada y cómo se desarrolló la OD, mientras que en los otros dos, se destaca la caracterización de la OM y OD presentada por la ICA.

Tales características y caracterizaciones, se estructuraron tomando en consideración los aspectos de la TAD en cuanto a OM y OD, por ejemplo:

- **OM:** *Referido al conocimiento matemático, los polinomios. De acuerdo a los elementos praxeológicos; tareas, técnicas, tecnología y teoría, las cuales son categorías preestablecidas por la TAD (Ver cuadro N°4).*
- **OD:** *Relativo a cómo se estudió el conocimiento matemático, los polinomios. MPE, ME, METT, MTT, MI, MEV (Ver cuadro N°4), categorías preestablecidas por la TAD en torno a los Momentos Didácticos.*

Tabla N°11: OM efectivamente enseñada de la ICA.

Período (Fechas de las clases dadas)	Tipo de tarea [Las planteadas en la OMR (Ver tabla N°9)]	Elementos praxeológicos		
		Tareas	Técnicas	Tecnología - teoría
Clase N°1 2/Junio/2014	Construir polinomios, por la vía de las expresiones algebraicas.	* ¿Cuáles son las características de una expresión algebraica? *¿Cuáles son los elementos de un polinomio?	Definición de polinomio, basado en un lenguaje natural y en elementos aislados.	La definición y elementos de un polinomio, se presentan como elementos ostensivos que carecen en su totalidad de justificación matemática, asimismo, el discurso tecnológico – teórico usado, está basado en elementos aislados alrededor de la noción (Ver anexo G-1).
Clase N°2 9/Junio/2014		*Clasificar los polinomios *Identificar los elementos de un polinomio. *Adicionar polinomios.	Definición y clasificación de polinomio, basado en un lenguaje natural y en elementos aislados en torno a la noción.	Carencia de elementos tecnológicos–teóricos, puesto que se evidencia una falta de coherencia constante en el lenguaje usado, es decir, descoordinación en lo que se refiere al bloque lógico– discursivo (Ver anexo G-2).
Clase N°3 16/Junio/2014	Realizar operaciones con polinomios.	*Adicionar polinomios. *Sustraer polinomios.	*Agrupando términos semejantes (TS). *Agrupando TS empleando el aditivo inverso.	A pesar de que se explica la técnica a usar, ésta carece de justificación y explicación coherente, ya que, en el discurso no se evidencia argumentos formales que permita especificar la teoría matemática en torno a la noción (Ver anexo G-3).

Cuadro N°5: Características de la OM en torno a los polinomios presentada por la ICA.

Cuadro N°6: Característica de la OD correspondiente a los polinomios presentada por la ICA.

Clase N°1		Clase N°2	Clase N°3
MD			
MPE	Se da a partir del encuentro con el bloque tecnológico-teórico ya construido y acabado, al asignar con anterioridad una investigación de la teoría a enseñar. En este sentido, el este MPE se genera al momento de la búsqueda por parte de los estudiantes de los elementos a investigar (Ver anexo G-4).	Igualmente el MPE se da a partir del encuentro con el bloque tecnológico-teórico ya construido y acabado, donde se presenta la teoría (<i>Forma general de un polinomio, la clasificación y los pasos para adicionar polinomios</i>), a través de un esquema escrito en la pizarra (Ver imagen N°1), aunado al recordatorio de la clase anterior (Ver anexo G-5).	Del mismo modo el MPE se da a partir del encuentro con el bloque tecnológico-teórico al recordar lo visto la clase anterior (Ver anexo G-6).
ME	Ausente, puesto que no hay evidencia para la constitución de una técnica de resolución, asimismo, a pesar de plantear preguntas, éstas contienen indicativos que inducen a los estudiantes a dar con las respuestas, estudio atomizado y dirigido por la ICA basado en una investigación pre-asignada (Ver anexo G-4).	Ausente, puesto que no se observan elementos para la constitución de una técnica de resolución durante el estudio, ya que la única técnica estudiada, la indica la ICA, señalando los pasos a seguir para adicionar polinomios (Ver anexo G-5).	Ausente, puesto que no hay evidencia para la constitución de una técnica de resolución (Ver anexo G-6).
METT	Momento que no existe en esta clase, ya que no se elabora tareas que propicien el cuestionamiento o la reconstrucción de justificaciones matemáticas sólo se transmite el bloque tecnológico-teórico ya acabado, a través de la definición (Ver anexo G-4).	Ausente, puesto que no hay actividades matemáticas que permitan cuestionar. Este MD se opaca cuando la ICA muestra la teoría a través del esquema presentado en la pizarra (Ver imagen N°1), y a partir de allí, inicia la repetición constante de lo escrito en el esquema (Ver anexo G-5).	Ausente, porque a pesar de que indica los pasos para operar en la adición y sustracción de polinomios, no establece de forma explícita tareas para cuestionar sobre la implicación del signo menos para sustraer, sólo basándose en preguntas forzadas y en algunos casos mal formuladas no propicias para el cuestionamiento (Ver anexo G-6).
MTT	Este MD predomina a lo largo del estudio, donde la tarea estuvo dirigida a: <i>Identificar las características de una expresión algebraica y un polinomio</i> , por medio ejemplos apoyados netamente en el ámbito algebraico, donde la práctica de la tarea, se da bajo el proceso de memorización de las definiciones indicadas (Ver anexo G-4). A esto se suma, la ausencia de los procesos de justificación de la técnica.	MD predominante durante el estudio, ya que la ICA, una vez dada la técnica de resolución para la adición de polinomios, direcciona el estudio a la práctica constante de la técnica a usar, sin justificación alguna de la misma (Ver anexo G-5).	MD predominante durante el estudio, ya que la ICA una vez dada la técnica de resolución para la sustracción de polinomios, la misma direcciona el estudio hacia la práctica constante de la técnica a emplear, sin justificación de la misma (Ver anexo G-6).
MI	Al definir polinomio e indicar la manera de identificar los elementos de una expresión algebraica, donde la ICA las asocia a los elementos de un polinomio (Ver anexo G-4).	Al indicar la forma y clasificación de los polinomios, aunado a la forma de operar con polinomios a través de la adición (Ver anexo G-5).	Al indicar los pasos para la sustracción de polinomios (Ver anexo G-6).
MEV	Ausente, puesto que durante el estudio (Clase N°: 1,2,3), no hubo puestas en común entre docente y estudiantes sobre los aspectos estudiados, ni mucho menos integración de éstos.		
SECUENCIA DIDÁCTICA	A lo largo de las tres clases observadas se siguió la misma secuencia didáctica, cuya trayectoria fue la siguiente: El MPE se basa en la presentación del bloque tecnológico-teórico y el MI, con ausencia del ME y del METT, donde la mayor parte del estudio recae en el MTT, donde éste se enfoca a la práctica de la técnica más no en la justificación de la misma.		

4.2.3.2.1 Cuadro N°7: Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICA.

Categorías	Argumentación

OM: Conocimiento Matemático.	Elementos matemáticos. 1. Objeto Matemático;	Definición.	La ICA define polinomio a través del ámbito matemático algebraico, usando como noción previa; expresión algebraica, sin embargo, la ICA se refiere a ambos objetos como, “ <i>aquella que está conformada por números, letras y variables, donde la variable esta elevada a un exponente</i> ” (Ver anexo E-1, líneas 049,050,051), sin hacer alusión a las operaciones aritméticas (<i>Suma, resta, multiplicación y división</i>) presentes en una expresión algebraica que relacionan entre si, a todos los elementos mencionados (<i>Números, letras y variables</i>). A esto se suma, la presentación de éstos, como elementos aislados, sabiendo que en un polinomio estas operaciones vienen dadas por la
		reas. Tipos de tareas. Referencia.	Si de acuerdo con la historia de los polinomios anteriormente presentada, esta noción se construye gracias a la resolución de tareas tanto intra como extra matemáticas, aunado al apoyo secuencial a lo largo de la historia de los contextos: Aritméticos, geométricos, algebraicos y del análisis. Desde éste panorama, se observa que la ICA parte de lo contrario al desarrollo histórico de los polinomios, donde toma el saber final y lo entrega a los estudiantes, es decir, un saber acabado e institucionalizado, donde la misma admite, que lo presenta de esa manera por desconocimiento de la parte histórica (Ver anexo F-1. líneas: L30 hasta L20. v. L164 hasta L167). Por ende. Aunque el estudio que presenta la ICA, trata de abordar dos tipos de tareas relacionadas según la OMR (Ver cuadro N°3): <i>Construir polinomios y realizar operaciones con polinomios; adición y sustracción</i> . La misma, sólo presenta una única técnica de resolución para cada tipo de tarea que se estudia, dejando un conjunto de propiedades matemáticas aisladas sin formalidad y justificación alguna, a pesar de que intenta en la mayoría de los casos preservar la independencia de los objetos ostensivos, la misma no lo hace al momento de denotar y representar un polinomio (Ver anexo E-2, líneas 031, 032). En este sentido, se considera que la OM estudiada por la ICA es

4.2.3.2 Cuadro N°8: Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICA.

OD: Cómo se estudia el	Categorías		Argumentación	
	1. Momentos Didácticos.			
		• MPE. • ME. • METT. • MTT. • MI. • MEV.	1. Ausencia del ME, no se presenta ningún problema en particular ya sea intra o extra matemático, que propicie la constitución de una técnica de resolución (<i>Por ejemplo, ver anexo G-4, líneas: 001,003, 005, 007, 021,031, 049, 052, 053, 055, 057, 100, 104, 106, 108, 138. Ver anexo G-5, líneas: 001, 002, 031, 032, 048, 058, 061, 065, 177, 229, 265, 315, 400. Ver anexo G-6, líneas: 001, 003, 007, 024, 052, 062, 101, 103, 107, 110, 142, 159, 161, 163).</i> 2. Se informa casi de inmediato, una única técnica de resolución para cada tipo de tarea que presenta, basado en conceptos e indicaciones a seguir, donde el requisito indispensable es la memorización o simplemente revisar el cuaderno (<i>Por ejemplo, ver anexo G-4, líneas: 005, 007, 008, 010, 012, 031, 049, 052, 053, 055, 057, 100, 104, 106, 108, 138. Ver anexo G-5, líneas: 001, 031, 032, 048, 058, 061, 065, 177, 229, 265, 315, 400. Anexo G-6, líneas: 001, 007, 024, 052, 066, 101, 103, 107, 110, 142).</i> 3. Predominio del MTT, pero enfocado a la práctica de la técnica, más no al cuestionamiento de la misma (<i>Por ejemplo, ver anexo G-4, líneas: 049, 052, 055, 057, 100, 104, 106, 108, 138. Ver anexo G-5, líneas: 065, 229, 265, 315, 400. Ver anexo G-6, líneas: 024, 052, 103, 107, 110,</i>	

conocimiento matemático.			142, 161, 162, 163) - No se propicia en ningún momento puestas en común de los elementos estudiados, de su integración, así como también, de su justificación (<i>Por ejemplo, ver anexo E-1, E-2 y E-3, las líneas de cierre</i>). - Ausencia de cuestionamiento tecnológico-teórico (Ver anexos: G-4, G-5, G-6). - El MPE se da en todas las clases a partir del bloque tecnológico-teórico, ante un conocimiento ya construido (Ver anexos: G-4, G-5, G-6).
	2. Secuencia de Estudio.	• Secuencia Didáctica.	El proceso de estudio de las clases N° 1, 2 y 3, presentada por la ICA, siguieron una secuencia didáctica que giró en torno al bloque tecnológico-teórico durante el MPE, el cual es paralelo con el MI, seguido del MTT, pero éste enfocado a la práctica de la técnica a usar sin justificación de la misma, con ausencia del ME, METT y el MEV. Es decir, se indica la teoría y la manera de resolver, para luego practicar insistentemente en la técnica a usar (<i>Ver cuadro N°6</i>).

4.2.4 Triangulación de datos e interpretación de la información recogida de la ICB.

En esta etapa de la investigación se procede a confrontar la información recogida entre la entrevista semiestructurada y las clases observadas a la informante clave B (Seis clases impartidas), aunado a la comparación constante con la OMR (Ver cuadro N°3). Además, cada confrontación e interpretación de las clases se desglosa por episodios; *la cual representa las secciones de cada clase a estudiar en esta investigación*. En este sentido, se procede a mostrar los aspectos mencionados:

Clase N° 1: Episodio N° 1 de la ICB (*Referido al inicio de la clase, primer encuentro con la definición de polinomio, partiendo de una legitimidad funcional*).

001	ICB: ¡Ok fíjense!, todo lo que vemos en matemáticas es importante. ¡Ok!. Aunque
002	ustedes no le ven alguna importancia cuando ustedes hacen los ejercicios, pero de
003	alguna u otra manera tiene algún significado. De alguna u otra manera tiene una
004	importancia dentro de nuestra vida cotidiana. ¡Ok!. En este caso, vamos a hablar de
005	los polinomios, ¡Ok!, que aunque quizás lo hayan escuchado por aquí, Aular y
006	Maikol, la otra vez me estaban comentando ¿Profe cuando vamos a ver polinomios?
007	Que la ya lo estudie con mi profesor que me da clase aparte, en mi tutoriales de
008	matemáticas. Bueno, para comenzar con los polinomios, ¡ok, fíjense!, los
009	polinomios son tan importantes en la vida diaria, que hasta para planificar nuestros
010	gastos, que hasta para planificar nuestros gastos, es importante, y lo podemos usar.
011	Pero bueno, aquí vamos a conocer que son los polinomios y vamos hacer unas
	operaciones con ellos, e incluso vamos a llegar a hablar de productos notables,
	vamos hablar de factorización, ¡Ok!, con lo que es los polinomios, para empezar.
	ICB: Les dije la importancia de los polinomios en la vida diaria, ok, y les dije
	también, que íbamos a definir, íbamos a conocer, incluso íbamos hacer operaciones
	con polinomios. ¡Ok!. Entonces, para comenzar a conocer que es un polinomio,
	vamos a continuar con su definición: Un polinomio es un conjunto de términos,
	donde los exponentes, donde los exponentes de las variables son números, me faltó
	naturales, son números naturales y los elementos que los acompañan a las variables
	son números racionales...

Interpretación: En este episodio predomina el MPE, donde la ICB pretende darle al estudio una legitimidad funcional, basado en generalizaciones sin actividades

matemáticas concretas como evidencia (Ej: 005, 006, 007, 008, 009). A esto se suma, la definición de polinomio incorrecta presentada por la ICB (Ej: 010, 011), donde específicamente, la indica como: *Un conjunto de términos*, entonces cabría preguntarse lo siguiente, *¿Este conjunto de términos $\{\dots x^2, 3x^3, -x^6\dots\}$, es un polinomio?*. Siguiendo este orden de ideas, también se observa un lenguaje confuso, repetitivo, impreciso y ambiguo (Ej: 003, 0004, 005, 006, 010, 011).

Asimismo, se define polinomio, *“como un conjunto de términos, donde los exponentes de las variables son números naturales y los elementos que los acompañan a las variables son números racionales”*. Es decir, una definición basada en función de la noción de términos, donde no se especifica en que consiste un término, usando la palabra variable sin aparente relación con el término.

Por ende, pareciera que es sabido que un término contiene o esta formado por variables y elementos que acompañan a la variable, pero no dice cuál es la estructura del término, entonces *¿Cómo se da o en qué consiste ese acompañamiento?*, si de acuerdo con la OMR (Ver cuadro N°3), ese acompañamiento viene definido por la operación de multiplicación, donde se puede verificar los axiomas de la estructura de anillo (Es decir, las propiedades aplicables).

Por su parte, en la entrevista, la ICB indica ante las siguientes cuestiones, *¿Qué entiendes por polinomio?*, “L2: *E..., polinomio es una expresión, en donde... los coeficientes son números racionales... y la variable tiene que estar elevado a un número natural*”. *¿Cómo interpretas los polinomios?*, “L4: *E..., me agarraste fuera de base, e... así relacionándolo con la vida diaria no te lo sabría decir, pero sería como... este... ¿No podríamos pasar a la siguiente pregunta?*”. *¿Por cuál vía*

introdujiste la noción de polinomio?, “L6:... di varios ejemplos, en donde los polinomios podrían ser usados en la vida diaria tanto para problemas de la estadística, problemas económicos, les di una serie de ejemplos pues, donde les fui desglosando lo que eran los polinomios, como podíamos hacer operaciones y eso”.

En lo señalado, se observa como la ICB al definir polinomio en la entrevista, habla de “expresión” en lugar de término, *¿Acaso el término es equivalente a expresión?*, situaciones como éstas, permiten observar las inconsistencias y poca coherencia en el lenguaje lógico discurso usado en las actividades docentes.

Clase N° 1: Episodio N° 2 de la ICB (Alude a la mayor parte de la clase en cuánto a desarrollo y cierre, donde se define polinomio y se estudian sus elementos).

103 ICB:... derivamos las siguientes observaciones, voy a dictarles, en un polinomio, ok,
104 estas observaciones se delimitan en estos que.... Si una expresión de un polinomio o
podemos reconocer que una expresión no es polinomio, ok, si en ninguna de las
105 variables debe aparecer en el denominador. ¡Ok!. Otra también, sería, ni con
exponentes negativos, ni dentro de una raíz y ni tampoco entre barras indicando valor
106 absoluto...
:
146 ICB: ¡Ok! Ahora vamos a definir los elementos de un polinomio. Primero, los
términos; son cada uno de los sumandos del polinomio. Por ejemplo: $2x^3+5x^2-8$, el
147 polinomio tienen tres sumandos... Segundo, los coeficientes; son los números que
148 acompañan las variables. Por ejemplo; $2x^3-5x^2-8$, los números que acompañan a las
variables, a la “x”, el 2 y -5 son coeficientes del polinomio...
:
167 ICB: ¡Ok, fíjense! Este numerito que no es coeficiente en estas expresiones, es lo que
llamamos; término independiente... es el que no va acompañado de la variable, por
ejemplo; $2x^3-5x^2-8$... en este polinomio: ¿Cuál es el término independiente?
:
175 ICB: Es el que no está acompañando a una variable, ok. Si tiene algo, el -8.
:
182 ICB: Ahora conoceremos, cual es el grado del polinomio...
:
186 ICB: Es el mayor exponente, al cual, está elevado la variable, cuyo coeficiente... sea

distinto de cero. Fíjense ahora, esas palabras que estamos involucrando, ok, ya
187 estamos hablando de coeficiente, ya no estamos hablando de números, ok, ya estamos
hablando de variable como tal, ok, ya estamos buscando otros términos o otros
188 elementos del polinomio. ¿Estamos de acuerdo?...

Imagen N°4: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

Observaciones planteadas por el docente

En un polinomio:

- Ninguna de las variables debe aparecer en el denominador.
- Ni con exponentes negativos.
- Ni dentro de una raíz.
- Ni entre barras, indicando valor absoluto.

Imagen N°5: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

Elementos de un polinomio

1.- Los términos: Son cada una de las sumandos del polinomio.

Por ejemplo: $2x^3 + 5x^2 - 8$ (El polinomio tiene 3 términos).

Nota: Se entiende la "x" como variable. Se explica y se interpreta como variable e incógnita, referido a

3.- Término independiente del polinomio: Es el número que no va acompañado de una variable.

Por ejemplo:

El término independiente del polinomio $2x^3 - 5x^2 - 8$ es -8 .

Compararlo con las variables de las ecuaciones.

Ejemplo: $2y^2 - 4y$ (El número de términos del polinomio es 2).

2. Los coeficientes: Son los números que acompañan las variables.

a) Por ejemplo: $2x^3 - 5x^2 - 8$

El 2, -5 son coeficientes del polinomio anterior.

4.- Grado del polinomio: Es el mayor exponente, al cual está elevado la variable, cuyo coeficiente sea distinto de cero.

Por ejemplo; En el polinomio $-2y^2 + 2y - 8$ es de grado 2.

Interpretación: En este episodio predomina el bloque tecnológico-teórico, junto al MI, donde se indican algunas observaciones en torno a las características de los polinomios (Ver imagen N°4) y las definiciones de los elementos que en ella se conjugan. Aunado a esto, cabe destacar lo siguiente, si el término “variable” es propio de las funciones, en este caso, de la noción; función polinómica, la ICB sin embargo,

en ningún momento hace referencia a la función, aún cuando se pretende distinguir entre polinomio y función polinómica (Ej: 186, 187, 188).

Por su parte, aunque las tareas presentadas por la ICB, son relativas a: *Identificar un polinomio y sus elementos*, éstas pertenecen al tipo de tarea: *Construir polinomios* desde la vía axiomática, según la OMR (Ver cuadro N°3), no obstante, éstas tareas estudiadas no generaron ningún proceso de cuestionamiento técnico, ni tecnológico-teórico, donde la simplicidad y formulación en detalle de las tareas, hacen que el estudio pierda sentido, puesto que en ningún momento se integra los aspectos que se estudian.

Por su parte, durante la entrevista realizada a la ICB, responde ante la cuestiones planteadas, lo siguiente, ¿Cuál es la diferencia entre función polinómica y polinomio?, “L149: *Una función debe cumplir que la asignación que yo le doy... Ahí ya va... ah no, o sea, una función como tal, o sea, está conformada por una relación, pero debe tener unas condiciones, la condición es que la relación que tenga un determinado grupo o conjunto de números, de objetos, de cosas tiene que tener una única relación con otro conjunto de números, de los que se relacione, creo que la definición sería*”.

Asimismo, continuo diciendo, “L152: *La diferencia, como tal, es que e.... yo le voy a asignar un valor a la función como tal y va a tener una única relación, porque recuerda que el dominio de toda esa función es todo erre y el rango también es todo erre. ¿Pero cuál es la diferencia?*, “L154: *Ah no se*”.

Por ende, si estas son las repuestas que se manejan, las cuales son confusas, incorrectas y ambiguas, entonces, ¿Cómo se pretende estudiarlas con los estudiantes,

con que base?, si no hay tecnología y una teoría clara en la institución docente que sirva de respaldo durante el estudio.

Clase N° 2: Episodio N° 1 de la ICB (Relativo al inicio de la clase, primer encuentro con la denotación formal de una función polinómica y sus elementos, partiendo del repaso de la clase anterior).

006 ICB: Ok, un polinomio lo definimos, yo creo de una manera más clara, y dijimos que
007 un polinomio es una expresión, donde el número que va acompañando a la variable
008 era un número racional o un número entero, vamos a trabajar más que todo con
números enteros acá, ok, y donde el exponente, que es el número al cual, estaba
elevado la variable era, tenia que ser natural, sino cumplía con esas dos condiciones,
dijimos que la expresión no era polinomio, ok... ¿Qué ejemplos vimos ese día?
:
031 ICB: Luego seguimos con los elementos de un polinomio, hablamos de un término
independiente, hablamos de los términos del polinomio, hablamos que en un
032 polinomio, ok, cada uno de ellos por separados tiene un nombre y le damos una
definición, y dijimos, empezamos con los términos de un polinomio, y dijimos que
033 era cada uno de los sumandos del polinomio, ok...
:
169 ICB:... los polinomios también podemos representarlo mediante una función, una
función, vamos a hablar de números naturales acá... que relaciona cada uno de los
171 términos con otros, que también son números enteros, ok, y la podemos definir como
o viene definida por mediante un polinomio, ok... en donde esta partecita que esta
173 aquí en la variable: $P(x)$, ok, la cual depende esa función, ok... la vamos a llamar de
ahora en adelante con una letra mayúscula, ok, y esto que esta acá dentro del
174 paréntesis, es la variable de la cual depende este polinomio o esta función, ok.
:
182 ICB: Ahora bien, fíjense, viene expresada a través de una función de la siguiente
183 manera; $P(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$, ok, en donde menos cuatro, que son estos
numeritos que están aquí; a_n , a_2 , todos estos, ok, todos estos numeritos que están aquí,
184 ok, estos numeritos que están aquí, son los coeficientes del polinomio, ok, es decir, el
número que va acompañado de la variable, ok, mientras que este a_0 que esta aquí, es
185 el término independiente...
:
187 ICB:... El término o el coeficiente, el coeficiente, el cual esta acompañado de la
188 variable, es decir, a_2 es el término que está acompañando a la variable que está
elevado a la dos, a_1 el término que está acompañando a la variable que está elevado a
la uno, ok...

Imagen N°6: Resolución de ejemplos, la tarea asignada en la clase N°1 por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

1.- En la siguiente tabla coloca con una (x) la columna correspondiente según la expresión sea o no Polinomio

Expresión	Polinomio	No es polinomio
$3x^4 - 5x^2 + 5x^2 - 1$	x	
$2x^{-1} + 3x^{-2}$		x
$-6x^3 + 17x^2 + 1$	x	
$2\sqrt{x} + x^2 - 2$		x

1.- Los coeficientes del Polinomio son: 3, -5, 5
 2.- El grado del polinomio es: 4
 3.- El número de términos del polinomio es: 4
 4.- El término independiente es: -1

2.- Del ejercicio #1 toma las expresiones que son polinomios y responde:

a.) ¿Cuáles son los coeficientes del Polinomio?

b.) ¿Cuál es el grado del polinomio?

c.) ¿Cuál es el número de términos del polinomio?

d.) ¿Cuál es el término independiente del polinomio?

Imagen N°7: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

Función Polinómica: La función polinómica, viene de la raíz por un Polinomio.

De la siguiente manera: $P(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$

Donde, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ son los coeficientes del polinomio.

Mientras el a_0 es el término independiente.

Interpretación: Episodio donde se observa que el MPE se da apoyado en el bloque tecnológico-teórico, al recordar la teoría vista en la clase anterior (Ej: 006, 007, 008, 031, 032, 033), donde se observa lo inapropiado del discurso empleado por la ICB, ya que por ejemplo, al volver a destacar la definición de polinomio, lo hace en base a *expresión*, donde no se aclara en que consiste y cuales son sus características, mientras que en la clase anterior, presenta la definición de acuerdo a: *Un conjunto de términos* (Ej: 006, 007).

Es decir, que el discurso empleado por la ICB esta contenido inconsistencias, por un lado, en cuanto a la secuencia de los objetos matemáticos a estudiar y por el otro, por lo errores conceptuales que giran en torno a la noción. A esto se suma, un ambiente de duda creado por la ICB, al señalar que los coeficientes de un polinomio son racionales o un número entero, entonces cabe preguntarse, ¿Un entero no es

racional?, esta situación deja ver, como al tratar de solventar un problema para hacerlo más fácil a los estudiantes, se crea búmeran que acarrea más problemas en el aprendizaje.

Dentro de este contexto, las tareas que se presentan (Ej: 008 y ver imagen N°6), no posibilitan situaciones problemáticas que den cabida al proceso de cuestionar, ya sea alrededor de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico. En este sentido, el estudiante se ve obligado a sólo memorizar las características y definiciones en torno a los polinomios, dejando de lado un conjunto de propiedades aisladas.

Aunado a esto, la ICB no invita a: Justificar las técnicas usadas, determinar su alcance, ni mucho menos a interpretar resultados, luego de aplicada una técnica, tareas trascendentales para ampliar las OM estudiadas, las cuales conforma la OMR (Ver cuadro N°3).

Por otro lado, la ICB durante la entrevista, destaca antes las interrogantes planteadas lo siguiente, por ejemplo: ¿Cuáles son las tareas didácticas que te planteas cuando te dispones a planificar las clases en torno a los polinomios?, “L98: *¿Cuál es la tarea didáctica?... e...*”. Cuando hablamos de tareas son aquellas en este caso relacionadas en torno a los polinomios y en lo que respecta a didáctica cómo sería el proceso de estudio de esa tarea con los estudiantes: “L100: *Reforzar lo que ha dado ya, o sea, si yo por lo menos empecé dando una definición y les puse a reconocer que era un polinomio, expresión polinómica y todo eso, yo creo que esas tareas serian del reforzamiento del contenido que se esta dando, que eso lo hago siempre*”. ¿Es

decir, que las tareas didácticas están enfocadas a?, “L102: Reforzar lo visto en la clase anterior.

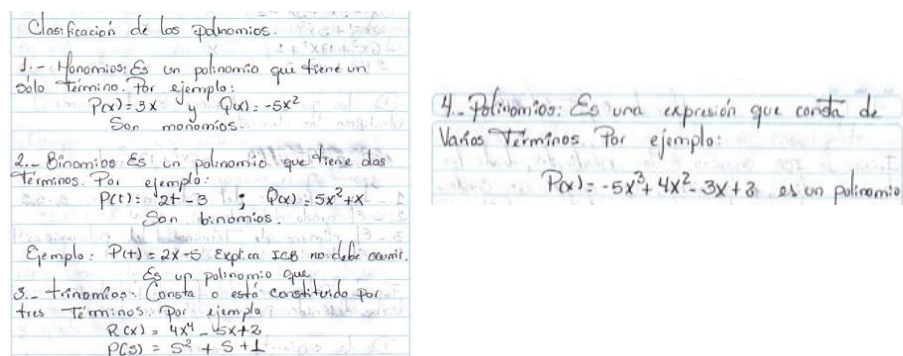
En el párrafo anterior, se observa como la ICB en su discurso, justifica su proceder como la forma en que comúnmente trabaja en el aula. Es decir, no presenta tareas problemáticas que permitan establecer cuestionamientos sobre las técnica a usar ni mucho menos la justificación de la misma, entonces ¿Qué se espera de los estudiantes?, cuando la institución docente no presenta tareas que propicien un estudio de OM más completas, sabiendo que presentan fuertes inconsistencias e incomprensión del objeto matemático a enseñar.

Clase N° 2: Episodio N° 2 de la ICB (Referente al desarrollo y final de la clase, en torno a la clasificación de los polinomios).

198	ICA: ... Monomio; es un polinomio, que tiene un solo término, repito, monomio, es
199	una expresión, es un polinomio, perdón que tiene un solo término, por ejemplo, por
200	ejemplo; $P(x)=3x$, y, $Q(x)= -5x^2$, fíjense, un monomio, es un polinomio, que tiene un
201	solo término, ok. Fíjense, recuerden que los términos, son los sumandos de una
202	expresión polinómica...
203	:
210	ICB: Un binomio, es un polinomio que tiene dos términos, por ejemplo; $P(t)=2t-3$;
211	$Q(x)= 5x^2+x$, es un polinomio que tiene dos términos.
212	Estudiante: Me confundo.
213	ICB: ¿Qué te confunde?
214	Estudiante: Ese poco de letras.
215	ICB: Este poco de letras, no, fíjate, es lo que dije al principio de la clase, el
216	polinomio que depende de la variable “t”, en este caso, es la variable equis en vez de
217	la variable “t”, ok, vuelve a cumplir la misma función, solamente que es la variable
218	equis, ok. Y aquí ve, como este, “Q” que depende de la variable equis, claro, tampoco
219	puedo poner “P” de “t” y copiar por ejemplo, y copiar dos equis menos cinco $P(t)=$
220	$2x-5$], ok, es una función polinómica que depende de la variable “t”, ok, no de la
221	variable equis, como tal, ¿Estamos de acuerdo?, si es “t” con “t”, equis con
222	
223	
224	
225	
226	
227	
228	
229	equis...
230	:
239	ICB: ... entonces voy a decir aquí que un polinomio dentro de la clasificación, que es
	una expresión que consta de varios términos, ok. Por ejemplo; $P(x)= -5x^3+4x^2-3x+2$,

240 es un polinomio, ok...

Imagen N°8: Clasificación de los polinomios escrito en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: Este episodio, permite observar como predomina el bloque tecnológico-teórico y el MI, donde se presenta la teoría y la técnica a usar, para la tarea problemática: *Clasificar polinomio*, la cual es una sub tarea, del tipo de tarea relativo a: *Construir polinomios* (De acuerdo con la OMR, Ver cuadro N°3), donde la ICB se apoya en la vía de las expresiones algebraicas, específicamente, en los términos de una expresión (Ej: 198, 199, 200, 201, 210).

Sin embargo, los estudiantes manifiestan dificultades de comprensión en torno a la tarea presentada (Ej: 210, 211, 212, 213), por lo tanto, ante tal situación (Ej: 210, 211, 212, 213), la ICB trata de aclarar el problema, causando una mayor incomprensión, dado por lo confuso del discurso empleado (Ej: 214, 215, 216, 217, 218, 219).

En este sentido, este tipo de problema podría estar generado por la ausencia de estructura o de organización en torno a la noción, ya que se observa en la presentación de los diferentes conceptos en forma aislada, sin ninguna relación lógica entre ellos. Por ende no puede hacer otra cosa que generar una gran confusión y una desarticulación completa de los elementos estudiados.

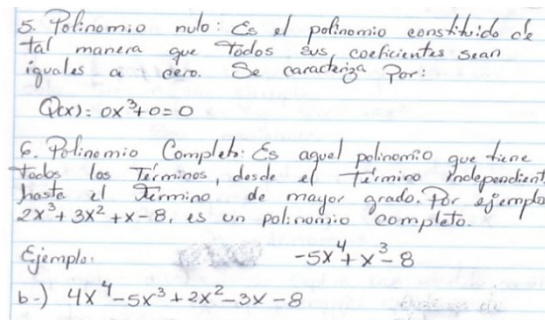
Por su parte, durante la entrevista, la ICB indica ante las cuestiones plantadas lo siguiente, por ejemplo, ¿Por qué la mayoría de las preguntas que realizas a los estudiantes las respondes inmediatamente?, “L96: *Si muchas veces, lo que pasa es que también a veces uno tiene una planificación y por lo general la idea de planificarse es que la clase avance en lo que más uno pueda, entonces si le damos a la larga, a veces los muchachos no, a ellos les gusta que uno les de las respuestas no, que uno les de las respuesta, aunque la idea es que ellos le den la respuesta a uno, pero yo creo que para avanzar muchas veces pues, en muchos casos, porque a veces diez minutos nos quedamos callados, entonces ellos diez minutos también se quedan callados...*”.

En este sentido, se observa como la ICB manifiesta que lo importante es avanzar en la teoría, en lo que sea posible, sin considerar tareas que propicien cuestionamiento alguno, ya sea alrededor de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico.

Clase N° 3: Episodio N° 1 de la ICB (Relacionado con el inicio de la clase, primer encuentro con los tipos de polinomios, partiendo del recordatorio de la clase anterior en torno a la clasificación de polinomios).

- 001 **ICB:** Ok, quedamos en la clasificación de los polinomios...
 :
Entrando al nuevo estudio; tipos de polinomios.
 006 **ICB:** Polinomio nulo, ok, es el polinomio constituido de tal manera que todos sus
 007 coeficientes, fíjense bien los términos que estamos usando, coeficientes, ¿Qué es un
 008 coeficiente?
 009 **Estudiante:** Es el que acompaña a la variable.
 010 **ICB:** Es el numerito entero que acompaña a la variable, ok, donde todos sus
 coeficientes son iguales a cero, caracterizado de esta manera o viene dado de esta
 manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, fíjense...
 :
 014 **ICB:** Cero, ok. Entonces, “Q”, el polinomio que llamamos en este caso “Q”, variable
 015 equis, que depende de la variable equis, este que está aquí expresado de esta manera;
 $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, es igual a cero...
 :
 020 **ICB:** Polinomio completo, dos puntos y seguido, es aquel polinomio, que tiene todos
 los términos... desde el término independiente... hasta el término de mayor grado.
 021 Por ejemplo; $2x^3 + 3x^2 + x - 8$, ok...

Imagen N°9: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: En este episodio se vuelve a observar, como la ICB se apoya en el bloque tecnológico-teórico para recordar la teoría vista en la clase pasada (Clasificación de polinomios. Ej: 001), donde el estudio se genera a partir de preguntas concretas cuyas respuestas son puntuales en base a la teoría dada en la clase anterior por la ICB.

Dentro de este contexto, no se explicita ninguna tarea problemática, donde la tarea didáctica estuvo referida a recordar, ¿Cómo se clasifican los polinomios?, la

cuál es una sub tarea del tipo de tarea: *Construir polinomio* (Ver cuadro N°3), la cual se apoya en la vía de las expresiones algebraicas.

Por su parte, una vez entrado al tema sobre los tipos de polinomios, destacando el polinomio nulo y polinomio completo, se presenta a los estudiantes a través del bloque tecnológico-teórico y el MI, las definiciones acabadas sin emplear alguna tarea problemática que propicie el ME y el METT (Ej: 006, 007, 008, 009, 010).

Al respecto la ICB, indica ante la siguiente cuestión, ¿Por qué te centras en los elementos aislados del polinomio (*Signo, letras, entre otros*), y no en la operación (*Suma, resta, multiplicación y división*)?, “L104: *Porque creo que sino sabemos, o sea, sino sabemos el principio, yo creo que el final y el medio no se va a entender e... si no conocemos bien, o sea, cuál es el coeficiente, cuál es la variable, entonces cuando vamos a hacer operaciones por ejemplo de suma y de multiplicación, no vamos a saber la técnica que le voy a enseñar, porque ya serian palabras claves, se hablaría ya, o sea, si les voy hablar de suma, para sumar, ah yo necesito sumar, yo tengo que agrupar términos semejantes y tengo que estar sumando sus coeficientes, aja, ¿Pero que es un coeficiente?, ajá por eso me enfrasco en esa parte coeficiente, variable*”.

En este sentido, la ICB justifica su proceder indicando que enfrascarse en aspectos ya vistos, es importante para que los estudiantes puedan entender y así comprender los nuevos conocimientos. Es decir, sólo señala comprender las definiciones, más no de las justificaciones matemáticas que en ella se conjugan.

Clase N° 3: Episodio N° 2 de la ICB (Alude al desarrollo y cierre de la clase en torno a los tipos de polinomios: Completo, incompleto, creciente, decreciente y ordenado).

116 **ICB:**... ¿Será este polinomio; $4x^4-5x^3+2x^2-3x-8$, completo?
Estudiantes: Si es completo.
117 **ICB:** ¿Por qué?
118 **Estudiante:** Están involucrados.
119 **ICB:** Tiene todos los términos involucrados, desde el grado mayor hasta el término
12 independiente.
0 :
: **ICB:** Mi pregunta fue, ¿El polinomio es completo?, y yo no dije más nada, cual es el
12 grado, yo no dije más nada, ¿Verdad que no?, y después, ¿El polinomio es completo?
4 Y todo el mundo si, pregunte ¿Por qué?
Estudiante: Porque tiene los cinco.
12 **ICB:** No, esa no es la respuesta, busca la definición de completo, ¿Que es polinomio
5 completo?
12 :
6 **ICB:**... un polinomio incompleto es un polinomio que no está completo, así.
: **ICB:** Ok, un polinomio ordenado o un polinomio está ordenado, ok, si los
12 monomios...
7 :
: **ICB:**... cada monomio están escritos de forma creciente, de menor a mayor, es decir,
15 van creciendo o viceversa, que es de mayor a mayor, y eso forma es decreciente. Por
7 ejemplo, este polinomio que esta acá; $-2x^2+4x-5$, dos ($-2x^2$), uno ($4x$), término
: independiente, ok, es completo, además, esta ordenado de forma decreciente, debido
18 a que está de mayor a menor.
8
18
9
:
19
3

Imagen N°10: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

7. Polinomio Incompleto: Es aquel polinomio, que no tiene todos los términos, desde el término independiente hasta el término de mayor grado.

Por ejemplo:
 $Q(x) = -5x^2 + 8$, es un polinomio incompleto.

Polinomio constante: No lo va a explicar.

Imagen N°11: Definiciones y ejemplos de denotaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

8. Polinomio Ordenado: Un polinomio está ordenado si los monomios que los forman están ordenados de manera creciente o decreciente (de menor a mayor o viceversa).

Por ejemplo:

- Decreciente: $-2x^2 + 4x - 5$
- Creciente: $-5 + 4x - 2x^2$

Como ordenar un polinomio:

Un polinomio puede estar ordenado respecto a una variable en forma creciente o decreciente.

Creciente: Ordenado desde el término independiente hasta el de mayor grado.

Decreciente: Ordenado desde el término de mayor grado hasta el término independiente.

Interpretación: En este episodio se observa como la ICB usa únicamente técnicas didácticas concretas, las cuales están basadas en las definiciones presentadas con anterioridad por la misma (Ej: 119, 120), donde propone constantemente preguntas puntuales en torno al tema; polinomio completo e incompleto (Ej: 124, 125, 126), cuyas respuestas aparecieren en el cuaderno ante los ojos de los estudiantes (Ej: 127). En este sentido, la ICB no asigna ninguna responsabilidad a los estudiantes más allá de buscar en el cuaderno las respuestas.

Por su parte, la ICB en la entrevista responde ante la siguiente cuestión, ¿Las clases a enseñar la estructuras en base a algún texto de estudio o por el conocimiento aprendido como estudiante universitario?, “L136: *Por el conocimiento aprendido, la experiencia también, porque allí desglosan muchas cosas y más en el libro que te estoy hablando de Santillana para el docente, ahí tienen muchas estrategias de como podrías enseñar ese tema, entonces creo que se extiende mucho y copiar eso, no creo, o sea muchas veces, por ejemplo en una de las bibliografía que he consultado, de las*

que te he mencionado, hablan primero de la función polinómica y luego de allí explican lo que implica una función polinómica, no me gusta empezar desde allí, entonces en mis clases lo debes notar, e... me gusta comenzar a conocer que es un polinomio porque yo lo relaciono con la vida diaria, entiendes y luego de eso, explico que es una función polinómica, ok”.

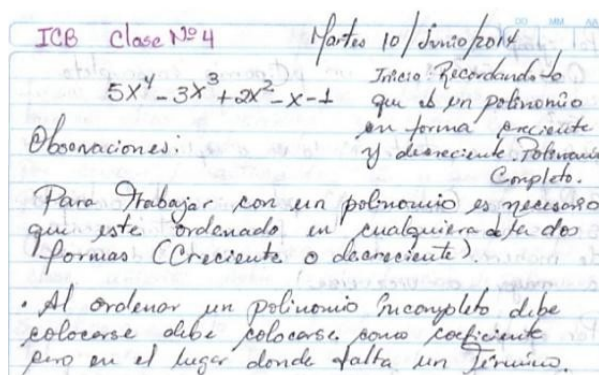
En este sentido, si la ICB indica que el estudio se da a partir de los conocimientos aprendidos y de la experiencia, y lo hace de esa manera, ¿Qué se espera que aprendan los estudiantes?, cuando la ICB presenta un discurso repetitivo que carece de justificación matemática alguna, reducido y en algunos casos confuso.

Clase N° 4: Episodio N° 1 de la ICB (Relativo al inicio de la clase en torno a los polinomios ordenados; forma creciente y decreciente).

- 002 **ICB:**... unas observaciones puntuales a lo que acabo de decir es; para trabajar con un
 003 polinomio... es necesario que esté ordenado, ok, en cualquiera de las dos formas, en
 004 forma creciente o en forma decreciente, ok....Al ordenar un polinomio incompleto,
 : debe colocarse como coeficiente... cero, el número cero, en el lugar donde falta un
 : término. Por ejemplo, fíjense allá, ¿Este polinomio; $5x^6-8x^4+3x^2-7$ está incompleto?
 014 **ICB:**... vamos a ordenarlos en forma decreciente y ustedes en forma creciente,
 015 ¿Estamos de acuerdo? por ejemplo; equis a la seis, cinco equis a la seis ($5x^6$), ¿El
 equis a la cinco no está?
 016 **Estudiantes:** No.
 017 **ICB:** Entonces, colocamos menos coeficiente cero acompañado de equis a la cinco;
 018 $-0x^5$.
 019 **Estudiantes:** ¿Por qué profe?
 020 **Otro estudiante:** ¿Por qué negativo?
 021 **ICB:** No es que, no es que nunca es positivo, sino es que, con la cuestión que vimos
 022 en funciones polinómicas, ok recuerden, pasen la hoja un momentico hacia atrás, en
 023 la función polinómica, ok, estaba a sub ene (a_n), ¿Si? ¿Lo vieron?
 024 **Estudiantes:**...
 025 **ICB:** Función polinómica, estaba pe de equis era igual a sub ene equis a la ene, más
 026 puntos suspensivos ($a_n x^n + \dots$), ok y continuaba de forma decreciente, ¿Si lo vemos?
 027 **Estudiantes:**...
ICB: Función polinómica, ¿No lo tienen?, si lo di, ok, ese, es una formulita, vamos a
 verlo así, y el signo que está acompañado ahí, ¿Era el positivo, verdad? ¿Todos eran

- 028 positivos?.
- 029 **Estudiantes:** Si.
- 030 **ICB:** Luego como estamos trabajando con números enteros, ahí puede estar
- 031 afectado, que uno de los números sea negativo. Ok fíjense bien, el cero es un número
- 032 neutro; no es ni positivo, no es ni negativo, porque si yo le quito cero a un número y le sumo cero a un número, siempre me va a dar el mismo número, ¿Verdad que sí?, ok, ahí coloque aquí menos, pero coloquemos aquí más, ¿Cero por equis a la cinco ($0x^5$), cuánto es?

Imagen N°12: Observaciones escritas en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: En este episodio se observa como la ICB mantiene el mismo patrón de estudio, donde en el MPE se apoya en el bloque tecnológico-teórico y el MI, iniciando la clase, recordando la teoría vista en la clase anterior (Ej: 002, 003, 004), en torno a la tarea problemática: *Ordenar y completar polinomios*, siendo ésta una sub tarea del tipo de tarea: *Construir polinomio*, presentada por la vía de las expresiones algebraicas (Ver cuadro N°3).

Asimismo, se observa por un lado, como la ICB va dando las indicaciones de la técnica a usar, a través de las observaciones escritas en la pizarra (Ver imagen N°12). Mientras que por el otro, no invita a los estudiantes a explorar, comparar y decidir entre varias técnicas, ni mucho menos cuestionar sobre la técnica más eficaz

(Aspectos considerados en la OMR, ver cuadro N°3). Asimismo, se evidencia como la ICB emite respuestas forzadas, confusas y cayendo en ambigüedades en ciertas oportunidades, cuyas respuestas se basan en elementos ostensivos (Ej: 017, 018, 019, 020, 021, 022, 023, 024, 025, 026, 027).

Al respecto, la ICB responde durante la entrevista ante las siguientes cuestiones, lo siguiente, ¿Comparas las técnicas de resolución antes de seleccionar una?, *“L109:... si pero, como te dije conozco, o sea, como tal conozco una, por ejemplo la adición, ok, pero si trato de resolver los ejercicios de la forma que, o sea, puede ser como yo te dije, puede que los polinomios o un polinomio, o un monomio, yo puedo hacer las operaciones, pero trato de irme siempre, ah adición de polinomios, ah entonces yo se que tengo que ordenar los polinomios, yo se que tengo que colocar términos semejante con términos semejantes”*. ¿Pero buscas otros métodos de resolución que tu digas se tiene este, este y este otro?, *“L111:... no he indagado más allá para otra técnica, y decirte que voy a seleccionar, o sea que voy a decir otra, es mentira porque conozco uno solo”*.

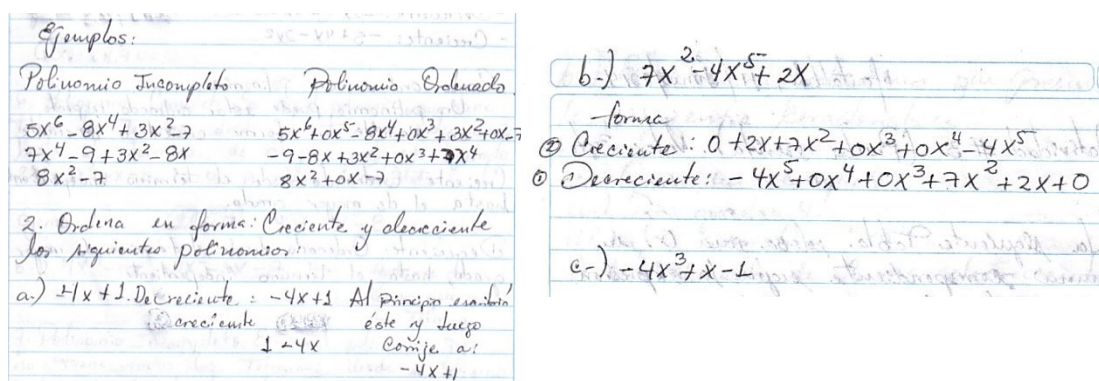
Por su parte, ¿Qué se espera del aprendizaje del los estudiantes?, cuando en el estudio no se considera identificar varias técnicas de resolución, puesto que el docente sólo conoce a lo sumo una técnica de resolución por cada tarea que presenta.

Clase N° 4: Episodio N° 2 de la ICB (Relacionado con el desarrollo y cierre de la clase, en torno a la práctica de la técnica a usar para ordenar polinomios; forma creciente y decreciente).

055	ICB: ... este que está aquí; $7x^4-9+3x^2-8x$ rapidito, vamos a ordenarlo en forma creciente.
056	Estudiante: Al revés.
057	ICB: Empezamos, ¿Cuál es el término independiente?
058	Estudiantes: Cuatro, cinco, menos ocho, tres.
059	ICB: No, recuerden que el término independiente es, el término independiente es el numerito que no acompaña a la variable, ¿Verdad que sí?
060	Estudiantes: El menos ocho.

061	ICB: No, es menos nueve. Fíjate, el término independiente, escuchen bien, el
062	término independiente es aquel número que no acompaña a ninguna de las variables, ¿Sí?
063	Estudiante: El menos nueve está solo.
064	ICB: El menos nueve está solo, luego, ¿Cuál viene?, si lo estamos ordenando en forma creciente.
065	Estudiantes: El...
066	ICB: El equis a la uno, ¿Verdad?, entonces sería, menos ocho equis (-8x), luego viene equis a la dos, ¿Está equis a la dos?
067	Estudiantes: ...
068	ICB: Más tres equis a la dos (+3x ²). ¿Luego?
069	Estudiante: Menos cero equis.
070	ICB: Más cero equis a la tres.
071	Estudiante: ¿Por qué más?
072	ICB: Por lo que estoy diciendo, ve el signo en el polinomio que está allí;
073	$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0$, el signo que aparece es positivo, +7x ⁴ . Este último vamos hacerlo en forma, ¿Creciente o decreciente?

Imagen N°13: Ejemplos escritos y realizados en la pizarra por la ICB (Obtenido de las notas de campo).



Interpretación: En este episodio se observa como la ICB presenta una actividad de estudio, la cual consiste en indicar lo que se va hacer, además de plantear preguntas sencillas (No requiere ningún tipo de cuestionamiento. Ej: 057, 059, 061, 064, 066, 068), cuyas respuestas las da inmediatamente la misma (Ej: 066, 067, 068).

En este sentido, son preguntas superficiales que no ameritan ningún tipo de análisis, sino de memorización de los aspectos dictados por la ICB.

Es decir, predomina en este episodio el MI y el bloque tecnológico, aunado el MTT enfocado a la práctica de la técnica más no a cuestionar en base a ella, con ausencia del ME.

Además, la forma general de una función polinómica se presenta constantemente como un elemento ostensivo, que sólo se muestra para indicar que aparece así y por lo tanto es así, dejando el estudio totalmente imposibilitado para establecer algún proceso de cuestionamiento tecnológico-teórico (Ej: 070, 071, 072, 073).

Al respecto, la ICB responde ante la siguiente cuestión, ¿Por qué la mayoría de las preguntas que realizas a los estudiantes, las respondes inmediatamente?, *“L196: Si muchas veces, lo que pasa es que también a veces uno tiene una planificación y por lo general la idea de planificarse es que la clase avance en lo que más uno pueda, entonces si le damos a la larga, a veces los muchachos no, a ellos les gusta que uno les de las respuestas no, que uno les de las respuesta, aunque la idea es que ellos le den la respuesta a uno, pero yo creo que para avanzar muchas veces pues, en muchos casos, porque a veces diez minutos nos quedamos callados, entonces ellos diez minutos también se quedan callados, debería este, yo creo que con el tiempo debería buscar otra estrategia para que los muchachos me participen”*.

Asimismo, la misma se justifica indicando que el propósito es no perder tiempo y avanzar en la teoría. Por lo tanto, los estudiantes deben adaptarse al cúmulo de información que se les indica, donde la cuestión ¿Por qué así?, queda en la mayoría de los casos aislado o con respuestas confusas, sin justificación y formalidad matemática alguna.

Clase N° 5: Episodio General de la ICB (Alude a la aplicación de un examen, en torno a lo visto hasta ahora).

- 001 **ICB:** Voy a explicar, repito una sola vez. Ok, la número uno dice; en la siguiente
 002 tabla, coloca una equis en la columna correspondiente según la expresión sea o no
 003 polinomio. Ok, están las diferentes expresiones acá, y ustedes solamente con una
 004 equis van a colocar cual es polinomio y cual no es polinomio, simplemente como
 005 es. Ok, la segunda dice; del ejercicio anterior, es decir, de este ejercicio que esta
 006 acá, toma las expresiones que son polinomio, vamos a tomar todas las expresiones
 007 que son polinomio y van a responder lo siguiente para cada una de las expresiones,
 008 por ejemplo, la número uno, ¿Es polinomio?, ah si es polinomio, agarro esa, esa
 009 expresión y le respondo cada uno de ellos, ¿Cuál es el coeficiente? ¿Cuál es el
 010 coeficiente? ¿Cuál es el número de términos? ¿Cuál es el término independiente? Y
 011 ¿Cuál es el grado del polinomio?, a cada una de las expresiones que sean
 012 polinomio, ok. La número tres dice; responde cada una de las siguiente actividades;
 escribe un binomio, escribe un binomio de grado dos, usando la letra "t" como
 variable, voy a escribir un binomio, o sea un binomio; un polinomio de dos
 términos, es decir, la variable "t", en este caso tiene que estar elevado a la dos,
 cualquier binomio, claro como es individual, no todos van a tener el mismo
 binomio, ¿Verdad?, ok. La segunda dice; escriba un polinomio que presente las
 siguientes características; el polinomio tiene que ser completo, ok, de grado cuatro,
 de variable eme "eme", es decir, la variable que va a estar involucrada aquí es eme
 "m", y ordenado de forma decreciente. Ok, un polinomio cualquiera que cumpla
 con estas características, ok.

Imagen N°14: Actividad N°1 a evaluar por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

2. Del ejercicio anterior, Toma las expresiones que son Polinomios y responde.

a-) Los coeficientes del Polinomio.
 b-) Grado del Polinomio.
 c-) Número de Términos.
 d-) Término Independiente.

3.- Responde cada una de las siguientes actividades.

a-) Escribe un binomio de grado 2, usando la letra "t" como variable.

Actividad #3 (Prueba escrita). Valor: 3pts.

1.- En la siguiente Tabla, coloca una (x) en la columna correspondiente según la expresión sea o no Polinomio.

Expresión	Polinomio	No es Polinomio
$-9x^3 + 47x - 5$		
$8x^3 - 5x^5 + 4x^4 - 1$		
$4x^2 - 4x - 8$		
$8 - 22x + 4x^4 - 5x^2$		

b.) Escribe un polinomio que presente las siguientes características:

- i.) Que sea completo.
- ii.) De grado 4.
- iii.) De variable "m"
- iv.) Ordenado de forma decreciente.

Interpretación: En este episodio ge la evaluación, en la cual, no se plantea un puesta en común de los saberes aprendidos, para integrar o ampliar los elementos praxeológicos estudiados. Es decir, no se consideró la integración de praxeologías enseñadas y por lo tanto, no hay cabida para otras OM.

Al respecto, en la entrevista se le preguntó a la ICB, lo siguiente: ¿La institución tiene conocimiento de los aspectos que enseñaste de los polinomios?, “L33: El conocimiento, bueno nosotros nos tenemos que basar en una planificación viejísima y hay que planificar en base, no recuerdo como se llama, en donde están todos los contenidos, como lo vas a dar, que es lo que vas a dar, cuales son los objetivos y todo eso. Además, soy la única profesora de matemática aquí...”.

Por su parte, se puede decir que la ICB se basa en una enseñanza instruccional, puesto que se enmarca en un intento persistente del saber-hacer (Bloque práctico) que carece en todo momento elementos tecnológicos-teóricos, lo cual, deja pocas o ausentes herramientas a los estudiantes para cuestionar las tareas y técnicas a estudiar.

Clase N° 6: Episodio General presentado por la ICB (Relativo al inicio, desarrollo y cierre de la clase, en torno a la adición de polinomios).

005 **ICB:** Adición de polinomios; para sumar polinomios usaremos las siguientes

técnicas, número uno; se ordena.

ICB:... se ordena en forma creciente o decreciente. Recuerden que, recuerden que de manera creciente; es desde el término independiente hasta el término que tenga mayor exponente. Y de forma decreciente; es desde el término que tenga mayor exponente hasta el término independiente, ok. Punto y seguido, se ordena los polinomios dados en forma creciente o decreciente, punto y seguido, completándose, punto y seguido, completándose.

ICB:... Completándose con coeficientes cero la variable que haga falta. Número dos...

ICB:... se ubican los polinomios, uno debajo del otro...

ICB:... de manera que coincidan los términos semejantes. Número tres, el último, se suma, se suma algebraicamente...

Estudiantes: ¿Cómo?

ICB: ... se suma algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes.

ICB: ... para efectuar la adición entre dos polinomios, ok, hacemos lo siguiente... las reglas que les di hace un rato, ok, sirven de mucha ayuda para efectuar operaciones de este tipo; $P(x)+Q(x)$...

ICB:... fíjense bien, luego la suma, escuchen bien, luego la suma del polinomio $P(x)$ más $Q(x)$, es otro polinomio que este que está acá; $4x^3-3x^2+6x+7$. Ok, respondo así; $P(x)+Q(x)=4x^3-3x^2+6x+7$, ok. Ok, una más...

Imagen N°15: Actividad N°1 a evaluar por la ICB (Obtenido de las notas de campo).

Adición de Polinomios.
Para sumar dos polinomios usaremos las siguientes técnicas.

- 1.- Se ordena el polinomio dado, en creciente o decreciente, completándose con coeficientes cero la variable que haga falta.
- 2.- Se ubican los polinomios uno debajo del otro, de manera que coincidan los términos semejantes.
- 3.- Se suma algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes.

Por ejemplo Dado los polinomios:

$$P(x) = 4x^3 - 2x + 8 \quad R(x) = -4x^3 - 5x + 4$$

$$Q(x) = -3x^2 + 8x - 1$$

Efectuando: $P(x) + Q(x)$

$4x^3 + 0x^2 - 2x + 8$
 $+ 0x^3 - 3x^2 + 8x - 1$
 $4x^3 - 3x^2 + 6x + 7$

$P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6x + 7$

2) $Q(x) + R(x)$

$$0x^3 - 3x^2 + 8x - 1$$

$$+ 4x^3 + 0x^2 - 5x + 4$$

$$4x^3 - 3x^2 + 3x + 3$$

3) $P(x) + R(x)$

$$4x^3 + 0x^2 - 2x + 8$$

$$+ 0x^3 - 3x^2 + 8x - 1$$

$$4x^3 - 3x^2 + 6x + 7$$

$$4x^3 + 0x^2 - 2x + 8$$

$$+ 4x^3 + 0x^2 - 5x + 4$$

$$8x^3 - 3x^2 - 7x + 12$$

Estudiante realizó

Interpretación: En este episodio se observa como el MPE gira en torno al bloque tecnológico teórico y el MI, seguido del MTT, donde se indica la técnica a usar, para la tarea a resolver: *Adicionar polinomios*, la cual es una sub tarea del tipo de tarea: *Resolver polinomios*, de acuerdo con OMR (Ver cuadro N°3), y la práctica de la técnica (Ej: 026, 027, 028, 099, 100, 101), con ausencia absoluta del ME, presentando sólo una técnica para dicha tarea, careciendo en todo momento de justificación y formalidad matemática (Ej: 005, 007, 008, 009, 010).

Al respecto, la ICB durante la entrevista responde lo siguiente ante la cuestión planteada, ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?, “L54: *E... método como tal, la adición e... uno*”. ¿Cómo se llama esa técnica de resolución?, “L56: *Adición de polinomios*”.

Asimismo, se continuo preguntando, ¿Ese es el nombre de la técnica de resolución que empleaste para adicionar y sustraer polinomios?, “L 58: *No lo conozco, o sea, se como colocar los polinomios de cualquier forma y se como sumarlos, ok, no se si llamarlos agrupando términos semejantes o colocando términos semejantes con términos semejantes, pero método como tal no, de adición no*”. ¿Entonces quiere decir que conoces una sola técnica pero desconoces el nombre?, “L60: *Lo conozco como adición de polinomios y si hablamos de características o como se procede a resolver bueno se agrupan términos semejantes con términos semejantes y sumando sus coeficientes*”.

Dentro de este orden de ideas, se puede decir, que aunque la ICB destaca sólo una forma para adicionar polinomios, se observa, en su discurso la técnica relativa a: *Reducción de términos semejantes*. Sin embargo, aunque no la explicita tal cual, la misma sabe como usarla, pero no hace referencia en ningún momento a la justificación matemática de su proceder.

4.2.5 Estructuración de las características de la OM enseñada y la OD correspondiente: ICB.

En este apartado, se muestra los resultados obtenidos en torno a los objetivos N°: 3 y 4, relacionados con: *Caracterizar la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente*, presentada por la ICB. Para ello, se muestra cuatro cuadros, en donde, dos de ellos muestran las características de la OM y OD llevada a cabo por la ICB, donde se explica detalladamente la OM estudiada y cómo se desarrolló la OD. Mientras que en los otros dos, se destaca la caracterización de la OM y OD presentada por la ICB.

Tales características y caracterizaciones, se estructuraron tomando en consideración los aspectos de la TAD en cuanto a OM y OD, por ejemplo:

- **OM:** *Referido al conocimiento matemático, los polinomios.* Para ello, se consideró las categorías a estudiar]De acuerdo a los elementos praxeológicos; tareas, técnicas, tecnología y teoría, las cuales son categorías preestablecidas por la TAD (Ver tabla N°4)[para el análisis y presentación de los resultados.
- **OD:** *Relativo a cómo se estudió el conocimiento matemático, los polinomios.* En este sentido, para el análisis y presentación de los resultados, se realizó a través de las categorías a estudiar, las cuales son categorías preestablecidas por la TAD en torno a los Momentos Didácticos JMPE, ME, METT, MTT, MI, MEV (Ver cuadro N°4).

Cuadro N°9: OM enseñada en torno a los polinomios presentada por la ICB.

Período (Fechas de las clases dadas)	Tipo de tarea [Según la OMR (Ver tabla N°9)]	Elementos praxeológicos		
		Tareas	Técnicas	Tecnología - teoría
Clase N°1 28/Mayo/2014	Construir polinomios, por la vía axiomática y de las expresiones algebraicas (Asociada esta última a expresión y términos).	*Definir polinomio. *Definir los elementos de un polinomio. *Identificar polinomios. *Identificar los elementos de un polinomio.	*Definición de polinomio. *Definición de elementos de un polinomio.	Esta representada por las definiciones presentadas directamente por la ICB, cuyas definiciones en torno a: <i>Elementos, forma general de una función polinómica, clasificación, polinomio nulo, polinomio completo e incompleto y polinomio ordenado</i> , son presentadas como elementos ostensivos que carecen en su totalidad de justificación matemática (Ver anexo H-1, H-2, H-3, H-4, H-5), en donde cada clase termina sin una puesta en común del grupo e integración de los elementos tecnológicos-teóricos estudiados (Entre ICB y estudiantes).
Clase N°2 3/Junio/2014		*Identificar un polinomio. *Determinar los elementos de un polinomio. *Definir la forma general de una función polinómica. *Clasificar los polinomios.	*Definición de polinomio. *Clasificación de polinomio. *Forma general de una función polinómica.	
Clase N°3 4/Junio/2014		*Definir polinomio nulo. *Definir polinomio completo. *Definir polinomio incompleto. *Definir polinomio ordenado. *Ordenar un polinomio.	*Definición de polinomio nulo, polinomio completo, polinomio incompleto, polinomio ordenado.	
Clase N°4 10/Junio/2014		*Ordenar polinomios. *Completar polinomios.	*Definición de polinomio ordenado e incompleto.	
Clase N°5 11/Junio/2014		*Determinar si una expresión es polinomio. *Determinar los elementos de las expresiones que son polinomio. *Escribe un binomio de grado dos, usando la letra “t” como variable. *Escribe un polinomio que presente las siguientes características: Que sea completo, de grado cuatro, de variable “m”, y ordenado de forma decreciente.	*Definición de polinomio. *Definición de elementos de un polinomio.	
Clase N°6	Realizar	*Adicionar polinomios.	*Indicaciones: ordena en	Pese a que explica la técnica a usar, ésta carece de

17/Junio/2014	operaciones con polinomios.	forma creciente o decreciente, que coincidan los términos semejantes y se suma algebraicamente.	justificación matemática, donde en el discurso usado no se evidencia argumentos formales que permita especificar la teoría matemática en torno a la tarea y técnica empleada (Ver anexo H-6).

Cuadro N°10: Característica de la OD correspondiente a los polinomios presentada por la ICB.

	Clase N°1	Clase N°2	Clase N°3	Clase N°4	Clase N°5	Clase N°6
MD						
MPE	Se intenta gestar el estudio bajo una legitimidad funcional intrascendente, sin vincular alguna actividad matemática en torno a los polinomios, o alrededor de una noción previa (Ver anexo H-7).	Coincide con el bloque tecnológico-teórico, al recordar lo visto en la clase anterior sobre definición y elementos de un polinomio (Ver anexo H-8).	Coincide con el bloque tecnológico-teórico, al recordar lo visto en la clase anterior sobre la clasificación de un polinomio (Ver anexo H-9).	Coincide con el bloque tecnológico-teórico, al escribir en la pizarra unas observaciones sobre polinomios ordenados e incompletos (Ver anexo H-10).	Coincide con el MTT y el MEV, pero enfocado a practicar la técnica, más no a cuestionar. Evaluando la identificación de un polinomio, sus elementos y clasificación (Ver anexo H-11).	Coincide con el bloque tecnológico-teórico y el MTT, éste enfocado a la práctica de la técnica, más no a cuestionar, indicando los pasos para adicionar polinomios (Ver anexo H-12).
ME	Ausente, no hay evidencia de alguna tarea problemática que permita la emergencia de la constitución de una técnica (Ver anexo H-7).	Ausente (Ver anexo H-8).	Ausente (Ver anexo H-9).	Ausente (Ver anexo H-10).	Ausente (Ver anexo H-11).	Ausente (Ver anexo H-12).
METT	Ausente, puesto que no se cuestiona en torno a una técnica, ni mucho menos a algún elemento tecnológico-teórico (Ver anexo H-7).	Ausente (Ver anexo H-8).	Ausente (Ver anexo H-9).	Ausente (Ver anexo H-10).	Ausente (Ver anexo H-11).	Ausente (Ver anexo H-12).
MTT	Momento predominate durante la clase, puesto que la ICB explica a los estudiantes en la pizarra, ejemplos sobre expresiones polinómicas y sus elementos, pero	Momento predominate, el cual estuvo dirigido constantemente por la ICB, enfocado a la práctica, más no a cuestionar (Ver anexo H-8).	Momento de mayor actividad, protagonizado por la ICB, enfocado a la práctica, más no a cuestionar (Ver anexo H-9).	MD predominante, dirigido por la ICB, enfocado a la práctica de como ordenar y completar un polinomio, más no a cuestionar (Ver anexo H-10).	MD predominate enfocado a la práctica de las técnicas, más no a cuestionar (Ver anexo H-11).	Momento predominante, donde se hace mayor énfasis en el dominio de la técnica a usar para adicionar polinomios (Ver anexo H-12).

	enfocado a la práctica más no a cuestionar (Ver anexo H-7).	H-8).		H-10).		
Cuadro N°10: Característica de la OD correspondiente a los polinomios presentada por la ICB. Continuación.						
MD	Clase N°1	Clase N°2	Clase N°3	Clase N°4	Clase N°5	Clase N°6
MI	Al señalar como identificar un polinomio y sus elementos, de acuerdo a las características señaladas por la ICB (Ver anexo H-7).	Al indicar la manera de como denotar la forma general de una función polinómica y como clasificar un polinomio (Ver anexo H-8).	Al poner de manifiesto la manera de como completar y ordenar un polinomio (Ver anexo H-9).	Al indicar la manera de como trabajar con polinomios ordenados e incompletos (Ver anexo H-10).	Ausente (Ver anexo H-11).	Al indicar la forma de adicionar polinomios (Ver anexo H-12).
MEV	Ausente, ya que no hay balance de la actividad de estudio, ni ningún tipo de verificación de lo presentado por la ICB (Ver anexo H-7).	Ausente (Ver anexo H-8).	Ausente (Ver anexo H-9).	Ausente (Ver anexo H-10).	Esta actividad no involucra ningún proceso de reflexión, ni puesta en común entre la ICB y los estudiantes (Ver anexo H-11).	Ausente (Ver anexo H-12).
SECUENCIA DIDÁCTICA	<i>MPE se da través de una legitimidad funcional intrascendente, seguido del bloque tecnológico-teórico y el MI, para luego casi de inmediato entrar al MTT, pero éste enfocado a la práctica de la técnica más no a cuestionar, con ausencia absoluta del ME y el MEV.</i>	<i>El MPE coincide con el bloque tecnológico-teórico y el MI, con ausencia del ME y el MEV, con mayor énfasis en el MTT dirigido en todo momento por la ICB, pero enfocado a la práctica de la técnica, más no a cuestionar.</i>		<i>El MPE coincide con el MEV y el MTT, pero éste enfocado a la práctica de la técnica, más no a cuestionar, con ausencia del ME, el METT y el MI.</i>		<i>El MPE coincide con el bloque tecnológico-teórico y el MI, con ausencia del ME y del MEV, con mayor énfasis en el MTT, pero enfocado a la práctica de la técnica, más no a cuestionar.</i>

4.2.5.1 Cuadro N°11. Caracterización de la OM enseñada por parte de la ICB.

Categorías		Argumentación
OM: Conocimiento Matemático.	Objeto matemático.	La ICB define polinomio a través del ámbito matemático algebraico, a través de la noción; conjunto de términos, donde no se explica lo que representa éste, y refiere la definición como “un conjunto de términos, donde los exponentes de las variables son números, naturales, y los elementos que los acompañan a las variables son números racionales” (Ver anexo E-4, líneas: 010, 011, 012). Por lo tanto, cabe preguntarse, ¿El conjunto $R(x) = \{5x^3, -2x^2, 9x, -58\}$, es un polinomio?, no, no lo es, y por ende, es una definición errónea, que deja ver la falta de organización para la presentación del estudio con los estudiantes, aunado, a la falta de comprensión y poca claridad lógica discursiva. A esto se suma, el estudio de la estructura de un polinomio como elementos aislados,
	2. Elementos matemáticos. 1. Objeto matemático; 2. Tipos de operaciones.	Así como se dijo en la tabla N° 7: Si de acuerdo con la historia de los polinomios anteriormente presentada, esta noción se construye gracias a la resolución de tareas tanto intra como extra matemáticas, aunado al apoyo secuencial a lo largo de la historia de los contextos: Aritméticos, geométricos, algebraicos y del análisis. Tomando en cuenta éste referente, se observa como la ICB parte de lo contrario al desarrollo histórico de los polinomios, es decir, se presenta el saber acabado e institucionalizado, no tomando en consideración elementos praxeológicos históricos para el desarrollo de las clases, indicando que se dio de esa manera por enfrascarse más en relacionarlo con la vida diaria (Ver anexo F-2. líneas: L143 hasta L148). Sin embargo, esta relación es Aunque el estudio que presenta la ICB, según la OMR (Ver cuadro N°3) intenta asociarse a dos tipos de tareas referidas a: Construir polinomios y realizar operaciones con polinomios; adición, esta OM carece de actividades matemáticas que propicien un entorno para el cuestionamiento, puesto que sólo presenta una descomposición de pequeñas tareíitas asociadas a la definición y suma de polinomio, donde no se presenta alguna tarea problemática como tal, asimismo, se muestra una única técnica de resolución para cada tarea que se estudia, asociadas directamente con las definiciones dadas, pues no se cuestiona ya que son definiciones institucionalizadas , ya conformadas y acabadas, donde sólo amerita la memorización, aunado a esto, se deja un conjunto de

4.2.5.2 Cuadro N°12. Caracterización de la OD correspondiente y presentada por la ICB.

Categorías		Argumentación
OD: Cómo se estudia el	1. Momentos didácticos.	• MPE • ME • METT • MTT • MI • MEV
		1. Ausencia del ME, no se estudia ningún problema en particular para la constitución de una técnica de resolución (Por ejemplo, ver anexo H-7, líneas: 001, 002, 003, 004, 005, 006, 007, 008, 009. Ver anexo H-8, líneas: 001, 002, 006, 031, 032, 033, 079, 080, 169, 170, 171, 172, 173. Ver anexo H-9, líneas: 001, 006, 007, 009, 010, 020, 024, 025. Ver anexo H-10, líneas: 001, 002, 003, 004, 005. Ver anexo H-11, líneas: 001, 002, 003, 004, 005. Ver anexo H-12, líneas: 005, 009, 019, 020). 2. Se informa casi de inmediato una única técnica (Por ejemplo, ver anexo H-7, líneas: 010, 017, 085, 104, 105, 106, 107. Ver anexo H-8, líneas: 031, 032, 033, 034. Ver anexo H-9, líneas: 006, 007, 009, 010. Ver anexo H-10, líneas: 001, 002, 003, 004. Ver anexo H-12, líneas: 005, 009, 019, 020). 3. MTT, MD predominante en las mayor parte de las clases, dirigido casi de forma absoluta por la ICB, pero enfocado a la práctica de la técnica, más no al cuestionamiento de la misma (Por ejemplo, ver anexo H-7, líneas: 010, 012, 013, 014, 015. Ver anexo H-8, líneas: 033, 034, 076, 077, 078. Ver anexo H-9, líneas: 006, 007, 009, 010, 025, 027. Ver anexo H-10, líneas: 004, 005, 006. Ver anexo H-11, líneas: 001, 002, 003, 004, 005. Ver anexo H-12, líneas: 110, 111, 112).

conocimiento matemático.		4. No se propicia en ningún momento puestas en común de los elementos estudiados, de su integración, así como también, de su justificación (<i>Por ejemplo, ver anexo E-4, E-5 y E-6, E-7, E-8, E-9, las líneas de cierre</i>). 5. Ausencia de cuestionamiento tecnológico-teórico (<i>Ver anexos: H-7, H-8, H-9, H-10, H-11, H-12</i>). 6. El MPE se da en todas las clases a partir del bloque tecnológico-teórico, consistente y esencialmente en la definición de polinomio y suma, donde esta última se presenta como una técnica de resolución, más no como un elemento que requiera definición, asimismo, el estudiante se encuentra con el conocimiento ya construido (<i>Ver anexos: H-7, H-8, H-9, H-10, H-11, H-12</i>). 7. El estudiante no puede elaborar, ni reconstruir, ni cuestionar técnicas, en vista de que se encuentra por primera vez con los elementos tecnológico-teóricos de la OM alrededor de la definición de polinomio ya construida e institucionalizada (<i>Ver anexos: H-7, H-8, H-9, H-10, H-11, H-12</i>).
	2. Secuencia de estudio.	• Secuencia didáctica El proceso de estudio de las clases N° 1, 2, 3, 4, 5, 6 giran en torno al bloque tecnológico-teórico que coincide con el MPE y el MI, con ausencia del ME, el METT y el MEV, con predominio del MTT pero éste enfocado a la práctica más no a cuestionamiento, es decir, se indica la teoría, que es y la manera de resolver, para luego practicar la técnica a usar, (<i>Ver cuadro N°10</i>).

4.3 Teorización; construcción de conjeturas (Hipótesis). Objetivo 4 y 5: Describir las relaciones entre la organización matemática enseñada y la organización didáctica correspondiente, así como plantear conjeturas en torno a dichas relaciones.

En este apartado se busca describir las relaciones observadas entre la OM y la OD presentadas por los informantes claves (ICA, ICB) durante el estudio de los polinomios, para luego, plantear conjeturas en torno a las relaciones que se conjugan entre ambas organizaciones. Para ello, se tomó en consideración el siguiente planteamiento:

- *¿Quien da las pautas para el estudio?*, la OM (Lo matemático)
- Por cuanto, según sea la tarea matemática a estudiar, así será la técnica didáctica a presentar (Actividad docente).

Es decir, que la OM establece el perímetro de las diferentes actividades de aprendizaje, así como de las diferentes enseñanzas. En este sentido, las relaciones a señalar, están basadas:

- En las tareas estudiadas en las clases de ambos informantes claves.
- Donde estas tareas se apoyan todas, en la definición de polinomio (Tecnología).
- En vista, de que se estudia la suma de polinomios como una técnica, más no como una teoría (Tecnología; definición de suma).
- Dejando de lado, la definición de suma y la verificación de otras propiedades que ni se asoman durante las clases investigadas.

Aunado a esto, las tareas estudiadas (Ver cuadros N° 5 y 9), representan una parte mínima de las que se muestran en la OMR (Trece tipos de tareas, ver cuadro N°3), del mismo modo, para las técnicas como para la tecnología.

Por lo tanto, las OM de ambos informantes claves son incompletas, puesto que no satisfacen los criterios de completitud de una OM, ya que por ejemplo, no proponen tareas ni técnica inversas (Dada la tarea de: *Identificar el grado de un polinomio*, la tarea inversa sería: *Escribir un polinomio de grado tres*), donde no se da la posibilidad de que el estudiante puede escribir diferentes polinomios, ya sean completos o incompletos, asimismo, para otras tareas y técnicas.

En este sentido, realizar este tipo de tarea fortalece y amplía la OM y al mismo tiempo la comprensión del concepto de polinomio. Por lo tanto, hay que fijarse como la comprensión depende de la OM, y por ende, como la técnica didáctica (Actividad docente) depende de la OM. Asimismo, se procede a mostrar en lo sucesivo, la especificación de la tabla que contiene las relaciones, interrogantes, explicaciones y conjeturas en torno a las relaciones entre la OM y OD, para luego presentar cada una:

Cuadro N°13.] R_n , I_n , E_n , C_n [, $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R_n:	<i>Descripción resumida de las relaciones observadas en los resultados obtenidos en la OM y OD puesta en juego por ambos informantes claves (ICA, ICB).</i>
I_n:	Formulación de interrogantes sobre la base de los resultados producto del análisis.
E_n:	Elaboración de explicaciones aproximadas a las interrogantes formuladas.
C_n:	Conjeturas en torno a las relaciones entre la OM y OD estudiada.

Cuadro N°14.] R_1, I_1, E_1, C_1 [, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₁: *La actividad docente en torno a los polinomios no hace más que mostrar persistentemente la atomización y algoritmización de la OM efectivamente enseñada.*

I₁: ¿Por qué la OM efectivamente enseñada se manifiesta atomizada tanto en sus tareas, técnicas, como de su tecnología-teoría?

E₁: Pues por un lado, sería por la simplicidad y atomización de las tareas presentadas, las cuales están dirigidas a: *Identificar coeficientes, exponentes y grado del polinomio, identificar términos, clasificar, ordenar, definir, adicionar y restar polinomios*. Donde por otro lado, éstas tareas son una mínima parte de la tecnología mostrada (*Definición y suma de polinomio*), que se van estudiando por separado, de tal manera que se llega a un punto donde resultan insuficientes y altamente separadas, que no se pueden, si quiera aproximarse a una OMR, ni mucho menos a una OMP (Puesto que no se llega a estudiar un tipo de tarea como tal, sino la descomposición de pequeñas tareítas).

C₁: *Si en la actividad docente se presenta una OM atomizada, algorítmica e incompleta, necesariamente se está engendrando una OD generadora y fortalecedora de esa incompletitud.*

Cuadro N°15.]R₂,I₂,E₂,C₂[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₂: *Las tareas presentadas por ambas instituciones docentes durante la OD en torno a los polinomios, son particularmente simples, donde no se exige, ni se propicia en ningún momento el cuestionamiento tecnológico-teórico, ni mucho menos el cuestionamiento técnico.*

Cuadro N°15.]R₂,I₂,E₂,C₂[. Continuación.

I₂: ¿Por qué las tareas presentadas por ambas instituciones docentes, son simples y no exigen el cuestionamiento técnico y tecnológico-teórico?

E₂: Por estar asociado por un lado, al nivel de enseñanza y al número tan reducido de

tareas presentadas en torno a: *Identificar un polinomio*, que implicó automáticamente actividades, estrategias tan simples y directas que difícilmente pueden ir más allá de “apuntar a la pizarra con el dedo”. Por otro lado, a tal situación se suma la OM disponible en ambas instituciones docentes (*Que es atomizado e incompleto*), donde permanecen ausente de forma absoluta los procesos de cuestionamiento durante el estudio, debido a que se toma el referente epistemológico acabado e institucionalizado y se presenta como producto final a los estudiantes.

C₂: Si en la actividad docente no se exige a los estudiantes a cuestionar a través de tareas, para la constitución de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico, entonces, no habrá puestas en común de los saberes a emerger, ya que no se compara, no se analiza y por tanto, no se comprende.

Cuadro N°16.]R₃,I₃,E₃,C₃[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₃: Ambas instituciones docentes utilizan una técnica de la OM institucionalmente reconocida para cada tarea presentada, sin involucrar, ni comparar con otras técnicas en la OD.

I₃: ¿Por qué ambas instituciones se enfocan a lo sumo a una técnica institucionalmente reconocida para cada tarea presentada, sin involucrar, ni comparar con otras técnicas?

Cuadro N°16.]R₃,I₃,E₃,C₃[. Continuación.

E₃: Al respecto, hay que tener en consideración que la disponibilidad de las técnicas usadas para las tareas simples presentadas por los informantes claves (ICA, ICB), asociadas a: Identificar polinomios, sus elementos, clasificarlos, completarlos, ordenarlos, sumarlos y restarlos, tienen soporte técnico directamente en las definiciones inscritas a ellos, con sus respectivas indicaciones, que para su éxito sólo requiere el patrón asociado al proceso de memorización, que a partir de ello es posible, al menos, cierto éxito parcial en la realización de dichas tareas. Por lo tanto, las tareas estudiadas no exigen un estudio más complejo en cuanto a involucrar otras técnicas,

puesto que las tareas presentadas a los estudiantes, como se dijo, tiene como técnica una sola definición asociada a cada tareíta planteada.

C₃: Si las técnicas que estén directamente asociadas a definiciones concretas para tareas simples y atomizadas en una OM efectivamente enseñada, entonces, no representan elementos suficientes que posibiliten un entorno dado para el cuestionamiento, ni mucho menos para la constitución de justificaciones matemáticas, puesto que la técnica (Definiciones para este caso), es la misma tecnología, es decir, la justificación matemática acabada e institucionalizada.

Cuadro N° 17: *La dirección de la historia de las matemáticas: Tanto en las clases de los informantes claves (ICA, ICB), como en los textos revisados, la estrategia que desarrollan para enseñar los polinomios transita un camino didáctico en el que se intenta llevar el referente epistemológico en dirección contraria al desarrollo histórico, pues se parte del saber final, presentando a los estudiantes un conocimiento acabado e institucionalizado, donde no se estudia la evolución de otras OM que dieron a la conformación de la noción a lo largo de historia, “es como mostrar al albañil o al ingeniero un edificio ya construido o indicarle como se hace una pared para enseñarle a construir edificios”.*

I₄: ¿Cómo integrar o hacer uso efectivo de la historia de la matemática?

E₄: Para hacer uso efectivo de la historia de la matemática, en este caso de los polinomios, hay que tener en cuenta que es lo que se requiere de ella para la OD, porque visto desde la TAD, esta asociado a la completitud de los elementos praxeológicos estudiados y que dieron cabida a la construcción de la noción a estudiar. En este sentido, cabe señalar, el caso de los textos bolivarianos, específicamente en segundo y quinto año en torno a los polinomios, donde se muestra un intento por considerar la historia, sin embargo, tanto la práctica como el discurso tecnológico-teórico de la OD muestran la atomización y la

incompletitud de la OM a estudiar.

C₄: Si la elaboración de Organizaciones Matemáticas de Referencia, se hace uso del desarrollo histórico de la matemática, entonces puede ser un factor determinante para construir OD significativamente efectivas.
Cuadro N°17.] R₄, I₄, E₄, C₄[. Continuación.

Cuadro N°18.] R₅, I₅, E₅, C₅[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₅: Tanto las preguntas formuladas por los informantes claves (ICA, ICB), como sus respuestas dadas a los estudiantes, durante el estudio de los polinomios, siempre están referidas al bloque técnico y en ningún caso al bloque tecnológico-teórico.

I₅: ¿Por qué las respuestas dadas por las informantes claves (ICA, ICB) en torno a las preguntas realizadas por los estudiantes, están siempre referidas a la parte técnica que a los elementos tecnológicos-teóricos de la OM que se estudia en torno a los polinomios?
Cuadro N°18.] R₅, I₅, E₅, C₅[. Continuación.

E₅: Esto tiene que ver básicamente, con la manera de cómo considera la institución docente]informantes claves (ICA, ICB)[el conocimiento matemático (OM), y su enseñanza (OD) en torno a los polinomios, que puede estar asociado por un lado, al un conocimiento técnico y algorítmico, y por el otro, al conocimiento tecnológico-teórico, enfocado a la formalidad matemática. Siendo ideal dentro este panorama, la integración ambos conocimientos durante la actividad docente.

C₅: Si durante la actividad docente se plantean preguntas, cuyas respuestas están asociadas siempre al bloque técnico, necesariamente se está engendrando OD contenidas de OM incompletas, caracterizada por falta de cuestionamiento, justificación y explicación matemática.

Cuadro N° 19.]R₆,I₆,E₆,C₆[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₆: Cuando se da por primera vez el encuentro inevitable con algún elemento de los polinomios durante la actividad docente de los informantes claves (ICA, ICB), este MPE, esta siempre apoyado en el bloque tecnológico-teórico (Se indica la teoría y la técnica a usar), y no se plantean actividades matemáticas (Tipo de problemas) que propicien el cuestionamiento ya sea alrededor de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico.

I₆: ¿Por qué él MPE se da a partir del bloque tecnológico teórico?

E₆: Como se ha dicho, todas las acciones docentes están asociadas a la OM que tienen disponible, en este caso, los informantes claves (ICA, ICB) poseen una OM

Cuadro N° 19.]R₆,I₆,E₆,C₆[. Continuación.

acostumbrada a indicar el camino a recorrer, y como se va a recorrer ese camino (Bloque tecnológico-teórico), a través de tareas simples, cuyas respuestas no ameritan ningún tipo esfuerzo y exigencia de análisis, ni mucho menos cuestionamiento.

C₆: Si en una actividad docente el MPE con un OM siempre está caracterizado por el bloque tecnológico-teórico, entonces, quedará ausente el planteamiento de tipos de problemas o tipos de tareas que propicien algún tipo de cuestionamiento técnico o tecnológico-teórico que sirva de embrión para el estudio de otras OM más completas.

Cuadro N° 20.]R₇,I₇,E₇,C₇[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₇: La tarea relativa a definir de polinomio presentada por ambas instituciones docentes (ICA, ICB), se basa en elementos aislados (Números, letras, signos) de la OM, y por tanto, en la OD no se explicita la relación de estos elementos a través de las operaciones de adición y multiplicación, ni mucho menos se menciona las propiedades

aplicables.

I₇: ¿Por qué la tarea definir polinomio se basa en los elementos aislados de la OM, y no se explicita la importancia e interrelación de estos elementos con las operaciones y propiedades aplicables en la OD?

E₇: Una explicación aproximada a esta cuestión, esta asociada al saber aprendido por la institución docente en torno a la definición de polinomio, donde si la OM aprendida es errónea, las posibles OD seguirán la misma dirección, que no es más que reforzar el error.

Cuadro N° 20.]R₇,I₇,E₇,C₇[. Continuación.

C₇: Si en una actividad docente se define polinomio a través de elementos aislados (Números, signos y letras), genera secuencialmente, el estudio de una OM ambigua, confusa e incompleta, que trae consigo una OD carente de cuestionamientos en torno a relaciones, operaciones y propiedades que integran la definición.

Cuadro N° 21.]R₈,I₈,E₈,C₈[, en torno a la OM enseñada y la OD correspondiente.

R₈: Ambas instituciones docentes siguen la misma secuencia didáctica en el estudio de los polinomios, donde se parte de un MPE que tiene lugar en el bloque tecnológico-teórico, que coincide a su vez con el MI, seguido del MTT, pero ésta enfocada a la práctica, más no al cuestionamiento de la técnica, a esto se suma, la ausencia absoluta del ME, el METT y el MEV. Es decir, una vez entrado al tema se presenta la teoría, la forma de resolver, para luego hacer uso del método de resolución.

I₈: ¿Por qué ambas instituciones docentes siguen la misma secuencia didáctica?

E₈: Una posible explicación está asociada por un lado, a la OM disponible en ambos instituciones docentes (ICA, ICB), cuya dinámica consiste en no propiciar cuestionamientos a partir de variaciones técnicas o de algún desarrollo tecnológico.

Asimismo, por otro lado, tal secuencia didáctica es la que usualmente presentan los textos de estudio que usan los informantes (*Como es el caso del texto: Santillana*), a esto se suma, la misma secuencia didáctica aprendida como estudiante universitario.

C₈: La secuencia didáctica seguida generalmente por la institución docente gira en torno a un MPE que tiene lugar en el bloque tecnológico-teórico, que coincide a su vez con el MI, seguido del MTT, pero ésta enfocada a la práctica, más no al cuestionamiento de la técnica, aunado a la ausencia absoluta del ME, METT y MEV.

TULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

5.1 Conclusiones.

En este capítulo final, se destaca los aspectos obtenidos y concluyentes de la investigación realizada, cuyo propósito general fue estudiar la Organización Didáctica del profesor de matemática en torno a los polinomios en segundo año de Educación Media General. Para ello, se muestra en lo sucesivo dichos aspectos, tomando en cuenta cada objetivo específico propuesto inicialmente:

5.1.1 Objetivo N°1: Elaborar una aproximación a una Organización Matemática de Referencia (OMR) en torno a los Polinomios, las conclusiones obtenidas respecto en este objetivo, son producto del procedimiento seguido en la investigación, las cuales tienen que ver con:

- Las consideraciones históricas, específicamente, el análisis de las organizaciones matemáticas (OM) estudiadas en la historia de los polinomios.
- Análisis de textos en torno a las OM existentes en los textos de estudio, donde se tomo en consideración los que usualmente usan los docentes, como aquellos textos de estudio emanados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Así como también, las conclusiones hipotéticas planteadas de acuerdo a los lineamientos en el marco del modelo epistemológico de referencia (MER), para la elaboración de la OMR.

En primer lugar, al identificar los elementos praxeológicos en torno a los polinomios a lo largo de la historia de la matemática, permite tener un panorama más

amplio de aquellas tareas problemáticas iniciales planteadas, de la evolución de las técnicas, y sobre todo de cómo se llevaron a cabo los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico que dieron cabida a otras OM más complejas propiciadas por culturas y personajes antiguos, contemporáneos y actuales, aspectos que pueden orientar de una u otra manera, la construcción de OM y OD más completas en la actualidad, es decir, actividades docentes completas.

Dentro de este orden de ideas, se observó en la revisión histórica, como la consolidación de la noción; polinomio, fue en base a los constantes cuestionamientos planteados, en torno a explicaciones y justificaciones de las técnicas matemáticas usadas para resolver ecuaciones polinómicas, cuestionamientos que se enfatizaron en dos ámbitos matemáticos a lo largo del desarrollo histórico de los polinomios, por un lado, compete al ámbito algebraico (Relativo a las ecuaciones y simbología), y por el otro, el ámbito analítico (Asociado a las funciones).

Por lo que lo anteriormente mencionado, conduce a conjeturar lo siguiente: *“Como el contexto matemático de un periodo histórico, puede generar curiosidad, desarrollo o reflexión prolongada de un objeto, lo cual, representa una información que permite observar cómo influye un ámbito matemático en otro, y como este proceso, incide para que se genere otro emergente, como el Álgebra de polinomios”*.

Por otro lado, también se observó la complejidad creciente de las OM estudiadas en la historia de los polinomios, puesto que datan en la era de los Babilonios, los cuales se enfocaron a plantear actividades matemáticas (Tareas, técnicas y formulación de tareas problemáticas iniciales), que exigieron a las futuras generaciones, cuestionar sobre las posibles justificaciones matemáticas aplicables a

tales actividades, que para el siglo XV, es Francisco Vieta, con su técnica denominada “Logística simbólica” permite dar un paso casi formal al Álgebra de polinomios.

En segundo lugar, al revisar los textos de matemática de segundo año, específicamente: La editorial Santillana, así como la colección Bicentenario, aunado, a los textos de matemática para estudios universitarios como lo son: Leithold Louis y Barnett Raymond, se consideró como uno de los aspectos concluyentes es que las OM existentes en los textos de estudio, representan el modelo de la institución docente, y que a su vez el contenido de éstos, es consecuencia de las restricciones provenientes de los niveles superiores de codeterminación didáctica. Por su parte, en términos generales las OM de estos textos presentan las siguientes características:

- a) Tanto los textos de segundo año como los textos universitarios, presentan las mismas tareas enfocadas a: Identificar, resolver operaciones (*Adición, sustracción, multiplicación, división y productos notables*), y factorizar polinomios, sabiendo que los textos universitarios extienden su rango de tareas abarcando el cálculo de raíces de polinomios y la determinación de los ceros de una función polinómica.
- b) Aunado a esto, los textos presentan una escasa composición de técnicas, donde muestran en la mayoría del estudio, una técnica a lo sumo dos técnicas, para cada tarea, dejando imposibilitado al lector para disponer de criterios de elección, comparación y evaluación, en vista de las pocas técnicas que presentan.
- c) Otro aspecto, tiene que ver, con las pocas tareas referidas a interpretar el funcionamiento y resultado de las técnicas luego de aplicarlas, así como también, a la ausencia de tareas que propicien los procesos de cuestionamiento tecnológico-teórico.
- d) Asimismo, en cuanto a secuencia didáctica, todos los textos a excepción de los textos bicentenarios, presentan la misma secuencia de estudio, que parte del MPE representado por el bloque tecnológico-teórico, el cual coincide con el MI, seguido del MTT, pero éste enfocado a la práctica de la técnica, más no al cuestionamiento,

con ausencia absoluta del ME, METT y el MEV, es decir, se presenta de una vez la teoría, la técnica de resolución, y posteriormente la práctica de la técnica a usar.

e) Por otro lado, en cuanto a los textos de la colección Bicentenario, específicamente, el de segundo año, está contenido por los objetos matemáticos a enseñar de acuerdo con el Ministerio del Poder Popular para la Educación, dentro de los cuales se encuentra la noción; polinomio, presentando una OM y OD que muestra las siguientes características:

1. Escasa composición de tipos de tareas, solo están referidas a: Identificar un polinomio y resolver operaciones con polinomios (Adición, sustracción, multiplicación, división y productos notables).
2. Ausencia casi absoluta de tareas referidas a cuestionamientos.
3. Muestra de una técnica de resolución, a lo sumo dos para multiplicación y división.
4. No genera interpretación sobre el funcionamiento de las técnicas a usar.
5. Esta casi ausente el componente tecnológico-teórico.
6. Predomina en el MPE una contextualización de carácter social, es decir, un intento de legitimar el saber socialmente en torno a la noción función polinómica.
7. La secuencia didáctica mostrada gira en torno a un MPE apoyado en el bloque tecnológico-teórico, que coincide con el MI y con escaso MTT, es decir, se presenta la teoría y la forma de resolver con escasa práctica de la técnica a usar, con ausencia del METT, ME y el MEV.
8. Desarticulación al momento de introducir la noción; polinomio, puesto que la secuencia seguida está apoyada en la noción; función polinómica, para luego definir en base a expresión algebraica, cuando en ningún momento se ha estudiado expresión algebraica. No hay articulación entre la vía usada para introducir la noción polinomio y su definición.

En tercer lugar, en cuanto al MER, es la conclusión hipotética general asumida en la investigación en torno a los polinomios, específicamente para estudiar, comparar y analizar las OM enseñadas en el aula y presentadas en los textos de

estudio. Asimismo, el MER tiene que ver con la manera de cómo se pueden construir los polinomios, cuya conclusión hipotética de la investigación, indica: *“Las actividades deben apoyarse siempre o donde sea posible en problemas matemáticos o extramatemáticos enmarcados en un contexto socio-cultural, enfatizando la necesidad de la justificación de las técnicas a usar”*.

Tomando en consideración el contexto señalado, se esbozó la OMR con el objeto de mostrar actividades más adecuadas en tareas, técnicas, tecnología-teoría, para ese primer encuentro (MPE) con los polinomios, a través de las posibles vías para llegar a este objeto matemático, como por ejemplo, las vías: *De las ecuaciones, de las funciones, axiomática, de la indeterminada, de las expresiones algebraicas, constructiva, de las combinaciones precedentes*. Así como también partiendo de problemas que despierten la necesidad de generalización y en consecuencia, el uso de símbolos (letras), no solo en si mismo para expresar, sino asociado a las operaciones correspondientes, como por ejemplo:

1. Problemas y fórmulas.
2. Problemas y funciones.
3. Elementos del resultado de la generalización.
4. Características del resultado de la generalización.

En este sentido, el producto final del MER que no es más que la OMR en torno a los polinomios, permitió hacer diferentes tipos de lecturas en la observación realizada a los informantes claves, así como también a los textos de estudios, lecturas que fueron interpretadas a lo largo del trabajo interpretativo.

5.1.2 Objetivo N°2: Caracterizar la Organización Matemática Enseñada, esta referido a las conclusiones en torno a las características generales de la OM enseñada por la institución docente (ICA, ICB), destacándose básicamente lo siguiente:

- a.) Se basan en una OM incompleta, que ni siquiera llega a ser una OML, ni mucho menos una OMP, ya que en ningún momento del estudio se llega a plantear a los estudiantes un tipo de tarea problemática como tal, que propicie el cuestionamiento ya sea alrededor de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico. Aunado a esto, el estudio no centra en una tecnología (Justificación), la relación entre las técnicas usadas, ya que a pesar de definir polinomio, no se hace para la suma, estudiando esta última como una técnica, más no como una tecnología que se integran tecnológicamente con la definición de polinomio.
- b.) En este sentido, aunque la institución docente (Informantes claves) intento aproximarse a dos tipos de tareas, que según la OMR (Ver tabla N°3), están asociadas a: *Construir polinomios y realizar operaciones con polinomios; adición y sustracción*, no formulan las tareas como actividades matemáticas, sino como tareas simples alrededor de una única técnica de resolución relacionadas a las definiciones previamente indicadas, que sólo requieren un proceso de memorización, dejando un conjunto de propiedades matemáticas aisladas sin formalidad y justificación alguna.
- c.) Por otro lado, aunque la institución docente (Informantes claves), intentan en la mayoría de los casos preservar la independencia de los objetos ostensivos, éstos no lo hace al momento de denotar y representar un polinomio, al indicar que los polinomios se representan con la letra pe mayúscula (P), lo cual genera, que los estudiantes siempre asocien la letra pe mayúscula con todos los polinomio, trayendo consigo reiteradas confusiones cuando los docentes varían la letra en las tareas.
- d.) En términos generales, la OM enseñada, a parte de ser incompleta permite observar que:
 1. No se evidencia ningún tipo de composición de tipos de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico-teórico durante el estudio de las tareas presentadas.
 2. No presenta diferentes técnicas para cada tipo de tarea y mucho menos criterios para elegir entre ellas.

3. No se presenta tareas y técnicas inversas.
 4. Está ausente las interpretaciones sobre el funcionamiento y resultado de la única técnica usada.
 5. No se estudian tareas abiertas.
 6. No se observa en ninguna de las secciones de las clases la integración de los elementos tecnológicos presentados.
- e) No obstante, la OM disponible en la institución docente, presenta ciertas inconsistencias y errores que se reflejan en la definición de polinomio enseñada, ya que por lado, se presenta la definición basada en los elementos aislados del polinomio (*Número, letras y signos*), más no en la operación de suma y multiplicación que en ella se conjugan, ni mucho menos sus propiedades. Mientras que por otro lado, se asocia la noción; polinomio, como un conjunto de términos, lo cual es erróneo. En este sentido, la institución docente hizo saber que no diferencian entre la definición de polinomio y función polinómica, señalando por un lado, que tanto definir polinomio como interpretarlos matemáticamente tiende a confundir, y por el otro, por no saber diferenciarlos. Es decir, no hay una clara noción del objeto matemático a enseñar, y en consecuencia, esto genera ausencia de claridad lógico discursiva durante el estudio con los estudiantes.
- f) En cuánto al referente epistemológico, se concluye que la institución docente, parte de lo contrario al desarrollo histórico de los polinomios, donde toma el saber final, acabado e institucionalizado y se entrega a los estudiantes tal cual.

5.1.3 Objetivo N°3: Caracterizar la Organización Didáctica Correspondiente a la Organización Matemática Enseñada, contiene los aspectos concluyentes en cuánto a la OD, los cuales se corresponden con la OM enseñada por la institución docente investigada (Informante clave A: ICA, informante clave B; ICB), en torno a los polinomios, donde se destaca lo siguiente:

- a.) Ausencia del ME, donde no se estudia ningún problema en particular para la constitución de una técnica de resolución.
- b.) Se precisa casi de inmediato una única una técnica.
- c.) Predominio del MTT, donde se ejercita la técnica a usar en la mayor parte de las clases, más se cuestiona en torno a ella.

- d.) Se identifica el por qué de cada elemento estudiado, es decir, énfasis en los aspectos que se estudiarán y la manera de como se realizará.
- e.) No se verifica en ningún momento lo que se ha aprendido.
- f.) El proceso de estudio en términos generales, giran en torno al METT que coincide con el MPE, al mismo tiempo con el MI, con ausencia del ME y mayor uso del MTT, es decir, se indica la teoría, que es y la manera de resolver, para luego practicar insistentemente en la técnica a usar.

5.1.4. Objetivo N°4 y 5: Describir las relaciones entre la Organización Matemática enseñada y la Organización Didáctica correspondiente, aunado a plantear conjeturas en base a tales relaciones, está referido a las conclusiones presentadas a modo de conjeturas, las cuales se dejan el camino abierto para otras investigaciones dentro del campo de la Didáctica de la Matemática, y más aún desde la óptica de la TAD, puesto que lo ellas plantean debe ser investigado, por lo tanto, se presentan a continuación:

C₁: Si en la actividad docente se presenta una OM atomizada, algorítmica e incompleta, necesariamente se está engendrando una OD generadora y fortalecedora de esa incompletitud.

C₂: Si en la actividad docente no se exige a los estudiantes a cuestionar a través de tareas, para la constitución de una técnica o de algún aspecto tecnológico-teórico, entonces, no habrá puestas en común de los saberes a emerger, ya que no se compara, no se analiza y por tanto no se comprende.

C₃: Si las técnicas que estén directamente asociadas a definiciones concretas para tareas simples y atomizadas, en una OM efectivamente enseñada, entonces, no representan elementos suficientes que posibiliten un entorno dado para el cuestionamiento, ni mucho menos para la constitución de justificaciones matemáticas, puesto que la técnica (Definiciones para este caso), es la misma tecnología, es decir, la justificación matemática acabada e institucionalizada.

- C₄: La elaboración de Organizaciones Matemáticas de Referencia haciendo uso del desarrollo histórico de la matemática puede ser un factor determinante para construir OD significativamente efectivas.*
- C₅: Si durante la actividad docente se plantean preguntas, cuyas respuestas están asociadas siempre al bloque técnico, necesariamente se está engendrando OD, contenidas de OM incompletas, caracterizada por falta de cuestionamiento, justificación y explicación matemática (Es decir, el bloque tecnológico-teórico).*
- C₆: Si en la actividad docente, el MPE con un OM siempre está caracterizado por el bloque tecnológico-teórico, entonces, quedará ausente el planteamiento de tipos de problemas o tipos de tareas que propicien algún tipo de cuestionamiento técnico o tecnológico-teórico que sirva de embrión para el estudio de otras OM más completas.*
- C₇: Si en una actividad docente se define polinomio a través de elementos aislados (Números, signos y letras), genera secuencialmente, el estudio de una OM ambigua, confusa e incompleta, que trae consigo una OD carente de cuestionamientos en torno a relaciones, operaciones y propiedades que integran la definición.*
- C₈: La secuencia didáctica seguida generalmente por la institución docente gira en torno a un MPE que tiene lugar en el bloque tecnológico-teórico, que coincide a su vez con el MI, seguido del MTT, pero ésta enfocada a la práctica, más no al cuestionamiento de la técnica, aunado a la ausencia absoluta del ME, METT y MEV.*

5.2 Recomendaciones.

Se recomienda considerar las conjeturas planteadas en este estudio, para futuras investigaciones dentro del campo de la Didáctica de la Matemática. Así como también, que se de la oportunidad de repetir el estudio en otro contexto, ya sea alrededor del mismo u otro objeto matemático. Por último, darle continuidad a esta investigación, ya sea en torno a:

- ✓ El análisis de OM y OD en otros textos de estudios.
- ✓ El análisis de la OM enseñadas.
- ✓ El análisis de las OM existentes en las institución docentes.
- ✓ El análisis de las OM que poseen los estudiantes.
- ✓ Propuestas de OMR, así como, el análisis de las OM y OD existentes en la historia de otros objetos matemáticos.

✓ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

✓

✓

- ✓ ARIAS, F. (2006). ***El proyecto de Investigación***. Introducción a la Metodología Científica. Caracas; Venezuela.

✓

- ✓ BÁEZ, M., CANTÚ, C., y GÓMEZ, K. (2007), ***Un Estudio Cualitativo sobre las Prácticas Docentes en las Aulas de Matemáticas en el Nivel Medio***. [Documento en línea]. Trabajo de grado de la Universidad Autónoma de Yucatán. Facultad de Matemáticas. México. Consultado el día 9 de Mayo del 2010. Disponible en: http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/TesisGrupal_Baez-Cantu-Gomez.pdf.

✓

- ✓ BELL, E. (2003). ***Historia de las Matemáticas***. México; Distrito Federal.

✓

- ✓ BOSCH, M., ESPINOZA, L., y GASCÓN, J. (2003). ***El Profesor como Director de Procesos de Estudio. Análisis de Organizaciones Didácticas Espontáneas***. [Documento en línea]. Consultado el día 29 de Agosto del 2010. Disponible en: <http://rdm.penseesauvage.com/El-profesor-como-director-de.html>.

✓

- ✓ BOSCH, M., FONSECA, C., Y GASCÓN, J. (2004). ***Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las Instituciones Escolares***. [Documento en línea]. Consultado el día 14 de Octubre del 2009. Disponible en: <http://rdm.penseesauvage.com/Incompletitud-de-las.html>.

✓

- ✓ BOSCH, M., Y GASCÓN, J.(2004).***La Praxeología Local como unidad de análisis de los procesos didácticos***. [Documento en línea]. Consultado el día 2 de Octubre del 2010. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/madrid_20

✓

✓

- ✓ CARREIRAS, A. (2005). ***Matemáticas: Funciones Matemáticas***. [Documento en línea]. Consultado el día 29 de Agosto del 2010. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos7/mafu/mafu.shtml#apli>.

- ✓ CERDA, H. (2005). *De la teoría a la práctica. El pensar y el hacer en la ciencia y en la educación*. (1era. ed.). Colombia; Bogotá.
- ✓
- ✓ CHEVALLARD, Y. (1999). *El Análisis de las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica De Lo Didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266.
- ✓
- ✓ COLECCIÓN BICENTENARIO. (2012). *Matemática: 2do, 3er y 5to año del Nivel de Educación Media del Subsistema de Educación Básica*. Ministerio del Poder Popular para la Educación. [Textos en línea]. Consultado el día 24 de Enero del 2014. Disponible en: http://www.me.gob.ve/coleccion_bicentenario.
- ✓
- ✓ COLMENARES, C., Y RODRÍGUEZ, M. (2006). *Apuntes de Investigación y Técnicas Documentales*. Reproducción Libre. Universidad de Carabobo.
- ✓
- ✓ D'AMORE, B. (2008). *Matemática en todo*. (1era. ed.). Colombia; Bogotá.
- ✓
- ✓ D'AMORE, B., y GODINO, J. (2007). *El Enfoque Ontosemiótico como un Desarrollo de la Teoría*. [Documento en línea]. Consultado el día 4 de Febrero del 2011. Disponible en: <http://www.ugr.es/~jgodino7funciones-senioticas>.
- ✓
- ✓ DENZIN, N. (1970). *Sociological Methods: a Source Book*. Aldine Publishing Company. Chicago.
- ✓
- ✓ ESQUINAS, A. (2008). *Dificultades de Aprendizaje del Lenguaje Algebraico: Del Símbolo a la Formalización Algebraica. Aplicación a la Práctica Docente*. [Documento en línea]. Memoria de Tesis Doctoral, Universidad Complutense, Facultad De Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar. España; Madrid. Disponible: <http://eprints.ucm.es/8283>.
- ✓
- ✓ FONSECA, C. (2011). *Recorridos de Estudio e Investigación: Una propuesta dentro de la teoría antropológica de lo didáctico para la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje*. [Documento en línea]. Consultado

- el día 19 de Marzo del 2013. Disponible en:
http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1011-22512011000100004&script=sci_arttext.
- ✓ FONT, V. (2002). *Una Organización de los Programas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. [Documento en línea]. Revista EMA. Vol 7. N° 2. Disponible en: [www.webpersonal.net/vfont/\(01\)_AI-Font.pdf](http://www.webpersonal.net/vfont/(01)_AI-Font.pdf).
- ✓
- ✓ GASCÓN, J. (2001). *Evolución de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 18/1, n° 52, pp. 7-33.
- ✓
- ✓ GÓMEZ, R. (2008). *Desempeño docente en el área de matemática y su relación con el rendimiento académico de los alumnos de séptimo grado de la Unidad Educativa "Víctor Racamonde"*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación. Valencia.
- ✓
- ✓ HERNÁNDEZ, R. FERNÁNDEZ, C., Y BAPTISTA, P. (1997). *Metodología de Investigación*. Colombia; Bogotá.
- ✓
- ✓ HERNÁNDEZ, R. FERNÁNDEZ, C., Y BAPTISTA, P. (2006). *Metodología de Investigación*. Colombia; Bogotá.
- ✓
- ✓ LARIOS, V. Y FONT, V. (2013). *El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de matemáticas*. CIMATE de la Universidad Autónoma de Guadalajara. [Documento en línea]. Consultado el día 5 de Febrero del 2014. Disponible en: http://webs.ono.com/vicencfont/index_archivos/Larioa%20Font%20Libro%20Guad.pdf.
- ✓
- ✓ MARTÍNEZ, M. (2009). *La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación*. Manual Teórico-Práctico. México; Distrito Federal.
- ✓
- ✓ MARTOS, E. (2008). *Valores Prácticos y Epistémicos de los Productos Notables en Profesores de Matemáticas*. [Documento en línea]. Tesis de pregrado no publicado. Instituto Politécnico Nacional. Centro de

Investigación en Ciencias Aplicada y Tecnológica Avanzada. México; Distrito Federal. Consultado el día 25 de Agosto del 2010. Disponible en: <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis.html>.

✓

- ✓ [MEJÍAS, M.](#) (2012). *La Factorización de Polinomios de una Variable Real en un Ambiente de lápiz/papel (L/P) y Álgebra Computacional*. [Documento en línea]. Consultado el día 29 de Enero del 2014. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10893/4079>.

✓

- ✓ MCKERNAN, J. (2001). *Investigación – Acción y Curriculum*. Métodos y recursos para profesionales reflexivos. España; Madrid.

✓

- ✓ MOTA, D. (2012). *Significados institucionales de los polinomios en Educación Media General*. [Documento en línea]. Consultado el día 8 de Octubre del 2013. Disponible en: <http://prezi.com/endaii2epxa6/contraste-entre-los-significados-institucionales-de-referencia-y-los-pretendidos-sobre-polinomios>.

✓

✓

- ✓ MURILLO, J. (2009). *Documento de Referencia Encargado para el Informe de Seguimiento de la Educación para Todos en el Mundo 2008 “Educación para Todos en 2015 ¿Alcanzaremos la meta?”*. Resultados de aprendizaje en América Latina a partir de las evaluaciones nacionales-UMALCA. [Documento en línea]. Consultado el día 18 de Octubre del 2013. Disponible en: <http://www.matmor.unam.mx/eventos/latino>.

✓

- ✓ PACHECO, V. (2013). *Organizaciones matemáticas y didácticas de los practicantes-docentes. Caso ecuación de segundo grado con una incógnita*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Carabobo. Venezuela.

✓

- ✓ PISA. (2009). *INEE Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Estudios internacionales de evaluación*. [Documento en línea]. Consultado el día 16 de Febrero del 2014. Disponible en: <https://www.mecd.gob.es/inee/publicaciones/estudios-internacionales.html>.

✓

- ✓ PISA. (2012). *INEE Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Estudios internacionales de evaluación*. [Documento en línea]. Consultado el día 16 de

- ✓ Febrero del 2014. Disponible en: <https://www.mecd.gob.es/inee/publicaciones/estudios-internacionales.html>.
- ✓ REY, J., Y BABINI J. (2000). *Historia de la Matemática*. Volumen 1 y 2. España; Barcelona.
- ✓ RUÍZ, N., BOSCH, M., Y GASCÓN, J. (2011). *Un modelo epistemológico de referencia del álgebra como instrumento de modelización*. [Documentos en línea]. Consultado el día 22 de Marzo del 2014. Disponible en: <http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/05/NoemiMariannaJosepCITAD-III-2011.pdf>.
- ✓ REGLAMENTO GENERAL DE LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN. (2009). *Circular 4: Norma el Artículo 112*. [Documentos en línea]. Consultado el día 22 de Marzo del 2014. Disponible en: <http://evaluacion-y-control-estudio.lacoctelera.net/post/2012/03/10/circular-4-norma-art-culo-112-rgloe-26-08-2009>.
- ✓ SAAVEDRA, E., VALENCIA, J., Y GOYES, N. (2011). *Análisis y Caracterización de la Gestión Didáctica del Docente en una Secuencia Didáctica sobre la Continuidad y Límite, desde la Teoría de Situaciones Didácticas*. [Documento en línea]. Publicado por Dialnet. Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación, Vol. 2, No. especial, 65-77. ISSN: 2215-842113. Consultado el día 26 de Noviembre del 2013. Disponible en: <file:///C:/Documents%20and%20Settings/Administrador/Mis%20documentos/Downloads/Dialnet-AnalisisYCaracterizacionDeLaGestionDidacticaDelDoc-4058947.pdf>.
- ✓ SIERRA, T. (2006). *Lo Matemático en el Diseño y Análisis de Organizaciones Didácticas: Los Sistemas de Numeración y la Medida de Magnitudes*. [Documentos en línea]. Memoria de tesis doctoral. Universidad Complutense. Facultad de Educación. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. España; Madrid. Disponible en: dialnet.uniroja.es/servlet/tesis?codigo=17480.
- ✓ TAYLOR, Y BOGDAN, (1996). *Introducción a los Métodos Cualitativos de Investigación*. Barcelona; España.

✓

- ✓ TIMSS. (2011). **Resumen Ejecutivo**. Estudio internacional de tendencias matemáticas y ciencias. [Documento en línea]. Consultado el día 22 de Febrero del 2011. Disponible en: <http://www.eduteka.org/Timss2011PreguntasGrado4.php>.

✓

✓

- ✓ UNESCO. (2010). **Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Datos Mundiales de Educación**. [Documento en línea]. Disponible: www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/.../2010/pdf.../Venezuela.pdf.

✓

- ✓ UNESCO. (2014). **La Sostenibilidad empieza con la Educación. Conferencia Mundial EDS**. [Documento en línea]. Consultado el día 06 de Marzo del 2014. Disponible en: <http://www.unesco.org/new/es/unesco-world-conference-on-esd-2014/resources/what-is-esd>.

✓

- ✓ VALDIVÉ, C. (2011). **Estudio de los Polinomios en Contexto**. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Barquisimeto. Venezuela. [Documento en línea]. Consultado el día 06 de Marzo del 2014. Disponible en: <http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v32n2/art07.pdf>.

✓

- ✓ VIVIANO, A. (2010, Enero). **La Relación del Profesor de Matemáticas al Saber Matemático: El Caso de la Ecuación Cuadrática**. [Documento en línea]. Ponencia presentada en el III Conferencia Internacional de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, España; Catalunya. Disponible: <http://www.crm.cat/conferences/0910/cdidactic/cdidactic.pdf>.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓ **Anexos.**

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓ ANEXO A

Dimensión N°1: Presencia de elementos praxeológicos en la historia reseñada de los polinomios.

✓ Historia Momento	✓ Cultural Personajes	✓ Tareas	✓ Tecnología -Teoría
		✓ y Técnicas	
✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ A	✓ Bab ilon ia 300 0a. C-2 000 a.C.	✓ Hallar solución a ecuaciones lineales, cuadráticas, y cúbicas.	✓ No se explicitó ningún tipo de regla o teorema escrito. Más sin embargo, conocían todas las operaciones elementales de adición, sustracción, multiplicación y división, elevación de cuadrados, extracción de raíces, entre otras.
		✓ 1. Tablas de multiplicación, de recíprocos, de cuadrados, con inmediata solución por interpolación lineal 2. Reducción de dos números de los cuales se conoce el producto y la suma (o diferencia), hoy, la resolvente. 3. Tabulación de valores para ecuaciones: $n^3 + n^2$, para $n=1,...,30$.	
	✓ Egi pto 185 0a. C - 165 0 a.C.	✓ Solucionar por ecuaciones lineales, problemas de superficie, entre otros.	✓ Se comienza a hacer mención a reglas operatorias, asimismo, mantenían conocimiento sobre lo que actualmente se llama valor numérico de un polinomio, al emplear el método de “falsa posición”, es decir tanteo, asignando valores a las indeterminadas para obtener ciertos resultados.
		✓ 1. Operaciones aritméticas con números enteros o fraccionarios, como; multiplicidad por duplicación y fracciones unitarias. 2. Método de “falsa posición”.	
	✓ Euc lide s (32 5/36 5a. C – 5/30 0a.	✓ Resolver y establecer equivalencias geométricas para identidades cuadráticas	✓ Nociones de igualdad, desigualdad, duplicación y división por mitades (es decir, de magnitudes). Equivalencias geométricas y propiedades para las identidades sencillas de segundo grado; productos notables y fórmulas de factorización. Planteamientos axiomáticos y demostraciones a través del razonamiento deductivo.
		✓ Método geométrico.	

✓ N ✓ T ✓ I ✓ G ✓ Ü ✓ E ✓ D ✓ A ✓ D	✓ C).		
	✓ Liu Hui (220 a.C.-280 a.C).	✓ Hallar la solución de sistemas de ecuaciones lineales. ✓ Método similar al de Gauss. (<i>Consiste en transformar un sistema de ecuaciones en otro equivalente de forma que éste sea escalonado</i>).	✓ Se prescriben reglas, como por ejemplo: A ambos miembros de una ecuación de un sistema, se les puede sumar o restar una misma expresión u otra ecuación del mismo sistema, se puede multiplicar o dividir en ambos miembros por un número distinto de cero.
	✓ Diofantos (200/214 d.C.-284/298 d.C).	✓ Hallar soluciones racionales positivas de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas. ✓ 1. Técnica operatoria que consiste en pasar de un miembro a otro de sus igualdades (Actualmente transposición de términos). 2. La resolvente. 3. Variables auxiliares, reduciendo el problema a una ecuación de primer grado.	✓ Signos literales para indicar las primeras tres potencias de la incógnita. Propiedades de triángulos rectángulos por medio de factores de proporcionalidad. Aproximación de un álgebra que permite operar con; <i>series de potencias positivas ascendentes en expresiones algebraicas enteras, es decir hoy, polinomios</i> . Funda propiedades aritméticas, que no demuestra pero que aplica.
	✓ Aryabhata (476-550).	✓ Buscar soluciones enteras a ecuaciones lineales y cuadráticas. ✓ 1. Método de inversión. ✓ 2. Método de pulverización.	✓ Se inicio el uso de letras para representar incógnitas, así como también, el uso de cambio de variables. Se ocupó de establecer criterios para el análisis indeterminado, donde para hallar solución a ecuaciones, se tomarán sólo números enteros.
Dimensión N°1: Presencia de elementos praxeológicos. Continuación.			
✓ D ✓ A ✓ D ✓ M ✓ E ✓ D ✓ I ✓ A	✓ Brahmagupta (598-670).	✓ Análisis de ecuaciones indeterminadas de segundo grado. ✓ 1. Búsqueda de dos números m y n , tales que $mn=ab+c$, cuyas soluciones $x=m+b$; $y=n+a$ 2. Método de pulverización. 3. Para: $nx^2+m=y^2$, conocida una solución, se deducía otras para la misma ecuación o semejantes. 4. Técnica del cambio de variables.	✓ Simbolismo precursor del álgebra sincopada, así como el uso del cero como símbolo, diferenciaba los números positivos y los negativos que interpretaban como créditos y débitos que distinguían simbólicamente. Se enuncio la regla de los signos de la multiplicación, así como una raíz negativa de una ecuación de segundo grado. No constituyo ninguna demostración. ✓
	✓ Al-Khwarizmi (780-850).	✓ Resolver ecuaciones con coeficientes enteros y positivos. ✓ 1. Método de restauración y reducción: suprimir los términos negativos y los denominadores en el caso de aparecer coeficientes fraccionarios, a través de la transposición de términos, y eliminación de factores comunes en los coeficientes (es decir, actualmente reducción de términos semejantes entre <i>polinomios</i>). 2. Regla de la resolvente.	✓ Comprobación geométrica de la ecuación de segundo grado. Empleó la incógnita como “cosa”, presentó una raíz positiva y otra negativa de una ecuación de segundo grado sin rechazar explícitamente la negativa. Describió cualquier potencia de la incógnita x , sin usar los símbolos modernos; incluía multiplicación, división y extracción raíces cuadradas, así como el conocimiento del teorema del binomio. Además de distinguir, los <i>polinomios</i> de primer y segundo grado de acuerdo al número

				de términos.
	✓ Kh ayy am (10 48– 113 1).	✓ Hallar la solución a ecuaciones de segundo y tercer grado. ✓ 1. Método geométrico, a partir de secciones cónicas. 2. Método aritmético.		✓ Distinguió y clasificó los polinomios presentes en las ecuaciones de acuerdo al número de términos. Demostró que una ecuación polinómica de segundo grado tiene al menos una segunda raíz. Clasifica y resuelve las ecuaciones polinómicas hasta las cuárticas.
	✓ Li Ye (119 2 – 279).	✓ Reducir a ecuaciones problemas geométricos. ✓ Método del elemento celestial.		✓ Semejante algoritmo de Horner, sin demostración alguna.
	✓ Qin Jius hao (12 02 – 126 1).	✓ Solucionar ecuaciones y sistemas lineales. ✓ 1. Teorema chino del resto. 2. En el caso de polinomios de mayor grado a cuatro (4), la solución de ciertos problemas se reduce a una ecuación cúbica o de cuarto grado que resuelve por el método chino estándar.		✓ Nociones básicas de la teoría de congruencias, definiciones, proposiciones, congruencias lineales, cuadráticas y finaliza con aplicaciones a la criptografía de Cifrados monográficos. Aportando una forma sencilla de manipular números módulo n , muy grande en forma de números menores.
	✓ Zhu Shi jie (12 60/1 270 – 320/ 133 0).	✓ Estudiar ecuaciones y sistemas de hasta de grado catorce. ✓ 1. Método de los cuatro elementos (<i>método del fan fa</i>). Basados en cambios de variables.		✓ Aclaró también como encontrar raíces cuadradas.
✓ R ✓ E ✓ N ✓	✓ Del Fer ro (14 65- 152 6).	✓ Resolver ecuaciones cúbicas. ✓ ✓	✓ Método desconocido.	✓ Ausencia de justificaciones teóricas (<i>al no revelar al juicio público el contenido</i>).

A ✓ C ✓ I ✓ M ✓ I ✓ E ✓ N ✓ T ✓ O	✓ Tartagli (1499/1500-1557). ✓ Cardano (1501-1576).	✓ Resolver ecuaciones cúbicas.	✓ Fórmula que Cardano publicó sin autorización de Tartaglia llamándola fórmula de Cardano.	✓ Proporciona reglas como; raíces cuadradas de radicandos negativos sin interpretación real. En esta época no se aceptaban los números negativos y por ello existían trece ecuaciones distintas, de las cuales siete eran completas (todas las potencias representadas).
				✓ Agrega la transformación de las ecuaciones cuadrinomias en trinomias, al mismo tiempo presenta elementos para el estudio de las raíces negativas, hasta las imaginarias, así como de las relaciones entre los coeficientes y las raíces. Además publica transformaciones de ecuaciones, con el fin de aparecer factores lineales que al eliminarse, disminuyen su grado.
	✓ Ferrari (1522d. C-1565d. C).	✓ Resolver ecuaciones cuárticas. ✓ Método de Ferrari		✓ Regla para transformar ecuaciones mediante la introducción de un término indeterminado en una diferencia de cuadrados.
	✓ Bombelli (1526d. C-1572d. C).	✓ Resolver ecuaciones cúbicas y cuárticas. ✓ Algoritmo como intermediario		✓ Indicó los monomios de una letra con el coeficiente y el exponente en su parte superior encerrado en un semicírculo. Presentó casos irreducibles de la ecuación cúbica, para obtener raíces complejas conjugadas de una ecuación cuadrática sin raíces reales. Reglas operatorias de los monomios y polinomios hasta la división de un polinomio por un binomio lineal con coeficiente unitario de la variable, cambio de signos de las raíces, transformaciones que emplea para reducir toda cúbica a las formas canónicas, entre otras.
	✓ Vieta (1540d. C-1603d. C).	✓ Desarrollar el algoritmo sobre las operaciones aplicables a los polinomios. ✓ 1. Uso de letras; incógnitas y las constantes con literales, símbolos para las operaciones +, -, la raya para los quebrados, y el signo de igualdad. 2. Conocidos la suma s y el producto p de dos números, estos dos números son las dos raíces de la ecuación $x^2 - sx + p = 0$. Si esta ecuación tiene discriminante negativo, entonces; o los números son complejos, o los valores de s y de p no pueden ser la suma y el producto de dos números reales. 2. Ley de homogeneidad. 3. Reducción del grado de un polinomio a uno inferior.		✓ Algoritmo actual correspondiente a las operaciones racionales aplicables a los polinomios, relación entre los coeficientes de un polinomio de cualquier grado, en función de sus raíces, descomposición de un polinomio $f(x)$ de la ecuación algebraica $f(x)=0$ en factores lineales, postulados para la reducción del grado de un polinomio a uno inferior.

Dimensión N°1: Presencia de elementos praxeológicos. Continuación.

Dimensión N°1: Presencia de elementos praxeológicos. Continuación.

✓ E ✓ D ✓ A ✓ D ✓ ✓ M ✓ O ✓ D ✓ E ✓ R ✓ N ✓ A	✓	Ste vin (15 48d. C -16 20d. C).	✓ <i>Calcular las raíces de un polinomio.</i> ✓ Método de sustituciones sucesivas.	✓ Criterios para aproximación de raíces de un polinomio, ej: Si la diferencia entre los valores numéricos de ambos miembros de la ecuación cambia de signo para dos valores numéricos de la incógnita, la raíz está comprendida entre estos dos valores. Algoritmo de trabajo para la obtención del MCD de dos polinomios.
	✓	Har riot (15 60d. C – 162 C).	✓ <i>Permitir un número negativo en una ecuación.</i> ✓ Técnicas simbólicas, innovación en la simbología.	✓ Permitió que un número negativo actuara como miembro de una ecuación.
	✓	Gir ad (15 95d. C -16 32d. C).	✓ <i>Analizar los polinomios de las ecuaciones de grado n.</i> ✓ 1. Teoría de ecuaciones. ✓ 2. Trisección de un ángulo.	✓ Forma de las ecuaciones polinómicas completas, separando en cada miembro, los términos de igual pariedad de las potencias de las incógnitas y admitiendo coeficientes nulos cuando la ecuación carece de ese término. Afirma sin demostrarlo, el teorema fundamental del álgebra: <i>Toda ecuación tiene tantas raíces positivas como indica el grado</i> , para lo cual considera, las raíces positivas, las negativas, complejas simples y dobles. Propiedades para la resolución completa de las ecuaciones cúbicas en el caso irreducible. Relaciones entre los coeficientes y raíces de una ecuación, y la suma de potencias de igual exponente de esas raíces.
	✓	Des cart es (15 96d. C – 165 0d. C).	✓ <i>Reducir problemas geométricos a problemas algebraicos.</i> ✓ Regla de los signos.	✓ Se fundamentó en la <i>teoría de ecuaciones</i> . Estableció la regla para contar el número de raíces verdaderas (positivas) y falsas (negativas) de una ecuación polinómica. Introdujo, símbolos para las incógnitas, las operaciones y potencias algebraicas.
	✓	Wal lis (16 16d. C – 170 3d.	✓ <i>Desarrollar una notación estándar para las potencias.</i> ✓ Técnicas simbólicas, innovación en la simbología.	✓ Desarrolló una notación estándar para las potencias, ampliándola desde los números enteros positivos hasta los números racionales.

	C).		
	✓ Tak aka zu (16 37/1 642 d.C – 170 8d. C).	✓ Calcular de raíces en funciones polinómicas. ✓ Antiguo método chino para hallar todas las soluciones reales.	✓ Presentó un álgebra con métodos numéricos, interpolación polinómica, ecuaciones indeterminadas enteras. Soluciones numéricas de ecuaciones de grado arbitrario con coeficiente reales. Usó una matriz de números para representar una fórmula.
	✓ Ruf fini (17 65d. C – 182 2d. C).	✓ Hallar los coeficientes de un polinomio. ✓ Método de Ruffini.	✓ Demostró hallar los coeficientes del polinomio que resulta de la división de un polinomio cualquiera por el binomio $x-a$. Hizo demostración aproximada de la imposibilidad de la quintica.
	✓ Ga uss (17 77d. C-1 855 d.C) .	✓ Demostrar que ecuaciones polinómicas tienen raíz compleja. ✓ Teoría de grupos.	✓ Estudio la estructura de sistemas matemáticos abstractos, incluyendo axiomas basados en el comportamiento de objetos matemáticos, como los números complejos, que los matemáticos habían encontrado al estudiar las ecuaciones polinómicas.
S ✓ I ✓ G ✓ L ✓ O ✓ ✓ X ✓ I ✓ X	✓ Cau chy (17 89d. C - 185 7d. C).	✓ Precisar la noción función sobre la de correspondencia. ✓ Definición de análisis, precisando los conceptos de función, de límite y de continuidad.	✓ Distinguió el concepto de función como toda referencia a una expresión formal, algebraica o no, para fundarla sobre la noción de correspondencia, separando polinomio y función polinómica.
	✓ Hor ner (17 89d. C – 183 9d. C).	✓ Resolver ecuaciones algebraicas. ✓ Método de Horner.	✓ Expone el método numérico aproximado, para resolver ecuaciones polinómicas, ya conocido por los chinos. Evaluó de forma eficiente funciones polinómicas de una forma monomial.

✓ ✓ H ✓ A ✓ S ✓ T ✓ A ✓ ✓ L ✓ O ✓ ✓ A ✓ C ✓ T ✓ U ✓ A ✓ L	✓	Sar rus (17 98d. C-1 861 d.C) .	✓ Resolver ecuaciones con varias incógnitas. ✓ Regla de Sarrus.	✓ Estableció el tratamiento de polinomios con varias incógnitas, estudiando el número de soluciones de los sistemas lineales.
	✓	Ab el (18 02d. C – 182 9d. C).	✓ Estudiar ecuaciones de quinto grado. ✓ Teorema de los radicales.	✓ Planteó el teorema: “si una ecuación es resoluble mediante radicales, el cuál uso para ratificar la imposibilidad de la quinta.
	✓	Gal ois (181 1d. C-1 832 d.C) .	✓ Sentar las bases de la teoría de ecuaciones. ✓ Mostrando que a cada ecuación corresponde un grupo de sustituciones.	✓ Sentó las bases de la teoría de ecuaciones mediante grupos, por criterios definitivos para determinar si las soluciones de una ecuación polinómica podrían o no calcularse por radicales.
	✓	Cay ley (18 21d. C -18 95d. C)	✓ Hallar la solución de un polinomio característico. ✓ Teorema de Cayley-Hamilton.	✓ Introdujo la multiplicación de las matrices. Estableció que cualquier matriz cuadrada es solución de su polinomio característico.

✓ ANEXO B

Dimensión N°2. Ámbito matemático: Contexto donde se desarrolla la noción de polinomio.

✓ Momento Histórico	✓ Cult ura o	✓ Estudios Resaltantes	✓ Donde se evidencia la noción; polinomio
		✓ y Ámbito Matemático Enfatizado	

	Pers onaj es		
✓	✓ Babilonia	✓ Hallar solución a ecuaciones lineales, cuadráticas, y cúbicas.	✓ El comercio, la agrimensura y la economía de estas sociedades estimularon matemáticamente formas para abordar dificultades prácticas sobre planos, ingeniería y astronomía, basado en la búsqueda de soluciones o raíces de ecuaciones.
✓	3000 a.C–	✓ Aritmético y Geométrico: Instrucciones que indicaban la resolución por operaciones elementales; división, elevación de potencias, entre otras, para cuadrados y cubos. Las tablillas revelan el conocimiento del teorema de Pitágoras, en consecuencia, expresan la posibilidad aritmética de descomponer un número cuadrado en una suma de cuadrados	
✓	2000 a.C.		
✓	✓ Egipto	✓ Solucionar problemas de superficie (Entre otros) a través de ecuaciones lineales.	
✓	1850 a.C	✓ Aritmético: Basado en el procedimiento del tanteo, a través de operaciones aritméticas elementales; la multiplicidad por duplicación y el uso exclusivo de fracciones unitarias.	
✓	-1650 a.C.		
✓	✓ Euclides	✓ Realizar construcciones geométricamente basadas en teoremas.	✓ Primera solución completa geométricamente demostrada en números enteros de una ecuación indeterminada, presentada en el libro de los Elementos de Euclides (X,28, Lemas)
✓	(325/365a.C –	✓ Geométrico: Al postular nociones de igualdad, desigualdad, suma, resta, duplicación y división por mitades representadas geométricamente, donde consideró sólo coeficientes positivos.	
✓	5/300 a.C).		
✓	✓ Liu Hui	✓ Hallar la solución de sistemas de ecuaciones lineales.	✓ Al establecer conocimientos comunes para instruir a hijos de dignatarios, conllevó a presentar reglas que indicaran que no existen alteraciones numéricas en la búsqueda de soluciones de sistemas de ecuaciones.
✓	(220 a.C-	✓ Aritmético y Geométrico: Al presentar transformaciones de ecuaciones en otras equivalentes, mediante uso de reglas presentadas de manera razonada, basadas en el uso de la regla, compás, números y medidas.	
✓	280a.C).		
✓	✓ Diofanto	✓ Hallar soluciones racionales positivas de ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas.	✓ En las ecuaciones diofánticas para las que se busca una solución dentro del conjunto de los números enteros o racionales.
✓	(200/214 d.C-2	✓ Aritmético, Algebraico y Geométrico: Operaciones para pasar de un miembro a otro. Simbolismo para variables auxiliares y convertir en sistemas lineales. Y propiedades de triángulos rectángulos, por factores de proporcionalidad.	
✓	84/298d.C)		
✓	·		
✓			

D ✓ A ✓ D			
E ✓ D ✓ Dimensión N°2 – Ámbito matemático: Continuación D ✓ M ✓ I ✓ A ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	✓ Arybhata (476 - 550). Brahmagupta (598-670). ✓ Al-Khawarizmi (780-850). ✓ Khayyam (1048–1131). ✓ Li Ye (1192 – 1279). ✓ Qin Jiushao (1202 – 1261). ✓ Zhu	✓ Buscar soluciones enteras a ecuaciones lineales, y de segundo grado. ✓ Aritmético y Algebraico: Basado en operaciones aritméticas inversas a las señaladas en el enunciado. Y uso de letras para las incógnitas, y cambios de variables. ✓ Análisis de ecuaciones indeterminadas de segundo grado. ✓ Aritmético y Algebraico: Basado en ejemplos numéricos, uso cambios de variables, para obtener coeficientes para una primera solución. ✓ Resolver ecuaciones con coeficientes enteros y positivos. ✓ Aritmético y Algebraico: Al suprimir términos negativos, comunes y denominadores en caso de ser coeficientes fraccionarios. Propició un álgebra para ecuaciones cuadráticas descritas textualmente que incluía extracción de raíces cuadradas, y noción del teorema del binomio. ✓ Hallar la solución para las ecuaciones de segundo y tercer grado, y sus raíces. ✓ Algebraico y Geométrico: Al clasificar ecuaciones cuadráticas y cúbicas, por número de términos. Al basarse en el método geométrico, a partir de secciones cónicas, regla y compás. ✓ Reducir a ecuaciones algebraicas los problemas geométricos. ✓ Análisis y Algebraico: Al averiguar cifras de raíces, por sucesivas pruebas y ecuaciones auxiliares por sustituciones lineales. ✓ Solucionar ecuaciones y sistemas lineales. ✓ Aritmético y Algebraico: Al emplear el teorema chino del resto, que usaba como algoritmo. Cuando se encontraba con ecuaciones de mayor grado, las reducía a una cúbica o cuártica. ✓ Estudiar ecuaciones y sistemas de hasta de grado catorce.	✓ En las soluciones presentadas en números enteros, por el método de pulverización para ecuaciones diofánticas lineales, y para otros grados, el método de inversión. ✓ A partir de las soluciones, donde el método de “pulverización”, permite obtener coeficientes cómodos para una primera solución. Y en la reducción de tres tipos de ecuaciones cuadráticas diofánticas con una incógnita de la forma actual. ✓ Al traducir el álgebra hindú, presenta un equivalente actual, que indica que para hallar soluciones, se pueden emplear procedimientos de restauración, es decir hoy, transposición de términos negativos, para reproducir ecuaciones con todos sus términos positivos, y reducción; para simplificar los términos de igual potencia (Bell, 2003). ✓ Al clasificar y resolver ecuaciones cúbicas, además de presentar hipótesis erróneas sobre; cúbicas, no son solubles algebraicamente y ni las cuárticas geométricaamente (Bel, 2003). ✓ En las soluciones donde se determinan por el método del elemento celestial, semejante al conocido más tarde como algoritmo de Horner. ✓ En ecuaciones de mayor grado, donde las soluciones provenían de la reducción de una cúbica o cuártica que resuelve por el método chino estándar, lo que hoy es el método de Ruffini – Horner. ✓ En los cuatro elementos, usado hoy, para hablar de

		Shijie (1260/1270 – 1320/1330).	✓ Algebraico: Basado en cambios de variables por medio del “ <i>método del fan fa</i> ”, para obtener soluciones aproximadas.	cuatro cantidades indeterminadas en una ecuación algebraica. Y el “ <i>método del fan fa</i> ”, para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones de mayor grado.
✓ R ✓ E ✓ N ✓ C ✓ I ✓ M ✓ I E ✓ N ✓ T	✓	Del Ferro (1465-1526).	✓ Resolver ecuaciones cúbicas.	✓ Al conocer la técnica para hallar la solución a una cúbica, mediante unos tercetos, sugiere transformaciones de ecuaciones, con el fin obtener factores lineales que al eliminarse, disminuyen su grado, dejando a la vista las relaciones entre los coeficientes y las raíces.
	✓	Tartaglia (1499/50 – 1557).	✓ Algebraico: Al propiciarse y desarrollarse el método para determinar la solución a la cúbica, a través de transformaciones lineales, con el objeto de disminuir el grado de la cúbica. Además del amplio uso de abreviaturas.	
	✓	Cardano (1501 – 1576).	✓ Resolver ecuaciones cuárticas.	✓ En los intercambios con Tartaglia, junto a Cardano estudiaron la solución de las cúbicas, y se planteo los casos en que podía presentarse una cúbica con coeficientes positivos. Descubriendo la solución general de la cuártica reduciendo el problema a una cúbica por el método de Tartaglia.
	✓	Ferrari (1557 – 1565 d.C).	✓ Algebraico: Al transformar ecuaciones mediante la introducción de un término de diferencia de cuadrados.	
✓	✓	Bombelli (1526 d.C – 1572 d.C).	✓ Resolver ecuaciones cúbicas y cuárticas.	✓ Se indica los monomios de una letra con coeficiente y exponente en su parte superior encerrado en un semicírculo, las reglas operatorias de monomios y polinomios hasta la división de un polinomio por un binomio lineal con coeficiente unitario de la variable, cambio de signos de raíces, sustitución de la incógnita por un valor proporcional a su recíproco, transformaciones para reducir toda cúbica a las formas canónicas, entre otras.
	✓	Vieta (1540-1603).	✓ Desarrollar el algoritmo sobre las operaciones aplicables a los polinomios.	✓ Al establecer postulados en los que se fundan las transformaciones algebraicas y casi todo el

Dimensión N° 2. Ámbito matemático. Continuación.

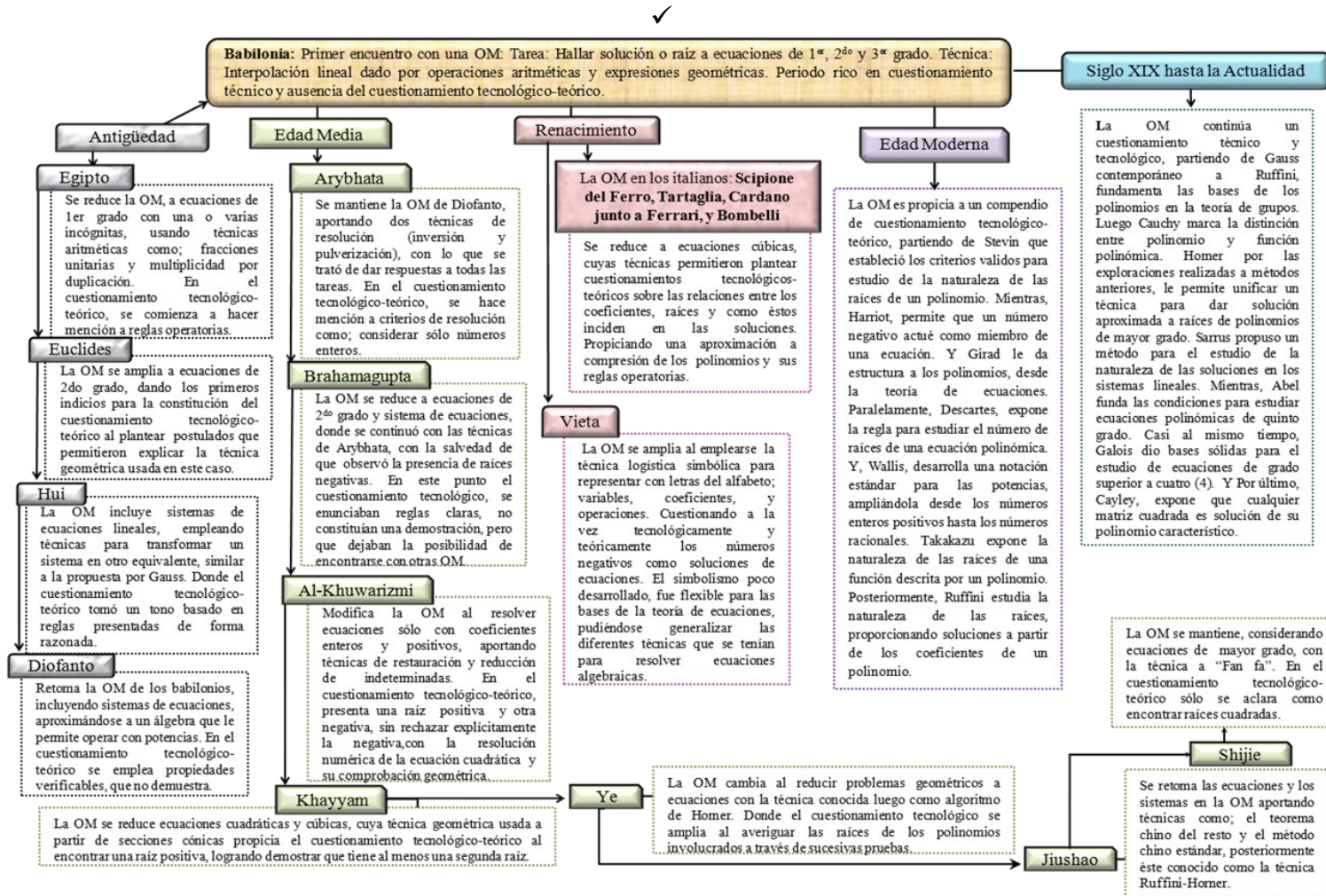
✓	kazu (163 7/164 2d.C – 1708 d.C).	✓ Aritmético y Algebraico: Basado en matrices de números para simular fórmulas, usando un álgebra con métodos numéricos e interpolación polinómica.	ampliado para hallar todas las soluciones reales, presentando un álgebra con métodos numéricos que permite descubrir soluciones numéricas de ecuaciones algebraicas de grado arbitrario con coeficiente reales.
✓	✓ Ruffi ni (176 7d.C – 1822 d.C).	✓ Hallar los coeficientes de un polinomio. ✓ Algebraico: Basado en el método de Ruffini que le permite hallar los coeficientes de un polinomio resultante, de una división.	✓ En el método de Ruffini, que permite hallar los coeficientes de un polinomio resultante de la división de un polinomio cualquiera por el binomio (x-a).
Dimensión N°2: Ambito matemático: Continuación.			
✓ S ✓ I ✓ G	✓ Gaus s (177 7d.C- 1855 d.C).	✓ Demostrar ecuaciones polinómicas que tengan alguna raíz compleja. ✓ Algebraico: Basado en axiomas que describen el comportamiento de los números complejos al estudiar ecuaciones polinómicas.	✓ Al demostrar “que toda ecuación polinómica tiene al menos una raíz en el plano complejo”, la atención se trasladó de las ecuaciones polinómicas, a las estructuras de sistemas matemáticos abstractos, cuyos axiomas estaban basados en el comportamiento de objetos matemáticos, como los números complejos.
✓ ✓ X ✓ I ✓ X	✓ Cauc hy (178 9d.C - 1857 d.C).	✓ Precisar la noción de función sobre la de correspondencia. ✓ Análisis: Basado en la exposición del teorema que funda la noción de función, sobre la noción de correspondencia.	✓ Al precisar que en una función polinómica la x se denomina variable, debido a la noción de correspondencia, mientras que, en un polinomio la x se denominada indeterminada (como los literales que representan valores variables).
✓ ✓ ✓ H ✓ S	✓ Horn er (178 9d.C – 1839 d.C).	✓ Resolver ecuaciones algebraicas ✓ Análisis: Basado en un algoritmo o método de Horner, para evaluar de forma eficiente funciones polinómicas de una forma monomial.	✓ Donde el polinomio: $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n, a_0, \dots, a_n$ son números reales, se quiere evaluar a un valor específico de x, definiendo una secuencia de constantes.
✓ ✓ T ✓	✓ Sarru s (179 8d.C- 1861	✓ Resolver ecuaciones con varias incógnitas. ✓ Algebraico y Análisis: Basado en el método para tratar polinomios con varias incógnitas, para estudiar el número de soluciones de sistemas de ecuaciones lineales.	✓ En la regla para el cálculo de determinantes de matrices de orden tres (3), método para tratar polinomios con varias incógnitas.

A	d.C).		
✓	✓ Abel	✓ Estudiar ecuaciones de quinto grado.	✓ Al plantear el teorema que indica; “si la ecuación es resoluble mediante radicales”. Destacó las condiciones para poder resolver ecuaciones de cualquier grado.
✓	(180	✓ Algebraico: Basado en el teorema que expone sobre la resoluble mediante radicales.	
✓	2d.C		
L	–		
✓	1829		
✓	d.C).		
A	✓ Galoi	✓ Sentar las bases de la teoría de ecuaciones.	✓ Demostró la inexistencia de una fórmula para la
✓	s	✓ Algebraico: Basado en la teoría de ecuaciones, donde cada ecuación le	quintica, y dio criterios para determinar si las
✓	(1811	corresponde un grupo de sustituciones.	soluciones de una ecuación podrían o no calcularse
A	d.C-1		por radicales.
✓	832d.		
✓	C).		
T	✓ Cayl	✓ Hallar la solución de un polinomio característico.	✓ Al determinar que algunos conjuntos de matrices o
✓	ey	✓ Algebraico y de Análisis: Al introducir la multiplicación de matrices, y	de cuaternios formaban o tienen estructura de
✓	(182	postular que cualquier matriz cuadrada es solución de un polinomio	grupo. Estableciendo que cualquier matriz cuadrada
U	1d.C	característico.	es solución de su polinomio característico.
✓	-189		
✓	5d.C)		
L			
✓			
✓			
I			
✓			
D			
✓			
A			
✓			
D			

✓

✓ ANEXO C

Dimensión N°3: Evolución de las OM a lo largo de la historia reseñada de los polinomios.



✓ Descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios a nivel de 2^{do} año, presentes en el texto N°1.

✓	✓ Tareas		✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría
	✓ *Identificar un polinomio.		✓ *Definición de polinomio.	
✓ so lv er o pe ra ci o ne s co n p ol in o m io s.	✓ *Re	✓ Adición y Sustracción	✓ *Reducción de términos semejantes.	✓ *Definición de polinomio en la indeterminada x, como una expresión algebraica, denotando su forma general y sus elementos. Además se diferencia función polinómica y polinomio en base a; variable e indeterminada. Función del elemento neutro en los polinomios, así como del polinomio cero, su denotación y términos semejantes. ✓ *Propiedad distributiva del producto respecto a la adición y las de potencia, se describe algebraicamente la multiplicación de una contante por un polinomio.*Propiedad que cumple los polinomios únicos, y las propiedades para la división como el elemento neutro, y la de potenciación para dividir entre una constante, explicaciones expuestas algebraicamente, se explica sólo un caso de división entre dos polinomios. Y finaliza planteando problemas sobre como encriptar datos a través de esta operación.*Denotación algebraica los seis productos que presenta: El cuadrado de una suma, el cuadrado de una suma, producto de dos binomios con un término común, producto de una suma por su diferencia, producto de la forma: $(x+a)(x^2-ax+a^2)$ y $(x-a)(x+ax+a^2)$.
		✓ Multiplicación.	✓ *Propiedad distributiva del producto respecto a la adición. *Propiedades de potenciación.	
		✓ División.	✓ *Técnica similar a la de los números enteros. ✓ * Propiedad distributiva de la división respecto a la suma.	
	✓			
✓ * O pe ra r co n pr o d uc to s n	✓ *	✓ *Hallar el producto de dos factores con un término común.	✓ *Técnica del factor común.	
		✓ *Aplicar y desarrollar productos notables. ✓	✓ *Técnica geométrica (Suma de las áreas de un rectángulo). ✓ *Propiedad distributiva respecto a la suma (Desarrollo del producto). ✓ *Aplicar la fórmula de producto correspondiente.	

	ot ab le s.			
	✓ ✓			
➤	✓	En el inicio del estudio el MPE se apoya en el ámbito matemático del análisis, con un intento de legitimidad funcional, puesto que a través de la noción función (<i>Representaciones gráficas, función lineal, forma general de la pendiente, función numérica, función cúbica, suma de funciones</i>) y la noción inferencia (<i>Predicciones del tema; VIH en Latinoamérica</i>), se plantea un tipo de problema, que involucra la representación gráfica de funciones numéricas, estableciendo relación entre la función polinómica y polinomio. Posteriormente a esto, se presenta el MI y MTT, donde predomina el MI, al definir función polinómica, su dominio, codominio y denotación simbólica, para luego, en base a la forma general de función polinómica, destacar la x como variable, la cual toma valores racionales, explicando cada elemento que la conforma, dando ejemplos numéricos para identificar, además se hace referencia a la función cero o constante, para definir polinomio en la indeterminada x , como una expresión algebraica, denotando su forma general y sus elementos. En lo sucesivo, se distingue función polinómica y polinomio en base a ; variable e indeterminada, luego se menciona la aplicabilidad del elemento neutro en los polinomios, así como el polinomio cero, su denotación y explicación de los términos semejantes, se explica las operaciones; adición y sustracción, reduciendo términos semejantes. Por su parte, en lo que respecta a la multiplicación se presenta a partir del MPE con un intento de		

✓

✓ ANEXO D-2

✓ Descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios a nivel de 2^{do} año, presentes en el texto N°2.

✓	✓ Tareas	✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría
✓	*Construir funciones polinómicas.	*Definición de función (Destacando la noción de correspondencia).	✓ Definición de función polinómica, denotación simbólica, elementos, valor numérico, expresión algebraica que conforma a una función polinómica, que recibe el nombre de polinomio, elementos, definición de polinomio sobre los números racionales de variable x , forma general, términos semejantes, igualdades, clasificación y orden. Operaciones; adición y sustracción, descomposición y expresión polinómica a través del sistema de numeración decimal, así como las propiedades aplicables (<i>conmutativa, asociativa, elemento neutro y opuesto</i>). En la multiplicación se presenta separándolos por el número de términos del polinomio a multiplicar, por ejemplo: Por una constante (<i>propiedad distributiva</i>), por un monomio (<i>propiedad de potenciación</i>) y por un polinomio (<i>las dos propiedades anteriores</i>), además, se muestran las propiedades aplicables: Conmutativa, asociativa, elemento neutro, distributiva respecto a la suma, aunado a esto, en los productos notables se presentan seis casos: El cuadrado de una suma, el cuadrado de una suma, producto de una suma por su
✓	*Identificar una función polinómica.	*Definición de función polinómica.	
✓	*Calcular el valor numérico de una función polinómica.	*Definición de valor numérico.	
✓	*Identificar un polinomio.	*Definición de polinomio.	
✓	*Clasificar polinomios.	*Definición de cada clasificación de polinomios.	
✓	*Ordenar polinomios.	*Definición de orden de un polinomio.	
✓	Suma y Resta.	*Reducción de términos semejantes. *Descomposición y expresión polinómica. *Definición de sustracción de polinomios.	
✓	*Calcul	*Propiedades de potenciación.	

	ar opera cione s con ✓ polinomios. ✓	cación.	✓ ✓	*Propiedad distributiva respecto a la suma. *La combinación de ambas propiedades.	diferencia, producto de dos binomios con un término común, cubo de una suma, cubo de una diferencia y productos combinados, definiendo el producto notable a emplear, y en cuanto a los métodos de factorización se presentan; factor común, cuadrados perfectos, trinomio, diferencia de dos cuadrados, adición y sustracción de cubos, combinada. Y en lo que respecta a la división se especifica los casos; de monomios (<i>Propiedad de potenciación</i>), entre un monomio (<i>potenciación y simplificación de factores comunes</i>) y polinomios (<i>algoritmo de división</i>) Por último, fracciones racionales desde sus ampliaciones, simplificaciones, adiciones, sustracciones, producto, cociente y operaciones combinadas.
		✓ Divisió n.	✓ ✓ ✓	*Propiedades de potenciación. *Potenciación y simplificación de factores comunes. *Algoritmo de división.	
	✓ *Operar con productos notables (PN)	✓ Desarrollar PN	✓ ✓ ✓	*Definición de cada producto notable. *Técnica geométrica. *Desarrollo del producto.	
		✓ Simplificar PN			
	✓ *Factorizar polinomios.	✓ *Definición de cada proceso de factorización.			
↘	✓ El MPE se apoya en el ámbito matemático del análisis, interpretando una función polinómica como fórmula matemática que permite hallar respuestas a problemas la vida diaria, mostrando ejemplos cotidianos con poca profundidad (Es decir, sin mayor énfasis en ello). Posteriormente a esto, se presenta a lo largo del estudio el bloque tecnológico-teórico junto al MI y el MTT, pero éste enfocado a la práctica de la técnica, más no al cuestionamiento (<i>Definición de polinomio, clasificación, orden, operaciones y factorización</i>), donde se parte de un breve ejemplo numérico para luego presentar la definición, forma de resolver y luego, reiteradas muestras del método a emplear. Además, también se apoya en el ámbito matemático geométrico para el estudio de los cuatro primeros productos notables, explicando a partir de gráficos, donde				

✓

✓ ANEXO D-3

✓ Descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios a nivel de 5^{to} año, presentes en el texto N°3 y N°4.

✓ N	✓ Tareas	✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría
↘	✓ *Identificar un polinomio.	✓ *Definición de polinomio.	✓ Teorema fundamental de la Aritmética aplicable a los polinomios al momento de factorizar. Definición de polinomio, elementos, características polinomios idénticos, polinomio y su diferencia de función polinómica. Por su parte, en
	✓ *Distinguir la noción polinomio de función polinómica.	✓ *Noción de polinomio y función.	

	✓ ✓ ✓ *Operar con polinomios. ✓ ✓	✓ Se menciona la suma, resta, multiplicación y división como operaciones a las que se someten los polinomios, pero sólo se estudia la división.	✓ *Algoritmo de Euclides (División larga, similar a la de los números enteros).	cuánto a las operaciones, se enfocan básicamente a la división de polinomios como herramienta fundamental para encontrar las raíces de un polinomio superior, igual o mayor a tres (3), a través de los métodos de resolución como Ruffini, el método de coeficientes indeterminados, el algoritmo de Euclides, teorema del resto y el método Horner. Se muestra la reducción a lo absurdo para demostrar que un polinomio es único. Además se explica el criterio para que un polinomio sea divisible y para que un polinomio con coeficientes reales sea irreducible. Se presenta con mayor énfasis, las raíces de un polinomio, considerando la división por $x-a$, teorema del resto y factorización, para luego definir función polinómica, raíz de un polinomio y su representación geométrica, destacando la importancia de los polinomios para la búsqueda de raíces: Enteras, complejas, e irracionales. Por último, se muestra ecuaciones recíprocas y ecuaciones trascendentes que a pesar de no ser polinómicas, una solución próxima, es convertirla en polinómica.
	✓ ✓ *Calcular las raíces de un polinomio.		✓ *Ruffini. ✓ *Método de coeficientes indeterminados. ✓ *Algoritmo de Euclides. ✓ *Teorema del resto. ✓ *Método Horner.	
➤	✓ El MPE se da en un ámbito matemático epistemológico, donde se toma como referencia, la histórica de los polinomios, destacando las ecuaciones, su resolución y se recurre a los polinomios como herramienta para obtener técnicas de resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, cúbicas, cuárticas y de grado superior. Es decir, que los polinomios no se plantean como una tarea, sino como una curiosidad en el texto, donde no establece o considera relación alguna entre las ecuaciones y los polinomios, al menos en forma explícita. Por lo tanto, el MPE coincide con un intento de legitimidad matemática, seguido del MI, para luego entrar MTT, pero enfocado			
N	✓ Tareas	✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría	
➤	✓ *Dada las funciones polinómicas; afín, cuadrática y cúbica. Determinar: Dominio,	✓ *Definición de función constante, afín, cuadrática y cúbica.	✓ Definición general de función polinómica,	
➤	✓ El MPE coincide con el bloque tecnológico-teórico, junto al MI, seguido del MTT enfocado a la explicación, más no a la práctica, ni mucho menos al cuestionamiento, con ausencia del ME, donde los polinomios se estudian a partir de la función que conforman ya sea; constante, afín, cuadrática o cúbica, definiendo en cada caso sus			

✓

✓

✓ ANEXO D-4

✓ Descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios a nivel universitario, presentes en el texto N°5.

✓ Tareas		✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría
✓	✓ *Identificar un polinomio.	✓ *Definición de polinomio.	✓ Definición de expresión algebraica, definición de polinomio, elementos, términos semejantes, clasificación de los polinomios. Destaca que las definiciones, axiomas y teoremas de los números reales son aplicables a los polinomios, debido a que éste es una suma de monomios y un monomio representa un número real (<i>Ejemplo: Ley distributiva permite la simplificación de algunos polinomios</i>). Fórmulas de productos notables, teorema de exponente entero positivo, teorema de potencia de una potencia, teorema de división de bases iguales. Factores primos y forma factorizada, teorema fundamental de la aritmética, definición de fracciones parciales, fracción propia e impropia, raíces reales de una ecuación polinómica mediante la regla de Descartes, teorema de la regla de Descartes, método de aproximación de Newton, método de Horner, método Graeffe, método gráfico. Gráficas de funciones polinómicas, definición de función polinómica, función lineal, cuadrática, cúbica, de cuarto grado teorema de extremos relativos, ceros racionales de funciones polinómicas, teorema de los n ceros, teorema del residuo, teorema del factor, división sintética.
	✓ *Operar con polinomios.	✓ Adición y Sustracción.	
		✓ Multiplicación.	
		✓ División.	
	✓ *Resolver productos notables.	✓ *Desarrollo del producto a través de las multiplicaciones correspondientes. ✓ *Aplicar el producto notable correspondiente.	
	✓ *Factorizar polinomios.	✓ *Definición de forma factorizada. ✓ *Factor común. ✓ *Fórmulas de productos notables.	
	✓ *Determinar los ceros de una función polinómica o raíces de una ecuación polinómica.	✓ *Resolviendo la ecuación polinómica correspondiente, por medio de factorización o fórmula cuadrática.	
	✓ *Dibujar la gráfica de funciones polinómicas y racionales.	✓ *Técnica de los extremos relativos de una función.	
✓	✓ *Determinar el valor aproximado de las raíces. Dadas ecuaciones polinómicas de grado superior a cuatro.	✓ *Regla de Descartes. ✓ *Método de aproximación de Newton. ✓ *Método de Horner. *Método Graeffe. *Método gráfico.	✓
	✓ *Descomponer fracciones en fracciones parciales.	✓ *Factorización de $Q(x)$ en un producto de factores lineales y cuadráticos.	
✓	✓ EL MPE se apoya en el ámbito matemático; algebraico, donde se parte de la denotación de una expresión y la composición de la misma, para luego presentar el bloque tecnológico-teórico a través del MI, los cuales direccionan la trayectoria del estudio, al plantear la definición y el cómo resolver, para posteriormente, entrar en el MTT, enfocado a la práctica, más no al cuestionamiento de la técnica, donde está ausente el ME. Observándose como MD predominantes el MI y MTT.		

✓

✓ ANEXO D-5

✓ Descripción general de la OM y OD en torno a los polinomios a nivel universitario, presentes en el texto N°6.

✓ Tareas			✓ Técnicas	✓ Tecnología - Teoría
✓	✓ *Identificar un polinomio.		✓ Definición de polinomio.	✓ Definición de expresión algebraica, definición de polinomio en x , clasificación según su grado. Operaciones con polinomios: Adición y sustracción, propiedades (distributiva, asociativa, conmutativa, inverso aditivo) de los números reales aplicables a los polinomios, propiedad distributiva respecto a la adición y sustracción, fórmulas de productos notables, definición de factorización, números primos y números compuestos, teorema fundamental de la aritmética, polinomios primos, factores comunes, factorización por agrupación. Fracciones (Descrita como el cociente de dos polinomios), principio fundamental de las fracciones. Propiedades operatorias de los polinomios, aplicables para el cálculo de raíces de ecuaciones polinomiales de 3 ^{er} y 4 ^{to} grado, empleando métodos como; la división sintética, división algebraica, teorema del factor, teorema del residuo, algoritmo de división, teorema fundamental del álgebra, teorema de las n raíces, teorema de las raíces complejas, regla de Descartes de los signos, teorema de las cotas superiores e inferiores del conjunto de raíces reales, teorema de localización, teorema de la raíz racional, aproximación de raíces irracionales, y el método de aproximaciones sucesivas. Descomposición del cociente de dos polinomios a través de descomposición en fracciones parciales.
	✓ *Operar con polinomios	✓ Adición y Sustracción.	✓ *Propiedad distributiva respecto a la adición y sustracción. ✓ *Reducción de términos semejantes.	
		✓ Multiplicación.	✓ *Propiedad distributiva respecto a la adición. ✓ *Fórmulas de productos notables.	
	✓ *Resolver problemas geométricos y aritméticos por medio de ecuaciones polinómicas.		✓ *Definición de polinomio y operaciones con polinomios.	
	✓ *Factorizar polinomios.		✓ *Definición de factorización. *Definición de polinomios primos. *Factores comunes. *Factorización por agrupación. *Fórmulas especiales de factorización.	
	✓ *Representar las fracciones complejas como fracciones simples reducidas a su mínima expresión.		✓ *Factorización. ✓ *MCD.	
	✓ *División de polinomios.	✓ *Analizar y calcular raíces reales y complejas de polinomios de grado superior.	✓ *División algebraica. *División sintética. *Algoritmo de división. *Teorema del factor. *Teorema del residuo. *Teorema del residuo. *Teorema fundamental del álgebra. *Teorema de las n raíces. *Teorema de las raíces complejas. *Regla de Descartes de los signos. *Teorema de las cotas superiores e inferiores del conjunto de raíces reales. *Teorema de localización. *Teorema de la raíz racional. *Aproximación de raíces irracionales. *Método de aproximaciones sucesivas.	
	✓ *Expresar el cociente de dos polinomios como fracciones parciales.		✓ *Definición de fracciones parciales. ✓ *Teorema de descomposición de fracciones parciales. ✓ Factorización a factores lineales, cuadráticos o ambos.	
	✓ *Resolver problemas de aplicación de		✓ *Todas las mencionadas.	

	polinomios.		
✓	EL MPE se apoya en el ámbito matemático; algebraico, donde se parte de la definición de expresión algebraica, para luego entrar al MI y definir polinomio, seguido del MTT, enfocado a la explicación y práctica de la técnica, más no a cuestionar sobre la misma. Secuencia que se emplea durante la trayectoria del estudio, donde el ME, METT y el MEV están ausente. Es decir, que los MD predominantes son: MI y el MTT.		

✓

✓ ANEXO D-6

✓ Comparación de las OM revisadas en los textos de estudio, de los niveles secundaria (2^{do} y 5^{to} año), y universitario.

✓ Criterio de comparación: Por igual nivel educativo.					
✓ 2 ^{do} año (Texto N°1 y N°2)		✓ 5 ^{to} año (Texto N°3 y N°4)		✓ Universitarios (Texto N°5 y N°6)	
✓ Semejanzas	✓ Diferencias	✓ Se mej anz as	✓ Diferencias	✓ Semejanzas	✓ Diferencias
✓ *Ambos textos abordan las tareas relativas a: <i>Identificar polinomios, resolver operaciones (Suma, resta, multiplicación y división), y operar con productos notables.</i> ✓ *Ambos textos emplean las mismas técnicas para las tareas mencionadas (<i>definición de polinomio, reducción de términos semejantes, propiedad distributiva, propiedades de potenciación, división similar a la de los números enteros, técnica geométrica y fórmula para PN</i>).	✓ *El texto N°1 difiere del texto N°2, ya que éste último, amplía el rango de tareas a estudiar, incluyendo: <i>Clasificación, orden y factorización de polinomios, construir, identificar y calcular el valor numérico de una función polinómica.</i> ✓ * El texto N°1 difiere del texto N°2, ya que éste, al ampliar las tareas a estudiar, se generan la inclusión de más técnicas , tales como: <i>Definición de clasificación de polinomio, definición de los procesos de factorización, definición de función polinómica.</i> Además el texto N°2, en cuanto a la tarea de sumar y restar polinomios,	✓ *El pun to que tien en en com ún amb os text os, es que el text o N°3 estu	✓ *El texto N°3, abarca tareas relativas a: <i>Identificar un polinomio, distinguir polinomio de función polinómica, operar con polinomios</i> (Donde se enfoca a la división para el cálculo de raíces y las demás operaciones se consideran como conocimiento previo) y <i>calcular raíces de un polinomio.</i> Mientras el texto N°4, sólo se enfoca a <i>determinar el dominio, rango y el trazo gráfico de</i>	✓ *Ambos textos abordan las tareas relativas a: <i>Identificar un polinomio, operar con polinomios</i> (Suma, resta, multiplicación y división), <i>factorizar polinomios, calcular raíces de polinomios de grado superior, descomponer fracciones parciales.</i> ✓ *Ambos textos	✓ *El texto N°6 amplía su rango de tareas al incluir: <i>Resolver problemas geométricos y aritméticos por medio de ecuaciones polinómicas, resolver problemas de aplicación de polinomios,</i>

	✓ *La tecnología – teoría propuesta en ambos textos, coinciden en aspectos relativos a: <i>Definición de polinomio, forma general, elemento neutro, polinomio cero, términos semejantes, propiedad distributiva del producto respecto a la adición, propiedades de potenciación, multiplicación de una constante por un polinomio, propiedad para polinomios únicos, propiedades para la división como el elemento neutro, y propiedad de potenciación para dividir entre una constante.</i>	✓ incluye como técnica la <i>descomposición y expresión polinómica.</i> ✓ *El texto N°1 a pesar de que trata de plantear cuestionamientos tecnológicos teóricos, el mismo no dispone de elementos suficientes en la OM propuesta, almenos de forma explicita, que permitan atender dichos cuestionamientos, mientras el texto N°2, aunque presenta atención a los elementos tecnológicos teóricos, éste no plantea y formula tareas que permitan establecer al lector cuestionamientos en torno a la OM propuesta.	dia el cálculo de las raíces de un polinomio con o solución a una ecuación polinómica. Aspecto que se estudia en texto o N°4 para determinar el funciones polinómicas. ✓ *Ambos difieren en las técnicas empleadas, debido a la intencionalidad de las tareas. Por su parte, el texto N°3 propone cuestionamientos tecnológicos–teóricos con elementos relativamente suficientes para dar respuestas, a diferencia del texto N°4, que no presenta aspectos que generen cuestionamientos en torno a la OM propuesta.	emplean las técnicas de: <i>Reducción de términos semejantes, definición de polinomio, fórmulas especiales de factorización, (Fórmulas de PN), división algebraica</i> (Semejante a la división larga en aritmética), <i>teorema del residuo, teorema del factor, división sintética.</i> ✓ *En cuanto a los elementos tecnológicos – teóricos, el texto N°5 coincide con los propuestos en el texto N°6. <i>representar fracciones complejas como fracciones simples reducidas a su mínima expresión. Aspectos que no se consideran en el texto N°5.</i> ✓ *Situación que en consecuencia, genera la inclusión de más técnicas que permitan abordar las tareas mencionadas. ✓ De modo similar para los elementos tecnológico s–teóricos.

		min io y ran go par a traz ar el gráf ico cor res pon di- ente . ✓ ✓ ✓	

✓ ANEXO D-7

✓ Comparación de las OD revisadas en los textos de estudio, de los niveles secundaria (2^{do} y 5^{to} año), y universitario.

✓	✓	✓ Criterio de comparación: Por igual nivel educativo.					
✓	✓	✓ 2do año (Texto N°1 y N°2)		✓ 5to año (Texto N°3 y N°4)		✓ Universitarios (Texto N°5 y N°6)	
✓	✓	✓ Semejanzas	✓ Diferencias	✓ Semejanzas	✓ Diferencias	✓ Semejanzas	✓ Diferencias
✓	✓	✓ *Ambos textos coinciden al iniciar el estudio, a partir del ámbito matemático del análisis (<i>Es decir, apoyados en la noción de función polinómica</i>). ✓ *Ambos textos coinciden en la	✓ * A pesar de coincidir en el ámbito matemático para iniciar el estudio, el texto N°1 presenta inconsistencia en el hilo conductor de las noción matemática de polinomio, ya que en la definición presentada, se define a partir de expresión algebraica, y no se	✓ *Ambos textos coinciden en la siguiente secuencia de los MD: El MPE coincide con el bloque	✓ *El texto N°3 se apoya en el ámbito matemático; epistemológico, mientras el texto N°4, no se apoya en	✓ *Ambos textos, en el inicio del estudio, durante el MPE se apoyan en el bloque tecnológico-teórico y en el ámbito matemático;	✓ *No se observa.

	secuencia de los MD mostrados, ya que el desarrollo del estudio, mantuvo como momentos predominantes los siguientes MD: El MI y el MTT, pero éste enfocado a la práctica por un lado, y por el otro, a la explicación, sin incluir cuestionamiento alguno. Aunado a la ausencia del ME, METT y el MEV.	aclara de forma explícita que tiene que ver expresión algebraica, cuando el estudio viene direccionado, con la noción de función polinómica. ✓ *A pesar de coincidir en la secuencia de los MD, ambos textos difieren en los MD predominantes, por ejemplo; en el texto N°1, predomina el MI con escaso desarrollo del MTT, puesto que estuvo enfocado a la explicación de la técnica, más no a la práctica, ni mucho menos al cuestionamiento de ella, mientras que en el texto N°2, predomina los MD: MI y MTT, enfocado principalmente a la práctica de la técnica a usar, más no al cuestionamiento. Aunado a la ausencia del ME, METT y el MEV.	tecnológico o-teórico y el MI, seguido del MTT, enfocado a la práctica de la técnica con ausencia del ME, el METT y el MEV.	ningún ámbito, ya que va directo al bloque tecnológico o-teórico y el MI, con ausencia del ME, el METT y el MEV. ✓	algebraico, donde se parte de la definición de expresión algebraica. ✓ * Por su parte, ambos textos, siguen la misma secuencia de los MD, los cuales son: El MPE coincide con el bloque tecnológico-teórico, y el MI, seguido del MTT, pero enfocado a la práctica más no al cuestionamiento. Secuencia que se emplea durante la trayectoria del estudio, donde el ME, METT y el MEV están ausentes.

✓

✓

✓

✓ Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA.

✓ Sujetos involucrados: • Informante Clave A= ICA. • Estudiantes de 2^{do} año, pertenecientes a la sección: E.		✓ ✓ ✓ ✓	
✓ Lugar:			
✓ Fecha:			
✓ Hora de inicio:			
✓ Hora de cierre:			
✓ Duración de la clase:		✓ Clase N°1	
✓	✓ In	✓ La ICA, hace la respectiva presentación ante el grupo de estudiantes, indicando que la profesora va a grabar las clases de polinomios para realizar el trabajo de investigación. Así que en la medida de lo posible vamos a prestar atención.	
	✓ N		
	✓ 00	✓ ICA: Nosotros la última vez que nos vimos, ¿Quedamos en qué? ¿Les mandé hacer qué cosa? ✓ Estudiantes: Una investigación.	
	✓ 00	✓ ICA: ¿Esta investigación, era referente a qué? ✓ Estudiante: Ah polinomio.	
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ Al	✓ La ICB tomó su cuaderno personal y pasa la lista de los estudiantes pertenecientes a la sección.	

✓	✓	ICA: Aja, antes de que les pregunte sobre lo que investigaron, ¿Consiguieron todas las preguntas que les mandé?
00	✓	Estudiantes: Si. Polinomio, polinomio de segundo grado.
✓	✓	ICA: Antes de eso, vamos a ver primero, ok, esta expresión: $3m^3+2m-4m^2-1$, que les acabo de copiar aquí, me van a ir diciendo que características contiene esta expresión.
00	✓	Estudiantes: Positivos y negativos.
✓	✓	ICA: Primero positivos y negativos, que son los signos.
00	✓	Estudiantes: Letras.
✓	✓	ICA: Letras, ¿En este caso, cuál es esa letra?
00	✓	Estudiantes: La "m".
✓	✓	ICA: ¿Qué otra cosa encontramos allí?
00	✓	Estudiantes: Números.
✓	✓	ICA: Números. Ajá, ¿Y que números tenemos allí?
00	✓	Estudiantes: El 3, el 2 y el 4.
✓	✓	ICA: ¿El cuatro? ¿El cuatro?
01	✓	Estudiantes: El -4.
✓	✓	ICA: El -4 y -1. Ajá, entonces fíjense una cosa, en esta expresión: $3m^3+2m-4m^2-1$, tenemos signos; positivos y negativos, tenemos letras, en este caso., la "m" y luego tenemos números. Todos estos elementos que tenemos aquí, conforman una expresión algebraica, yo les mandé a investigar el concepto de expresión algebraica. A ver Iván, ¿Qué consiguió sobre el concepto de expresión algebraica? ¿Qué es una expresión algebraica?
01	✓	Estudiante: Una expresión algebraica, es un conjunto cantidades y literales relacionadas entre si por las operaciones aritméticas; suma, resta, multiplicación y división.
✓	✓	ICA: Ajá, otro, Nasser.
01	✓	Estudiante: Una expresión algebraica es una combinación de números, variable y operaciones, es una manera de representar cantidades, y se denominan
✓		
01		
✓		
01		
✓		
01		
✓		
01		
✓		
01		

Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA. Continuación.

✓	✓	variables o incógnitas, en las expresiones algebraicas nos permiten traducir al lenguaje matemático situaciones incógnitas.
02	✓	ICA: Otro, Thais.
✓	✓	Estudiante: Una expresión algebraica es una combinación de números y diferentes operaciones para representar cantidades a través del lenguaje matemático.
02	✓	ICA: Ajá, fíjense una cosa, de los tres conceptos que leyeron los compañeros, no están malos, están buenos, no es necesario que ustedes se lo aprendan de forma memorística, ¿Por qué? Porque por ahora interesa saber las características que posee una expresión algebraica, ya que cuenta con letras, las cuales poseen un nombre ¿Ese nombre era cuál? ¿Las letras?
✓	✓	Estudiante: Variables.
02	✓	ICA: Variables, las variables, que en este caso, es “m”, pero no siempre va a ser “m”, puede ser cualquier letra del abecedario. ¿Qué otra cosa tenemos?, los números y signos, pero a parte de eso, hay otros números, ¿Qué están en donde?
✓	✓	Estudiante: Arriba.
03	✓	ICA: En la parte superior, ¿De quién?
✓	✓	Estudiantes: De la “m”.
03	✓	ICA: ¿Y que nombre reciben esos números?
✓	✓	Estudiante: Exponente.
03	✓	ICA: Exponentes, muy bien, en este caso, ¿Quiénes son los exponentes?
✓	✓	Estudiantes: 3,2,1.
03	✓	ICA: 3,2,1. Ajá, quién me dice a mí, ¿Qué son los coeficientes? ¿Coeficientes? ¿Qué son los coeficientes?
✓	✓	Estudiantes: No lo conseguimos.
03	✓	ICA: No lo consiguieron.
✓		
03		
✓		
03		
✓		
03		
✓		
04		

✓ Al	✓ Durante este intervalo de tiempo, algunos estudiantes comenzaron a leer fragmentos de lo que habían investigado, pero ninguno leyó de manera clara lo que representa un coeficiente.
✓ 04	✓ ICA: Recuerden que el cuaderno tiene una ponderación, lo voy a revisar al finalizar el lapso.
✓ 04	✓ Estudiante: ¿Completo?
✓ 04	✓ ICA: Completo, exactamente. Ajá antes de explicar lo que es un polinomio, para eso mande a investigar lo que era una expresión algebraica, debemos recordar que una expresión algebraica, lo acabamos de ver, está conformada por números, letras y variable, aparte la variable ¿Está elevada a un?
✓ 04	✓ Estudiantes: Exponente.
✓ 05	✓ ICA: Exponente, en este caso, a la 3, a la 2 y a la 1 Luego les pregunté, ¿Qué son los coeficientes?
✓ 05	
✓ 05	
✓ 05	
✓ Al	✓ En vista de que los estudiantes no definen correctamente coeficiente, la ICA procede a:

✓	✓	ICA: ¿Cuáles son los puntos que les mandé a investigar?, grado, ¿Que más?
05	✓	Estudiantes: Polinomio.
✓	✓	ICA: Tipos de polinomio, término independiente, términos semejantes, ajá ¿Cómo se yo, que dos términos son semejantes?
05	✓	Estudiantes: Misma variable.
✓	✓	ICA: Debe tener, la misma variable, ¿Qué otra cosa?
05	✓	Estudiantes: Mismo exponente.
✓	✓	ICA: Un ejemplo cualquiera.
05	✓	Estudiante: Dos elevado a la dos.
✓	✓	ICA: 2^2 , pero, ¿Qué le falta a esto?
05	✓	Estudiantes: La variable.
✓	✓	ICA: ¿Cuál colocamos?, recuerden que la variable, puede ser cualquiera letra, no porque yo coloque la “m”, siempre tiene que ser la “m”.
05		
✓		
05		
✓		
05		
✓		
06		
✓		
06		
✓		
06		
✓		
06		

Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA. Continuación.

✓	✓	Estudiante: “2z”.
06	✓	ICA: Ajá.
✓	✓	Estudiante: Elevado a la dos.
✓	✓	ICA: Elevado a la dos, ¿Qué más?
06	✓	Estudiante: z
✓	✓	ICA: $2z^2$ ¿Qué más?
✓	✓	Estudiante: “z” elevado a la tres.
06	✓	ICA: Él dice z^3 , pero ustedes me están diciendo que para sean términos semejantes, ¿Qué debe pasar?, primero...
✓	✓	Estudiante: Los exponentes.
✓	✓	ICA: Los exponentes, ¿Deben ser todos?
06	✓	Estudiantes: Iguales
✓	✓	ICA: Segundo, ¿Las variables deben ser todas?
✓	✓	Estudiantes: Iguales
06	✓	ICA: Ajá, ¿Aquí las variables son iguales?
✓	✓	Estudiante: No.
✓	✓	ICA: ¿No? ¿Aquí esta “z”, no es igual a esta “z”?
06	✓	Estudiante: No.
✓	✓	ICA: ¿Cuántos tipos de “z” hay?
07	✓	Estudiante: Una sola.
✓	✓	ICA: ¿O son iguales o no son iguales?
✓	✓	Estudiantes: Si son iguales.
07	✓	ICA: Son iguales, ¿Y que pasa con los exponentes?
✓	✓	Estudiantes: Son distintos.
✓	✓	ICA: Son distintos, entonces no son semejantes. ¿Como deben de ser ellos?
07	✓	Estudiantes: Iguales.
✓	✓	ICA: Iguales, entonces vamos a poner aquí: z^2 , estos si son términos semejantes. Los números que están aquí (delante de la variable) o los que multiplican a la variable, si pueden ser diferentes, ¿Qué pasa con estos números?, se llaman coeficientes. ¿Cuáles son lo coeficientes aquí: $2z^2 + z$?
07	✓	Estudiantes: El 2
✓	✓	ICA: ¿El dos nada más? ¿Qué número hay aquí?
07	✓	Estudiantes: Nada.
✓	✓	ICA: ¿Nada?
✓	✓	Estudiante: El 1.
07	✓	ICA: Entonces los coeficientes, van hacer los números que acompañan a la variable, multiplicando a la variable, en este caso ¿La variable es quien?
✓	✓	Estudiantes: La “z”
07	✓	ICA: La “z”, ¿Y los exponentes? ¿Es quién?
✓	✓	Estudiantes: Dos
07	✓	ICA: Ahora cuando estamos hablando de grado, ¿Qué es el grado? ¿Qué encontraron de grado? ¿Nadie?. Veamos, primero que encontraron de polinomio, ¿Qué es un polinomio? ¿Qué es polinomio?

	✓ AI	✓ La ICA, les preguntó a los estudiantes que si habían conseguido otro concepto de polinomio, y respondieron que no, los que investigaron tenían Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA. Continuación.
	✓ AI	✓ conceptos iguales, por lo tanto, la ICA le dijo a un estudiante que fuera a la biblioteca a buscar el libro de la colección bicentenario, para ver el concepto que aparece allí. Además, les señaló que deben utilizar el libro, y éstos respondían; pesa mucho y el internet es más rápido. Más sin embargo, la ICA indica que lo deben traer, ya que se van a resolver las actividades que aparecen en el texto y el que no lo traiga no entra.

✓	✓	ICA: Entrando en el tema de los polinomios simplemente, vamos a definir los polinomios como una expresión, ¿Qué cosa?
10	✓	Estudiantes: Algebraica.
✓	✓	ICA: Algebraica, que está formada ¿Por quién?
10	✓	Estudiantes: Números, signos y letras.
✓	✓	ICA: Números, signos, variables, ¿Y que otra cosa?... exponentes. Por ejemplo, denme un ejemplo de polinomio, cualquiera, ¿Qué es lo que debemos de recordar?
10	✓	Estudiante: Que un polinomio esta conformado por signos, números, letras, variable y exponentes.
✓	✓	ICA: ¿Y letras y variables será lo mismo?
✓	✓	Estudiante: Ah si, si es lo mismo.
10	✓	ICA: Ajá, ahora denme un ejemplo, un ejemplo.
✓	✓	Estudiante: ¿Cómo el que hicimos ahorita?
✓	✓	ICA: Si.
10	✓	Estudiante: ¿Puede ser cualquier letra?
✓	✓	ICA: Si.
✓	✓	Estudiante: m tres (m3)
10	✓	ICA: ¿m3?
✓	✓	Estudiante: 3 por m (3m)
✓	✓	ICA: Ella me está diciendo 3m, ¿Qué más?
11	✓	Estudiantes: Elevado a dos más
✓	✓	ICA: $3m^2$ +, ¿Qué más?
✓	✓	Estudiantes: más “m”
11	✓	ICA: ¿Elevado a la dos?
✓	✓	Estudiantes: Elevado a dos.
✓	✓	ICA: m^2+m^2 ¿Qué más?
11	✓	Estudiantes: -4 elevado a dos.
✓	✓	ICA: -4 elevado a dos; $m^2+m^2-4^2$
✓	✓	Estudiante: “m” cuatro elevado a la dos.
11	✓	ICA: ¿Y por qué todos elevados a la dos?, otros exponentes.
✓	✓	Estudiante: ¿Y allí los exponentes pueden ser diferentes?
✓	✓	ICA: Si.
11	✓	Estudiantes: Ah, cuatro y tres.
✓	✓	ICA: $m^2+m^4-4m^3$, ¿Qué más?
✓	✓	Estudiante: Menos dos.
11	✓	ICA: Los polinomios, como acabamos de repetir de expresión algebraica, ¿Qué cosa son?, una expresión algebraica conformado por números, signos, variables y exponentes. Ahora vamos a identificando los elementos de un polinomio. Vamos primero con los coeficientes, ¿Cuáles son los coeficientes?, son todos aquellos números que me acompañan aquí a la variable, ¿Cuáles son los coeficientes?
✓	✓	Estudiantes: El tres.
✓	✓	ICA: El tres.
11		

Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA. Continuación.

✓	✓	✓	Estudiantes: El uno.
	14	✓	ICA: El uno.
	✓	✓	Estudiantes: El cuatro.
	14	✓	ICA: ¿El cuatro?
	✓	✓	Estudiantes: El menos cuatro.
	14	✓	ICA: El menos cuatro, ¿Y el menos dos acompaña aquí a alguna variable?
	✓	✓	Estudiantes: No.
	14	✓	ICA: Entonces este (-2) no es un coeficiente. Entonces, no se les olvide, coeficiente, son todos los números que me acompañan ¿A quién?
	✓	✓	Estudiantes: A la variable.
	14	✓	ICA: A la variable, ¿Cuál es la variable, aquí en este caso: $m^2+m^4-4m^3-2$?
	✓	✓	Estudiantes: La “m”.
	14	✓	ICA: La “m”. Ahora vamos a ver el grado del polinomio. ¿Cuál va a ser el grado del polinomio?, el mayor exponente, al cual esta elevado el polinomio, ¿Cuál es el mayor exponente?
	✓	✓	Estudiantes: Cuatro.
	14	✓	ICA: El cuatro, entonces vamos a decir, que este es un polinomio de grado cuatro. ¿Qué falta allí?, estamos dejando algo por fuera.
	✓	✓	Estudiante: El dos.
	14	✓	ICA: El menos dos, ¿Qué será ese menos dos?
	✓	✓	Estudiante:
	14	✓	ICA: Yo les mandé a investigar lo que era el término independiente.
	✓	✓	Estudiantes: No.
	14	✓	ICA: ¿No?
	✓	✓	Estudiantes: No.
	14	✓	ICA: Bueno, a parte de los coeficientes, variable, grado, ahí otro, que se llama término independiente, ¿Cuál es el término independiente?, es aquel número que no me acompaña ninguna variable. En este caso, ¿Cuál es el término independiente?
	✓	✓	Estudiantes: El menos dos.
	15	✓	ICA: ¿Repito?
	✓	✓	Estudiantes: No.
	15		
	✓		
	15		
	✓		
	15		
	✓		
	15		
	✓		
	15		

✓ AI	✓ En este punto de la clase, la ICA les indica a los estudiantes que si no repite, después no se quejen cuando salgan aplazados en la evaluación.

✓	✓	ICA: Ah no, en serio.
16	✓	Estudiante: Profe, vuelva a repetir.
✓	✓	ICA: ¿Qué vuelvo a repetir?
17	✓	Estudiantes: Todo.
✓	✓	ICA: ¿Todo?
17	✓	Estudiante: Desde el principio.
✓	✓	ICA: Ajá, ¿Cuáles son los elementos aquí?, quienes van a ser los elementos; coeficientes, variable, grado y ¿Término?
17	✓	Estudiantes: Independiente.
✓	✓	ICA: Que vamos a recordar primero, que es un coeficiente, ¿Qué es un coeficiente?, es un número que me acompaña a la variable, que en este caso, ¿Cuáles son estos números?, tres, el uno y el menos cuatro. ¿El -2 por que no es coeficiente?, porque no esta acompañado por ¿Ninguna?
17	✓	Estudiantes: Variable.
✓	✓	ICA: ¿Cuál es la variable?
17	✓	Estudiantes: La "m".
✓		
17		
✓		
17		
✓		
17		
✓		
17		
✓		
17		
✓		
18		
✓		
18		

Anexo E-1: Codificación de la clase detallada N°1. ICA. Continuación.

✓	✓	ICA: En este caso, ¿Es?
18	✓	Estudiantes: La “m”.
✓	✓	ICA: La “m”, no siempre va a ser la “m”, puede ser cualquier letra del abecedario. Luego está el grado del polinomio, ¿Cuál va a ser el grado del polinomio?, va a ser el mayor exponente, al cual está elevado la variable, en este caso, ¿Cuál es el mayor exponente?
18	✓	Estudiantes: El cuatro.
✓	✓	ICA: El cuatro, es un polinomio de grado cuatro, ¿Cuál es el término independiente?, el número que no esta acompañado de ninguna variable, en este caso, ¿Quién es?
18	✓	Estudiantes: El menos dos.
✓	✓	ICA: El menos dos. Vamos a colocar otro ejemplo.
18	✓	Estudiante: ¿profe y ahí no hay que hacer más nada?
✓	✓	ICA: No, este es el principio. Ajá, vamos con este ejemplo que está aquí: $2x^3+3x^2-2x^4$, coeficientes, ¿Cuáles son?
18	✓	Estudiantes: Dos, tres y el menos dos.
✓	✓	ICA: ¿Variable?
18	✓	Estudiantes: Equis.
✓	✓	ICA: ¿Grado del polinomio?
18	✓	Estudiantes: Cuatro.
✓	✓	ICA: ¿Término independiente?
18	✓	Estudiantes: No hay.
✓	✓	ICA: ¿Ah?
18	✓	Estudiante: El cero.
✓	✓	ICA: ¿Término independiente? ¿No está?
18	✓	Estudiantes: No hay.
✓	✓	ICA: ¿Por qué no hay?
19	✓	Estudiantes: Porque todos tienen equis, almenos que sea la equis.
✓	✓	ICA: No, porque la equis, ¿Qué cosa es?
19	✓	Estudiantes: La variable.
✓	✓	ICA: Entonces, ¿Qué cosa es el término independiente?
19	✓	Estudiante: Es cuando no tiene exponente.
✓	✓	ICA: El número que no va acompañado de ninguna variable. Ajá, ahora vamos a ordenar polinomios de forma decreciente.
19		
✓		
19		
✓		
19		
✓		
19		

✓ Al	✓ La ICA informa que se hará un; taller, evaluación y micro clase, se discute por las fechas, puesto que no alcanza el tiempo para todas esas evaluaciones.
✓ 21	✓ ICA: Tipos de polinomios, ¿Quién lo lee?
✓ 21	✓ Estudiante: Usted mandó fue polinomio nulo.
✓ 21	✓ ICA: Bueno, para mañana me van a traer los tipos de polinomios, van a volver a investigar el concepto de polinomio.
✓ 21	✓ Estudiantes: Otra vez.
✓ 21	✓ ICA: Por que falta, algo. ¿Con que letra se representan los polinomios?
✓ 21	✓ Estudiante: Con la equis.
✓ 21	✓ ICA: No, y ¿Cuáles son los tipos de polinomio?, eso lo van a traer, no es que mañana lo van a copiar aquí.
✓ 21	✓ Estudiante: Profe, ¿Eso está en el libro?
✓ 21	✓ ICA: Si. ¿Con que letra se representan los polinomios? Porque hace falta algo para que sea polinomio. ¿Qué otra cosa?, sumando de un polinomio,
✓ 21	✓ operaciones con polinomios, la otra, ¿Cómo se ordena un polinomio?, y la última, ¿Qué se debe hacer, cuando el polinomio es incompleto?
✓ 21	
✓ 21	
✓ 21	
✓ 21	
✓ 21	
✓ 21	
✓ 22	
✓ Ci	✓ En vista, de que faltaron conceptos por investigar, la ICA les indicó las preguntas a buscar para la próxima clase y procedió a corregir el cuaderno.

✓ **Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA.**

✓ Sujetos involucrados:	✓ • Informante Clave A= ICA . • Estudiantes de 2 ^{do} año, pertenecientes a la sección: E.	✓ ✓

✓	✓ 00	✓ ICA: Aja miren, para continuar con la clase pasada, fíjense aquí en este esquema, más o menos puedan visualizar de una manera más sencilla, pero antes, vamos a recordar que es lo que vimos la clase pasada, ¿De que se acuerdan?, sin ver el cuaderno, ¿Qué vimos?
	✓ 00	✓ Estudiante: variable.
	✓ 00	✓ ICA: Ajá, ¿Qué cosa es la variable?
	✓ 00	✓ Estudiante: Las letras.
	✓ 00	✓ ICA: Ajá, ¿Qué otra cosa vimos?
	✓ 00	✓ Estudiante: Los números.
	✓ 00	✓ ICA: Los números.
	✓ 00	✓ Estudiantes: Coeficientes, ajá, los exponentes.
	✓ 00	✓ ICA: Coeficientes, los exponentes, ¿Qué más?
	✓ 00	✓ Estudiante: Los signos.
	✓ 00	✓ ICA: Los signos, ¿Qué más?
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ 01	
	✓ 01	
	✓ 01	
	✓ Al	✓ La clase se vio interrumpida por la coordinadora de tercer año, puesto que entro al aula a darles una información a los estudiantes.

Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA. Continuación.

✓ Codificación	✓ 02	✓ Estudiante: El cinco y el dos.
		✓ ICA: El cinco y el dos, entonces, ¿Qué cosa son los coeficientes?
	✓ 02	✓ Estudiante: Los que acompañan a la variable.
		✓ ICA: Los que me acompañan a la variable, en este caso aquí; $5m^3$, $2m^3$, ¿Quién es la variable?
		✓ Estudiantes: La “m”
Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA. Continuación.		
	✓ 06	✓ ICA: Aja, entonces debemos recordar que polinomio es una expresión algebraica, los polinomios siempre se van a representar con la
✓ Codificación	✓ 06	✓ ICA: Completarlo, ¿Cómo lo completamos?
		✓ Estudiante: Con cero.
		✓ ICA: ¿Cómo será eso?
		✓ Estudiante: cero equis (0x).
		✓ ICA: Aquí yo tengo un polinomio: $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, primero, de la clasificación que les di, ¿Es un monomio, binomio o un trinomio?
Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA. Continuación.		
✓ Codificación	✓ 11	✓ Otro estudiante: El exponente.
		✓ ICA: ¿Cuál exponente?, aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, hay exponentes. Si yo les doy a ustedes estos números naturales; 4,7,3,6,5, y les digo, ordene de forma decreciente, es decir, de mayor a menor, ¿Quién iría aquí primero?
	✓ 11	✓ Estudiantes: El siete.
✓ Codificación	✓ 11	✓ ICA: ¿Digo?
		✓ Estudiantes: Seis.

Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA. Continuación.

✓ Codificación y descripción.	✓	✓ Estudiantes: El menos dos.
	19	✓ ICA: Ajá, ahora, ¿Cuáles son los términos que me conforman a mi este polinomio?
	✓	✓ Estudiante: Cinco ele a la seis.
	19	✓ ICA: Ajá, cinco ele a la seis ($5L^6$).
	✓	✓ Estudiante: Menos tres ele a la dos.
	19	✓ ICA: Menos tres ele dos ($-3L^2$), más, ¿Cuatro ele?
	✓	✓ Estudiantes: Ocho ($+4L^8$)
	19	✓ ICA: Ocho.
	✓	✓ Estudiante: Menos dos ele elevado a la tres.
	19	✓ ICA: Menos dos ele a la tres ($-2L^3$). Cada uno de ellos: $5L^6$, $-3L^2$, $4L^8$, $-2L^3$, me conforman a mi los términos del polinomio, cada uno, o sea este es un término, este es otro término, otro término... ¿Quién me indica a mi la cantidad de términos? ¿Cuántos términos tiene este polinomio?
	✓	✓ Estudiantes: ...
	19	✓ ICA: Un, dos, tres, cuatro, cinco, seis siete y ocho términos. ¿Es un monomio, es un binomio, es un trinomio o simplemente es un polinomio?
	✓	✓ Estudiantes: Un polinomio.
	19	✓ ICA: Ajá, ¿Por qué un polinomio?
	✓	✓ Estudiantes: Porque tiene varios términos.
	20	✓ ICA: Porque tiene más de tres términos. Ajá, ¿Claros hasta ahí o repito?
	✓	✓ Estudiantes: No.
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	

	✓ AI	✓ Tomó una breve pausa, mientras los estudiantes copiaban.

✓	✓	ICA: Miren una cosa que se olvidó decirles, los exponentes de estos polinomios; $5m^3$, $2m^3$, ¿Cómo son?
21	✓	Estudiantes: Iguales.
✓	✓	ICA: No, véanlo aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, esos números, ¿Cómo son?
21	✓	Estudiantes: Finitos.
✓	✓	ICA: Por supuesto que son finitos, pero, ¿Qué signo poseen?
21	✓	Estudiantes: Positivos.
✓	✓	ICA: Siempre los polinomios, sus exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales, recuerdan, ¿Cuáles son los números naturales?
21	✓	Estudiantes: Si.
✓	✓	ICA: ¿Cuáles son?
21	✓	Estudiantes: Lo positivos.
✓	✓	ICA: Los números positivos, ¿A partir de dónde?
21	✓	Estudiante: Del cero.
✓	✓	ICA: Cero, uno, dos, tres, cuatro, hasta el infinito. Si hay un exponente aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, que esté elevado al signo negativo, no me pertenece al conjunto de los números naturales, simplemente no es un polinomio, siempre deben ser positivos.
21	✓	Estudiante: ¿Deben ser naturales?
✓	✓	ICA: Si, los exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales.
21		
✓		
21		
✓		
22		
✓		
22		
✓		
22		
✓		
22		
✓		
22		

	✓ AI	✓ Breve pausa, para que los estudiantes copiaran, mientras la ICA copiaba en la pizarra tres polinomios para explicar la operación de adición.
	✓ 22	✓ ICA: Ajá, vamos con suma. Ajá, sean los polinomios, $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, a mi me dicen, hallen ¿Qué cosa? ¿Qué operación hay aquí; $P(m)$ + $Q(n)$? ✓ ICA: ¿Qué cosa? ¿Qué operación hay aquí; $P(m)$ + $Q(n)$?
Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA: Continuación:		
	✓ 31	✓ Hacemos otro.
	✓ AI	✓ La clase tomó una pausa, para que los estudiantes terminaran de copiar.

	✓	✓	ICA: Lo que vamos a resolver es los coeficientes, la variable y los exponentes se queden iguales. Ajá, vamos con el segundo, Aquí
	31	✓	vamos a sumar, ¿A cuáles polinomios?
	✓	✓	Estudiantes: Qu de eme $Q(m)$.
	31	✓	ICA: Qu de eme, ¿Con quién?
	✓	✓	Estudiantes: Erre de eme $R(m)$.
	31	✓	ICA: El mismo procedimiento, tomo primero ¿A quién?, a qu de eme y lo vamos a ir ordenando siempre de mayor a menor, y si no está completo debemos completarlo, ¿Con quién?
	✓	✓	Estudiantes: Con cero.
	31	✓	ICA: Benjamín, ubicamos qu de eme, ¿Cuál es el mayor exponente ahí?
	✓	✓	Estudiante: El ocho.
	31	✓	ICA: Entonces, debemos colocar ocho eme a la seis ($8m^6$), después del seis, ¿Quién seguiría?
	✓	✓	Estudiante: El cinco.
	31	✓	ICA: En qu de eme, ¿Hay cinco?
	✓	✓	Estudiante: Si.
	32	✓	ICA: ¿Cuál es?, díctemelo.
	✓	✓	Estudiante: Cinco...
	32	✓	ICA: ¿Más o menos?, busca ahí tal cual.
	✓	✓	Estudiante: El menos.
	32	✓	ICA: ¿El menos?
	✓	✓	Estudiante: Más.
	32	✓	ICA: Más cinco eme a la cinco ($+5m^5$), luego, ¿Quién vendría?
	✓	✓	Estudiante: El cuatro.
	32	✓	ICA: El cuatro, ¿Hay cuatro allí?
	✓	✓	Estudiante: Si.
	32	✓	ICA: ¿Cuál es?
	✓	✓	Estudiante: cuatro eme.
	32	✓	ICA: Menos cuatro eme elevado a la cuatro ($-4m^4$), ¿Luego?
	✓	✓	Estudiante: El seis.
	32	✓	ICA: Seis, cinco, cuatro, ¿Quién vendría?
	✓	✓	Estudiante: El tres.
	32	✓	ICA: El tres, ¿Está aquí el monomio elevado a la tres?
	✓	✓	Estudiante: No.
	32	✓	ICA: No, ¿Qué debemos hacer entonces?
	✓	✓	Estudiante: Completarlo.
	32	✓	ICA: Completarlo, cero eme elevado a la tres ($+0m^3$), ¿Luego?
	✓	✓	Estudiante: El dos.
	32	✓	ICA: ¿Más o menos?
	✓	✓	Estudiante: menos.
	32	✓	ICA: Menos dos eme elevado a la dos ($-2m^2$). ¿Qué más?

Anexo E -2: Codificación de la clase detallada N°2. ICA. Continuación.

✓ Codificación y descripción.	✓ 39	✓ ICA: 0m, ajá, ¿Qué más?
	✓ 39	✓ Estudiantes: Más seis.
	✓ 39	✓ ICA: +6, listo. ¿Repito?
	✓ 39	✓ Estudiantes: No.
	✓ Al	✓ La clase tomó una pausa, para copiar en la pizarra tres polinomios más, mientras los estudiantes terminaban de copiar.

✓	✓	ICA: Mientras, Dana lo hace en la pizarra, ustedes lo hacen en el cuaderno y la vamos a ayudar. Vamos a sumar, ¿A quién?, a pe de eme
40	✓	más o de eme $P(m)+O(m)$, ¿Qué vas a ir haciendo?, ordenándolo de mayor a menor y si está incompleto lo completamos con cero.
✓	✓	Estudiante: Profesora, ¿Es así; $Q(m)=8m^6+5m^5-4m^4+0m^3-2m^2+0m+6$?
40	✓	ICA: Si. Ahora ordena el polinomio o de eme $O(m)$.
✓	✓	Estudiante: ...
40	✓	ICA: Siete eme a la cinco ($7m^5$), ¿El es semejante, con quién?, con el otro siete eme a la cinco ($7m^5$), por lo tanto, debe ir debajo de ese monomio. Recuerda que deben ir ordenados, términos semejantes con términos semejantes. Ajá, si polinomio no tiene el exponente elevado a la seis, ¿Qué hacemos?
✓	✓	Estudiante: Completamos con cero eme elevado a la seis ($0m^6$)
40	✓	ICA: Ajá ahora si.
✓	✓	Estudiante: $R(m)=0m^6+7m^5-9m^4+10m^3-6m^2+10m+6$.
40	✓	ICA: Ajá, ahora resuelve los coeficientes.
✓	✓	Estudiante: $8m^6+14m^5-12m^4+12m^3-11m^2+13m+6$
40	✓	ICA: Ajá, veamos el ejercicio, ¿Está bueno?
✓	✓	Estudiantes: Si.
40	✓	ICA: Ajá, vamos a rectificar esto entonces, el ocho, ¿Cómo esta positivo o negativo?
✓	✓	Estudiantes: Positivo.
40	✓	ICA: Entonces, ¿Ocho más cero?, la suma profunda le dio ¿Cuánto?
✓	✓	Estudiantes: Ocho.
40	✓	ICA: Seguimos, ¿Siete positivo y siete positivo?
✓	✓	Estudiantes: Catorce.
40	✓	ICA: Catorce eme a la cinco ($14m^5$). Luego aquí, ¿Menos nueve, menos tres?
✓	✓	Estudiantes: Menos doce.
40	✓	ICA: Menos doce. Ajá, ¿Diez positivo y dos?
✓	✓	Estudiantes: Doce.
40	✓	ICA: Doce. ¿Menos seis y menos cinco?
✓	✓	Estudiantes: Menos once.
40	✓	ICA: ¿Diez positivo y tres positivo?
✓	✓	Estudiantes: Trece.
41	✓	ICA: Y seis.
✓		
41		
✓		
41		
✓		
41		

✓ Ci	✓ Se finalizó la clase, con la última suma realizada por otra estudiante entre los polinomios $O(m)+S(m)$, $O(m)= 7m^5-9m^4+10m^3-6m^2+10m^6$, y $S(m)= 0m^5+3m^4+5m^3+0m^2-m+0$, cuyo resultado fue $7m^5-6m^4+15m^3-6m^2+10m+6$, pero cabe resaltar, que éste resultado fue obtenido por otro estudiante que se dio cuenta que la estudiante confundió los polinomios, ya que operó $P(m)+S(m)$, en vez de $O(m)+S(m)$.

✓

✓ Anexo E -3: Codificación de la clase detallada N°3. ICA.

		✓ ✓ Sujetos involucrados: ✓ Lugar: ✓ Fecha: ✓ Hora de inicio: ✓ Hora de cierre: ✓ Duración de la clase:	• Informante Clave A= ICA . • Estudiantes de 2 ^{do} año, pertenecientes a la sección: E. ✓ L.N “José Andrés Castillo” ✓ Lunes, 16 de junio del 2014. ✓ 9:30 am. ✓ 10:45 am. ✓ 2h académicas.	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ Clase N°3
✓ Codificación	✓ In	✓ Cómo la ICA, llegó varios minutos retardada, inicia directamente preguntando, ¿Que fue lo que vimos la clase pasada?		
	✓ N			

y descripción.	✓	
	00	✓ ICA: ¿Que fue lo que vimos la clase pasada?
	✓	✓ Estudiantes: Suma y resta de polinomio.
	✓	✓ ICA: ¿Si, vimos suma y resta?
	00	✓ Estudiantes: Si.
	✓	✓ ICA: ¿En serio?
	✓	✓ Estudiantes: Si, aquí dice suma y resta.
	00	✓ ICA: Ajá, pero de las operaciones que son; adición, sustracción, multiplicación y división, vimos una nada más, ¿Cuál fue?
	✓	✓ Estudiantes: La suma.
	✓	✓ ICA: La suma, porque en ningún momento ustedes vieron que yo les coloqué; $P(m) - Q(m)$, o ¿Si?
	00	✓ Estudiantes: No.
	✓	✓ ICA: Ajá, lo único que debemos recordar, no porque me diga que sea una suma yo voy a sumar, eso me lo va a indicar, ¿Quién?
	✓	✓ Estudiantes: Los signos.
	00	✓ ICA: Los signos, ajá, ¿Cuáles son los pasos que debemos de seguir para realizar una suma de polinomios?
	✓	✓ Estudiantes: Ordenar.
	✓	✓ ICA: Ordenar, ¿Cómo?
	00	✓ Estudiantes: De mayor a menor.
	✓	✓ ICA: De mayor a menor, ¿Qué?
	00	✓ Estudiantes: Los exponentes.
	✓	✓ ICA: Luego, ¿Qué pasa si el polinomio está incompleto? ¿Qué debemos hacer?
	00	✓ Estudiantes: Agregar cero.
	✓	✓ ICA: Completar con cero, en este caso, si la variable es eme, completamos con eme, pero la variable puede cambiar por cualquier otra letra. Ajá, vamos a ver hoy la sustracción, los pasos son iguales, el mismo procedimiento; ordenar el polinomio de mayor a menor, resuelvo según la regla de los signos. Vamos a explicar esto y hacemos una mini evaluación en clase.
	00	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	

	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	Al	✓ Mientras la ICA copia en la pizarra los polinomios para explicar la sustracción, conversa con los estudiantes sobre una mini evaluación en clase y su ponderación. Luego, pasa la lista de los estudiantes.
	✓	✓ ICA: Ajá, ahora vamos con la sustracción, fíjense, en el primer ejemplo, me están pidiendo que opere, ¿Con cuáles polinomios?
	02	✓ Estudiantes: Con pe de equis y eme de equis.
	✓	
	02	

Anexo E -3: Codificación de la clase detallada N°3. ICA. Continuación.

✓ Codificación	✓ 02	✓ ICA: Con pe de equis y eme de equis, pe de equis menos, eme de equis. Ajá, y entonces, ¿Qué es lo primero que debemos hacer?
✓ Codificación	✓ 02	✓ Estudiantes: Ordenar. ✓ ICA: ¿A quién voy a ordenar? ✓ Estudiantes: A pe de equis. ✓ ICA: A pe de equis, aja, ¿Como empiezo a ordenarlos?
✓ Codificación	✓ 06	✓ ICA: ¿Cuáles son esos números?
✓ Codificación	✓ 06	✓ Estudiantes: Tres y dos. ✓ ICA: ¿Qué otra cosa? ✓ Estudiantes: No sé. ✓ ICA: ¿Cuáles signos tenemos allí?
✓ Codificación	✓ 11	✓ ICA: La multiplicación, yo debo hacer esa propiedad para poder eliminar, ¿Qué cosa?, esos paréntesis. ¿Qué voy a multiplicar?
✓ Codificación	✓ 11	✓ Estudiantes: Los signos. ✓ ICA: ¿Menos por quién? ✓ Estudiantes: Por el positivo. ✓ ICA: Más, entonces, menos por más, ¿Cuanto me da?
✓ Codificación y descripción.	✓ 15	✓ ICA: Menos tres equis elevado a dos ($-3x^2$), y aquí tengo ¿Cinco positivo y dos negativo? ¿Cuánto será ese entonces?
	✓ 15	✓ Estudiantes: Tres.
	✓ 15	✓ ICA: ¿Pero con qué signo ahí?
	✓ 15	✓ Estudiantes: Negativo.
	✓ 15	✓ ICA: Ajá, ¿Diez negativo y tres negativo?
	✓ 15	✓ Estudiantes: Diez negativo.
	✓ 15	✓ ICA: -10, y más nada. Lo único que cambia es, que al otro polinomio le vamos a cambiar los signos; si esta positivo, negativo, y si esta negativo, positivo, pero de resto es el mismo procedimiento.
	✓ 15	
	✓ 15	

	✓ Al	✓ La clase tomó una pausa por unos minutos, mientras los estudiantes terminaban de copiar.

✓	✓	ICA: Ahora vamos a restar, ¿Cuáles polinomios?
16	✓	Estudiantes: Eme de equis.
✓	✓	ICA: Eme de equis, ¿Con quién?
✓	✓	Estudiantes: Ese de equis.
16	✓	ICA: ¿A cuál polinomio se le van a cambiar los signos?
✓	✓	Estudiantes: A ese de equis.
16	✓	ICA: A ese de equis, quiere decir, que eme de equis se mantiene tal cual, y los empezamos a ordenar. Obviamente, de aquí; $12x^5-6x^4-8x^3+0x^2-5x-10$, no nos podemos copiar ¿Por qué?
✓	✓	Estudiantes: Por los signos.
16	✓	ICA: Porque aquí; $12x^5-6x^4-8x^3+0x^2-5x-10$, están cambiados los signos. A menos que los tome y les cambie los signos otra vez, pero siento que se enredan. Entonces, vamos a tomarlos de aquí (Del polinomio inicial dado). Ajá empiezo, ¿Cuál es el primer monomio?
✓	✓	Estudiantes: Doce.
16	✓	ICA: ¿Doce?, menos doce equis elevado a la cinco ($-12x^5$), ajá, ¿Qué más?
✓	✓	Estudiantes: Más seis equis a la cuatro.
✓	✓	ICA: Más seis equis elevado a la cuatro ($+6x^4$), ajá ¿Y el otro?
16	✓	Estudiantes: Más.
✓	✓	ICA: ¿Más?, más ocho equis elevado a la tres ($+8x^3$), ¿Luego?
✓	✓	Estudiantes: Más cero equis elevado a la dos ($+0x^2$).
16	✓	ICA: $+0x^2$, ¿Ajá?
✓	✓	Estudiante: Más cinco equis.
✓	✓	ICA: Más cinco equis ($+5x$).
16	✓	Estudiante: Más diez.
✓	✓	ICA: Más diez ($+10$), ¿Ahora, qué hacemos?, ordenamos a, ¿Quién?
✓	✓	Estudiantes: Ese de equis $S(x)$.
16	✓	ICA: Ese de equis $S(x)$, y le vamos cambiando, ¿Los?
✓	✓	Estudiantes: Signos.
✓	✓	ICA: Los signos, ajá, ¿Quién es el primero?
16	✓	Estudiantes: Menos diez.
✓	✓	ICA: Menos diez equis elevado a la cinco ($-10x^5$), ¿Qué más?
✓	✓	Estudiantes: Menos dos.
17	✓	ICA: Menos dos equis elevado a la cuatro ($-2x^4$), ¿Ajá?
✓	✓	Estudiantes: Más tres equis elevado a la tres.
17		
✓		
17		
✓		
17		

Anexo E -3: Codificación de la clase detallada N°3. ICA. Continuación.

✓ Codificación y descripción.	✓	✓ ICA: $+3x^3$.
	19	✓ Estudiantes: Menos ocho equis elevado a la dos.
	✓	✓ ICA: $-8x^2$.
	19	✓ Estudiantes: Más cinco equis.
	✓	✓ ICA: $+5x$
	19	✓ Estudiantes: Menos veinte.
	✓	✓ ICA: -20. Ajá, ¿Y ahora?
	19	✓ Estudiantes: Veintidós equis a la cinco.
	✓	✓ ICA: ¿Así; $22x^5$?
	19	✓ Estudiantes: Menos veintidós.
	✓	✓ ICA: Ah, menos. ¿Ajá?
	19	✓ Estudiantes: Más cuatro equis elevado a la cuatro.
	✓	✓ ICA: $+4x^4$, ¿Ajá?
	19	✓ Estudiantes: Más once equis elevado a la tres.
	✓	✓ ICA: $+11x^3$. ¿Ajá?
	19	✓ Estudiantes: Menos ocho equis elevado a la dos.
	✓	✓ ICA: $-8x^2$.
	19	✓ Estudiantes: Más diez equis.
	✓	✓ ICA: $+10x$. ¿Menos treinta?
	19	✓ Estudiante: Menos diez.
	✓	✓ ICA: Menos diez, (-10) .
	19	
	✓	
	19	
	✓	
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	
	✓	
	20	

	✓ AI	✓ La ICA copia en la pizarra lo siguiente: Actividad N°#1; Evaluada. Actividad que realizaran en el cuaderno. Identifique en cada polinomio sus elementos: ✓ a) $P(n) = 8n^4 + 5n^2 - 3n + 20 - 6n^3$ ✓ b) $P(x) = -3x^5$ ✓ c) $Q(s) = s^6 + 8s^3 - 10s^4 - 12s^2 + 12$ ✓ d) $P(y) = 11y^6 + 10y^4 - 11y^3 + 8y^5 - 2y^4 + 5y$ ✓ e) $P(s) = 3p^3 + 2p^2 - p$ ✓ f) $Q(x) = 13x^4 - 2x^2$. Mientras la ICA copia en la pizarra, un estudiante pregunta;
	✓ 21	✓ Estudiante: Profe ahí tenemos que identificar las variables. ✓ ICA: O cuando yo digo sus elementos, ¿Nos referimos a qué cosa? ✓ Estudiantes: Variable.
	✓ 21	✓ ICA: Variable, grado, coeficiente, término independiente. ✓ Estudiante: Profe, lo que hicimos aquí (Adición de polinomios), es lo mismo que vamos hacer aquí (Identificar elementos).
	✓ 21	✓ ICA: No, simplemente aquí, identificar ¿Cuales son los elementos?, variable, grado, coeficientes, términos, término independiente. ✓ Estudiantes: Ah eso.
	✓ 21	✓ ICA: Nada más eso. Ah también identificar el tipo de polinomio, si es un monomio, binomio, trinomio o simplemente un polinomio.
	✓ AI	✓ Luego la ICA, siguió copiando en la pizarra. ✓ Sean los polinomios; desarrolle las siguientes operaciones. ✓ $P(x) = 8x^3 + 7x^4 - 12x - 10$

Anexo E -3: Codificación de la clase detallada N°3. ICA. Continuación.

✓ Codificación y descripción.	✓ AI	✓ R(x)= -10x ⁶ -20x ⁴ +2x ³ +5x ² -6 ✓ Q(x)= 12x ⁴ +3x ³ -22+20x+112 ✓ S(x)= -10x ⁴ -3x ² +8x-5x ⁵ +6x ⁶ ✓ Hallar: ✓ a)P(x)+R(x) ✓ b) R(x)-S(x) ✓ c)Q(x)+P(x)-R(x) ✓ d)Q(x)+S(x)+P(x)
	✓ Ci	✓ Se culminó la clase con la actividad sin terminar. Actividad que tiene nota, donde los estudiantes deben realizar los ejercicios en el cuaderno y podían preguntarle a la ICA, y como acabó la hora, quedó pendiente la actividad para la siguiente clase. Además la ICA les asignó investigar la multiplicación de potencias de igual base.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

	✓ 00	
	✓ AI	✓ La clase se vio interrumpida por otro personal de la institución, el cual, entro al aula para comunicarse con la ICB, y posterior a eso, se retiraron del salón durante unos minutos. Y al volver continuo con:

	✓ 00	✓	ICB: Les dije la importancia de los polinomios en la vida diaria, ok, y les dije también, que íbamos a definir, íbamos a conocer, incluso íbamos hacer operaciones con polinomios. ¡Ok!. Entonces, para comenzar a conocer que es un polinomio, vamos a continuar con su definición: Un polinomio es un conjunto de términos, donde los exponentes, donde los exponentes de las variables son números, me faltó naturales, son números naturales y los elementos que los acompañan a las variables son números racionales. Por ejemplo: $2x^2-3x^3+8$, ok, es un polinomio, ¿Por qué? Porque el número que acompaña a la variable, en este caso, “x”, ok, es un número racional, le voy a identificar aquí: $(1/2)x^5+8$; cinco (5) éste es el exponente y este que esta acá, es la variable; la “x”. ¡Ok!. El exponente, fíjense, es un número natural, son números naturales. Mientras la
	✓ 01		
	✓ 01	✓	variable, ok, es una incógnita, recordemos cuando vimos ecuaciones en Z, ok, hablamos de una variable o incógnita, en este caso, también, la vamos a conseguir con los polinomios, ok, y el número que acompaña a esa variable, es un número natural. Mientras no son polinomios, las siguientes expresiones: $-5x^2+4x-1$; $-2x+5x^{-1}$ ¿Por qué no son polinomios?, puesto a que el exponente que compone a la variable, no es un número natural.
	✓ 01	✓	Estudiante: ¿Qué es un número natural?
	✓ 01	✓	ICB: Recordemos rápidamente, los números naturales son aquellos positivos incluyendo el cero, por ejemplo el 0,1,2,3. Recordemos lo que vimos a principio de segundo, sabe, el 0,1, lo voy a copiar rapidito por aquí, para que recordemos. ¡Ok! $N=\{0,1,2,3,\dots\}$, los números naturales son todos aquellos positivos, ok, fíjense, que no estamos incluyendo aquí, los números negativos. Por su parte, los números enteros, recuerden las operaciones ahorita de adición y multiplicación, y sus propiedades también, ¡Ok!. Son enteros, tanto positivos como negativos, ok, como por ejemplo; $Z=\{-\sqrt{},\dots,-2,-1,0,1,2,\dots,+\infty\}$, los números enteros desde menos infinito hasta más infinito, incluyendo el cero, los números negativos. Ahora bien, para que una expresión sea polinomio, tiene que cumplir; que el exponente este que está acá $2x^2-3x^3+8$, tiene que ser un número natural, un número
	✓ 01		
	✓ 01		
	✓ 01		
	✓ 01		
	✓ 02		
	✓ 02		
	✓ 02		

Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.

✓ opción.	Codificación y	✓	✓	natural. ¡Ok!. Puede ser 0, puede ser 1, puede ser 2, sucesivamente, número entero positivo, ok, y que el número que acompañe a esa
		02	✓	variable, ok, tiene que ser un número racional o un número; vamos a hablar de números enteros, en este caso ¡Ok!. El número que está acá
		✓	✓	acompañando a la variable, puede ser -2, puede ser -5, puede ser 558, y sucesivamente, ok. Ahora bien, te pregunto a ti: ¿Estas expresiones
		02	✓	cumplen las condiciones que te estoy dando?, es decir, ¿El número que acompaña a la variable son enteros? ¿Si? ¿Si o no?
		✓	✓	Estudiante: Si.
		✓	✓	ICB: ¿Por qué dices que si? ¿(2) Éste no es un número entero, entonces?
		02	✓	Estudiantes: Si.
		✓	✓	ICB: ¿Entonces el 2 no es entero? ¿El -3 no es un entero?
		✓	✓	Estudiantes: Si.
		✓	✓	

Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.

✓	Codificación y descripción.		
✓	06	✓	Estudiantes: Si.
✓	06	✓	ICB: ¿Entonces, por qué dicen que no? ¿Qué no entienden?, sacamos aquí que el -3 es un número entero, está dentro del conjunto de los números enteros. Ahora bien, como es un número entero y está acompañando a la variable, ya esta cumpliendo con una de las dos condiciones que debe tener para que esta expresión: $2x^2-3x^3+8$, sea polinomio. ¡Ok!. Ahora hablamos de los exponentes, los exponentes, la cual, es el número que está elevado la variable, debe ser un número natural. Ahora bien, hay una diferencia entre el conjunto de los números naturales y el conjunto de los números enteros. ¡OK!. Ahora fíjense bien, el conjunto de los números naturales solamente nos estamos refiriendo a esos enteros que son solamente.
✓	06	✓	Estudiante: Positivo.
✓	07	✓	ICB: Positivos. ¡Ok!. Fíjense, que aquí no está, y yo les pregunto a ustedes: ¿El -3 será un número entero?, perdón, ¿El -3 será un número natural?
✓	07	✓	Estudiantes: No.
✓	07	✓	ICB: ¿Por qué, no?
✓	07	✓	Estudiantes: Porque es negativo.
✓	07	✓	Estudiantes: Porque es negativo, simplemente por eso. ¡Ok, fíjense!, Ahora bien, ¿Los exponentes de esta expresión: $2x^2-3x^3+8$, primeramente, es natural?
✓	07	✓	Estudiantes: 2,3, si.
✓	07	✓	ICB: ¿Son naturales?
✓	07	✓	Estudiantes: Si.
✓	07	✓	ICB: Si verdad, entonces, si cumplen con estas dos condiciones: ¿La expresión, entonces es? ¿Qué es lo que estamos estudiando?
✓	07	✓	Estudiante: Números naturales.
✓	07	✓	ICB: Si la expresión cumplen con estas dos condiciones, primero; que el número que compone a la variable, en este caso, “x”, ok, son racionales o enteros, vamos a hablar de enteros, ok, son números enteros y los exponentes de esa variable son números naturales. Entonces: ¿La expresión sería?, polinomio, ¿estamos de acuerdo?
✓	07	✓	Estudiantes: Si.
✓	07	✓	ICB: Entonces la expresión es un número entero. Ahora fíjense acá: $-5x^2+4x^{-1}$, ¿esto (-5), es un número entero? ¿Si o no?
✓	07	✓	Estudiantes: Si.
✓	07	✓	ICB: -5 es un número entero. Ahora bien, pero si le pongo, si fijo, si fijo la atención en los exponentes, ok, me doy cuenta que -2 y -1, no son números naturales, ¡Ok!. Entonces, simplemente, que porque no son naturales.
✓	07	✓	Estudiantes: No son polinomios.
✓	07	✓	ICB: Entonces las expresiones siguientes no son polinomios. ¡Ok!.
✓	07	✓	Estudiante: Tienen que ser positivos.
✓	07	✓	ICB: Tienen que ser positivos o números naturales. ¡Ok!.
✓	07	✓	Estudiante: ¿Entonces no es polinomio?
✓	07	✓	ICB: No es polinomio, ¿La expresión es polinomio?, les voy a preguntar: ¿La expresión es polinomio?
✓	07	✓	Estudiante: No.
✓	07	✓	ICB: No es polinomio, ¡Verdad!

Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.

✓	✓	Estudiante: ¿Profe si los números que están arriba, o pueden ser negativos?
10	✓	ICB: No pueden ser negativos, los exponentes de los números que están allí arriba, se llaman exponentes.
✓	✓	Estudiante: ¿Si los números de un polinomios son negativos?
11	✓	ICB: ¡Ok, fíjense! Yo quiero como les dije, o sea, es como cuando yo llegue aquí la primera vez, verdad, ajá, llegue a la hora de matemática, pero que saben ustedes si yo estaba adelantando una hora o no, yo tuve que presentarme y decir mi nombre, soy la profesora Tati Arteaga, ¡ok!, soy la profesora de la asignatura de matemática, verdad que si, yo tuve que presentarme aquí, para que ustedes supieran cual era mi función acá adentro, entonces, eso es lo que estamos haciendo con los polinomios. Estamos conociendo o queremos reconocer cuando una expresión es polinomio o no. Entonces que reconocemos cuando una expresión es polinomio o no, bueno a ella le vamos hacer su identificación, que es lo que vamos a adelantar ahorita, ok, aquí también, vamos hacer operaciones con ella, si no es polinomio, entonces, no hacemos las operaciones que vamos a definir de ahora en adelante. ¿Estamos de acuerdo?
✓	✓	Estudiantes: Si.
11	✓	ICB: ¡Ok, fíjense! Yo les puedo decir, dadas las siguientes expresiones, todas las expresiones que están acá: $2x^2-3x^3+8$; $(1/2)x^5+8$; $-5x^2+4x^{-1}$; $-2\sqrt{x}+5x^{-1}$, y les digo, diga cual de estas expresiones son nada más polinomios, ustedes me dicen; ah esta es polinomio, esta es polinomio, esta no es polinomio, esta no es Polinomio. De las expresiones que son polinomios, se puede girar otra pregunta: De las expresiones que son polinomios, entonces, dígame, ¿Cuál es el número de términos?, ¿Cuál es su grado? y sucesivamente. ¿Estamos de acuerdo? Eso lo van a definir.
✓	✓	Estudiante: ¿Cuándo sabemos cuando es polinomio?
11	✓	Estudiantes e ICB: Se ríen.
✓	✓	Estudiante: cuando los exponentes no son negativos.
11	✓	ICB: Cuando se emplean las dos condiciones. Primero; el número que acompaña a la variable, debe ser un número entero o racional. ¡Ok!. Y que el número, el exponente o el número de arriba como le dices tu, tiene que ser natural, es decir, diferente de los números negativos.
✓	✓	Estudiante: ¿Profe como hago yo, si hay un exponente con signo negativo y positivo?
11	✓	ICB: ¿Qué? Aquí: $2x^2-3x^3+8$.
✓	✓	Estudiante: No.
11	✓	ICB: No, o sea, si ya hay uno, que el exponente, que sea negativo, ya la expresión no es un polinomio, no, ya la expresión es automáticamente, no es un polinomio.
✓	✓	Estudiante: Abajo puede estar negativo, pero arriba no.
11	✓	ICB: El número que acompaña a la variable puede ser negativo, allí si, pero el exponente no. Por ejemplo, este; $2x^2-3x^3+8$.
✓	✓	Estudiante: ¿Y si tengo un negativo arriba?
✓	✓	ICB: Todos deben ser positivos, los exponentes.
11	✓	Estudiante: ¿Arriba?
✓	✓	ICB: El exponente no debe ser negativo, es muy importante muchachos que estemos visualizando. ¡Ok!. Primero, o sea, hacer cumplir las dos condiciones por separado, una; que los números que acompañan a la variables sean racionales, son todos enteros, chévere. Ahora vamos con los exponentes, los exponentes son números naturales, chévere, la expresión entonces, es un polinomio. ¿Estamos de acuerdo?
12	✓	Estudiantes: Si.
✓	✓	ICB: ¡Bien, ok!. Ya vimos o ya definimos que es un polinomio. Ahora bien, hacemos ahora....
12		
✓		
12		

✓ Al	✓ La clase fue interrumpida por unos minutos, para sacar del aula un pupitre con excremento.
✓ 14	✓ ICB: ¡Ok! Ahora vamos a definir los elementos de un polinomio. Primero, los términos; son cada uno de los sumandos del polinomio. Por ejemplo: $2x^3+5x^2-8$, el polinomio tienen tres sumandos, en este caso el polinomio tiene tres términos, se toma en cuenta los que tienen y también los que no tienen variable. Otro ejemplo; $2y^2-4y$, el número de términos del polinomio es dos. Segundo, los coeficientes; son los números que acompañan las variables. Por ejemplo; $2x^3-5x^2-8$, los números que acompañan a las variables, a la “x”, el 2 y -5 son coeficientes del polinomio. Vamos a ver cual tengo aquí, ok, de este polinomio $-2y^3+4y-5$, ¿Los coeficientes son?, los que acompañan a la variable, ¿Cuáles son?
✓ 14	
✓ 14	
✓ 15	
✓ 15	

Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.

✓	✓	Estudiantes: -2 y 4.
15	✓	ICB: -2 y 4 positivo, vamos a colocarle aquí, los coeficientes del polinomio son -2 y 4.
✓	✓	Estudiante: ¿Polinomio es -2 y 4?
15	✓	ICB: ¿El -5? no es un coeficiente, no esta acompañando a la variable. ¡Ok!
✓	✓	Estudiante: ¿Y el 4 tampoco tiene?
15	✓	ICB: No, si tiene. ¿Cuál es la variable de este polinomio?
✓	✓	Estudiantes: La “y”.
15	✓	ICB: La “y” ¡ok!. Entonces, el 4 está acompañando a una variable, ve el -24 está acompañando a una variable. ¿Vamos bien hasta aquí?
✓	✓	Estudiante: Si.
15	✓	ICB: Bueno, para esto debemos practicar, verdad, cuando lleguen a su casa hoy en la tarde, en vez de ver televisión, abren el cuadernito y repasan.
✓	✓	Estudiantes: Se ríen.
15	✓	ICB: Ok, apuesto que vengo mañana y les pregunto o vengo el martes y les pregunto, y nada, me van hablar de la novela, verdad.
✓	✓	Estudiantes: Si, si, si ¿Y usted?
15	✓	ICB: No, no, no, yo no veo novelas.
✓	✓	Estudiantes: Si vemos novelas y se ríen. Vemos flor salvaje, corazón valiente, las casa de al lado.
15	✓	ICB: ¡Ok, fíjense! Este numerito que no es coeficiente en estas expresiones, es lo que llamamos; término independiente, término independiente del polinomio, ok. El término independiente del polinomio; es el que no va acompañado de la variable, por ejemplo; $2x^3-5x^2-8$. Ahora bien, si el término independiente es aquel numerito que no acompaña a la variable, entonces, en este polinomio: ¿Cuál es el término independiente?
✓	✓	Estudiante: El -8.
15	✓	ICB: El -8, ¿Todo están de acuerdo con esto? ¿Qué es -8?
✓	✓	Estudiantes: Si.
16	✓	ICB: Si, si el -8.
✓	✓	Estudiante: Por que no tiene nada.
16	✓	ICB: Es el que no está acompañando a una variable, ok. Si tiene algo, el -8.
✓	✓	Estudiante: Bueno el -8, ¿Pero?, el menos, es un decir.
16	✓	ICB: Ocho unidades hacia la izquierda, verdad. ¿Vamos bien hasta aquí?
✓	✓	Estudiantes: Si y alguno, no.
16	✓	ICB: ¿Si Edmar? ¿Natalia? ¡Chévere!
✓	✓	Estudiantes: Huele a chocolate. (Se ríen incluso la docente).
16	✓	ICB: Silencio, ok. Ya hemos conocido cuales son los términos del polinomio, ya hemos conocido cuales son los coeficientes, cual es el término independiente. Ahora conoceremos, cual es el grado del polinomio, ok. ¿Ya copiaron aquí?, para dictarles.
✓	✓	Estudiantes: No, ya va.
16		
✓		
16		

	✓ Al	✓ Por pocos minutos la clase tomó una pausa, mientras los estudiantes terminaban de copiar.
	✓ 18	✓ ICB: Dos puntos y seguido, es el mayor exponente, es el mayor exponente, al cual, está elevado la variable.
	✓ 18	✓ Estudiante: ¿Exponente?
	✓ 18	✓ ICB: Es el mayor exponente, al cual, está elevado la variable, cuyo coeficiente, la variable, cuyo coeficiente sea distinto de cero, cuyo coeficiente sea distinto de cero. Fíjense ahora, esas palabras que estamos involucrando, ok, ya estamos hablando de coeficiente, ya no estamos hablando de números, ok, ya estamos hablando de variable como tal, ok, ya estamos buscando otros términos o otros elementos del polinomio. ¿Estamos de acuerdo?. Por ejemplo; $-2y^2+2y-8$. Ahora bien muchachos, fíjense, me dice que el grado del polinomio; es el mayor exponente, al cual la variable está elevado, ok. Fíjense, si se dan cuenta en este polinomio: $-2y^2+2y-8$, fíjense en los exponentes, un momentico, ¿El exponente de este; $2y$, cuál es? ¿El que dijeron ahorita?
	✓ 18	
	✓ 18	
	✓ 18	
	✓ 19	
	✓ 19	
	Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.	
	Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.	
➤	✓	✓ Estudiantes: ¿Qué?
	✓ 23	✓ ICB: Da el mismo número, ok, eso es para la multiplicación. Cuando se trata de potenciación, se dijo que todo número elevado a la uno, era el mismo número, ok, todo número elevado a la uno, daba el mismo número, ¿Verdad, que sí? Ahora, esto es como si estuviera la “y” a la una, pero para hablar de elegancia, se sobreentiende el número, ¿Estamos de acuerdo? Así como lo mismo que hicimos en la adición que no colocábamos en algunos casos el signo más, porque se sobreentiende, lo mismo pasa con esta potencia aquí.
	✓ 23	
	✓ 23	
	✓ 23	

	✓ Al	✓ La clase tomo una pausa por pocos minutos, para que los estudiantes terminaran de copiar e ir al baño. Mientras tanto, la ICB procedió a copiar en la pizarra una tarea correspondiente a la identificación del grado polinomio.

✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: Ok, en el polinomio siguiente: $4x^4-10x^2+4x-8$ fíjense, cuando yo les hablo de grado ustedes automáticamente visualizan los exponentes de la variable, ok, en este caso, ¿Los exponentes serían?, 4,2, ¿Aquí cuál es?
		23	✓	Estudiantes: Uno.
		✓	✓	ICB: Y aquí es cero, ya saben porque. ¡Ok! ¿Cuál es el grado?, bueno, el exponente mayor, al cual está elevado la variable en el polinomio.
		23	✓	¿Cuál es el exponente mayor?
		✓	✓	Estudiantes: Cuatro.
		✓	✓	ICB: Entonces, mi polinomio, o sea, este polinomio, ¿Es de grado?
		24	✓	Estudiantes: Cuatro.
		✓	✓	ICB: Cuatro, ¿Ok? ¿Si?. Ok, es el mayor exponente. El grado es 4, el mayor exponente, al cual está elevado la variable en el polinomio.
		24	✓	¡Ok! ¿Si vamos viendo lo que se quiere con el grado? Fíjense, empezamos con los términos, ya sabemos cuales son los términos, ok.
		✓	✓	¿Cuáles son los términos?
		24	✓	Estudiantes: Cada uno de los sumandos.
		✓	✓	ICB: Cada uno de los sumandos del polinomio, pero cada uno de los sumandos del polinomio. Luego de eso dijimos, cuales eran los
		24	✓	coeficientes, ok, ¿Que eran los coeficientes?, aquellos numeritos, ok, que acompañan la variable, exacto. Luego hablamos de un término
		✓	✓	independiente y dijimos que el numerito que no acompaña la variable, ok, el numerito ese que no acompaña la variable.... Ok, aquel
		24	✓	numerito que no estaba acompañado de una variable, entonces lo llamábamos, término independiente. Luego de eso, hablamos del grado del
		✓	✓	polinomio, que no era más, que el mayor exponente, al cual estaba elevado la variable. ¡Ok! ¿Estamos de acuerdo hasta aquí? ¿Tienen
		24	✓	alguna pregunta? ¿Alguna duda? ¿Vamos bien Paola?
		✓	✓	Estudiante: Vamos bien.
		24	✓	ICB: Vamos bien, que bueno... Ok, vamos hacer algunos ejercicios
		✓		
		24		
		✓		
		24		
		✓		
		24		
		✓		
		25		
		✓		
		25		

	✓ AI	✓ En los sucesivos minutos, la ICB estuvo en la pizarra copiando los ejercicios a explicar, mientras esto sucedía, los estudiantes comenzaron a hablar en voz alta de otros temas, y la ICB procedió a:
	✓ 25	✓ ICB: Ey vamos a ver el plan de evaluación, rapidito ahí Omar. Háganme el favor y búsqueme el plan de evaluación. ¿Cuál es la evaluación de este tema?
	✓ 25	✓ Estudiantes: Una actividad que vale dos puntos.
	✓ 25	✓ ICB: La actividad N° 3, ok, que está por asignar, hay un taller práctico, pero un taller práctico para la parte de operaciones con polinomios, ¿Verdad? Ok, es decir, conocer quien, cuales son polinomios o no, cuales son los elementos del polinomio, ok, de todas maneras en la actividad que les voy hacer referencia, yo les voy a decir que es lo que les voy a evaluar en esa actividad.
	✓ 26	
	✓ 26	
	✓ 26	
	✓ AI	✓ Mientras la ICB escribe en la pizarra los ejercicios a explicar, los estudiantes se vuelven a desconcentrar y comienzan a jugar entre ellos. Por lo que la ICB, les llama la atención en varias oportunidades.
	✓ 26	✓ ICB: Ok, me dice la número uno, en la siguiente tabla, completa o coloca una (x) aquí en la columna correspondiente según la expresión sea o no polinomio. ¿Que quiere decir aquí?, solamente visualizo la expresión y determino si es o no es polinomio, y según sea la respuesta, o a lo que llegue, o a lo que he decidí, le coloco la equis si es o no polinomio a cada una de ellas. Por ejemplo la número uno: $3x^4-5x^3+5x^2-1$, ¿Es polinomio? Estudiantes: Si.
	✓ 26	✓ ICB: ¿Por qué es polinomio?
	✓ 26	
	✓ 26	
	✓ 26	

Anexo E-4: Codificación de la clase detallada N°1. ICB. Continuación.

✓	✓	Estudiante: Porque los números naturales no son negativos.
26	✓	ICB: Porque los números naturales no son negativos, no. Porque todos los exponentes son números naturales, ok. No confundamos los negativos con los... Eeee los naturales con los negativos. ¿Este es polinomio verdad?
✓	✓	Estudiantes: Si.
26	✓	ICB: Además el número o los números que acompañan a la variable.
✓	✓	Estudiante: ¿Quedó uno por fuera?
✓	✓	ICB: ¿Ah? ¿Pero como se llama este que queda por fuera?
27	✓	Estudiantes: Término independiente.
✓	✓	ICB: Muy bien, la segunda expresión: $2x^{-1}+3x^{-2}$. ¿La segunda expresión?
✓	✓	Estudiantes: No es.
27	✓	ICB: ¿Por qué?
✓	✓	Estudiantes: Porque los exponentes son negativos.
27	✓	ICB: Porque los exponentes son negativos, es decir, los exponentes no son naturales, simplemente no es polinomio. ¿La tercera: $-6x^3+17x^2+1$?
✓	✓	Estudiantes: Si es.
✓	✓	ICB: ¿La otra: $2\sqrt{x}+x^2-2$, es?
27	✓	Estudiantes: Si es, no es.
✓	✓	ICB: Ahora bien, ¡OK, fíjense bien!, ¿Si es?
✓	✓	Estudiante: Si es.
27	✓	ICB: Ok, fíjense cuando definamos o cuando vayan a la partes de atrás de las hojas, cuando definimos que era un polinomio, las observaciones que estaban allí, ¿Quién me lee las observaciones?
✓	✓	Estudiante: En un polinomio ninguna de las variables debe aparecer en el denominador, ni con exponentes negativos, ni dentro de una raíz.
27	✓	ICB: Aja, ni dentro de una raíz, ni dentro de una raíz, la variable no debe aparecer, entonces no es polinomio. ¿Estamos de acuerdo?
✓	✓	Estudiante: ¿Qué hora es?
27	✓	ICB: Ya voy a terminar. Fíjense, la número dos, la voy a dejar como tarea para el martes. ¡OK!
✓	✓	Estudiante: ¿Y si se me olvida?
✓	✓	ICB: Bueno, vamos a tener que revisar el cuaderno todos los días para que nos acordemos.
27	✓	Estudiantes: Uuyyy.
✓	✓	ICB: La número dos, la voy a dejar como tarea y dice lo siguiente: Del ejercicio número # 1, toma las expresiones que son polinomio. ¡Ok, fíjense!, del ejercicio número uno, del ejercicio anterior, ok, vamos a tomar solamente las expresiones que son polinomios, que son, ¿Cuáles? , esta: $3x^4-5x^3+5x^2-1$, y esta: $-6x^3+17x^2+1$, es decir, dos, ok, y a cada uno de ellos por separados y vamos a responder lo siguiente: ¿Cuáles son los coeficientes del polinomio? ¿Cuál es el grado del polinomio? ¿Cuál es el número de términos de estos polinomios? ¿Cuál es el término independiente del polinomio?
27	✓	Estudiante: ¿Cuántas voy a agarrar de ahí?
✓	✓	ICB: Las que son polinomios. ¿Qué son cuáles?
✓	✓	Estudiante: La primera y la tercera.
28		
✓		
28		

✓ Ci	✓ La ICB finaliza la clase pasando la lista de los estudiantes. Ok, ya saben que para el martes continuamos con... la clasificación de los polinomios, ok, y les corrijo la actividad.

✓

✓

✓ **Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB.**

✓ ✓ Sujetos involucrados: ✓ Lugar: ✓ Fecha: ✓ Hora de inicio: ✓ Hora de cierre: ✓ Duración de la clase:		• Informante Clave B= ICB . • Estudiantes de 2 ^{do} año, pertenecientes a la sección: A. ✓ U.E “Nuestra Señora de Atocha”. ✓ Martes, 03 de junio del 2014. ✓ 7:00 am. ✓ 9:00 am. ✓ 2h académicas.	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ Clase N°2
↘	✓ In ✓ N	✓ Una vez organizados los estudiantes, y dado los buenos días, la ICB, aclara el periodo de tiempo que queda del lapso, además de algunas observaciones respecto a las notas, y de las actividades que algunos todavía tienen pendiente, les indica que deben ponerse al día. Y revisando la planificación, le señala la actividad N°3; sobre la introducción a polinomios, que tiene una ponderación de 2 puntos, que sigue el mismo modelo de las actividades anteriores. Seguidamente venimos con las operaciones con polinomios, se evaluara en un taller en grupo de tres.	

y descripción.	✓ 00	✓ ICB: Ahora bien, para reforzar un poquito lo de la clase anterior, ok, les digo muchachos, que de ahora en adelante cada vez que vean polinomios, van a ver polinomios durante el resto de su vida como estudiante, ya que es sumamente importante. Ok, fíjense, ¿Quién me ayuda a leer la definición que di de polinomio la semana pasada?
	✓ 00	✓ Estudiante: Un polinomio es un conjunto de términos donde los exponentes de las variables, son números naturales y los elementos que acompañan las variables, son números racionales.
	✓ 00	✓ ICB: Ok, un polinomio lo definimos, yo creo de una manera más clara, y dijimos que un polinomio es una expresión, donde el número que va acompañando a la variable era un número racional o un número entero, vamos a trabajar más que todo con números enteros acá, ok, y donde el exponente, que es el número al cual, estaba elevado la variable era... tenía que ser natural, sino cumplía con esas dos condiciones, dijimos que la expresión no era polinomio, ok, un ejemplo. Estoy recordando muchachos porque hay personas que no asistieron a la clase anterior, ¿Qué ejemplo vimos ese día?
	✓ 00	✓ Estudiante: Dos equis a la dos
	✓ 00	✓ ICB: $2x^2$
	✓ 00	✓ Estudiante: Menos tres equis a la tres.
	✓ 00	✓ ICB: $-3x^3$
	✓ 00	✓ Estudiante: Más ocho.
	✓ 00	✓ ICB: Ok, una expresión de este tipo; $2x^2-3x^3+8$, en donde el número que acompaña a la variable es un número entero, y el exponente al cual, está elevado a la variable, es un número natural, ok. En todo caso, ésta expresión es polinomio. ¿Cuál era el ejemplo Maikol, que teníamos allí de cuando era polinomio?
	✓ 00	✓ Estudiante: Menos cinco equis a la dos.
	✓ 00	✓ ICB: $-5x^2$.
	✓ 00	✓ Estudiante: Más cuatro equis a la menos uno.
	✓ 00	✓ ICB: $4x^{-1}$. Ok, ahora pregunto: ¿Esta expresión; $5x^24x^{-1}$, que esta acá era, es polinomio?
	✓ 00	✓ Estudiantes: No.
	✓ 00	✓ ICB: ¿Por qué no?
	✓ 01	✓ Estudiante: Porque el exponente no es natural.
	✓ 01	✓ ICB: Simplemente porque unos de los exponentes de la expresión no es natural o el número es negativo. Ok, Simplemente porque unas de las

[illegible]

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

✓	✓ 02	✓	condiciones falló, entonces la expresión que les presento a continuación; $5x^24x^{-1}$, no es polinomio. Ok, también dimos unas observaciones, primero; que los exponentes no deberían ser diferentes de los números naturales, incluso tampoco la variable debería estar encerrada en una raíz, o en dos barras, que es lo que típicamente llamamos valor absoluto. ¿Estamos de acuerdo hasta aquí?. Luego seguimos con...
	✓ 02	✓	Estudiantes: Los elementos de un polinomio.
	✓ 02	✓	ICB: Luego seguimos con los elementos de un polinomio, hablamos de un término independiente, hablamos de los términos del polinomio, hablamos que en un polinomio, ok, cada uno de ellos por separados tiene un nombre y le damos una definición, y dijimos, empezamos con los términos de un polinomio, y dijimos que era cada uno de los sumandos del polinomio, ok, por ejemplo, esta expresión que es polinomio; $2x^2-3x^3+8$, ¿Cuántos términos tiene?
	✓ 03	✓	Estudiante: Tres.
	✓ 03	✓	ICB: Uno, dos y tres, ok, cada uno de los sumandos, ¿Estamos de acuerdo? Luego en la número dos dijimos, primero los términos, ¿Luego?
	✓ 03	✓	Estudiante: Los coeficientes.
	✓ 03	✓	ICB: Los coeficientes, Los coeficientes eran aquellos numeritos enteros, ok, que estaban acompañando a la variable, según la definición, les pregunto a ustedes, ¿Cuáles son los coeficientes de este polinomio?
	✓ 03	✓	Estudiante: El dos equis y el tres equis.
		✓	ICB: El dos y el menos tres, ok, menos tres., ¿Estamos de acuerdo?. Este no es coeficiente, puesto que no está acompañado de ninguna variable. Ok, sin embargo, explique que este numerito que esta aquí; 8, el si estaba acompañado de una variable, solamente que esta variable esta elevada

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

	✓	✓	ICB: El cinco, debido a que el mayor exponente de esta expresión o de este polinomio, es el exponente cinco, ¿Estamos de acuerdo?. Seguido a eso, ok, eh... dimos una pequeña actividad, en donde verificábamos unas expresiones y decidíamos si era polinomio o no, ok, les di cuatro, cuatro y luego de las expresiones que eran polinomio, habrían que responder, tenían que responder algunas preguntas, que era la tarea que quedo asignada la semana pasada, ¿La hicieron todos?
06	✓	✓	ICB: El cinco, debido a que el mayor exponente de esta expresión o de este polinomio, es el exponente cinco, ¿Estamos de acuerdo?. Seguido a eso, ok, eh... dimos una pequeña actividad, en donde verificábamos unas expresiones y decidíamos si era polinomio o no, ok, les di cuatro, cuatro y luego de las expresiones que eran polinomio, habrían que responder, tenían que responder algunas preguntas, que era la tarea que quedo asignada la semana pasada, ¿La hicieron todos?
07	✓	✓	Estudiantes: No.
07	✓	✓	ICB: No todos la hicieron.
07	✓	✓	Estudiantes: No entendimos.
07	✓	✓	ICB: Sino entendimos la tarea, entonces no entendimos la clase. ¿Cuál era la primera? (1) $3x^4-5x^3+5x^2-1$; (2) $2x^{-1}+3x^{-2}$; (3) $-6x^3+17x^2+1$; (4) $2\sqrt{x+x^2}-2$, la primera decía, completar la siguiente tabla, ok, según la expresión sea o no polinomio, ok, no vamos a multiplicar, ahí no dice nada de multiplicación, ni de suma, ni de resta, solamente vamos a identificar si estas expresiones que están acá, si son o no polinomios. Recuerdan lo que dije la clase pasada, de que estábamos conociendo primero, entonces estábamos conociendo, que estábamos identificando cada uno de sus elementos, para luego continuar con la clasificación, para luego ir hasta las operaciones; suma, resta, multiplicación de polinomios, ok, tenemos que empezar siempre desde el principio, se los dije, en el ejemplo que les di la clase pasada, el ejemplo que les di la clase pasada, es que yo llegue, la primera vez a darles clase y tuve que presentarme, verdad, no iba a llegar aquí, no iban a saber, ¿Profe pero usted es profesora de que?, tengo que decir, que mi nombre es Tati Arteaga, soy la profesora de matemática, verdad, para que ustedes puedan sacar el cuaderno, imagínense que yo llegue aquí, hable y hable, ajá, pero usted ¿Da clase de qué?, igual pasa con los polinomios, porque yo les digo a ustedes, ah, esta expresión búsqenle, ¿Esta expresión es polinomio?, les pregunto primero.
07	✓	✓	Estudiantes: No.
07	✓	✓	ICB: No es polinomio, entonces dirá, ah busquen los elementos, busquen la, cual es el exponente, cual es el grado de este polinomio, sino es polinomio, como les voy a conseguir el grado, cual va a ser el grado por definición, ¿Estamos de acuerdo?. Ok, ahora bien, ¿Cuáles es polinomio de todas estas expresiones?, la primera es polinomio.
07	✓	✓	Estudiante: La primera.
07	✓	✓	ICB: Este es polinomio (1), esta no es polinomio (2). De todas maneras, les voy a colocar la...
07	✓	✓	Estudiante: La primera es polinomio.
07	✓	✓	ICB: La primera es polinomio, les dije que colocaran o completaran con una equis...
07	✓	✓	Estudiantes: La primero no es, la segunda si es, la tercera si es y la cuarta no es.
07	✓	✓	ICB: ¿Estamos de acuerdo, por qué no es polinomio esta expresión (4)?
07	✓	✓	Estudiantes: Porque tiene raíz, porque tiene la raíz cuadrada.
07	✓	✓	ICB: En una de las observaciones que les di, escuchen, en una de las observaciones que les di al principio, fíjense, en una de las observaciones les di; cuando una expresión, cuando una expresión está encerrada en una raíz cuadrada automáticamente esa expresión, automáticamente esa expresión ya no es polinomio, ¿Estamos de acuerdo?, es por eso, que esta expresión que está acá; $2\sqrt{x+x^2}-2$, no es polinomio. Ahora, la número dos decía, que las expresiones...
08	✓		
08	✓		
08	✓		

[illegible]

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

✓	✓	Estudiantes: No.
11	✓	ICB: ¿Por qué?, voy a la definición de coeficiente.
✓	✓	Estudiantes: Porque esta elevado a la cero.
11	✓	ICB: Ok, y es un... es... ahí como lo ven, no, es el numerito que no esta acompañado de unas de las variables, ok, aunque lo vemos aquí, ok, y quise definirlo de esta manera, porque es una forma más fría de observarlo, no. Ok, ahora bien, los coeficientes son; tres, menos cinco y dos, perdón, cinco, ¿Estamos de acurdo?
✓	✓	Estudiantes: Si.
11	✓	ICB: Ok, la número dos, ¿Cómo dice la número dos?
✓	✓	Estudiantes: ¿Cuál es el grado del polinomio?
11	✓	ICB: ¿Cuál es el grado del polinomio?, el grado del polinomio...
✓	✓	Estudiante: Es el número mayor.
11	✓	ICB: No el número mayor, así no es la definición, es el exponente, el mayor exponente, porque de número podría ser, los coeficientes también, ¿Son numeritos, verdad?, podría ser, en este caso, de todos los números que están aquí; $3x^4-5x^3+5x^2-1$, ¿El cinco es mayor? ¿Verdad? ¿El grado del polinomio es cinco?
✓	✓	Estudiantes: No.
11	✓	Otro estudiante: Cuatro.
✓	✓	ICB: Porque hay que decir, el mayor exponente, al cual está elevado, ¿Cuál es el mayor exponente acá; $3x^4-5x^3+5x^2-1$?
11	✓	Estudiantes: El cuatro.
✓	✓	ICB: El cuatro, ok, ¿El grado del polinomio, es?
11	✓	Estudiantes: El cuatro.
✓	✓	ICB: El grado del polinomio es cuatro, ok, ¿La tercera dice?
11	✓	Estudiante: ¿Cuál es el número de términos del polinomio?
✓	✓	ICB: ¿Cuál es el número de?. Ah yo no les di los de términos, ah si les dije, los términos son todos los sumandos de..., el número de términos... Vean los elementos la definición número uno.
11	✓	Estudiante: Cuatro términos.
✓	✓	ICB: Para que Maykol entienda, ¿Cómo dice la definición?
11	✓	Estudiante: Cada uno de los sumandos del polinomio.
✓	✓	ICB: Cada uno de los sumandos, o sea, no estoy hablando del término independiente, estoy hablando de los términos del polinomio; $3x^4-5x^3+5x^2-1$, uno , dos , tres y cuatro , ok, ¿El número de términos del polinomio, es?
12	✓	Estudiante: Cuatro.
✓	✓	ICB: ¿Cuál es el término independiente?
12	✓	Estudiante: El uno.
✓	✓	ICB: El término independiente, fíjense es, menos uno, ok, no es uno solamente, es menos uno, ok. Fíjense, ah el término independiente, el número que no está acompañado de alguna variable, ok. Lo mismo voy hacer para la otra expresión que es polinomio, ¿Qué cual, es?, esta que esta acá; $-6x^3+17x^2+1$.
12	✓	
12	✓	

	✓ Al	✓ La clase se vuelve a ver interrumpida por una estudiante que estaba molestando a la ICB, y ésta le llamó la atención.
	✓ 14	✓ ICB: ¿Cuál era la otra expresión que era polinomio? ¿Cuál era la otra expresión que era polinomio?
	✓ 14	✓ Estudiantes: La tercera.
	✓ 14	✓ ICB: Lo mismo hago con la tercera. ¿Cuáles son los coeficientes de esta; $-6x^3+17x^2+1$?
	✓ 14	✓ Estudiantes: Seis y diecisiete.
	✓ 14	✓ ICB: Ahora bien, ¿Seis y diecisiete o menos seis y diecisiete?
	✓ 14	✓ Estudiantes: Menos seis y diecisiete.

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

✓	✓	ICB: Menos seis, ¿El grado del polinomio, es?
15	✓	Estudiante: Menos seis y diecisiete.
✓	✓	ICB: No, el grado del polinomio.
15	✓	Estudiante: Tres.
✓	✓	ICB: El mayor exponente, al cual esta elevado la variable, ok, tres, dos. Fíjense, una cosa importante porque en el otro, el grado del polinomio era cuatro, ok, y habían cuatro términos, no necesariamente porque el grado del polinomio es cuatro, no necesariamente porque el grado del polinomio es cuatro, es que tenga que tener cuatro términos, ok. En todo caso, más allá vamos a ver, que este polinomio; $-6x^3 + 17x^2 + 1$, es incompleto, es decir, le faltan algunas variables, ¿Estamos de acuerdo?. Entonces, no saquemos el grado del polinomio, ah porque tiene tres términos, entonces, el grado es tres, no, yo me tengo que fijar si estoy hablando de grado, si estoy hablando de grado, entonces el grado es el mayor exponente al cual esta elevado la variable, ok. ¿El número de términos del polinomio, es?
15	✓	Estudiante: Tres.
✓	✓	ICB: Tres, recuerden que el número de términos, es los sumandos del polinomio, entonces es tres. El término independiente, ¿Cuál es el término independiente, es?
15	✓	Estudiante: El uno.
✓	✓	ICB: El uno, fíjense, que no es lo mismo el uno del otro polinomio, al menos uno del polinomio anterior, ok, ¿Alguna pregunta hasta aquí?
15	✓	Estudiantes: No.
✓	✓	ICB: Más bien les hice la tarea. Más bien, estos ejercicios eran para determinar que la clase que se dio la clase pasada se captó, esto quiere decir que no se captó. Bueno ya entendiendo la primerita pueden practicar la segunda, ok. Era nada más eso, yo les di la definición, les di la expresión es polinomio, entonces, ustedes lo que tenían que responder cada uno de los elementos.
15		
✓		
15		
✓		
15		
✓		
16		
✓		
16		
✓		
16		
✓		
16		

✓ Al	✓ La ICB tomó una breve pausa para que los estudiantes terminaran de copiar, mientras copia en la pizarra.

✓ 16	✓	ICB: Ok, las funciones afines que vimos en el lapso pasado, ok, los polinomios también podemos representarlo mediante una función, una función, vamos a hablar de números naturales acá, natural, ok, que relaciona cada uno de los términos con otros, que también son números enteros, ok, y la podemos definir como o viene definida por mediante un polinomio, ok, lo que estaba hablando Maikol de $P(x)$ ó $Q(x)$, ok, recuerden que las funciones también las representábamos e... las funciones también podían representarse, ok, en donde esta partecita que esta aquí en la variable, ok, la cual depende esa función, ok, y como viene definida por un polinomio, ok, entonces la vamos a llamar de ahora en adelante con una letra mayúscula, ok, y esto que esta acá dentro del paréntesis, es la variable de la cual depende este polinomio o esta función, ok. Es decir, el $P(x)$ ó $Q(x)$, que decías Maykol era un nombre que puede recibir un polinomio e incluso, incluso esa "Q", viene de los números racionales, ok, cuando vemos los textos, las bibliografías, ese "Q" primordialmente es de los números racionales, ok. Ahora bien, como vamos a trabajar solamente con los números enteros acá, ok, vamos a trabajar esas variables. Fíjense bien, lo dije la clase anterior, no solamente la equis puede ser la variable de la que depende el polinomio, puede ser otro tipo de variable, así como lo hicimos en ecuaciones, puede ser "y", puede ser "t", puede ser "h", ok, el nombre de esta variable, no necesariamente tiene que ser equis. Es decir, que si yo les coloco por ejemplo, esta expresión; $P(t) = -4t^2 + 3t - 1$, esta expresión que esta acá, un polinomio, ok, que depende, un polinomio que depende de la variable "t", ok, fíjense que tiene la misma función, ok, "t" es la variable, ok.
✓ 17	✓	Estudiante: ¿Se sobreentiende que es una equis?
✓ 17	✓	ICB: Claro, que es la misma equis, es una variable, que puede tener cualquier tipo de nombre, ok. Ahora bien, fíjense, viene expresada a través de una función de la siguiente manera; $P(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$, ok, en donde menos cuatro, que son estos numeritos que están aquí; a_n , a_2 , todos estos, ok, todos estos numeritos que están aquí, ok, estos numeritos que están aquí, son los coeficientes del polinomio, ok, es decir, el número que va acompañado de la variable, ok, mientras que este a_0 que esta aquí, es el término independiente, que en este caso, ¿Es? ¿Cuál es?
✓ 17	✓	Estudiantes: El menos uno.
✓ 17	✓	ICB: El menos uno, ok, ¿Estamos de acuerdo? ¿Alguna pregunta?... El término o el coeficiente, el coeficiente, el cual esta acompañado de la variable, es decir, a_2 es el término que está acompañando a la variable que está elevado a la dos, a_1 el término que está acompañando a la variable que está elevado a la uno, ok, ¿Quién preguntó?
✓ 17		
✓ 17		
✓ 17		
✓ 18		
✓ 18		
✓ 18		

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

✓ 19 ✓ 19 ✓ 19 ✓ 19	✓	Estudiante: ¿Por qué siempre lleva la “P”?
	✓	ICB: No, es lo que estoy diciendo, que es lo que me esta diciendo Jairo, ¿Por qué siempre la “P”?, aquí como estamos hablando de polinomio, ok, pero puede ser la “Q”.
	✓	Estudiante: ¿Puede llevar cualquier letra?
	✓	ICB: “P”, “Q”, “R”, la que sea. Incluso muchachos...
✓ Al	✓	Por unos prolongados minutos la ICB toma una pausa, para borrar y copiar en la pizarra, mientras los estudiantes comenzaron a molestar dentro del aula y la ICB les llama la atención, para luego continuar con la clasificación de polinomios.

✓	✓	ICB: Ok, para finiquitar aquí rapidito, e... de ahora en adelante, teníamos expresiones que ya la notábamos era simplemente menos cinco a la
19		equis, todo eso, gracias a la función la vamos a llamar de ahora en adelante, "p" de "q", e perdón, "p" de equis, "p" de "t", ok, el nombre del
✓		polinomio y la variable, la variable desarrollada de esta manera $P(t) = -4t^2 + 3t - 1$, ok, es decir, la expresión podemos colocar así, o simplemente la
19		expresión "p" de "t", o "p" de equis, depende de la variable, ok, la podemos llamar de ahora en adelante así, que era lo que me estaba
✓		comentando Ana Valeria. Monomio; es un polinomio, que tiene un solo término, repito, monomio, es una expresión, es un polinomio, perdón
19		que tiene un solo término, por ejemplo, por ejemplo; $P(x) = 3x$, y, $Q(x) = -5x^2$, fíjense, un monomio, es un polinomio, que tiene un solo término,
✓		ok. Fíjense, recuerden que los términos, son los sumandos de una expresión polinómica, ¿Verdad, que sí?. Ahora bien, aquellas expresiones que
19		tienen un solo término, como estas que están aquí; $P(x) = 3x$, y, $Q(x) = -5x^2$, ok, es lo que nosotros llamamos, monomio, ¿Estamos de acuerdo?.
✓		Incluso... Incluso muchachos, monomio, mono significa uno.
✓	✓	Estudiantes: Se ríen.
19	✓	ICB: ¿Qué dice aquí?
✓	✓	Estudiantes: Mono.
19	✓	ICB: Mono es uno, ok. Bi, ¿Han escuchado esa denominación, antes?
✓	✓	Estudiantes: No.
19	✓	ICB: De dos, ok, entonces, un binomio, es un polinomio, ¿Ya copiaron?
✓	✓	Estudiantes: No.
20	✓	ICB: Un binomio, es un polinomio que tiene dos términos, por ejemplo; $P(t) = 2t - 3$; $Q(x) = 5x^2 + x$, es un polinomio que tiene dos términos.
✓	✓	Estudiante: Me confundo.
20	✓	ICB: ¿Qué te confunde?
✓	✓	Estudiante: Ese poco de letras.
✓	✓	ICB: Este poco de letras, no, fíjate, es lo que dije al principio de la clase, el polinomio que depende de la variable "t", en este caso, es la variable
20		equis en vez de la variable "t", ok, vuelve a cumplir la misma función, solamente que es la variable equis, ok. Y aquí ve, como este, "Q" que
✓		depende de la variable equis, claro, tampoco puedo poner "P" de "t" y copiar por ejemplo, y copiar dos equis menos cinco $\sqrt{P(t) = 2x - 5}$, ok, es una
20		función polinómica que depende de la variable "t", ok, no de la variable equis, como tal, ¿Estamos de acuerdo?, si es "t" con "t", equis con
✓		equis, ok. Fíjense, es la clasificación y estamos hablando de los términos como tal, cuando tiene un término, el polinomio es un monomio, ok,
20		cuando tiene dos términos, el polinomio es un binomio, ahora viene trinomio.
✓	✓	Estudiante: Que son tres.
20	✓	ICB: Trinomio, consta o que esta constituido por tres términos. El trinomio es un polinomio, es un polinomio que consta de tres términos, por
✓		ejemplo; $R(x) = 4x^4 - 5x + 2$, y, $P(s) = s^2 + s + 1$, son uno, dos, tres. Ok, fíjense rapidito, en una expresión es polinomio, una expresión es polinomio, si la
20		variable, el numero que acompaña a la variable es un número racional, en este caso, vamos a trabajar con números enteros, ok, además, el
✓		exponente de la variable, al cual es el número que está elevado la variable, tiene que ser un número natural, un número entero positivo.
20	✓	Estudiante: ¿Si no es natural?
✓	✓	ICB: Si no es natural, o sea, sino cumple con ninguna de estos e..., condiciones, la expresión que te muestro no es polinomio, ok, para eso es la
20		tablita que estaba aquí, cual era el polinomio y cuales no, era para identificar, fíjense que tenemos que comenzar por aquí, ok, identificando que
✓		expresión es polinomio, para poder hacer la clasificación y identificar los elementos, para poder sumar y multiplicar luego, ¿Estamos de
20		acuerdo?, ok. Luego de esto,
✓		
20		

Anexo E -5: Codificación de la clase detallada N°2. ICB. Continuación.

✓	✓	✓	vamos con los elementos, el número uno, el término del polinomio, ¿Qué dice?
	22	✓	Estudiante: Son cada uno de los sumando del polinomio.
	✓	✓	ICB: Son cada uno de los sumando del polinomio, ok, ahora bien, cuando vayan a clasificar los polinomios, ok, un monomio es un polinomio que tiene un solo término, fíjate, un solo término, ¿Pero que es un término?, un sumando de una expresión polinómica, ¿Verdad, que si?, ahora bien, que es un monomio, <i>un solo término</i> $P(x)=3x$, <i>un solo término</i> $Q(x)= -5x^2$, entonces, la expresión es un monomio, ok. La segunda, un binomio, es un polinomio que tiene dos términos, ok, entonces, <i>un término, dos términos</i> , $P(t)=2t-3$; <i>un término, dos términos</i> $Q(x)= 5x^2+x$, entonces ella es, binomio, ok, ahora tres binomios... Ahora viene el trinomio, ok, trinomio, tres términos, ok, es un polinomio con tres términos, es decir, uno , <i>dos</i> y <i>tres</i> sumandos, $R(x)= 4x^4-5x+2$, ¿Te fijas?, porque coloco la palabra términos allí, ¿Te fijas por qué?, porque cada uno en la clasificación, ok, un término, dos términos.
	23	✓	Estudiante: ¿Uno lo que va a contar son los números?
	✓	✓	ICB: Los sumandos, los sumandos, un sumando, dos sumandos, tres sumandos, ¿Estamos de acuerdo?, ok. Por último tenemos, ok, podemos volver a definir lo que es un polinomio, ya sabemos, pero como estamos clasificándolos, polinomio es una expresión, ok un polinomio recuerden, incluso un monomio es un polinomio, ¿Estamos de acuerdo?, entonces voy a decir aquí que un polinomio dentro de la clasificación, que es una expresión que consta de varios términos, ok. Por ejemplo; $P(x)= -5x^3+4x^2-3x+2$, es un polinomio, ok. Monomio, binomio, polinomio, uno, un término, dos términos, tres términos, sucesivamente, varios términos, ¿Estamos de acuerdo?, varios términos.
	23		
	✓		
	23		
	✓		
	23		
	✓		
	23		
	✓		
	23		
	✓		
	24		
	✓		
	24		
	✓		
	24		

✓ Ci	✓ La ICB, indica que la próxima clase se dará polinomio nulo, completo, incompleto, ordenado, constante, a ordenar un polinomio en forma creciente, en forma decreciente, ok, y asignar la actividad que deberán entregar el martes que viene.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓ Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB.

✓	✓ Sujetos involucrados:	• Informante Clave B= ICB. • Estudiantes de 2^{do} año, pertenecientes a la sección: A.	✓
	✓ Lugar:	✓ U.E “Nuestra Señora de Atocha”.	✓
	✓ Fecha:	✓ Miércoles, 04 de junio del 2014.	✓
	✓ Hora de inicio:	✓ 9:25 am.	✓
	✓ Hora de cierre:	✓ 10:35 am.	
	✓ Duración de la clase:	✓ 2h académicas.	✓ Clase N°3

✓ Codificación y descripción.	✓ In	✓ La ICB una vez dado los buenos días, organiza a los estudiantes en cuanto a uniforme, cuaderno y aclara que aquellos que aún les falta corregir alguna actividad, deben ponerse al día, ya que la próxima semana deben realizar la actividad N°3 sobre polinomios. Aunado a esto, inicia la clase recordando lo visto en la sesión anterior sobre la clasificación de polinomios.
	✓ N	
	✓ 00	✓ ICB: Ok, en la clase pasada quedamos en la clasificación de los polinomios, hablamos de un monomio, ¿Qué es un monomio?
	✓ 00	✓ Estudiantes: Uno.
	✓ 00	✓ ICB: Un polinomio que consta de un solo término, ok, hablamos de un binomio, que era un polinomio que constaba de dos términos, luego de trinomio de tres términos, luego hablamos de polinomio que era una expresión de varios términos, ok. Seguido a eso, venimos con los números uno, dos tres, cuatro o ¿Dije a, b, c?, ok, continuación, polinomio nulo.
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ 00	
	✓ Al	✓ Un grupo de estudiantes comenzó a conversar en voz alta, haciendo caso omiso a la ICB, y en vista de la situación la ICB les llama la atención, prolongándose unos minutos.
	✓ 00	✓ ICB: Polinomio nulo, ok, es el polinomio constituido de tal manera que todos sus coeficientes, fíjense bien los términos que estamos usando, coeficientes, ¿Qué es un coeficiente?
	✓ 00	✓ Estudiante: Es el que acompaña a la variable.
	✓ 00	✓ ICB: Es el numerito entero que acompaña a la variable, ok, donde todos sus coeficientes son iguales a cero, caracterizado de esta manera o viene dado de esta manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, fíjense, el cero acompañado de la variable, incluso primero todo número multiplicado por cero ¿Da?
	✓ 00	✓ Estudiantes: Cero.
	✓ 00	✓ ICB: Y cero, más cero, más cero, ¿Cuánto es?
	✓ 00	✓ Estudiantes: Cero.
	✓ 00	✓ ICB: Cero, ok. Entonces, “Q”, el polinomio que llamamos en este caso “Q”, variable equis, que depende de la variable equis, este que está aquí expresado de esta manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, es igual a cero. Simplemente por esta multiplicación aquí, ¿Cero por equis?
	✓ 01	✓ Estudiante: Cero.
	✓ 01	✓ ICB: ¿Cero por equis más cero?
	✓ 01	✓ Estudiantes: Cero.
	✓ 01	✓ ICB: Ok. Polinomio completo...

	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
✓ Codificaci	✓ AI	✓ La ICB se tomó unos minutos para informarles a sus estudiantes, que dentro de su plan de evaluación va a tomar en cuenta, las anécdotas de mal comportamiento como evaluación de vital importancia en la ponderación final.
	✓ 02	✓ ICB: Polinomio completo, dos puntos y seguido, es aquel polinomio, que tiene todos los términos, que tiene todos los términos, desde el término independiente, desde el término independiente, hasta el término de mayor grado. Por ejemplo; $2x^3+3x^2+x-8$, ok, fíjense algo, ésta es una de las
	✓ 02	Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB. Continuación.
✓ Codificaci	✓ 02	✓ expresiones, en donde por ejemplo cuando vimos el grado del polinomio, ok, dijimos que el grado del polinomio, era el mayor exponente, era el mayor exponente, al cual esta elevado la variable, ok, y hablábamos que no necesariamente, que no necesariamente, el número de términos tendría que ver con el grado del polinomio, eso lo dijimos la clase anterior, ok. Ahora bien, un polinomio está completo, por ejemplo, si el grado de este polinomio, es de ¿Cuál? ¿Cuál es el grado de este polinomio; $2x^3+3x^2+x-8$?
	✓ 02	✓ Estudiantes: Tres.

Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB. Continuación.

✓ Codificación	✓ 06	✓ ICB: El tres.
	✓ 06	✓ Estudiante: ¿Por qué? ✓ ICB: Porque es el mayor exponente, ok, entonces está, fíjense, que este polinomio va, desde equis a la tres, equis a la dos, equis a la uno ~~Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB. Continuación.~~ ✓ Estudiante: Porque falta el equis a la dos y equis a la uno.
✓ Codificación y descripción.	✓ 10	✓ ICB: Ok, ahora fíjense, si este; $2x^3+3x^2+x-8$, es de grado tres, y tiene cuatro términos, fíjense que tiene un término más, que el grado, fíjense eso, esa es una acotación que les hago aquí, si yo les pregunto por casualidad, ¿Si tengo un polinomio completo de grado cinco, cuántos términos debe tener el polinomio?
	✓ 10	✓ Estudiantes: Seis.
	✓ 10	✓ ICB: Seis, ¿Si veo por qué?
	✓ 10	✓ Estudiante: Porque tiene que tener uno más que el término independiente.
	✓ 10	✓ ICB: Claro, el término independiente, ese es el número seis, ¿Estamos de acuerdo?
	✓ 10	✓ Estudiantes: Otro ejemplo.
	✓ 10	✓ ICB: Otro ejemplo.
	✓ 10	✓ Estudiante: Y más fácil.
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ 11	
	✓ Al	✓ La ICB, se toma unos minutos para aclararle a los estudiantes, que deben ponerse al día con el contenido e ir paralelamente en casa retomando el cuaderno y estudiar, para que las clases se puedan comprender más. Aunado a esto, indica que para hablar el mismo lenguaje ellos deben comprender un polinomio, sus elementos y clasificación, por lo tanto amerita, estudio y práctica, ya que éstos son conceptos que uno lleva al otro.

✓	✓	ICB: Ok, fíjense algo, les pregunto a ustedes, ¿Será ese polinomio; $4x^4-5x^3+2x^2-3x-8$, completo?
11	✓	Estudiantes: Si es completo.
✓	✓	ICB: ¿Por qué?
11	✓	Estudiante: Están involucrados.
✓	✓	ICB: Tiene todos los términos involucrados, desde el grado mayor hasta el término independiente.
11	✓	Estudiante: No entiendo.
✓	✓	ICB: Ya va, ahora fíjense, vamos pero con calma, escuchen, aprendan a escuchar, ok. Mi pregunta fue, ¿El polinomio es completo?
11	✓	Estudiantes: Si.
✓	✓	ICB: Mi pregunta fue, ¿El polinomio es completo?, y yo no dije más nada, cual es el grado, yo no dije más nada, ¿Verdad que no?, y después, ¿El polinomio es completo? Y todo el mundo si, pregunte ¿Por qué?
11	✓	Estudiante: Porque tiene los cinco.
✓	✓	ICB: No, esa no es la respuesta, busca la definición de completo, ¿Que es polinomio completo?
12	✓	Estudiante: Profe, no entiendo.
✓	✓	ICB: ¿Que es polinomio completo?
12	✓	Estudiante: Es aquel polinomio que tiene todos los términos, desde el término independiente hasta el término de mayor grado.
✓	✓	ICB: ¿Será un polinomio completo, este polinomio; $4x^4-5x^3+2x^2-3x-8$?
12	✓	Estudiante: Si.
✓	✓	ICB: ¿Por qué?
12	✓	Estudiante: Porque tiene todo, todos...
✓	✓	ICB: Porque tiene todos los términos involucrados desde el más pequeño, hasta el de mayor grado. Fíjate que no estoy involucrando una cosa con la otra, ¿Verdad que no?. Ahora bien, te pregunto yo, ¿Cuál es el grado del polinomio? ¿Es de grado?
12	✓	Estudiante: Cuatro.
✓	✓	ICB: Cuatro, ¿Por qué?
12	✓	Estudiante: Porque tiene dos cuatro.
✓	✓	Demás estudiantes: No.
12	✓	ICB: Verdad, que no hay que ir a tarea dirigida para saber que es el grado de un polinomio. Ahora bien, el grado del polinomio es el mayor exponente, al cual esta elevado la variable, ok. ¿Cuál es el mayor exponente aquí; $4x^4-5x^3+2x^2-3x-8$?
✓	✓	Estudiantes: Cuatro.
12	✓	
✓	✓	
12	✓	
✓	✓	
12	✓	

Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB. Continuación.

✓ Cº	✓	Anexo E -6: Codificación de la clase detallada N°3. ICB. Continuación.
	14	✓ ICB: Este tipo de actividad se hara en la pizarra del grado 14.
	18	✓ ~~Estudiante:~~ Profesora no me siga haciendo pasar pena
	18	✓ actividad, ok. Dos puntos y seguido. ✓ Estudiantes: Ya va.
	✓ Al	✓ La clase tomó una pausa prolongada, puesto que la ICB copiaba en la pizarra, mientras tanto, un grupo de estudiantes comenzaron a jugar y gritar en clase, por su parte la ICB les llamó la atención en reiteradas oportunidades.

✓ Codificación y descripción.	✓ 18	✓ ICB: Ok, un polinomio ordenado o un polinomio está ordenado, ok, si los monomios, recuerden que un monomio, es un polinomio de un término, ¿Verdad?, ok, y cada uno, este es un monomio; $5x^2$, ok, nada más aquí este término; $5x^2$, ¿Cuándo son tres términos se denomina a este; $-5x^4+x^3-8$?
	✓ 18	✓ Estudiante: Trinomio.
	✓ 19	✓ ICB: Trinomio, ok. Entonces, cada monomio están escritos de forma creciente, de menor a mayor, es decir, van creciendo o viceversa, que es de mayor a menor, y eso forma es decreciente. Por ejemplo, este polinomio que esta acá; $-2x^2+4x-5$, dos ($-2x^2$), uno ($4x$), término independiente, ok, es completo, además, esta ordenado de forma decreciente, debido a que está de mayor a menor.
	✓ 19	✓ Estudiante: Profesora, de verdad no entendí.
	✓ 19	✓ ICB: Ok fíjate, ordenado, fíjate acá, dos ($-2x^2$), uno ($4x$), término independiente, y está de mayor a menor, ok, esta forma es decreciente. Fijense ahora; $-5+4x-2x^2$, término independiente (-5), uno ($4x$), dos ($-2x^2$), incluyendo otro término más el equis a la tres y sucesivamente, ¿Si vamos bien con esto?
	✓ 19	✓ Estudiantes: Se ríen.
	✓ 19	✓ ICB: ¿Estamos claros?, como ordenar un polinomio.
	✓ 19	
	✓ 19	
	✓ 18	
	✓ 19	
	✓ 19	
	✓ 19	
	✓ 19	
	✓ Al	✓ La clase tomó una pausa prolongada, ya que mientras la ICB copiaba en la pizarra el aspecto relacionado a como ordenar un polinomio, los estudiantes comienzan a molestar; cantando y hablando en voz alta, en vista de la situación, la ICB les vuelve a llamar la atención.

	✓ 20	✓	ICB: Ok, aquí lo que hice fue definir la manera podemos ordenar un polinomio de forma creciente o decreciente. De forma creciente, ordenar el polinomio desde el término independiente hasta el término de mayor grado. De forma decreciente, al contrario, desde el término de mayor grado hasta el término independiente.
	✓ 20		
	✓ 20		
	✓ Ci	✓	La ICB señala que la próxima clase, va a dar observaciones para puntualizar esta primera parte, ok, realizará unos ejercicios, y de repente ese mismo día realizan la actividad N°3 sobre polinomios, rapidito.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓ Anexo E -7: Codificación de la clase detallada N°4. ICB.

✓	✓	• Informante Clave B= ICB.	✓	
✓	✓	• Estudiantes de 2 ^{do} año, pertenecientes a la sección: A.	✓	
	✓	✓ Lugar:	✓	
	✓	✓ Fecha:	✓	
	✓	✓ Hora de inicio:	✓	
	✓	✓ Hora de cierre:	✓	
✓	✓	✓ Duración de la clase:	✓	✓ Clase N°4

✓	Codificación y descripción.	
	✓ In	✓ N
	✓	La ICB, haciendo recordando la clase pasada, específicamente, que es un polinomio completo y polinomio ordenado en forma creciente y decreciente, tomando como ejemplo el siguiente polinomio; $5x^4-3x^3+2x^2-x-1$. Posteriormente procedió a:
✓	00	ICB: Ok, presten atención, antes de que terminen de copiar, escuchen, unas observaciones puntuales a lo que acabo de decir es; para trabajar con un polinomio, ahorita copian, para trabajar con un polinomio es necesario que esté ordenado, ok, en cualquiera de las dos formas, en forma creciente o en forma decreciente, ok. Es necesario que el polinomio esté ordenado de cualquiera de las dos formas, ¿Estamos de acuerdo?. Al ordenar un polinomio incompleto, debe colocarse como coeficiente, recuerdan que es un coeficiente, ¿Verdad?, el coeficiente, es el numerito entero que acompaña a la variable, ¿Verdad?, fíjense de lo que estamos hablando. Al ordenar un polinomio incompleto debe colocarse como coeficiente cero, el número cero, en el lugar donde falta un término. Por ejemplo, fíjense allá, ¿Este polinomio; $5x^6-8x^4+3x^2-7$ está incompleto?
✓	00	Estudiantes: Si.
✓	00	ICB: Si, ¿Qué términos le falta?
✓	00	Estudiantes: El cinco y el tres.
✓	00	ICB: El equis a la cinco (x^5) y el equis a la tres (x^3), ¿Verdad?
✓	00	Estudiantes: Si.
✓	00	ICB: Ok, ahora para ordenarlo, vamos a ordenarlo, ¿De forma creciente o de forma decreciente?
✓	00	Estudiantes: Decreciente.
✓	00	ICB: Eh vamos a ordenarlos en forma decreciente y ustedes en forma creciente, ¿Estamos de acuerdo? por ejemplo; equis a la seis, cinco equis a la seis ($5x^6$), ¿El equis a la cinco no está?
✓	00	Estudiantes: No.
✓	00	ICB: Entonces, colocamos menos coeficiente cero acompañado de equis a la cinco.
✓	00	Estudiantes: ¿Por qué profe?
✓	00	Otro estudiante: ¿Por qué negativo?
✓	00	ICB: No es que, no es que nunca es positivo, sino es que, con la cuestión que vimos en funciones polinómicas, ok recuerden, pasen la hoja un momentico hacia atrás, en la función polinómica, ok, estaba a sub ene (a_n), ¿Si? ¿Lo vieron?
✓	00	Estudiantes:...
✓	00	ICB: Función polinómica, estaba pe de equis era igual a sub ene equis a la ene, más puntos suspensivos ($a_n x^n + \dots$), ok y continuaba de forma decreciente, ¿Si lo vemos?
✓	01	Estudiantes:...
✓	01	
✓		

	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	01	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	
	✓	
	02	

✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: Función polinómica, ¿No lo tienen?, si lo di, ok, ese, es una formulita, vamos a verlo así, y el signo que está acompañado ahí, ¿Era el positivo, verdad? ¿Todos eran positivos?.
		02	✓	Estudiantes: Si.
		✓	✓	ICB: Luego como estamos trabajando con números enteros, ahí puede estar afectado, que uno de los números sea negativo. Ok fíjense bien,
		02	✓	el cero es un número neutro; no es ni positivo, no es ni negativo, porque si yo le quito cero a un número y le sumo cero a un número, siempre me va a dar el mismo número, ¿Verdad que sí?, ok, ahí coloque aquí menos, pero coloquemos aquí más, ¿Cero por equis a la cinco
		✓	✓	($0x^5$), cuánto es?
		02	✓	Estudiantes:...
		✓	✓	ICB: Cero. Cero por algo, cero por un número entero, ¿Cuánto da?
		✓	✓	Estudiantes: Cero.
		02	✓	ICB: Cero, porque si yo sumo este término más cero ($5x^6+0$), me sigue dando ese mismo término, ¿Estamos claros?, aquí lo que estamos es completando el polinomio y lo estamos ordenando, ¿Estamos de acuerdo?
		✓	✓	Estudiantes:...
		03	✓	ICB: Ahora bien, menos ocho equis a la cuatro ($8x^4$), que aquí está, ¿Está el equis a la tres?
		✓	✓	Estudiantes: No.
		03	✓	ICB: ¿Cómo lo colocamos? O ¿Cómo lo completamos?
		✓	✓	Estudiante: Cero equis.
		03	✓	ICB: Cero equis a la tres ($0x^3$), menos, perdón, más tres equis cuadrado ($+3x^2$), ah no me va a alcanzar la pizarra.
		✓	✓	Estudiante: Hay que completar con cero.
		03	✓	ICB: Exacto, la variable que falte, la variable que falte.
		✓	✓	Estudiante: Para que este completo hay que colocarle el cero.
		03	✓	ICB: Exacto, incluso está, lo que pasa es que no lo ves, ¿Si estamos claros?, ¿Por qué?, porque todo número sumado con cero, da el mismo

✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: Más tres equis a la dos (+3x ²). ¿Luego?
		06	✓	Estudiante: Menos cero equis.
		✓	✓	ICB: Más cero equis a la tres.
		06	✓	Estudiante: ¿Por qué más?
		✓	✓	ICB: Por lo que estoy diciendo, ve el signo en el polinomio que está allí; $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0$, el signo que aparece es positivo, +7x ⁴ . Este último vamos hacerlo en forma, ¿Creciente o decreciente?
		✓	✓	Estudiantes: Decreciente.
		07	✓	ICB: Ok, ¿El mayor es?
		✓	✓	Estudiante: Ocho.
		07	✓	ICB: Ocho equis a la dos (8x ²), luego ¿Viene?
		✓	✓	Estudiantes: ...
		07	✓	ICB: Cero equis a la uno (0x). Incluso ¿El grado del polinomio de este; 8x ² -7, es?
		✓	✓	Estudiantes: Dos.
		07	✓	ICB: Entonces, ¿Cuántos términos deberían haber aquí; 8x ² -7?
		✓	✓	Estudiante: Tres.
		07	✓	ICB: Tres términos. ¿Alguna pregunta hasta aquí muchachos?
		✓	✓	Estudiantes: ...
		07	✓	ICB: Yo les voy a colocar unos polinomios, incluso, yo les voy a decir o les voy a dar unos polinomios, Ok, les voy a dar un polinomio, ok, y les voy a decir o les voy a pedir, que ordenen en forma creciente y en forma decreciente, ok, pero para ordenarlos, pero para ordenarlos, debemos completar aquel polinomio que no esté completo, ¿Estamos de acuerdo?
		✓	✓	Estudiantes: Ajá.
		07	✓	ICB: De repente les doy un polinomio aquí, entonces les digo, bueno ordénemelo de forma decreciente y creciente.
		✓	✓	Estudiante: ¿Cómo es decreciente?
		07	✓	ICB: Decreciente es cuando el término, cuando el exponente mayor al término independiente, ¿Estamos de acuerdo?, y creciente es al revés, desde el término independiente hasta el de mayor exponente.
		✓		
		07		
		✓		
		07		
		✓		
		08		
		✓		
		08		

	✓ Al	✓ La clase tomo una breve pausa mientras los estudiantes terminaban de copiar. Por su parte, la ICB escribía en la pizarra tres polinomios para ordenarlos en forma creciente y decreciente.

✓	✓	ICB: Luego que hagamos esto, luego que hagamos esto, vamos a comenzar con la actividad número tres, ok. Salimos a receso y mañana me la traen, ¿Estamos de acuerdo? ¿Quién hace el primero; $-4x+1$?, está fácil
09	✓	Estudiantes: ...
✓	✓	ICB: ¿Por un positivo?
09	✓	Estudiantes: Yo.
✓	✓	ICB: Ahora no les voy a dar positivo a nadie, es la única forma, tengo que darles positivos para que puedan pasar, ahora lo hago yo. Ok, en forma en forma creciente sería menos cuatro equis más uno ($-4x+1$), ¿Cuál es el grado de este polinomio?
09	✓	Estudiantes: Uno.
✓	✓	ICB: ¿Está completo el polinomio: $-4x+1$?
✓	✓	Estudiantes: No.
09	✓	ICB: ¿Por qué no?
✓	✓	Estudiante: Porque no tiene exponente.
09	✓	ICB: Pero este; $-4x+1$ es grado, es grado uno, ¿Verdad?, fijate el grado del polinomio es el número, es el mayor exponente, al cual está elevado la variable, así, que este; $-4x+1$, ¿Es?
✓		
09		
✓		
09		
✓		
09		
✓	10	
✓	10	
✓	10	
✓	10	
✓	10	
✓	10	
✓	10	

	✓ Al	✓ En vista del mal comportamiento de los estudiantes, ICB les vuelve a llamar la atención.
	✓ 13	✓ Estudiante: Profesora, será que puede volver a explicar que no entiendo.
	✓ 13	✓ ICB: Ok, pero presta atención que tu también. Ok fíjate, escuchen bien lo que les estoy preguntando o lo que les estoy mandando hacer, ordena en forma creciente y decreciente, es decir, debo de ordenar el polinomio de las dos formas, los siguientes polinomios, ok, ahora fíjate bien, ok tengo este polinomio que esta aquí; $-4x+1$, ¿Es de grado?
	✓ 13	✓ Estudiante: Uno.
	✓ 13	✓ ICB: Porque es el uno el mayor exponente al cual está elevado la variable, ok. ¿Cuántos términos debería tener si esta completo?
	✓ 13	✓ Estudiante: Dos.
	✓ 13	✓ ICB: Dos, y esta completo, ¿Verdad que si?
	✓ 13	✓ Estudiantes: Si.
	✓ 13	✓ ICB: Ahora bien, ordena de forma creciente y también decreciente el siguiente polinomio, en forma decreciente desde el término o variable que tenga mayor exponente hasta el término independiente que es el menor, ¿Si?, ok y de forma creciente, es desde el término independiente hasta la variable
	✓ 13	
	✓ 13	
	✓ 13	
	✓ 13	
	✓ 14	
	✓ 14	
	✓ 14	
↩ C	✓	✓ que tenga mayor exponente, ok de esta manera, aquí es facilito, ¿Por qué?, en forma decreciente el mayor es menos cuatro equis a la uno,

✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: Más cero equis a la tres.
		18	✓	Estudiante: ¿Por que así?
		✓	✓	ICB: Porque el equis a la cuatro y el equis a la tres no están aquí, entonces como no están, y lo necesito completar para ordenarlo, entonces, agrego un coeficiente cero, con la variable y el exponente que me hace falta. ¿Ahora viene?
		18	✓	Estudiante: Equis a la tres.
		✓	✓	ICB: $0x^3$, ¿Luego?, equis a la uno, dos equis ($2x$), ¿Y cuál sería el término independiente?
		18	✓	Estudiante: Cero.
		✓	✓	ICB: Cero (0). Forma creciente, ¿Cómo sería entonces de forma creciente?, fíjense, aquí lo completé, ¿Verdad?, entonces de forma creciente, sería lo contrario a como está aquí, es decir, lo que agarro es voltear, ¿Quedaría cómo?
		18	✓	Estudiantes: Cero.
		✓	✓	ICB: Cero.
		18	✓	Estudiantes: Más equis a la dos.
		✓	✓	ICB: Más dos equis ($+2x$), ¿Cuál viene?
		18	✓	Estudiantes: Siete a la dos.
		✓	✓	ICB: Siete equis a la dos.
		19	✓	Estudiante: Más equis a la tres.
		✓	✓	ICB: Más cero equis a la tres ($+0x^3$).
		19	✓	Estudiantes: Más cero equis a la cuatro.
✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: $+0x^4$ y menos cuatro equis a la ¿Qué?
		✓	✓	Estudiantes: Cinco.
		✓	✓	ICB: Ok.
		19		
		✓		
		19		
		✓		
		19		
		✓		
		19		
		✓		
		19		
		✓		
		19		
		✓		
		19		

	✓ Ci	✓ En vista del mal comportamiento de los estudiantes, la ICB no continuo la clase, y en vez de mandar la actividad N°3 para la casa, la fijó como examen para la próxima clase.
✓		
✓		
✓		
✓		
✓		
✓		
✓		

✓ **Anexo E -8: Codificación de la clase detallada N°5. ICB.**

		✓ ✓ Sujetos involucrados: ✓ Lugar: ✓ Fecha: ✓ Hora de inicio: ✓ Hora de cierre: ✓ Duración de la clase:	• Informante Clave B= ICB. • Estudiantes de 2^{do} año, pertenecientes a la sección: A. ✓ U.E “Nuestra Señora de Atocha”. ✓ Miércoles, 11 de junio del 2014. ✓ 9:30 am. ✓ 11:00 am. ✓ 2h académicas.	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ Clase N°5
✓ Codificación	✓ In	✓ La ICB, inicia aclarando que no habrá examen de lapso, ya que el tercer lapso esta siendo evaluado de forma continua. Además, organiza a los estudiantes para la evaluación pautada para este día, evaluación fijada por el mal comportamiento que mantuvieron los estudiantes en la última clase de polinomio. Aunado a esto, mientras la ICB copia en la pizarra lo correspondiente a la evaluación sobre polinomios, los estudiantes continúan hablando, gritando y molestando en el aula, por lo que la ICB tuvo que llamarle la atención en varias oportunidades y les señaló que no habrán preguntas sobre el examen.		
	✓ N			

y descripción.	✓ 00	✓	ICB: Voy a explicar, repito una sola vez. Ok, la número uno dice; en la siguiente tabla, coloca una equis en la columna correspondiente según la expresión sea o no polinomio. Ok, están las diferentes expresiones acá, y ustedes solamente con una equis van a colocar cual es polinomio y cual no es polinomio, simplemente como es. Ok, la segunda dice; del ejercicio anterior, es decir, de este ejercicio que esta acá, toma las expresiones que son polinomio, vamos a tomar todas las expresiones que son polinomio y van a responder lo siguiente para cada una de las expresiones, por ejemplo, la número uno, ¿Es polinomio?, ah si es polinomio, agarro esa, esa expresión y le respondo cada uno de ellos, ¿Cuál es el coeficiente? ¿Cuál es el coeficiente? ¿Cuál es el número de términos? ¿Cuál es el término independiente? Y ¿Cuál es el grado del polinomio?, a cada una de las expresiones que sean polinomio, ok. La número tres dice; responde cada una de las siguiente actividades; escribe un binomio, escribe un binomio de grado dos, usando la letra “t” como variable, voy a escribir un binomio, o sea un binomio; un polinomio de dos términos, es decir, la variable “t”, en este caso tiene que estar elevado a la dos, cualquier binomio, claro como es individual, no todos van a tener el mismo binomio, ¿Verdad?, ok. La segunda dice; escriba un polinomio que presente las siguientes características; el polinomio tiene que ser completo, ok, de grado cuatro, de variable eme “eme”, es decir, la variable que va a estar involucrada aquí es eme “m”, y ordenado de forma decreciente. Ok, un polinomio cualquiera que cumpla con estas características, ok.
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 00		
	✓ 01		
	✓ 01		
	✓ 01		
	✓ Al		✓ Los estudiantes manifiestan que no entienden, que no saben ni cuando es polinomio, por lo que la ICB les dice que desaprovecharon la oportunidad para prestar atención y comprender, por no querer hacer caso, además les indica que les había dicho en varias oportunidades, que hay que ser continuo con el estudio para entender.
	✓		✓ La docente procedió a recoger las evaluaciones después de responder las preguntas durante el examen a los estudiantes.

	Ci	

✓

✓

✓

✓ **Anexo E-9: Codificación de la clase detallada N°6. ICB.**

			✓ ✓ Sujetos involucrados: ✓ Lugar: ✓ Fecha: ✓ Hora de inicio: ✓ Hora de cierre: ✓ Duración de la clase:	• Informante Clave B= ICB . • Estudiantes de 2 ^{do} año, pertenecientes a la sección: A. ✓ U.E “Nuestra Señora de Atocha”. ✓ Martes, 17 de junio del 2014. ✓ 7:30 am. ✓ 9:00 am. ✓ 2h académicas.	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ Clase N°6
✓ Codificación y descripción.	✓ In	✓	La ICB, inicia indicando que sólo dará suma y resta de polinomios, ya que no alcanza el tiempo respecto al lapso, y en lo que corresponde a multiplicación y división mandará una investigación para la próxima semana. Además señala que en la clase de hoy, si le da tiempo de hacer ejercicios e incluso mañana que es la siguiente clase, hará unos ejercicios de práctica antes de hacer un taller de tres personas, cuya ponderación es de tres puntos, la investigación un punto y el formulario a entregar el miércoles 25/06/2014, ya que el martes 24/06/2014 no habrá actividad académica (Feriado). Por último, les recuerda a los estudiantes que hasta el miércoles 25/06/2014, es la fecha tope para entregar todas las actividades pendientes, pero que mejor en la clase de mañana mientras los estudiantes hacen el taller, la ICB corrige.		
	✓ P	✓	La ICB escribe en la pizarra lo siguiente, respecto a los conceptos a incluir en el formulario e investigación: ✗ Regla de los signos: ✓ Para la adición en Z . ✓ Para la multiplicación en Z . ✓ Para la división en Z . ✗ Potenciación. ✗ Propiedades de potenciación. ✗ Producto notable. ✓ Investigación: ✗ Propiedades de la adición de polinomios. ✗ Multiplicación de un monomio por un polinomio. ✗ Multiplicación de dos polinomios.		

		✗ Propiedades de la multiplicación de polinomios.
	✓ AI	✓ Durante este periodo la ICB, se dedicó a explicarles a los estudiantes como hacer el formulario, ya que éstos manifestaban que no entendían. Dentro de su intervención la ICB señala lo siguiente:
	✓ N	
	✓ 00	✓ ICB: En el libro de la colección bicentenario está, ok, el cuadrado de una suma, el cuadrado de una diferencia, el producto de la forma...., e..., el cubo de una suma, el cubo de una diferencia, solamente colocan la formulita ahí, ¿Estamos de acuerdo?. De todas maneras, el día del mie..., el día de mañana o toda esta semana, profesora conseguí esto, ¿Qué le parece esto? O incluso el mismo
	✓ 00	✓
✓ Codificación	✓ 00	✓ lunes si estoy por acá y ustedes me ven, les puedo hacer algunas consultas sobre eso, ¿Estamos de acuerdo?
	✓ AI	✓ La ICB, le explica a los estudiantes la ponderación de cada actividad evaluada y la suma de ellos les da la nota total. Luego copia en la pizarra, y posteriormente comienza a dictar:

y descripción.	✓	✓	ICB: Adición de polinomios; para sumar polinomios usaremos las siguientes técnicas, número uno; se ordena.
	00	✓	Estudiante: Ya va.
	✓	✓	ICB: Se ordena, el polinomio dado, se ordena, el polinomio dado, en forma creciente o decreciente, o, o, o, o creciente o decreciente, se ordena en forma creciente o decreciente. Recuerden que, recuerden que de manera creciente; es desde el término independiente hasta el término que tenga mayor exponente. Y de forma decreciente; es desde el término que tenga mayor exponente hasta el término independiente, ok. Punto y seguido, se ordena los polinomios dados en forma creciente o decreciente, punto y seguido, completándose, punto y seguido, completándose.
	00	✓	Estudiante: ¿Punto y seguido?
	✓	✓	ICB: Completándose, con coeficientes cero.
	00	✓	Estudiante: ¿Completándose?
	✓	✓	ICB: Con coeficientes cero, la variable que haga falta. Completándose con coeficientes cero la variable que haga falta. Número dos, número dos,
	00	✓	Estudiante: Profe, ¿La variable?
	✓	✓	ICB: Que haga falta. Número dos, se ubica, número dos, se ubica los polinomios, número dos, se ubica los polinomios, se ubica los polinomios uno debajo del otro, escuchen, se ubican los polinomios, uno debajo del otro, de manera, de manera que coincidan.
	01	✓	Estudiante: ¿De manera?
	✓	✓	ICB: De manera que coincidan, los términos semejantes, de manera que coincidan los términos semejantes. Número tres, el último, se suma, se suma algebraicamente, se suma algebraicamente, se suma algebraicamente.
	01	✓	Estudiantes: ¿Cómo?
	✓	✓	ICB: Algebraicamente, escuchen para que no se queden, algebraicamente, ¿Listo?, los coeficientes, algebraicamente los coeficientes, los coeficientes, los coeficientes, escuchen, de los términos independientes, se suma algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes.
	01	✓	Estudiantes: ¿No eran independientes?
	✓	✓	ICB: E..., independiente, no, los términos semejantes, de los términos semejantes.
	01		
	✓		
	01		
	✓		
	01		
✓			
01			

✓	Cod	✓ A1	✓ La ICB copia en la pizarra los siguiente: ✓ $P(x) = 4x^3 - 2x + 8$ ✓ $Q(x) = -3x^2 + 8x - 1$ ✓ $R(x) = -4x^3 - 5x + 4$ ✓ Efectuar: $P(x) + Q(x)$
		✓ 02	✓ ICB: Por ejemplo, dados los polinomios..., ok, escuchen, para efectuar, ok ahora para efectuar, para efectuar la, lo, ey..., para efectuar la adición entre dos polinomios, ok, hacemos lo siguiente, para efectuar, escuchen, las reglas que les di hace un rato, ok, sirven de mucha ayuda para efectuar operaciones de este tipo; $P(x) + Q(x)$, ¿Estamos de acuerdo? ¿Qué dice la número uno? ¿Qué dice la número uno?
		✓ 02	✓ Estudiantes: Se ordena el polinomio dado, en forma creciente o decreciente.
		✓ 02	✓ ICB: Ok, se ordena el polinomio dado en forma creciente o decreciente, ok escuchen algo, ¡Silencio!. Ok, por ejemplo acá, ¿Está completo el polinomio; $P(x) = 4x^3 - 2x + 8$?
		✓ 02	✓ Estudiantes: No.
		✓ 02	✓ ICB: ¿Qué términos le hace falta?
		✓ 02	✓ Estudiantes: ...
		✓ 02	✓ ICB: ¿Qué términos le hace falta? Ok, vamos a dejarlo de manera decreciente como está acá; $4x^3 - 2x + 8$, cuatro equis a la tres ($4x^3$), menos dos equis, perdón, ¿Está equis a la dos?, ey, no vuelvo a explicar. Ok, fíjense, ¿Está equis al cuadrado?
		✓ 03	
		✓ 03	
		✓ 03	
✓	Cod	✓ 03	Anexo E-9: Codificación de la clase detallada N°6. ICB. Continuación.
		✓ 03	✓ Estudiantes: No. ✓ ICB: Entonces lo completamos, ¿Con?, coeficiente cero equis a la dos ($+0x^2$).

ificación y descripción.		
	✓	✓ Estudiantes: ¿Por qué cero equis a la dos, no entiendo?
	03	✓ ICB: Ok, estamos completando, ok fíjense, estamos completando el polinomio y para completarlo, escuchen, para completarlo, el término que no esté, lo completamos con cero. Ahora viene equis a la uno, ¿Qué sería?
	✓	✓ Estudiante: Dos equis a la uno.
	03	✓ ICB: Menos dos equis (-2x), luego el término independiente, ¿Qué es?
	✓	✓ Estudiantes: Ocho.
	04	✓ ICB: Ocho (+8). Completé y lo ordené, ¿Deforma decreciente o creciente?
	✓	✓ Estudiantes: Decreciente.
	04	✓ ICB: Decreciente, ok. Entonces si tengo este; $4x^3+0x^2-2x+8$, en forma decreciente, el otro también debo de ordenarlo de forma decreciente, ok. Ahora bien, el otro polinomio, me está diciendo que suma pe de equis P(x) más qu de equis Q(x). ¿El qu de equis Q(x), estará completo?
	✓	✓ Estudiante: No.
	04	✓ ICB: ¿El qu de equis Q(x), estará completo?, ey, escuchen, ¿Estará completo el qu de equis Q(x)?
	✓	✓ Estudiantes: ...
	04	✓ ICB: ¿Estará completo o no?
	✓	
	04	
	✓	
	04	
	✓	
	04	
	✓	
	04	
	✓	
	05	

	✓ 05	
	✓ 05	
	✓ Al	✓ En vista que la mayoría de los estudiantes hablaban de otros temas durante la explicación, la ICB tomo una pausa prolongada para llamarle la atención.
	✓ 05	✓ ICB: Ok, ahora bien, término semejante con término semejante, menos tres equis cuadrado ($-3x^2$) debajo del equis cuadrado. Fíjense, ¿Este término está completo? ¿Este polinomio está completo, verdad?
	✓ 05	✓ Estudiantes: ...
	✓ 05	✓ ICB: Bueno ocho equis ($8x$), término independiente debajo del término independiente, menos uno (-1), ok. Como hace falta aquí el equis a la tres, ok, coloco acá; $-3x^2+8x-1$, cero equis a la tres, ok. Luego, hago lo siguiente, fíjense ahora lo que voy hacer es sumar, es la número tres dice; sumar algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes, ok. Es decir, fíjense, coeficiente, ¿Cuál es el coeficiente de este término; $4x^3$?
	✓ 05	✓ Estudiantes: El cuatro.
	✓ 05	✓ ICB: ¿Y el coeficiente de este; $0x^3$?
	✓ 05	✓ Estudiantes: El cero.
	✓ 05	✓ ICB: Entonces sumo, cuatro más cero, ¿Cuatro más cero ($4+0$)?
	✓ 05	✓ Estudiantes: Cuatro.
	✓ 05	✓ ICB: Y coloco la misma variable.
	✓ 05	✓ Estudiante: No entiendo, ¿Por qué cero equis a la tres ($0x^3$)?
	✓ 05	✓ ICB: Porque estoy completando para que tenga su término semejante, escuchen, fíjense, porque este polinomio que está aquí, ¿Este polinomio que está aquí; $Q(x)=-3x^2+8x-1$ es de gado cuánto?
	✓ 05	✓ Estudiantes: Dos.
	✓ 05	✓ ICB: Este polinomio es de grado dos, ¿Verdad?, es decir, que no hay un elemento o no hay un término que tenga equis a la tres, ¿Verdad?
	✓ 06	✓ Estudiantes: Si.
	✓ 06	✓ ICB: Pero como necesito tener término semejante con término semejante, entonces yo completo este espacio en blanco con cero equis a la tres ($0x^3$), ok, eso no te va a afectar para nada la expresión, ok. Lo mismo hago, silencio, lo mismo hago con los otros coeficientes, ok. ¿Cero más menos tres ($+0-3$)?
	✓ 06	✓ Estudiantes: Tres.
	✓ 06	✓ ICB: Menos tres, ese es la respuesta, no si es negativo, aja pero que da negativo el cero o el equis, menos tres es el resultado. Luego, menos dos, ey
	✓ 06	
	✓	

[illegible]

✓	✓	silencio, ¿Menos dos más ocho?
07	✓	Estudiantes: ...
✓	✓	ICB: Primero, esta es una de las reglas que les mandé para el formulario, ¿Signos diferentes?
07	✓	Estudiantes: Se suman.
✓	✓	ICB: ¿Signos diferentes?
07	✓	Estudiantes: Se restan.
✓	✓	ICB: Se restan y se coloca el signo del mayor número, ok, ¿Cuánto da esto?, silencio, ¿Cuánto da esto?
07	✓	Estudiantes: Seis.
✓	✓	ICB: ¿Seis negativo o positivo?
07	✓	Estudiante: Negativo
✓	✓	ICB: ¿Por qué negativo?
08	✓	Estudiante: ...
✓	✓	ICB: Se resta y se coloca el signo del número mayor, ¿Cuál es el número mayor?
08	✓	Estudiantes: El ocho.
✓	✓	ICB: ¿El ocho es positivo o negativo?
08	✓	Estudiante: Positivo.
✓	✓	ICB: Entonces, ¿Por qué va a quedar negativo?
08	✓	Estudiante: ...
✓	✓	ICB: Queda más seis, ¿Verdad?, más seis equis ($+6x$), luego, vienen los términos independientes y hago la, la suma también algebraica, ¿Ocho menos uno?
08	✓	Estudiante: Más siete.
✓	✓	ICB: ¿Ocho menos uno?
08	✓	Estudiante: Más siete.
✓	✓	ICB: Siete positivo, ¿Verdad?. Ok, fíjense bien, luego la suma, escuchen bien, luego la suma del polinomio pe de equis $P(x)$ más qu de equis $Q(x)$, es otro polinomio que este que está acá: $4x^3-3x^2+6x+7$. Ok, respondo así; pe de equis más qu de equis, es igual a cuatro equis a la tres, menos tres equis a la dos, más seis equis, más siete; $P(x)+Q(x)= 4x^3-3x^2+6x+7$, ok. Ok, una más, qu de equis más erre de equis $Q(x)+R(x)$, por lo menos de igual forma, ¿Quién es qu de equis?
08	✓	Estudiantes: ...
✓	✓	ICB: Menos tres equis cuadrado, más ocho equis menos uno ($-3x^2+8x-1$), ¿Cómo ordeno erre de equis Ana Lucia?
08	✓	Estudiante: ¿Ah?, no profe yo no se.
✓	✓	ICB: Después no digan que no expliqué, vamos a prestar atención.
08	✓	Estudiante: ¿Profe cada resultado tiene que estar representado por pe de equis, erre de equis?
✓	✓	ICB: Claro, recuerdan porque vimos funciones polinómicas, cuando definimos que era polinomio, a través de su expresión, llegamos a funciones polinómicas...
08	✓	
08	✓	
08	✓	

✓	Codificación y descripción.	✓	✓	ICB: No está malo, escuchen, tienes un punto, escuchen algo, aquí fíjense, ¿Este polinomio; $-4x^3-5x+4$, estará completo?
		12	✓	Estudiantes: No.
		✓	✓	ICB: No, es decir, que hace falta algún término, ¿Verdad?, Fran conto que como este; $-4x^3-5x+4$ tiene tres términos voy a colocarlo uno
		12	✓	debajo del otro, resulta que no está equis al cuadrado, ¿Verdad?, entonces tiene que ser, término semejante debajo del término semejante. Es
		✓	✓	decir, por ejemplo, si hay equis a la dos abajo equis a la dos, entonces aquí equis a la dos y abajo equis a la tres, es decir ese $-4x^3$ no va ahí,
		12	✓	$-3x^2+8x-1$
		✓	✓	$-4x^3-5x+4$
		12	✓	¿Verdad que no?
		✓	✓	Estudiantes: No.
		12	✓	ICB: Entonces lo escribo de esta manera, como no está el equis al cuadrado, coloco cero equis al cuadrado ($0x^2$), y el menos cuatro equis a
		✓	✓	la tres como va antes, entonces coloco, menos cuatro equis a la tres, pero como el de arriba no tiene equis a la tres, entonces completo ese
		12	✓	espacio con cero equis a la tres.
		✓	✓	$0x^3-3x^2+8x-1$
		12	✓	$-4x^3+0x^2-5x+4$
		✓	✓	Luego que hago esto, entonces procedo a sumar algebraicamente, ¿Cero menos cuatro, cuánto es?
		12	✓	Estudiantes: Menos cuatro.
		✓	✓	ICB: $-4x^3$, ¿Menos tres más cero?
		12	✓	Estudiantes: Menos tres.
		✓	✓	ICB: Menos tres equis a la dos ($-3x^2$), ¿Ocho menos cinco?
		12	✓	Estudiantes: Seis.
		✓	✓	ICB: $6x$, ¿Menos uno más cuatro?
		12	✓	Estudiantes: Siete.
		✓	✓	ICB: $+7$. Entonces, pe de equis más erre de equis es igual a menos cuatro equis a la tres, menos tres equis a la dos, más tres equis, más tres,
		12	✓	$P(x)+Q(x)=-4x^3-3x^2+3x+3$. Génesis pe de equis más erre de equis.
		✓		
		12		
		✓		
		12		
		✓		
		13		
		✓		
		13		
		✓		
		13		

✓ Al	✓ La ICB le entregó el marcador a una estudiante para que resolviera en la pizarra $P(x)+R(x)$, antes de iniciar la ICB le indico que debía hacer, pero una vez terminada la resolución, la ICB se da cuenta que la estudiante confundió los polinomios a sumar, ya que en vez de efectuar $P(x)+R(x)$, volvió a realizar $P(x)+Q(x)$, por lo que la estudiante lo volvió a realizar con los polinomios indicados.
✓ 14 ✓ 14 ✓ 14	✓ Estudiante: ¿Por qué el cero no puede ir negativo? ✓ ICB: Ok, si tu a un número le quitas y le agregas cero, y el resultado siempre va a ser el mismo, ok, es un neutro, y por lo tanto ok, aquí de forma elegante el cero es positivo, pero el cero en realidad no es ni positivo ni negativo.
✓ Ci	✓ La clase se termino bruscamente por el mal comportamiento de los estudiantes, ya que hablaban en voz alta y no dejaron dar la clase, por lo que la ICB, les indicó que la siguiente clase tenían examen de lo visto hoy.

✓

✓ Anexo F-1.

✓ N° de línea (L)	✓	Entrevista: Informante clave A: ICA. Investigador: I Lunes 14 de julio del 2014. Lugar: L.N “José Andrés Castillo” (Sede principal).	✓ Entrevista: ICA
✓ L	✓	I: ¿Qué entiendes por polinomio?	
	✓	ICA: Es el con...	
✓ L	✓	I: ¿Cómo interpretas los polinomios?	
	✓	ICA: Ah una interpretación, yo creo que el polinomio, yo no se si, yo como que estoy confundida.	
✓ L	✓	I: ¿Por qué?	
	✓	ICA: Ay Dios, que horror, por Dios.	
✓ L	✓	I: Repito, ¿Qué entiende por polinomio?	
	✓	ICA: ¿Qué es un polinomio?, bueno es una expresión algebraica, es muy distinto a una, generalmente las personas tienden a confundir una expresión polinómica con un polinomio, no es lo mismo.	
✓ L	✓	I: ¿Esa es la parte que te confunde?	
	✓	ICA: Si. Pero... yo se que no es lo mismo, pero o sea diferenciar cuando estoy trabajando con una función polinómica o lo que es en si un polinomio, si me cuesta, pero podría ser, ¿El polinomio no es, no es un grupo?	
✓ L	✓	I: Es un anillo.	
	✓	ICA: Ah...	
✓ L	✓	I: Bueno, ¿Entonces, no sabes cuál es la diferencia?	
	✓	ICA: ¿Entre qué? ¿Función polinómica y polinomio?	
✓ L	✓	I: Si.	
	✓	ICA: O sea, obviamente el polinomio está dentro de la función polinómica, pero una diferencia...	
✓ L	✓	I: O sea, ¿Una diferencia que te quede clara a ti, para poderla explicar a los estudiantes?	
	✓	ICA: ¿Qué quieres que te diga, que no?	
✓ L	✓	I: No, lo que tu quieras, no te preocupes, si no lo tienes claro, sólo responde lo que consideres pertinente.	
	✓	ICA: No la sé.	
✓ L	✓	I: ¿Cuáles son las características más resaltantes de los polinomios?	
	✓	ICA: Primero, ah bueno, para mí la más resaltante, es que los exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales, esa.	
✓ L	✓	I: ¿Sólo esa?	
	✓	ICA: Para mi si, esa es la más importante, si hay otra no lo se.	
✓ L	✓	I: Ok, la siguiente; ¿Cuál es el campo numérico al cual pertenecen los coeficientes y exponentes?	
	✓	ICA: Los exponentes a los naturales, pero los coeficientes no. Es e... el conjunto de los números reales.	
✓ L	✓	I: ¿Reales entonces?	
	✓	ICA: No reales no, no, ¿Naturales también?... No si, claro que si, a los reales.	
✓ L	✓	I: Ajá, perfecto, la siguiente.	
	✓	ICA: No me estés preguntando de historia.	
✓ L	✓	I: No te preocupes, si no sabes no hay problema, ¿Tienes conocimiento de como emergen o se construyen los polinomios?	
	✓	ICA: Los... bueno obviamente esto está asociado directamente con el nacimiento del Álgebra, ahora que se desprende de otra cosa, están inmersos dentro de las ecuaciones.	
✓ L	✓	I: Ajá, la pregunta dice: ¿Cómo emergen los polinomios y cómo se construyen?, y dices; que a partir de las ecuaciones.	
	✓	ICA: No, yo no dije eso. O sea, si, claro si, están directamente relacionadas con las ecuaciones.	

- ✓ **I:** Ajá, entonces ¿Cómo se construyen, a partir de las ecuaciones?
 - ✓ **ICA:** Pero yo no he dicho que se construyan a partir de las ecuaciones.
 - ✓ **I:** Pero responde la pregunta.
 - ✓ **ICA:** ... Está directamente relacionado con las ecuaciones
 - ✓ **I:** ¿Tienes conocimiento de por qué se idearon los polinomios?
 - ✓ **ICA:** ¿De por qué se idearon?, dejame ver porque yo leí algo, pero no me acuerdo..., si obviamente por..., es que no recuerdo.
 - ✓ **I:** Pero no te preocupes, ve siguiendo la secuencia de lo que estas diciendo, te vuelvo a preguntar ¿Tienes o no conocimiento de por qué se idearon los polinomios?
 - ✓ **ICA:** No.
 - ✓ **I:** Bueno, ¿Cuáles son las características de los polinomios?
 - ✓ **ICA:** Coeficiente, términos.
 - ✓ **I:** ¿Qué más?
 - ✓ **ICA:** El grado del polinomio.
 - ✓ **I:** Seguimos, ¿Qué propiedades poseen los polinomios?
 - ✓ **ICA:**..., ¿Cómo así?
 - ✓ **I:** ¿Tú crees que lo polinomios poseen propiedades?
 - ✓ **ICA:**...
 - ✓ **I:** ¿O no tienen propiedades?
 - ✓ **ICA:** De que tienen, tienen, pero en el libro no salen las propiedades generalmente.
 - ✓ **I:** ¿Y qué libro revisas usualmente?
 - ✓ **ICA:** En el de Santillana. O sea, ya aquí me tendría que irme directamente a un libro de Álgebra.
 - ✓ **I:** ¿Por qué? ¿No aparecen en el libro de segundo, el de Santillana?
 - ✓ **ICA:** Yo creo que no, y en el Bicentenario menos.
 - ✓ **I:** Entonces la respuesta sobre, ¿Qué propiedades poseen los polinomios, sería pues que los textos no lo tienen?
 - ✓ **ICA:** No, de que tienen, tienen que tener.
 - ✓ **I:** ¿Pero no las recuerdas o no la sabes?
 - ✓ **ICA:**...
 - ✓ **I:** Bueno, continuamos ¿Cuáles son las tareas más resaltantes en el estudio de los polinomios?
 - ✓ **ICA:** Obviamente primero su definición, pero esa definición no puede o no debería estar limitada sólo al concepto de los polinomios, allí debería estar inmerso las propiedades.
 - ✓ **I:** ¿Cuáles propiedades?
 - ✓ **ICA:** Bueno, no las conozco.
 - ✓ **I:** O sea, que la tarea más importante para ti, ¿Es solamente la definición?
 - ✓ **ICA:** No, ahí más, todo lo demás.
 - ✓ **I:** ¿Cómo cuáles?
 - ✓ **ICA:** Todo lo demás.
 - ✓ **I:** ¿Qué es todo lo demás?
 - ✓ **ICA:** Obviamente, reconocer cuáles son los elementos; sus coeficientes, grado del polinomio, la otra, identificar claro, primero, y segundo que generalmente la simbología que le dan a los polinomios en todos los libros es la equis y no debería ser así.
 - ✓ **I:** ¿Qué otra tareas resaltantes, a parte de la identificación del polinomio?
 - ✓ **ICA:** Las operaciones.
 - ✓ **I:** ¿Cuáles operaciones?
 - ✓ **ICA:** Adición, sustracción, multiplicación y división.
 - ✓ **I:** ¿Qué más?
 - ✓ **ICA:** Factorización, obviamente que debería ser importante, ya te voy a señalar, ¿Por qué se idearon los polinomios?, que debe estar ligado a la parte histórica.
 - ✓ **I:** ¿Y esos aspectos los tomaste en cuenta durante las clases?
 - ✓ **ICA:** No.
 - ✓ **I:** ¿Por qué?
 - ✓ **ICA:** Por desconocimiento de la historia de lo que se va a enseñar.
 - ✓ **I:** ¿Y en lo que respecta a la tarea de factorización y operaciones, por qué no las enseñaste?

Anexo F-1. Entrevista: ICA. Continuación

- ✓ ICA: Por problemas personales.
- L ✓ I: ¿Y si hubieses tenido la oportunidad, hubieses abarcado esos aspectos que mencionaste?
- ✓ ICA: Claro.
- ✓ I: ¿Cuáles aspectos hubieses enseñado?
- ✓ ICA: Multiplicación, división y la factorización, y en la factorización iba a caer en los productos notables.
- L ✓ I: Pasamos a la siguiente, ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?
- ✓ ICA: La que todo el mundo conoce.
- L ✓ I: ¿Cuál?
- ✓ ICA: La que explique, la normal.
- ✓ I: ¿Qué nombre recibe esa normal?
- L ✓ ICA: ¿Qué nombre recibe?, adición de polinomios y sustracción.
- ✓ I: En cuánto al método de resolución, ¿Qué nombre recibe?
- L ✓ ICA: ¿Tienen un nombre?
- ✓ I: Si, ¿Se lo dijiste a los estudiantes?
- ✓ ICA: No, no se los dije. Pero cuando me hablas de los métodos, ¿Tienen que ver con los pasos que hice?
- L ✓ I: Es decir, ¿Cómo se llama ese procedimiento que enseñaste para resolver la adición y sustracción de polinomios?
- ✓ ICA: Yo no le di nombre, yo solo les coloque los pasos para resolver la adición y sustracción de polinomios, y le enumeré los pasos.
- L ✓ I: Es decir, ¿No sabes el nombre de la técnica que presentaste a los estudiantes?
- ✓ ICA: ... no, desconozco que tenga un nombre.
- ✓ I: ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la multiplicación de polinomios?
- ✓ ICA: ..., uno.
- ✓ I: ¿Cuál?
- ✓ ICA: El que di en la clase. Ah es que no lo di.
- L ✓ I: Ajá, ¿Pero cuántos métodos conoces para resolver la multiplicación de polinomios?
- ✓ ICA: ..., dos.
- ✓ I: ¿Cuáles?
- ✓ ICA: Pero no se como, o sea, te lo podría decir uno, la propiedad distributiva y el otro..., el que ordena y lo hace así como una multiplicación normal en los reales..., pero no se decirte que nombre reciben esos métodos.
- L ✓ I: Ok, ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la división de polinomios?
- ✓ ICA: ..., uno.
- L ✓ I: ¿Cuál?
- ✓ ICA: ..., el que todo el mundo conoce.
- ✓ I: Ajá, ¿Cuál es ese?
- L ✓ ICA: Pero es que no sé como se llama ese método.
- ✓ I: Ok, ¿Cuál estrategia didáctica empleaste para la introducción de la noción; polinomio?, es decir, ¿Cuál fue la secuencia que seguiste en la clase para presentar la definición?
- L ✓ ICA: Bueno primero, obviamente mandé a hacer la investigación, que estaba relacionada con lo que era una expresión polinómica, una variable, un exponente, un grado, coeficiente.
- ✓ I: ¿Por qué esa estrategia didáctica y no otra?
- L ✓ ICA: Porque es la que comúnmente uso. Porque si yo tuviera conocimiento de la parte histórica o de como se, se idearon los polinomios, fuese empezado con un problema que me generara a mi, o sea, utilizar una expresión algebraica, el polinomio y un método de resolución de equis cosa.
- ✓ I: Pero, ¿Con qué propósito es la investigación?
- L ✓ ICA: Para reforzar o para recordar si estamos trabajando con polinomio, es importante que ellos recuerden que es una expresión algebraica.
- ✓ I: Es decir, ¿La investigación la empleas como un apoyo?
- L ✓ ICA: Si.
- ✓ I: Una realizada la investigación, la cual esta contenida por la teoría de algunos aspectos de los polinomios, ¿Por en base a ella, realizas la mayoría de las preguntas en clase?

- ✓
L ✓ ICA: Cuando te refieres a la teoría, ¿Es lo que mando a investigar o lo que digo?
- ✓
L ✓ I: *A ambas cosas, siempre y cuando estén referidos a las justificaciones matemáticas.*
- ✓
L ✓ ICA: Ah, porque bueno, nunca está demás, o sea, si generalmente tu trabajas, tu te estas guiando por un libro equis, equis bibliografía, y así yo le de los conceptos, las definiciones, la parte que yo considere que se tenga que dar, siempre considero necesario que tu mandes a investigar, escuchar como que otras, no se si otras maneras, o quizás para completar, lo que yo diga, el estudiante consiga lo que yo haya omitido y que a lo mejor sea importante y yo no lo diga. Sino que como para hacer una comparación, que quizás este algo que yo de, esté expresado en otras palabras en el libro sea igual, distinto o quizás varié.
- ✓
L ✓ I: *Entonces, lo utilizas con el propósito de hacer comparaciones entre lo que se dice y lo que aparece en los textos. Ajá, ¿Cuáles son las tareas didácticas que te planteas cuando te dispones a planificar las clases en torno a los polinomios?*
- ✓
L ✓ ICA: La resolución de ejercicios, pasar a la pizarra, seria una tarea, identificar los elementos de los polinomios.
- ✓
L ✓ I: *Es decir, que cuando te planteas las tareas didácticas, éstas están dirigidas a la resolución de ejercicios.*
- ✓
L ✓ ICA: Bueno, primero la investigación, luego viene obviamente la explicación de eso que mande a investigar, luego viene, los planteamientos de ejercicios para que haya interacción docente – alumno, y luego obviamente formulación de ejercicios.
- ✓
L ✓ I: *Ok, ¿Por qué te centras en explicar los elementos aislados del polinomio (signo, letras, entre otros) y no en la operación (Suma, resta, multiplicación y división)?*
- ✓
L ✓ ICA:... ¿Por qué me centro? ¿Yo me centre ahí?, que horror. Bueno porque considero necesario, que, que ellos, o sea para poder, si la definición o el concepto me dice que es una expresión algebraica, yo tengo que entender primero que es una expresión algebraica, y una expresión algebraica contiene sus elementos por decirlo así de alguna manera.
- ✓
L ✓ I: *Es decir, que a la hora de definir polinomio, ¿Lo hiciste de esa manera?*
- ✓
L ✓ ICA: Si.
- ✓
L ✓ I: *Ok, pero una vez abarcado el punto, ¿Por qué seguiste haciendo referencia a los elementos aislados del polinomio (signos, letras, entre otros)?*
- ✓
L ✓ ICA: No se.
- ✓
L ✓ I: *¿Y por qué ese lenguaje en torno a los elementos aislados del polinomio?*
- ✓
L ✓ ICA: No, no se.
- ✓
L ✓ I: *Ok, continuamos, ¿Comparas las técnicas, antes de seleccionar una?, es decir, ¿Comparas los métodos de resolución de una tarea determinada?*
- ✓
L ✓ ICA: No, no las comparo.
- ✓
L ✓ I: *¿En qué te basas para seleccionar una técnica de enseñanza?*
- ✓
L ✓ ICA:... ¿En qué me baso?, en buscar la manera como que más fácil que ellos puedan asimilar el contenido pues.
- ✓
L ✓ I: *¿Por qué empleas sólo un método de resolución?*
- ✓
L ✓ ICA: Desconocimiento de otros métodos pues.
- ✓
L ✓ I: *¿Explicas a los estudiantes el por qué no se estudian otros aspectos de los polinomios?*
- ✓
L ✓ ICA: No.
- ✓
L ✓ I: *¿Por qué?*
- ✓
L ✓ ICA:..., ¿Pero otros aspectos te refieres a cuáles?
- ✓
L ✓ I: *Por ejemplo si estudian sólo suma y resta, porque no la multiplicación y división.*
- ✓
L ✓ ICA: No, no les dije, en realidad quede ahí y ya.
- ✓
L ✓ I: *OK, ¿Al decidir la técnica de resolución y las propiedades a enseñar, éstas son apoyadas en algún texto de estudio?*
- ✓
L ✓ ICA: Claro.
- ✓
L ✓ I: *¿Cuál?*
- ✓
L ✓ ICA: Ahorita la colección bicentenario.
- ✓
L ✓ I: *¿Y por qué ese y no otro?*
- ✓
L ✓ ICA: Porque ese es el que tenemos que, o sea, ese es el recurso por el cual debemos regir nuestro proceso de enseñanza y aprendizaje, de acuerdo al Ministerio del Poder Popular para la Educación. Obviamente tampoco es una camisa de fuerza, uno puede tomar como referencia otras bibliografías, pero ahí que trabajar en función de ese texto.

✓ **I:** ¿La institución tiene conocimiento de los aspectos de los polinomios que se enseñan y de la manera como lo hacen?

✓ **ICA:** No, no tienen conocimiento, porque es que ellos ni revisan la planificación.

✓ **I:** No tienen conocimiento, ¿Y ustedes no hacen una reunión de profesores para establecer los objetos matemáticos y sus elementos a enseñar?

✓ **ICA:** Claro, nosotros nos reunimos pero cuadrar que es lo que se va a dar, pero cuando me hablas de institución no somos sólo nosotros tres nada más.

✓ **I:** Las clases a enseñar, ¿La estructuras en base a algún texto de estudio o por los conocimientos aprendidos como estudiante universitario?

✓ **ICA:** Ambos.

✓ I: ¿El texto de estudio es la colección bicentenario, como me habías dicho?

✓ ICA: Si.

✓ I: Ok, ¿Tomas en consideración elementos históricos para el desarrollo de las clases de polinomios?

✓ **ICA: No.**

✓ I: ¿Por qué no?

- ✓ **ICA:** Por desconocimiento de la parte histórica.

✓
L

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

Anexo F-1. Entrevista: ICA. Continuación.

✓
L

✓

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓

✓

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

✓

✓

✓

L

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

L

✓

✓

L

✓

✓

✓

Anexo F-1. Entrevista: ICA. Continuación.

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

L

✓

L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓

✓

✓

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓



✓ Entrevista: ICB

- ✓
L ✓ *I: ¿Qué entiendes por polinomio?*
- ✓
L ✓ *ICB: E..., polinomio es una expresión, en donde... los coeficientes son números racionales, ok, y la variable, y la variable tiene que estar elevado a un número natural.*
- ✓
L ✓ *I: ¿Cómo interpretas los polinomios?*
- ✓
L ✓ *ICB: E..., me agarraste fuera de base, e... así relacionándolo con la vida diaria no te lo sabría decir, pero sería como... este... ¿No podríamos pasar a la siguiente pregunta?*
- ✓
L ✓ *I: Ok, ¿Por cuál vía introdujiste la noción de polinomio?*
- ✓
L ✓ *ICB: Mi visión de dar matemática siempre ha sido relacionarlo con la vida diaria para que los muchachos no la vean tan, tan fastidiosa pues, creo que es una estrategia que tengo yo para dar clases. Entonces les di varios ejemplos, en donde los polinomios podrían ser usados en la vida diaria tanto para problemas de la estadística, problemas económicos, les di una serie de ejemplos pues, donde les fui desglosando lo que eran los polinomios, como podíamos hacer operaciones y eso.*
- ✓
L ✓ *I: ¿Pero cuál fue esa definición previa que te permitió dar la definición de polinomio?*
- ✓
L ✓ *ICB: Bueno les hable que era una..., o sea les dije que los polinomios era una acumulación de varios problemas, o sea yo lo relaciono así, es la acumulación de varios problemas que no tenemos una respuesta y que la podemos escribir mediante una expresión con algunas características que fue la que te dije en un principio, los coeficientes eran números racionales, en donde se involucraba claramente que los coeficientes eran números racionales y que los exponentes de esa variable, que en este caso la variable eran los problemas a los que me estaba refiriendo eran números naturales.*
- ✓
L ✓ *I: Es decir, ¿Qué no empleaste una definición matemática previa antes de introducir la noción de polinomio?*
- ✓
L ✓ *ICB: No si, yo di una definición, o sea, yo dije que un polinomio era una expresión tal cual, o sea una expresión de ese tipo como te la estoy diciendo.*
- ✓
L ✓ *I: Ok, pero sabes que en algunos casos antes de introducir la noción de polinomio algunos textos por ejemplos lo hacen luego de hacer referencia a expresión algebraica o a la noción función.*
- ✓
L ✓ *ICB: Ah ok, yo no se los dije de una vez, pero si se los dije a mediados que fui desarrollando el tema, que era una función también, que se podía expresar como una función, no inmediatamente a la definición.*
- ✓
L ✓ *I: ¿Cuál consideras que es las características más resaltantes de los polinomios?*
- ✓
L ✓ *ICB: Las características e... bueno primero conocer los coeficientes, esa es una característica, segundo la variable, la variable ue se está trabajando, los números naturales al cual va a está elevado cada una de las variables, e... características concretas con lo que es una expresión polinómica, ¿No?, yo creo que esas serían.*
- ✓
L ✓ *I: Es decir, ¿Qué las características más relevantes están relacionadas a identificar los elementos de un polinomio?*
- ✓
L ✓ *ICB: Exacto son las características más importante que veo de los polinomios.*
- ✓
L ✓ *I: ¿Cuál es el campo numérico al cual pertenecen los coeficientes y exponentes?*
- ✓
L ✓ *ICB: Los coeficientes números enteros, e números racionales y los exponentes, yo no amplíe mucho los números racionales mucho en este año, porque los muchachos no tenían esa noción muy amplia de los números racionales, entonces trabajar con los números racionales era como...*
- ✓
L ✓ *I: ¿Por eso durante las clases hacías más referencia a los números enteros que a los racionales?*
- ✓
L ✓ *ICB: Si, e incluso les dije a los muchachos allí, que la definición era para números racionales, si para números racionales pero íbamos a trabajar con números enteros y recuerda que los números racionales es la división o fracción de un número entero.*
- ✓
L ✓ *I: Ah, ¿O sea lo hiciste de esa manera para que los muchachos entendieran?*
- ✓
L ✓ *ICB: Para no confundirlos, para no confundir esa parte, porque los muchachos todavía no habían trabajado, recuerda que yo los agarre a mediados del lapso, del segundo lapso, y yo tuve que darles como un repaso, entonces no llegue a los números racionales, entonces esa era la base que tenían ellos, entonces yo trabaje con adición y multiplicación de números enteros, entonces me enfrasque en lo que eran los números enteros, en los coeficientes pues.*
- ✓
L ✓ *I: ¿Conoces otras vías para construir la definición de polinomio?, es decir, aparte de la vía de expresión algebraica y la de función? ¿Conoces otra?*

- ✓ **ICB:** En realidad no había estudiado, este es la primera vez, no, la segunda vez que doy polinomio, y esta ha sido la primera vez que ha sido, que he estado como un poquito más planificada, porque las otras también me toco así como que de paracaídas y se que en segundo año es que deberíamos aprovechar esa parte de polinomios porque yo se que todo tercero, cuarto y quinto, cuando les hables de polinomios van a quedar como locos no, y lo que hice fue preparar una clase normal, la definición, como te la estoy diciendo desde el principio y no es formado, pero me gustaría yo creo, porque me di cuenta con los muchachos y ahorita más en reparación que, ¿Ajá una expresión de este tipo?, pero no sabía como enfrentarme de otra manera y bueno, este año yo creo que ya formaría una mejor definición.
 - ✓ **I:** Es decir, ¿Que no conoces otra vía?
 - ✓ **ICB:** Ahorita no, o sea como construir la definición a partir de otra no lo he pensado en realidad.
 - ✓ **I:** ¿Tienes idea de cómo emergen los polinomios? ¿De cómo se construyeron a lo largo de la historia?
 - ✓ **ICB:** Bueno leí un poquito de la historia cuando hable al inicio con los muchachos y más que todo no en el inicio sino más que todo en donde se enfrascaron, entiende, en donde se utilizaron más que todo, o sea como lo podían relacionar, pero en realidad de los inicios no se exactamente, no, no.
 - ✓ **I:** ¿Pero tienes alguna idea al menos de cuál fue el factor que propicio que emergieran los polinomios?
 - ✓ **ICB:** No me imagino que de tantos problemas, así como las ecuaciones pues, y creo que de allí viene el problema que ya no es un valor, incluso esas expresiones de ese tipo no tienen solución que más adelante si.
 - ✓ **I:** ¿Tienes conocimiento de por qué se idearon los polinomios?
 - ✓ **ICB:** ¿De por qué?... lo que creo, más no lo confirmo porque no lo he leído es... o sea, en el tiempo por ejemplo, yo siempre he partido, o sea de que la cosa de que por lo menos del conjunto de números, que partieron de los números naturales y luego enteros, y todo eso, e... me imagino que eran problemas de índole equis, ok, y que bueno un matemático de esos que tenía esa genialidad, ese ingenio esa cuestión, empezó a formar esas expresiones en donde se involucraban una serie de números, o sea, es lo que creo pues. Pero la noción básica no.
 - ✓ **I:** ¿Cuáles son las características de los polinomios?
 - ✓ **ICB:** Bueno la características de los polinomios, según mi definición de lo que es una expresión polinomio, es una expresión en donde están involucrados los números ente, los números racionales, ok otra característica es que las expresiones polinómicas tienen los exponentes naturales, e... están involucradas la suma y la resta.
 - ✓ **I:** ¿Qué propiedades poseen los polinomios?
 - ✓ **ICB:** Bueno... la propiedad... ya cuando hablamos de, en general si si. Claro está la suma, la adición de términos, no esta la multiplicación entre término y término, la adición y la sustracción pues. O sea no conozco otra propiedad.
 - ✓ **I:** ¿No conoces otra?
 - ✓ **ICB:** Bueno por términos, si lo vemos por términos está la potenciación también, ahí una multiplicación de un coeficiente por una variable, desglosándolo así si, pero por términos si esta la adición, por términos como tal, cada sumando, ok, esta la adición, e... en cada uno de los términos está la multiplicación de un coeficiente por una variable, en la variable hay una potenciación, una variable elevado a un número natural, e... bueno también hay una división también, porque son números racionales y...
 - ✓ **I:** Ok, seguimos, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes en el estudio de los polinomios?
 - ✓ **ICB:** ¿La tarea para yo dar las clases?
 - ✓ **I:** Ajá.
 - ✓ **ICB:** Primero debemos conocer que no toda expresión escrita de esa manera, descrita de una manera, o sea, de adición, una multiplicación por un coeficiente no todos son polinomio, entonces yo creo que deberíamos empezar conociendo, cuando una expresión es polinomio, luego de eso conocer la clasificación de ellos, por eso yo me extendía mucho en la clase en el término, el coeficiente, la variable, el grado del polinomio, es muy importante eso, yo creo que la tarea más resaltante es empezar conociendo cuando una expresión es polinomio y sus nombres.
 - ✓ **I:** O sea, ¿En el estudio de los polinomios consideras que la tarea más resaltante está dirigida a identificar un polinomio?

✓	✓	ICB: Bueno como tal, para yo dar la clase a los muchachos esa es la tarea primordial, o sea, depende del ámbito por ejemplo, si yo digo que las expresiones polinómicas sirven para solucionar un problema de economía, de algún problema del banco, de alguna cuestión que se resuelva por medio de expresiones polinómicas, yo digo que la tarea más importante es resolver polinomios, yo creo que también depende del ámbito donde lo vean.
✓	✓	I: <i>Por ejemplo, ubicándote en segundo año, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes que tú consideras en el estudio de los polinomios?, aparte de identificar, ¿Solamente identificar?</i>
L	✓	✓ ICB: No, e... este resolver, resolver operaciones, la multiplicación, la división, la adición, la sustracción, ok, que ellos aprendan a manejar lo básico de las operaciones con polinomios para que luego se vayan desarrollando otras cosas.
✓	✓	✓ I: <i>¿Es decir, que las tareas sobre factorización, no son tan resaltantes?</i>
✓	✓	✓ ICB: Eso sería después que tú hayas estudiado todo eso y vayas conociendo las operaciones básicas como es la división, multiplicación, adición y sustracción, entonces vas conociendo los productos notables.
✓	✓	✓ I: <i>Pero estudiar productos notables, las operaciones con polinomios y factorizar, ¿Son tareas resaltantes?</i>
✓	✓	✓ ICB: Si son resaltantes.
✓	✓	✓ I: <i>¿Entonces, por qué no las enseño?</i>
✓	✓	✓ ICB: No yo creo que el tiempo fue el factor más influyente.
✓	✓	✓ I: <i>¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?</i>
✓	✓	✓ ICB: E... método como tal, la adición e... uno.
✓	✓	✓ I: <i>¿Cómo se llama esa técnica de resolución?</i>
✓	✓	✓ ICB: Adición de polinomios.
✓	✓	✓ I: <i>¿Ese es el nombre de la técnica de resolución que empleaste para adicionar y sustraer polinomios?</i>
L	✓	✓ ICB: No lo conozco, o sea, se como colocar los polinomios de cualquier forma y se como sumarlos, ok, no se si llamarlos agrupando términos semejantes o colocando términos semejantes con términos semejantes, pero método como tal no, de adición no.
✓	✓	✓ I: <i>¿Entonces quiere decir que conoces una sola técnica pero desconoces el nombre?</i>
L	✓	✓ ICB: Lo conozco como adición de polinomios y si hablamos de características o como se procede a resolver bueno se agrupan términos semejantes con términos semejantes y sumando sus coeficientes.
✓	✓	✓ I: <i>¿Cuántos métodos de resolución conoces para la multiplicación de polinomios?</i>
✓	✓	✓ ICB: Ah bueno está la multiplicación de un monomio por un polinomio.
L	✓	✓ I: <i>Pero ese método de multiplicar un monomio por un polinomio, ¿Cómo se llama esa técnica de resolución?</i>
✓	✓	✓ ICB: ...
✓	✓	✓ I: <i>Bueno, ¿En que te basas tú para hacerlo de esa manera que acostumbras?</i>
✓	✓	✓ ICB: Lo conozco así, la multiplicación de un monomio por un polinomio, ok, y la técnica sería e... multiplicar sus coeficientes, ok, multiplicar sus coeficientes y luego la variable lo coloco y allí aplico una propiedad de potenciación, aplico una propiedad de potenciación, misma... bueno como son términos, no necesariamente tienen que ser términos semejantes, pero como tienen la misma variable coloco una variable y sumo sus exponentes pues, y el binomio igual.
L	✓	✓ I: <i>¿Es decir, que conoces solo una técnica de resolución?</i>
✓	✓	✓ ICB: Si porque los otros también sería el mismo método pero con más términos.
✓	✓	✓ I: <i>Ok, conoces solo una técnica pero desconoces como se llama.</i>
✓	✓	✓ ICB: Ajá.
✓	✓	✓ I: <i>Pasamos a la siguiente, ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la división de polinomios?</i>
L	✓	✓ ICB: Uno solo igualito.
✓	✓	✓ I: <i>¿Cuál? ¿Qué nombre recibe?</i>
L	✓	✓ ICB: Bueno no se el nombre, pero se que es división de polinomios, incluso como la multiplicación de un monomio por un polinomio, por un binomio.
✓	✓	✓ I: <i>¿Y la técnica que utilizas para dividirlos como se llama? ¿Cómo lo haces?</i>
✓	✓	✓ ICB: No, la palabra clave no la se, bueno el método sería si es por un monomio, ok, tengo el polinomio y hago la división exacta, o sea, ya va... multiplicando ya va... bueno está el método

- de Ruffini también, lo puedo usar también división de polinomios, método de Ruffini, e... ese es consiguiendo su e... bueno más adelante se dice raíces, sería un método pero ese sería un polinomio entre otro polinomio, ajá es una técnica de resolución.
- ✓ *I: Es decir, conoces dos técnicas de resolución, una el método de Ruffini, ¿Y la otra?*
- ✓ **ICB:** La otra es la que se da en segundo año, es la que es una división, no recuerdo ahorita, pero si más o menos e... bueno hay que hace una cuestioncita ahí que el resultado hay que multiplicarlo por este, para que te de este y vamos eliminando, es algo así pero no recuerdo ahorita, te mentiría si lo diría.
- ✓ *I: Seguimos, ¿Cuál es la estrategia didáctica para introducir la noción de polinomio?*
- L ✓ **ICB:** Bueno al principio, di una lluvia de ideas, e incluso esa estrategia se llama... cuando lees una... o sea, les echo el cuento de lo que te dije de la vida diaria y todas esas cosas, no recuerdo como se llama esa estrategia.
- ✓ *I: O sea comenzaste antes de introducir la noción polinomio, ¿Lo abordaste a través de?*
- ✓ **ICB:** No les di historia, les conté algo relacionado con la vida diaria.
- ✓ *I: ¿Tomaste aspectos de la vida diaria y lo relacionaste con los polinomios?*
- L ✓ **ICB:** Exacto. Entonces forme una lluvia de ideas para realizar lo que era la definición de polinomio, ok, luego hice la introducción a polinomio.
- ✓ *I: ¿Por qué esa estrategia y no otra?*
- L ✓ **ICB:** Porque fue la que me pareció como más... o sea, por lo que te dije al principio, que es la única que había visto como más, la que había estudiado pues, y la que tenía más visualizada desde el principio.
- ✓ *I: Ok, ¿Para que utilizaste esta estrategia?*
- ✓ **ICB:** Ok, como te dije al principio, siempre me ha gustado relacionar todos los contenidos matemáticos, yo creo que esa es mi estrategia como profesora, e... todos mis contenidos matemáticos con la vida diaria, entonces como se que polinomio es un poco para ellos, algo más nuevo, o sea de ya ver números enteros, la suma, la resta y todas esas cosas, entonces quise relacionar esa parte, me pareció mejor, o sea, siempre me ha parecido mejor esa parte de relacionarlo con la vida diaria.
- L ✓ *I: Ok, seguimos, ¿Cuál fue la secuencia didáctica que seguiste para el estudio de los polinomios?*
- ✓ **ICB:** Bueno empecé con la historia, con a finalidad de que ellos tuvieran un... esa noción... o conocieran la importancia de lo que son los polinomios en la vida diaria, luego de eso ok, es algo importante pero que es un polinomio, bueno un polinomio les explique, les di su definición, conocimos cada uno de sus aspectos, que era un término, un coeficiente, e... luego identificamos polinomios, expresiones polinómicas, e... clasificamos los polinomios.
- ✓ *I: ¿O sea, que tomaste, la lluvia de ideas, luego de ello diste de una vez la teoría; la definición?*
- ✓ **ICB:** Si, ya ese sería el inicio a la clase, no al tema. El inicio de las otras clases es como recapitular, ese son mis inicios recapitular las clases anteriores pues, pero con el fin de conocer la expresión polinómica y hacer operaciones con ellos. Ah, no en todos los casos di lluvia de ideas solo al principio del tema, ok, lo que hice por ejemplo, en el inicio de la clase número dos, no fue una lluvia de ideas pero fue una recapitulación de todo el contenido visto en la clase anterior.
- L ✓ *I: Ok, ¿Me podrías indicar cuál es el estilo de enseñanza que sigues generalmente?*
- L ✓ **ICB:** Ok, e... bueno el estilo, yo siempre me he enfrascado en eso si no sabemos sumar números enteros yo creo que no avanzamos mucho no, entonces yo creo que mi estilo es enfrascarme en lo que vi antes sirva para lo que voy a dar después, ok. Si antes hable en la introducción, otra vez recapitule la adición y sustracción de números enteros, entonces voy a trabajar con multiplicación de números enteros en este tema.
- ✓ *I: ¿Por qué la mayoría de las preguntas que realizas a los estudiantes, las respondes inmediatamente?*
- L ✓ **ICB:** Si muchas veces, lo que pasa es que también a veces uno tiene una planificación y por lo general la idea de planificarse es que la clase avance en lo que más uno pueda, entonces si le damos a la larga, a veces los muchachos no, a ellos les gusta que uno les de las respuestas no, que uno les de las respuesta, aunque la idea es que ellos le den la respuesta a uno, pero yo creo que para avanzar muchas veces pues, en muchos casos, porque a veces diez minutos nos quedamos callados, entonces ellos diez minutos también se quedan callados, debería este, yo creo que con el tiempo debería buscar otra estrategia para que los muchachos me participen.

✓	✓	<i>I: Ok, la siguiente pregunta, ¿Cuáles son las tareas didácticas que te planteas cuando te dispones a planificar las clases en torno a los polinomios?</i>
✓	✓	ICB: ¿Cuál es la tarea didáctica?... e...
✓	✓	<i>I: Cuando hablamos de tareas son aquellas en este caso relacionadas en torno a los polinomios y en lo que respecta a didáctica cómo sería el proceso de estudio de esa tarea con los estudiantes.</i>
L	✓	✓ ICB: Reforzar lo que ha dado ya, o sea, si yo por lo menos empecé dando una definición y les puse a reconocer que era un polinomio, expresión polinómica y todo eso, yo creo que esas tareas serían del reforzamiento del contenido que se está dando, que eso lo hago siempre.
✓	✓	✓ <i>I: ¿Es decir, que las tareas didácticas están enfocadas a?</i>
L	✓	✓ ICB: Reforzar lo visto en la clase anterior.
✓	✓	✓ <i>I: Ok, ¿Por qué te centras en los elementos aislados del polinomio (Signo, letras, entre otros), y no en la operación (Suma, resta, multiplicación y división)?</i>
✓	✓	✓ ICB: Porque creo que sino sabemos, o sea, sino sabemos el principio, yo creo que el final y el medio no se va a entender e... si no conocemos bien, o sea, cuál es el coeficiente, cuál es la variable, entonces cuando vamos a hacer operaciones por ejemplo de suma y de multiplicación, no vamos a saber la técnica que le voy a enseñar, porque ya serían palabras claves, se hablaría ya, o sea, si les voy hablar de suma, para sumar, ah yo necesito sumar, yo tengo que agrupar términos semejantes y tengo que estar sumando sus coeficientes, aja, ¿Pero que es un coeficiente?, ajá por eso me enfusco en esa parte coeficiente, variable.
✓	✓	✓ <i>I: Ajá, fíjate bien en este ejemplo que te tengo aquí, qu de equis es igual a tres equis a la cuatro menos dos equis a la tres más cuatro $JQ(x) = 3x^4 - 2x^3 + 4$, cuando generalmente hablas de polinomio dices que es una expresión conformada por números, letras y signos, y te pregunto ¿Por qué no te enfocas en la operación que hay entre ellos?</i>
✓	✓	✓ ICB: Ah ok, es lo que te estaba hablando al principio de que en cada término está la multiplicación, ¿Por qué no me enfusco en eso?
L	✓	✓ <i>I: ¿Por qué no tomaste en consideración estos aspectos tan importantes en el estudio de los polinomios?</i>
✓	✓	✓ ICB: Ah... bueno, importante acotación, no no la había visto, o sea, yo creo que muchas veces cuando les explique a los muchachos la multiplicación, a uno le va afectando la cuestión de que a veces los muchachos en el colegio usaban la equis para la multiplicación, entonces más adelante cuando estamos viendo multiplicación de números enteros, cuando les estas explicando que ya no utilizamos la equis ahora es variable y que utilizamos un puntico, y yo siempre les digo a los muchachos que más adelante ese puntico lo vamos a obviar, quizás ahí no reforcé que ese, cuando me refería a obviar lo estábamos utilizando aquí, no se los dije pero es una buena acotación, sería una mejor.
✓	✓	✓ <i>I: Ok, ¿Comparas las técnicas de resolución antes de seleccionar una?</i>
✓	✓	✓ ICB: ... si pero, como te dije conozco, o sea, como tal conozco una, por ejemplo la adición, ok, pero si trato de resolver los ejercicios de la forma que, o sea, puede ser como yo te dije, puede que los polinomios o un polinomio, o un monomio, yo puedo hacer las operaciones, pero trato de irme siempre, ah adición de polinomios, ah entonces yo se que tengo que ordenar los polinomios, yo se que tengo que colocar términos semejante con términos semejantes.
L	✓	✓ <i>I: ¿Pero buscas otros métodos de resolución que tu digas se tiene este, este y este otro?</i>
✓	✓	✓ ICB: O sea, como te dije conozco uno solo, ok como tal, no las comparo, no he indagado más allá para otra técnica, y decirte que voy a seleccionar, o sea que voy a decir otra, es mentira porque conozco uno solo.
L	✓	✓ <i>I: Ajá, ¿En qué te basas para la selección de una técnica de enseñanza?</i>
✓	✓	✓ ICB: Bueno primero este... aunque uno estudio esa parte, yo siempre consulto las bibliografías y ahí bibliografías que quizás tienen métodos de resolución distintos, pero quizás siempre uno es más accesible que el otro para, o sea, a la hora de uno enseñar y más que todo a este nivel.
✓	✓	✓ <i>I: ¿Cuáles son las bibliografías que consultas?</i>
L	✓	✓ ICB: La de Santillana, la de, ¿Cómo es que se llama la azul?, Ely Gret, algo así.
✓	✓	✓ <i>I: Ely Brett.</i>
✓	✓	✓ ICB: Ely Brett, esa, ah y tengo una enciclopedia que tiene Matemática, Física y Química.
L	✓	✓ <i>I: ¿No consultas la colección Bicentenario?</i>
✓	✓	✓ ICB: Bueno lo que pasa es que la colección bicentenario llegó aquí fue que, te digo ya terminado el segundo lapso, ok, y yo creo que es muy extenso el contenido que está ahí, yo creo

- L que para segundo año te pones a ver y ahí hablan de, definen la función polinómica y muestra “a” a la ene menos uno, y todo eso, y llevárselo a los muchachos de segundo año es un poquito confuso, si lo he consultado pero no lo he involucrado.
- ✓ I: La siguiente pregunta, ¿Por qué emplea sólo un método de resolución?
- L ✓ ICB: Por ejemplo en la adición y multiplicación por la cuestión que te estoy diciendo de que es el que conozco, ok.
- ✓ I: ¿Explicas a los estudiantes el por qué no se estudian otros aspectos de los polinomios?
- L ✓ ICB: Bueno al principio les dije a los muchachos que íbamos a llegar hasta adición de, multiplicación por el factor tiempo, y sin embargo, les mandé una investigación de lo que era la multiplicación y eso, no dio tiempo ni siquiera de que lo discutiéramos, pero si trato de explicar, trato, yo empiezo diciéndoles, bueno muchachos vamos a trabajar los polinomios por esto es importante, vamos a hacer operaciones con ellos, vamos a llegar hasta aquí por el factor tiempo y trato de explicar pues. O sea, si lo voy a empezar porque lo voy a empezar y porque lo voy a terminar.
- ✓ I: Ok, la siguiente pregunta, ¿Al decidir la técnica de resolución, y las propiedades a enseñar, éstas son apoyadas en algún texto de estudio?
- L ✓ ICB: Si claro, por supuesto.
- ✓ I: ¿Los que me mencionaste: Santillana, Ely Brett?
- L ✓ ICB: Santillana, Ely Brett y una enciclopedia que creo que se llama el Poder de Saber, una cuestión así, una editorial de Barquisimeto, una cooperativa.
- ✓ I: ¿Menos la colección Bicentenario?
- ✓ ICB: Si la consulto, pero me parece muy extenso.
- ✓ I: ¿Es decir, que no tomaste ningún aspecto de la colección Bicentenario?
- L ✓ ICB: No, no tome ningún aspecto, no porque tu sabes, o sea, más que todo hay más definiciones y yo creo que falta ejemplos, faltan ejemplos muchísimos, y creo que está muy general, o sea, en comparación con las otras bibliografías, incluso el Santillana para docentes, la edición para docentes.
- L ✓ I: Ok, ¿La institución tiene conocimiento de los aspectos que enseñaste de los polinomios?
- ✓ ICB: El conocimiento, bueno nosotros nos tenemos que basar en una planificación viejísima y hay que planificar en base, no recuerdo como se llama, en donde están todos los contenidos, como lo vas a dar, que es lo que vas a dar, cuales son los objetivos y todo eso. Además, soy la única profesora de matemática aquí, y la única información que tiene la institución como tal es por ejemplo son los acuerdos que tenemos los otros profesores de Física y yo que también doy Física.
- L ✓ I: Ajá, siguiente pregunta, ¿Las clases a enseñar la estructuras en base a algún texto de estudio o por el conocimiento aprendido como estudiante universitario?
- L ✓ ICB: Por el conocimiento aprendido, la experiencia también, porque allí desglosan muchas cosas y más en el libro que te estoy hablando de Santillana para el docente, ahí tienen muchas estrategias de como podrías enseñar ese tema, entonces creo que se extiende mucho y copiar eso, no creo, o sea muchas veces, por ejemplo en una de las bibliografía que he consultado, de las que te he mencionado, hablan primero de la función polinómica y luego de allí explican lo que implica una función polinómica, no me gusta empezar desde allí, entonces en mis clases lo debes notar, e... me gusta comenzar a conocer que es un polinomio porque yo lo relaciono con la vida diaria, entiendes y luego de eso, explico que es una función polinómica, ok.
- ✓ I: Pero cuando dices que lo asocias a la vida diaria, ¿Por qué no empleas problemas intra o extra matemáticos que permitan o sirvan de puente para abordar la definición de polinomio?
- ✓ ICB: No claro, por ejemplo yo les mencionaba a los muchachos un problema de... una cosa de costos, en donde había una expresión que... los coeficientes que estaban acompañando a la variable eran números racionales, ok, entonces empezaba a hablar con ellos, les decía bueno, e... ya va me perdí de la cuestión... ¿Cómo es que dice la pregunta?
- L ✓ I: ¿Por qué no empleas problemas intra o extra matemáticos que permitan o sirvan de puente para abordar la definición de polinomio?
- ✓ ICB: Como tal no, yo creo que la intención era por ejemplo, hablarles solamente de eso, yo creo que a ese nivel, no se me tendría que extender mucho más, a explicarle por ejemplo a ellos esa cuestión de costos, y en unos de los ejemplos que les mencioné, era un ejemplo relacionado que tenía todas las características pues, con esa intención, ¿De qué?, luego que yo les hablara de eso, solamente les hable no les explique como tal, con detalles, con ejemplos ni nada, solamente les comenté.

✓

—

L

✓

L

✓

✓

1

L

✓

1

1

✓

L

✓
I

✓

✓

L

L

✓

1

Anexo F-2. Entrevista: ICB. Continuación.

✓

L

✓

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

✓

✓

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓
L
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
L
✓
✓
L
✓
L
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
L
✓
L
✓
✓
✓
✓

✓
L

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓

✓

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓
L

✓

✓

✓

✓
L

✓
L

✓

✓
L

✓
L

✓
✓
✓
✓
✓
✓
L
✓
✓
L
✓
L
✓
L
✓
L
✓
L
✓
✓
✓
L
✓
L
✓
✓
✓
✓
✓
✓

L
✓
✓
L
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
L
✓
✓
✓
✓
L
✓
✓
L
✓
✓
✓
✓
✓
L
✓
L
✓

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

✓

✓

L

✓

L

✓

✓

L

✓

L

✓ **Anexo G-1. Tecnología–Teoría presentada por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓	✓ Tecnología – Teoría ✓ Clase N°1	✓
✓ Indicadores de la Observación	✓ Indicadores de la Entrevista	
✓ 032. ICA:... características que posee una expresión algebraica... cuenta con letras las cuales poseen un nombre... 035. ICA: Variables... que puede ser cualquier letra del abecedario. 050. ICA:... una expresión algebraica... está conformada por números, letras y variable, aparte la variable, ¿Está elevada a un?... 042. ICA: Exponente... 055. ICA:... términos semejantes... 057. ICA: Debe tener, la misma variable... 073. ICA:... Los exponentes... 085. ICA: Son iguales... 089. ICA: Los números que están aquí (delante de la variable) o los que, 090. ICA:... multiplican a la variable, si pueden ser diferentes... se llaman coeficientes. 096. ICA: Entonces los coeficientes, van hacer los números que acompañan a la variable, multiplicando a la variable... 104. ICA:... vamos a definir los polinomios como una expresión... 106. ICA: Algebraica, que está formada... 108. ICA: Números, signos, variables,... exponentes... 137. ICA: Los polinomios, como acabamos de repetir de expresión algebraica, ¿Qué cosa son?, una expresión algebraica conformado por números, signos... 138. ICA:... variables y exponentes. Ahora vamos a identificando los elementos de un polinomio. Vamos primero con los coeficientes... 139. ICA:... son todos aquellos números que me acompañan aquí a la variable... 153. ICA:... el grado del polinomio... el mayor exponente, al cual esta elevado el polinomio... 164. ICA:... a parte de los coeficientes, variable, grado, ahí otro, que se llama término independiente... es aquel... 165. ICA:... número que no me acompaña ninguna variable... 175. ICA:... quienes van a ser los elementos; coeficientes, variable, grado y ¿Término?... 187. ICA:... ¿Cuál es el término independiente?, el número que no esta acompañado de ninguna variable...	✓ L1. I: ¿Qué entiendes por polinomio? ✓ L2. ICA: Es el con... ✓ L3. I: ¿Cómo interpretas los polinomios? ✓ L4. ICA: Ah una interpretación, yo creo que el polinomio, yo no se si, yo como que estoy confundida. ✓ L5. I: ¿Por qué? ✓ L6. ICA: Ay Dios, que horror, por Dios. ✓ L7. I: Repito, ¿Qué entiende por polinomio? ✓ L8. ICA: ¿Qué es un polinomio?, bueno es una expresión algebraica, es muy distinto a una, generalmente las personas tienden a confundir una expresión polinómica con un polinomio, no es lo mismo. ✓ L9. I: ¿Esa es la parte que te confunde? ✓ L10. ICA: Si. Pero... yo se que no es lo mismo, pero o sea diferenciar cuando estoy trabajando con una función polinómica o lo que es en si un polinomio, si me cuesta... ✓ : ✓ L13. I: Bueno, ¿Entonces, no sabes cuál es la diferencia? ✓ L14. ICA: ¿Entre qué? ¿Función polinómica y polinomio? ✓ L15. I: Si. ✓ L16. ICA: O sea, obviamente el polinomio está dentro de la función polinómica, pero una diferencia... ✓ : ✓ L20. ICA: No la se. ✓ : ✓ L30. I: Ok, ¿Por qué te centras en explicar los elementos aislados del polinomio (signo, letras, entre otros) y no en la operación (Suma, resta, multiplicación y división)? ✓ L31. ICA:... ¿Por qué me centro? ¿Yo me centre ahí?, que horror. Bueno porque considero necesario, que, que ellos, o sea para poder, si la definición o el concepto me dice que es una expresión algebraica, yo tengo que entender primero que es una	

✓

✓



expresión algebraica, y una expresión algebraica contiene sus elementos por decirlo así de alguna manera.

✓ Tecnología – Teoría

✓ Clase N°2

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 013. ICA:... número, signo, variable, coeficiente. 015. ICA: Grado... 017. ICA: Términos semejantes, ajá, ¿Pero qué cosa era un grado?... 023. ICA: El mayor exponente... las variables son las letras que me van a representar a mis incógnitas, los coeficientes... 029. ICA: Los que me acompañan a la variable... 031. ICA:... entonces debemos recordar que polinomio es una expresión algebraica, los polinomios siempre se van a representar con la letra "P", pe, 032. ICA:... mayúscula, ellos poseen una clasificación, monomio, binomio, trinomio, el monomio, el monomio... 034. ICA: Cuando posee un solo término... 035. ICA: ¿Cuándo es un binomio?. 037. ICA: Cuando posee dos términos... 043. ICA:... los signos me van a permitir determinar cuantos términos tiene un polinomio, esto es lo que me va a permitir hacer la, 044. ICA: clasificación en monomio, binomio... 046. ICA:... cuando tenga más de tres términos, simplemente se dice... 048. ICA: Polinomio. Entre las operaciones básicas de los polinomios, tenemos la adición y sustracción, conocidos comúnmente como suma y resta. 049. ICA: Lo primero que ustedes deben de determinar, es que los términos deben ser todos semejantes... 054. ICA: Debe tener la misma variable, ambos, sino no son términos semejantes. 056. ICA:... los exponentes pueden variar. 061. ICA: Segundo, deben ordenar los polinomios, ¿De forma?, decreciente, es decir, del mayor exponente al menor exponente. Luego lo, 062. ICA: vamos a ordenar de manera que queden los términos semejantes uno debajo del otro y por último resolvemos la suma algebraica. Ésta suma, 063. ICA: ¿Me la va a indicar, quién?. 065. ICA: Los signos... 096. ICA:... fíjense una cosa, lo vamos a ordenar, es por el grado del polinomio... 102. ICA:... ¿Qué hace falta ahí?, para que este ordenado en forma decreciente. 111. ICA:... Si yo les doy a ustedes estos números naturales; 4, 7, 3, 6, 5, y les digo, ordene de, 112. ICA: forma decreciente, es decir, de mayor a menor... 120. ICA:... eso pasa aquí; $P(m) = 5m^4 - 2m^2 + 5$, cuando vayamos a ordenar los polinomios, bien sea para la sustracción o la adición, 121. ICA: debo de primero, ordenarlos de forma decreciente, que voy a tomar en cuenta yo, el exponente... 124. ICA:... ¿Cómo lo voy a completar?. 128. ICA:... cuando me haga falta uno, yo lo puedo completar con cero. Si me hace falta el tres agrego cero equis a la tres... 129. ICA: ...y así sucesivamente, hasta que lleguemos al término independiente... 137. ICA: ... si aquí en la expresión hay un monomio que no este, yo lo debo de completar... 212. ICA: Miren una cosa que se olvidó decirles, los exponentes de estos polinomios... 218. ICA: Siempre los polinomios, sus exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales... 225. ICA: Si hay un exponente... que esté elevado al signo negativo, no me pertenece, 226. ICA: al conjunto de los números naturales, simplemente no es un polinomio, siempre deben ser positivos. 229. ICA: Ajá, vamos con suma. Ajá, sean los polinomios, $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$... 235. ICA: Pero, no porque aquí; $P(m) + Q(m)$, me diga más, yo voy a sumar todos los términos semejantes... 237. ICA: Entonces, debemos recordar la regla de los signos... 315. ICA: Lo que vamos a resolver es los coeficientes, la variable y los exponentes se queden iguales...

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ L21. I: ¿Cuáles son las características más resaltantes de los polinomios?
- ✓ L22. ICA: Primero, ah bueno, para mí la más resaltante, es que los exponentes deben pertenecer al conjunto de los números naturales, esa.
- ✓ L23. I: ¿Sólo esa?
- ✓ L24. ICA: Para mí si, esa es la más importante, si hay otra no lo se.
- ✓ L25. I: Ok, la siguiente; ¿Cuál es el campo numérico al cual pertenecen los coeficientes y exponentes?
- ✓ L26. ICA: Los exponentes a los naturales, pero los coeficientes no. Es e... el conjunto de los números reales.
- ✓ L27. I: ¿Reales entonces?
- ✓ L28. ICA: No reales no, no, ¿Naturales también?... No si, claro que si, a los reales.
- ✓ :
- ✓ L43. I: Bueno, ¿Cuáles son las características de los polinomios?
- ✓ L44. ICA: Coeficiente, términos.
- ✓ L45. I: ¿Qué más?
- ✓ L46. ICA: El grado del polinomio.
- ✓ L47. I: Seguimos, ¿Qué propiedades poseen los polinomios?
- ✓ L48. ICA:... ¿Cómo así?
- ✓ L50. ICA:...
- ✓ L52. ICA: De que tienen, tienen, pero en el libro no salen las propiedades generalmente.
- ✓ :
- ✓ L87. I: ... ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?
- ✓ L88. ICA: La que todo el mundo conoce.
- ✓ L89. I: ¿Cuál?
- ✓ L90. ICA: La que explique, la normal.
- ✓ L91. I: ¿Qué nombre recibe esa normal?
- ✓ L92. ICA: ¿Qué nombre recibe?, adición de polinomios y sustracción.
- ✓ L94. ICA: ¿Tienen un nombre?
- ✓ L96. ICA: No, no se los dije. Pero cuando me hablas de los métodos, ¿Tienen que ver con los pasos que hice?
- ✓ L98. ICA: Yo no le di nombre, yo solo les coloqué los pasos para resolver la adición y sustracción de polinomios, y le enumeré los pasos.
- ✓ L100. ICA:... no, desconozco que tenga un

|| nombre.

✓ Anexo G-2. Tecnología–Teoría presentada por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓

✓

✓ Tecnología – Teoría
✓ Clase N°3

✓

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 022. ICA:... vamos a ver hoy la sustracción, los pasos son iguales, el mismo procedimiento; ordenar el polinomio de mayor a menor, resuelvo según la regla de, 023. ICA: los signos... 052. ICA:... Ahora fíjense aquí; $P(x)-M(x)$, a mi me están diciendo que lo reste... 054. ICA:... este signo menos que tengo aquí; $P(x)-M(x)$, delante de este polinomio $M(x)$, me va afectar a mi a todo este, 055. ICA: polinomio. No se si ustedes recuerdan cuando tienen una eliminación de signos de agrupación... 103. ICA: Ustedes recuerdan la propiedad distributiva. 121. ICA:... el signo menos, esto me va a indicar, ¿Qué cosa?, que todo el polinomio eme de equis $M(x)$, va a cambiar de signo, es decir, lo que este, 122. ICA: positivo va a pasar a, ¿Qué?. 124. ICA: A negativo, y lo que este negativo pasa a positivo. Empiezo a ordenar de una vez y cambio el signo... 142. ICA:... y luego resuelvo tal cual como como lo hacíamos en la adición, no porque me diga resta, yo voy a restar, voy a tomar en, 143. ICA: cuenta, ¿Qué cosa?, los signos...

✓ Indicadores de la
Entrevista

- ✓ L87. I: ... ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?
✓ L88. ICA: La que todo el mundo conoce.
✓ L89. I: ¿Cuál?
✓ L90. ICA: La que explique, la normal.
✓ L91. I: ¿Qué nombre recibe esa normal?
✓ L92. ICA: ¿Qué nombre recibe?, adición de polinomios y sustracción.
✓ L94. ICA: ¿Tienen un nombre?
✓ L96. ICA: No, no se los dije. Pero cuando me hablas de los métodos, ¿Tienen que ver con los pasos que hice?
✓ L98. ICA: Yo no le di nombre, yo solo les coloque los pasos para resolver la adición y sustracción de polinomios, y le enumeré los pasos.
✓ L100. ICA:... no, desconozco que tenga un nombre.
✓

✓ Anexo G-3. Tecnología–Teoría presentada por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

- ✓
- ✓
- ✓
- ✓
- ✓

✓ **Anexo G-4. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓ ✓ Proceso de estudio ✓ Clase N°1 ✓	
✓ Indicadores de la Observación	✓ Indicadores de la Entrevista
✓ 001. ICA: Nosotros la última vez que nos vimos, ¿Quedamos en qué? ¿Les mandé hacer qué cosa? 002. Estudiantes: Una investigación. 003. ICA: ¿Esta investigación, era referente a qué? 004. Estudiante: Ah polinomio. 005. ICA: Aja, antes de que les pregunte sobre lo que investigaron, ¿Consiguieron todas las preguntas que les mandé? ✓ 006. Estudiantes: Si. Polinomio, polinomio de segundo grado. ✓ 007. ICA: Antes de eso, vamos a ver primero, ok, esta expresión: $3m^3+2m-4m^2-1$, que les acabo de copiar aquí, me van a ir diciendo que características, 008. ICA: contiene esta expresión. 009. Estudiantes: Positivos y negativos. 010. ICA: Primero positivos y negativos, que son los signos. 011. Estudiantes: Letras. 012. ICA: Letras, ¿En este caso, cuál es esa letra?. 021. ICA:... Todos estos elementos que tenemos aquí, conforman una expresión algebraica, yo les mandé a investigar el concepto de expresión algebraica. A ver Iván, ¿Qué consiguió sobre el concepto de expresión algebraica? ¿Qué es una expresión algebraica?. 031. ICA: Ajá, fíjense una cosa, de los tres conceptos que leyeron los compañeros, no están malos, están buenos, no es necesario que ustedes se lo aprendan de forma memorística, ¿Por qué? Porque por ahora interesa saber las características que posee una expresión algebraica, ya que cuenta con letras, las cuales poseen un nombre ¿Ese nombre era cuál? ¿Las letras?. 049. ICA: Ajá antes de explicar lo que es un polinomio, para eso mande a investigar lo que era una expresión algebraica, debemos recordar que una expresión algebraica, lo acabamos de ver, está conformada por números, letras y variable, aparte la variable ¿Está elevada a un? 051. Estudiantes: Exponente. 052. ICA: Exponente... Luego les pregunté, ¿Qué son los coeficientes?. 053. ICA: ¿Cuáles son los puntos que les mandé a investigar?, grado, ¿Que más?. 054. Estudiantes: Polinomio. 055. ICA: Tipos de polinomio, término independiente, términos semejantes, ajá ¿Cómo se yo, que dos términos son semejantes?. 056. Estudiantes: Misma variable. 057. ICA: Debe tener, la misma variable, ¿Qué otra cosa?. 100. ICA: Ahora cuando estamos hablando de grado, ¿Qué es el grado?	✓ L114. I: Ok, ¿Cuál estrategia didáctica empleaste para la introducción de la noción; polinomio?, es decir, ¿Cuál fue la secuencia que seguiste en la clase para presentar la definición? ✓ L115. ICA: Bueno primero, obviamente mandé a hacer la investigación, que estaba relacionada con lo que era una expresión polinómica, una variable, un exponente, un grado, coeficiente. ✓ L116. I: ¿Por qué esa estrategia didáctica y no otra? ✓ L117. ICA: Porque es la que comúnmente uso. Porque si yo tuviera conocimiento de la parte histórica o de como se, se idearon los polinomios, fuese empezado con un problema que me generara a mi, o sea, utilizar una expresión algebraica, el polinomio y un método de resolución de equis cosa. ✓ L118. I: Pero, ¿Con qué propósito es la investigación? ✓ L119. ICA: Para reforzar o para recordar si estamos trabajando con polinomio, es importante que ellos recuerden que es una expresión algebraica. ✓ L120. I: Es decir, ¿La investigación la empleas como un apoyo? ✓ L121. ICA: Si. ✓ L122. I: Una realizada la investigación, la cual esta contenida por la teoría de algunos aspectos de los polinomios, ¿Por en base a ella, realizas la mayoría de las preguntas en clase? ✓ L123. ICA: Cuando te refieres a la teoría, ¿Es lo que mando a investigar o lo que

¿Qué encontraron de grado? ¿Nadie?. Veamos, primero que encontraron de polinomio, ¿Qué es un polinomio? ¿Qué es polinomio?.104. **ICA:** Entrando en el tema de los polinomios simplemente, vamos a definir los polinomios como una expresión, ¿Qué cosa? 105. **Estudiantes:** Algebraica. 106. **ICA:** Algebraica, que está formada ¿Por quién?. 107. **Estudiantes:** Números, signos y letras. 108. **ICA:** Números, signos, variables, ¿Y que otra cosa?... exponentes. Por ejemplo, denme un ejemplo de polinomio, cualquiera, ¿Qué es lo que debemos de recordar?110. **Estudiante:** Que un polinomio esta conformado por signos, números, letras, variable y exponentes. 138. **ICA:**...Ahora vamos a identificando los elementos de un polinomio. Vamos primero con los coeficientes, ¿Cuáles son los coeficientes?, son todos aquellos números que me acompañan aquí a la variable, ¿Cuáles son los coeficientes?

digo?

- ✓ **L124. I:** *A ambas cosas, siempre y cuando estén referidos a las justificaciones matemáticas.*
- ✓ **L125. ICA:** Ah, porque bueno, nunca está demás, o sea, si generalmente tu trabajas, tu te estas guiando por un libro equis, equis bibliografía, y así yo le de los conceptos, las definiciones, la parte que yo considere que se tenga que dar, siempre considero necesario que tu mandes a investigar, escuchar como que otras, no se si otras maneras, o quizás para completar, lo que yo diga, el estudiante consiga lo que yo haya omitido y que a lo mejor sea importante y yo no lo diga. Sino que como para hacer una comparación, que quizás este algo que yo de, esté expresado en otras palabras en el libro sea igual, distinto o quizás varié.

✓ Anexo G-5. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓ Proceso de estudio ✓ Clase N°2

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 001. **ICA:** Aja miren, para continuar con la clase pasada, fíjense aquí en este esquema, más o menos puedan visualizar de una manera más sencilla, 002. **ICA:** pero antes, vamos a recordar que es lo que vimos la clase pasada, ¿De que se acuerdan?, sin ver el cuaderno, ¿Qué vimos? 031. **ICA:** Ajá, entonces debemos recordar que polinomio es una expresión algebraica, los polinomios siempre se van a representar con la letra “P”, pe, 032. **ICA:** mayúscula, ellos poseen una clasificación, monomio, binomio, trinomio, el monomio ¿Qué me dice?. 048. **ICA:** Polinomio. Entre las operaciones básicas de los polinomios, tenemos la adición y sustracción, conocidos comúnmente como suma y resta. Lo primero que ustedes deben de determinar, es que los términos deben ser todos semejantes, ¿Qué son términos semejantes? ¿Qué recuerdan de eso?, para que dos términos sean semejantes, ¿Qué debe pasar?. 058. **ICA:** Exacto, los coeficientes pueden ser diferentes, pero, la variable y los exponentes deben ser iguales para que sean términos semejantes. Ajá, hoy vamos a ver lo que es la adición y sustracción, la suma y la resta, ¿Qué es lo primero que vamos a verificar?, que los términos, ¿Deben ser? 060. **Estudiantes:** Semejantes. 061. **ICA:** Semejantes. Segundo, deben ordenar los polinomios, ¿De forma?, decreciente, es decir, del mayor exponente al menor

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ **L126. I:** ... ¿Cuáles son las tareas didácticas que te planteas cuando te dispones a planificar las clases en torno a los polinomios?
- ✓ **L127. ICA:** La resolución de ejercicios, pasar a la pizarra, sería una tarea, identificar los elementos de los polinomios.
- ✓ **L128. I:** *Es decir, que cuando te planteas las tareas didácticas, éstas están dirigidas a la resolución de ejercicios.*
- ✓ **L129. ICA:** Bueno, primero la investigación, luego viene obviamente la explicación de eso que mande a investigar, luego viene, los planteamientos de ejercicios para que haya interacción docente – alumno, y luego obviamente formulación de ejercicios.
- ✓ :
- ✓ **L138. I:** *Ok, continuamos, ¿Comparas las técnicas, antes de seleccionar una?, es decir, ¿Comparas los métodos de*

exponente. Luego lo vamos a ordenar de manera que queden los términos semejantes uno debajo del otro y por último resolvemos la suma algebraica. Ésta suma, ¿Me la va a indicar, quién?. 064. **Estudiante:** Los signos. 065. **ICA:** Los signos. Ajá, pero antes de esto, yo les mandé a ustedes a investigar ¿Qué hacer cuando un polinomio no está completo? ¿Qué debemos hacer? ¿Si el polinomio no está completo, que debemos hacer? 177. **ICA:** Menos tres elevado a la dos ($-3L^2$) y por último, menos dos (-2). Ahí; $4L^8+0L^7+5L^6+0L^5+0L^4-2L^3-3L^2-2$, está ordenado. Siempre, ante de irnos a esto, a la suma y la sustracción, lo primero que debo de hacer es, ordenar y completar el polinomio. Ahora vamos a aprovechar que tengo este polinomio aquí, vamos a sacarle todo, ¿Cuáles son los coeficientes?. 229. **ICA:** Ajá, vamos con suma. Ajá, sean los polinomios, $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, a mí me dicen, hallen ¿Qué cosa? ¿Qué operación hay aquí; $P(m)+Q(m)$?. 265. **ICA:** Menos tres (-3), ordenamos siempre del mayor al menor, si no posee un monomio, lo que hago es completarlo aquí con cero. Este es pe de eme $]P(m)=7m^6+4m^5+0m^4-5m^3+0m^2+0m-3[$, ¿Qué vamos hacer ahora?, vamos a tomar qu de eme $Q(m)$, igualmente lo vamos a ordenar de mayor a menor y lo vamos a ir ubicando de acuerdo al exponente, ajá, ¿Cuál es el primero de qu de eme?. 315. **ICA:** Lo que vamos a resolver es los coeficientes, la variable y los exponentes se queden iguales... 400. **ICA:** Mientras, Dana lo hace en la pizarra, ustedes lo hacen en el cuaderno y la vamos a ayudar. Vamos a sumar, ¿A quién?, a pe de eme más o de eme $P(m)+O(m)$, ¿Qué vas a ir haciendo?, ordenándolo de mayor a menor y si está incompleto lo completamos con cero.

resolución de una tarea determinada?

- ✓ **L139. ICA:** No, no las comparo.
- ✓ **L140 I:** *¿En qué te basas para seleccionar una técnica de enseñanza?*
- ✓ **L141. ICA:**... ¿En qué me baso?, en buscar la manera como que más fácil que ellos puedan asimilar el contenido pues.
- ✓ **L142. I:** *¿Por qué empleas sólo un método de resolución?*
- ✓ **L143. ICA:** Desconocimiento de otros métodos pues.
- ✓

✓ **Anexo G-6. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓

✓ **Proceso de estudio**

✓ **Clase N°3**

✓

✓ **Indicadores de la Observación**

- ✓ 001. **ICA:** ¿Que fue lo que vimos la clase pasada?. 002. **Estudiantes:** Suma y resta de polinomio. 003. **ICA:** ¿Si, vimos suma y resta?. 004 **Estudiantes:** Si. 005. **ICA:** ¿En serio?. 006. **Estudiantes:** Si, aquí dice suma y resta. 007. **ICA:** Ajá, pero de las operaciones que son; adición, sustracción, multiplicación y división, vimos una nada más, ¿Cuál fue?. 008. **Estudiantes:** La suma. 024. **ICA:** Ajá, ahora vamos con la sustracción, fíjense, en el primer ejemplo, me están pidiendo que opere, ¿Con cuáles polinomios?. 025. **Estudiantes:** Con pe de equis y eme de equis. 052. **ICA:** Con eme de

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ **L140. I:** *¿En qué te basas para seleccionar una técnica de enseñanza?*
- ✓ **L141. ICA:**... ¿En qué me baso?, en buscar la manera como que más fácil que ellos puedan asimilar el contenido pues.
- ✓ **L142. I:** *¿Por qué empleas sólo un método de resolución?*
- ✓ **L143. ICA:** Desconocimiento de otros métodos pues.
- ✓ **L144. I:** *¿Explicas a los estudiantes el por qué no se estudian otros aspectos de los polinomios?*
- ✓ **L145. ICA:** No.

equis $M(x)$, este signo menos que tengo aquí; $P(x)-M(x)$, delante de este polinomio $M(x)$, me va afectar a mí a todo este polinomio. No se si ustedes recuerdan cuando tienen una eliminación de signos de agrupación, por ejemplo que tengan; menos, tres y menos dos $-(3-2)$ [, ¿Cómo hacemos para eliminar este paréntesis ahí? ¿Qué debo de hacer para eliminar ese paréntesis?. 057. **Estudiantes:** Se suman. 058. **ICA:** ¿Se suman?. 059. **Estudiantes:** Se restan. 060. **ICA:** ¿Se restan?. 061. **Estudiantes:** Se divide. 062. **ICA:** No. ¿Qué ven ustedes ahí; $-(3-2)$ [? ¿Cómo resuelven esto; $-(3-2)$ [?. 063. **Estudiantes:** Con una suma. 064. **ICA:** ¿En donde hay una suma?. 065. **Estudiantes:** Una resta. 066. **ICA:** Ajá, pero, ¿Qué tienen ahí?. 067. **Estudiantes:** Unos números. 101. **ICA:** Pero este signo menos que está ahí, ¿Qué función cumple fuera del paréntesis?. 102. **Estudiantes:** 103. **ICA:** Ustedes recuerdan la propiedad distributiva. 104. **Estudiantes:** No. 107. **ICA:** A juro para yo poder resolver, debo eliminar ese signo fuera del paréntesis, ese signo menos me afecta a mí todo lo que está dentro del paréntesis, porque me está haciendo una operación ahí, ¿Cuál operación está ahí?. 109. **Estudiante:** La multiplicación. 110. **ICA:** La multiplicación, yo debo hacer esa propiedad para poder eliminar, ¿Qué cosa?, esos paréntesis. ¿Qué voy a multiplicar?. 111. **Estudiantes:** Los signos. 112. **ICA:** ¿Menos por quién?. 113. **Estudiantes:** Por el positivo. 114. **ICA:** Más, entonces, menos por más, ¿Cuánto me da?. 115. **Estudiantes:** Menos. 142. **ICA:** ... y luego resuelvo tal cual como como lo hacíamos en la adición, no porque me diga resta, yo voy a restar, voy a tomar en cuenta, ¿Qué cosa?, los signos. 159. **ICA:** Ahora vamos a restar, ¿Cuáles polinomios?. 160. **Estudiantes:** Eme de equis. 161. **ICA:** Eme de equis, ¿Con quién?. 162. **Estudiantes:** Ese de equis. 163. **ICA:** ¿A cuál polinomio se le van a cambiar los signos?. 164. **Estudiantes:** A ese de equis.

✓ Indicadores de la Observación

✓

- ✓ :
- ✓ **L149. ICA:** No, no les dije, en realidad quede ahí y ya.
- ✓ **L150. I:** OK, ¿Al decidir la técnica de resolución y las propiedades a enseñar, éstas son apoyadas en algún texto de estudio?
- ✓ **L151. ICA:** Claro.
- ✓ **L152. I:** ¿Cuál?
- ✓ **L153. ICA:** Ahorita la colección bicentenario.
- ✓ **L154. I:** ¿Y por qué ese y no otro?
- ✓ **L155. ICA:** Porque ese es el que tenemos que, o sea, ese es el recurso por el cual debemos regir nuestro proceso de enseñanza y aprendizaje, de acuerdo al Ministerio del Poder Popular para la Educación. Obviamente tampoco es una camisa de fuerza, uno puede tomar como referencia otras bibliografías, pero ahí que trabajar en función de ese texto.
- ✓ **L156. I:** ¿La institución tiene conocimiento de los aspectos de los polinomios que se enseñan y de la manera como lo hacen?
- ✓ **L157. ICA:** No, no tienen conocimiento, porque es que ellos ni revisan la planificación.
- ✓ :
- ✓ **L160. I:** Las clases a enseñar, ¿La estructuras en base a algún texto de estudio o por los conocimientos aprendidos como estudiante universitario?
- ✓ **L161. ICA:** Ambos.
- ✓ **L162. I:** ¿El texto de estudio es la colección bicentenario, como me habías dicho?
- ✓ **L163. ICA:** Si.
- ✓ **L164. I:** Ok, ¿Tomas en consideración elementos históricos para el desarrollo de las clases de polinomios?
- ✓ **L165. ICA:** No.
- ✓ **L166. I:** ¿Por qué no?
- ✓ **L167. ICA:** Por desconocimiento de la parte histórica.

✓ Indicadores de la Entrevista

✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓

- ✓ **L1.I:** ¿Qué entiendes por polinomio?
L2.ICB: E..., polinomio es una expresión, en
 de... los coeficientes son números racionales, ok, y
 variable, y la variable tiene que estar elevado a un

incógnita, recordemos cuando vimos ecuaciones en Z , ok, hablamos de una variable o incógnita, en este caso, también, la vamos a 016. ICB:...conseguir con los polinomios, ok, y el número que acompaña a esa variable, es un número natural. 025. ICB:...el número que acompañe a esa variable, ok, 026. ICB:...tiene que ser un número racional o un número; vamos a hablar de números enteros, en este caso ¡Ok!. 085. ICB: Si la expresión cumplen con estas dos condiciones, primero; que el número que compone a la variable, en este caso, "x", ok, son racionales o 085. ICB: enteros, vamos a hablar de enteros, ok, son números enteros y los exponentes de esa variable son números naturales. 104. ICB: Si una expresión de un polinomio o podemos reconocer que una 105. ICB: expresión no es polinomio, ok, si en ninguna de las variables debe aparecer en el denominador. ¡Ok!. Otra también, sería, ni con exponentes 106. ICB: negativos, ni dentro de una raíz y ni tampoco entre barras indicando valor absoluto. 127. ICB: Cuando se emplean las dos condiciones. Primero; el número que acompaña a la variable, debe ser un número entero o racional. ¡Ok!. Y que el 128. ICB: número, el exponente o el número de arriba como le dices tu, tiene que ser natural, es decir, diferente de los números negativos. 132. ICB: No, o sea, si ya hay uno, que el exponente, que sea negativo, ya la expresión no es un polinomio, no, ya la expresión es automáticamente, no es 133. ICB: un polinomio. 135. ICB: El número que acompaña a la variable puede ser negativo, allí si, pero el exponente no. 146. ICB: ¡Ok! Ahora vamos a definir los elementos de un polinomio. Primero, los términos; son cada uno de los sumandos del polinomio. 148. ICB:... Segundo, los coeficientes; son los números que acompañan las 150. ICB: variables. 167. ICB: ¡Ok, fíjense! Este numerito que no es coeficiente en estas expresiones, es lo que llamamos; término independiente... 168. ICB:... El término independiente del polinomio; es el que no va acompañado de la variable... 182. ICB: ... Ahora conoceremos, cual es el grado del polinomio... 186. ICB: Es el mayor exponente, al cual, está elevado la variable, cuyo coeficiente, la variable, cuyo coeficiente sea distinto de cero... 197. ICB: Ok, fíjate, ¿Todo número elevado a la uno?, por potenciación lo pueden... ¿Todo número elevado a la uno, cuánto es? 199. ICB:... es el mismo número, todo número elevado a la uno, es el mismo número... entonces se sobreentiende. 201. ICB: ... Por eso, esa es la justificación; todo número elevado a la uno. 203. ICB: Da el mismo número, ok. 204. ICB: un término independiente, bueno el exponente es cero, ya les voy a decir, porque es cero, ok. También hay otra propiedad de potenciación, que me 205. ICB: dice; que todo número elevado a la cero. 213. ICB: Da el mismo número. ¡Ya va, sino se lo saben, ya! Todo número elevado a la cero es, uno. 215. ICB: También se por justificaciones también sé por elemento neutro de la multiplicación; que todo número multiplicado por uno ¿Me da? 217. ICB: El mismo número, por eso, el exponente de este término independiente es cero.

número natural.

- ✓ **L3.I:** ¿Cómo interpretas los polinomios?
- ✓ **L4.ICB:** E..., me agarraste fuera de base, e... así relacionándolo con la vida diaria no te lo sabría decir, pero sería como... este... ¿No podríamos pasar a la siguiente pregunta?
- ✓ **L5. I:** Ok, ¿Por cuál vía introdujiste la noción de polinomio?
- ✓ **L6. ICB:** Mi visión de dar matemática siempre ha sido relacionarlo con la vida diaria para que los muchachos no la vean tan, tan fastidiosa pues, creo que es una estrategia que tengo yo para dar clases. Entonces les di varios ejemplos, en donde los polinomios podrían ser usados en la vida diaria tanto para problemas de la estadística, problemas económicos, les di una serie de ejemplos pues, donde les fui desglosando lo que eran los polinomios, como podíamos hacer operaciones y eso.
- ✓ **L7. I:** ¿Pero cuál fue esa definición previa que te permitió dar la definición de polinomio?
- ✓ **L8. ICB:** Bueno les hable que era una..., o sea les dije que los polinomios era una acumulación de varios problemas, o sea yo lo relaciono así, es la acumulación de varios problemas que no tenemos una respuesta y que la podemos escribir mediante una expresión con algunas características que fue la que te dije en un principio, los coeficientes eran números racionales, en donde se involucraba claramente que los coeficientes eran números racionales y que los exponentes de esa variable, que en este caso la variable eran los problemas a los que me estaba refiriendo eran números naturales.
- ✓ **L9. I:** Es decir, ¿Qué no empleaste una definición matemática previa antes de introducir la noción de polinomio?
- ✓ **L10. ICB:** No si, yo di una definición, o sea, yo dije que un polinomio era una expresión tal cual, o sea una expresión de ese tipo como te la estoy diciendo.
- ✓ **L11. I:** Ok, pero sabes que en algunos casos antes de introducir la noción de polinomio algunos textos por ejemplos lo hacen luego de hacer referencia a expresión algebraica o a la noción función.
- ✓ **L12. ICB:** Ah ok, yo no se los dije de una vez, pero si se los dije a mediados que fui desarrollando el tema, que era una función también, que se podía expresar como una función, no inmediatamente a la definición.

✓
✓
✓
✓

[illegible]

✓

✓ Anexo H-2. Tecnología – Teoría presentada por la ICB, visto a través de

los indicadores de observación y entrevista.

✓ Tecnología – Teoría

✓ Clase N°2

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 006. ICB: Ok, un polinomio lo definimos, yo creo de una manera más clara, y dijimos que un polinomio es una expresión, donde el número que va 007. ICB: acompañando a la variable era un número racional o un número entero, vamos a trabajar más que todo con números enteros acá, ok, y donde el 008. ICB: exponente, que es el número al cual, estaba elevado la variable era... tenía que ser natural, sino cumplía con esas dos condiciones, dijimos que la 009. ICB: expresión no era polinomio, ok... 026. ICB: Simplemente porque unos de los exponentes de la expresión no es natural o el número es negativo. Ok, Simplemente porque unas de las 027. ICB: condiciones falló... Ok, también dimos unas observaciones, primero; que los 028. ICB: exponentes no deberían ser diferentes de los números naturales, incluso tampoco la variable debería estar encerrada en una raíz, o en dos barras, que 028. ICB: es lo que típicamente llamamos valor absoluto. 031. ICB: Luego seguimos con los elementos de un polinomio, hablamos de un término independiente, hablamos de los términos del polinomio, hablamos que 032. ICB: en un polinomio, ok, cada uno de ellos por separados tiene un nombre y le damos una definición, y dijimos, empezamos con los términos de un 033. ICB: polinomio, y dijimos que era cada uno de los sumandos del polinomio... 038. ICB:... Los coeficientes eran aquellos numeritos enteros, ok, que estaban acompañando a la variable... 050. ICB:... Entonces, este numerito que no esta acompañado de ninguna 051. ICB: variable, es lo que llamamos el término número cuatro o el tres, que es el término independiente de un polinomio... 060. ICB:.. el grado se determina con aquel mayor exponente, ok, el mayor exponente, de esa 060.

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ L13. I: *¿Cuál consideras que es las características más resaltantes de los polinomios?*
- ✓ L14. ICB: Las características e... bueno primero conocer los coeficientes, esa es una característica, segundo la variable, la variable ue se está trabajando, los números naturales al cual va a está elevado cada una de las variables, e... características concretas con lo que es una expresión polinómica, ¿No?, yo creo que esas serian.
- ✓ L15. I: *Es decir, ¿Qué las características más relevantes están relacionadas a identificar los elementos de un polinomio?*
- ✓ L16. ICB: Exacto son las características más importante que veo de los polinomios.
- ✓ L17. I: *¿Cuál es el campo numérico al cual pertenecen los coeficientes y exponentes?*
- ✓ L18. ICB: Los coeficientes números enteros, e números racionales y los exponentes, yo no amplié mucho los números racionales mucho en este año, porque los muchachos no tenían esa noción muy amplia de los números racionales, entonces trabajar con los números racionales era como...
- ✓ L19. I: *¿Por eso durante las clases hacías más referencia a los números enteros que a los racionales?*
- ✓ L20. ICB: Si, e incluso les dije a los muchachos allí, que la definición era para números racionales, si para números racionales pero íbamos a trabajar con números enteros y recuerda que los números racionales es la división o fracción de un número entero.
- ✓ :
- ✓ L25. I: *¿Que no conoces otra vía?*
- ✓ L26. ICB: Ahorita no, o sea como construir la definición a partir de otra no lo he pensado en realidad.
- ✓ :
- ✓ L149. I: *Por último, ¿Cuál es la diferencia entre función polinómica y polinomio?*
- ✓ L150. ICB: Una función debe cumplir que la asignación que yo le doy.... Ahí ya va... ah no, o sea, una función como tal, o sea, está conformada por una relación, pero debe tener unas condiciones, la condición es que la relación que tenga un determinado grupo o conjunto de

ICB: expresión... 169. ICB:... los polinomios también podemos representarlo mediante una función, una función, 170. ICB: vamos a hablar de números naturales acá, natural, ok, que relaciona cada uno de los términos con otros, que también son números enteros, ok, y la 171. ICB: podemos definir como o viene definida por mediante un polinomio... 172. ICB:... las funciones también podían representarse, ok, en donde esta partecita que esta aquí en la variable, ok, la cual depende 173. ICB: esa función, ok, y como viene definida por un polinomio, ok, entonces la vamos a llamar de ahora en adelante con una letra mayúscula, ok. Continúa en las líneas: 174, 175, 176, 177, 178, 179, 182, 183, 184, 185, 197, 198, 199, 210, 221, 240.

números, de objetos, de cosas tiene que tener una única relación con otro conjunto de números, de los que se relacione, creo que la definición sería.

✓

✓

✓

L153. I: *¿Pero cuál es la diferencia?*

L154. ICB: Ah no se.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓



✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓ **Anexo H-3. Tecnología – Teoría presentada por la ICB, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

☒

✓ Tecnología – Teoría

✓ Clase N°3

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 001. ICB: Ok, quedamos en la clasificación de los polinomios, hablamos de un monomio... 003. ICB: Un polinomio que consta de un solo término, ok, hablamos de un binomio, que era un polinomio que constaba de dos términos, luego de 004. ICB: trinomio de tres términos, luego hablamos de polinomio que era una expresión de varios términos... 006. ICB: Polinomio nulo, ok, es el polinomio constituido de tal manera que todos sus coeficientes... 009. ICB:... donde todos sus coeficientes son iguales a cero, caracterizado de esta manera o viene 010. ICB: dado de esta manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, fíjense, el cero acompañado de la variable, incluso primero todo numero multiplicado por cero... 014. ICB: Cero, ok. Entonces, "Q", el polinomio que llamamos en este caso "Q", variable equis, que depende de la variable equis, este que está aquí 015. ICB: expresado de esta manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok, es igual a cero... 020. ICB: Polinomio completo... es aquel polinomio que tiene todos los términos... desde el término 021. ICB: independiente... hasta el término de mayor grado... 157. ICB: Ahora bien, el número siete, es polinomio incompleto, un polinomio incompleto es un polinomio que no está completo, así. 164. ICB: Es aquel polinomio que no tiene todos los términos, repito, es aquel polinomio que no tiene todos los términos, desde el término 65 ICB: independiente... 167. ICB:... hasta el término de mayor grado. Lo que hice fue negarle la definición... 181. ICB:... Ok fíjense, les tengo 182. ICB: aquí, que es polinomio constante, pero no lo voy a dar, vamos a terminar este, este... vamos con polinomio ordenado, ok, vamos hablar de un 183. ICB: polinomio ordenado, vamos a definir como ordenar un polinomio, en forma creciente y en forma decreciente... 188. ICB: Ok, un polinomio ordenado o un polinomio está ordenado, ok, si los monomios... 191. ICB:... están escritos de forma creciente, de menor a mayor, es decir, van creciendo o viceversa, que es de 192. ICB: mayor a menor, y eso forma es decreciente... 200. ICB: Ok, aquí lo que

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ L35. I: ¿Qué propiedades poseen los polinomios?
- ✓ L36. ICB: Bueno... la propiedad... ya cuando hablamos de, en general si si. Claro está la suma, la adición de términos, no esta la multiplicación entre término y término, la adición y la sustracción pues. O sea no conozco otra propiedad.
- ✓ L37. I: ¿No conoces otra?
- ✓ L38. ICB: Bueno por términos, si lo vemos por términos está la potenciación también, ahí una multiplicación de un coeficiente por una variable, desglosándolo así si, pero por términos si esta la adición, por términos como tal, cada sumando, ok, esta la adición, e... en cada uno de los términos está la multiplicación de un coeficiente por una variable, en la variable hay una potenciación, una variable elevado a un número natural, e... bueno también hay una división también, porque son números racionales y...
- ✓ L39. I: Ok, seguimos, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes en el estudio de los polinomios?
- ✓ L40. ICB: ¿La tarea para yo dar las clases?
- ✓ L41. I: Ajá.
- ✓ L42 ICB: Primero debemos conocer que no toda expresión escrita de esa manera, descrita de una manera, o sea, de adición, una multiplicación por un coeficiente no todos son polinomio, entonces yo creo que deberíamos empezar conociendo, cuando una expresión es polinomio, luego de eso conocer la clasificación de ellos, por eso yo me extendía mucho en la clase en el término, el coeficiente, la variable, el grado del polinomio, es muy importante eso, yo creo que la tarea más resaltante es empezar conociendo cuando una expresión es polinomio y sus nombres.
- ✓ L43. I: O sea, ¿En el estudio de los polinomios consideras que la tarea más resaltante está dirigida a identificar un polinomio?
- ✓ L44. ICB: Bueno como tal, para yo dar la clase a los muchachos esa es la tarea primordial, o sea, depende del ámbito por ejemplo, si yo digo que las expresiones polinómicas sirven para solucionar un problema de economía, de algún problema del banco, de alguna cuestión que se resuelva por medio de expresiones polinómicas, yo digo que la tarea más importante es resolver polinomios, yo creo que también depende del

hice fue definir la manera podemos ordenar un polinomio de forma creciente o decreciente. De forma creciente, ordenar el 201. ICB: polinomio desde el término independiente hasta el término de mayor grado. De forma decreciente, al contrario, desde el término de mayor grado 202. ICB: hasta el término independiente.

✓
✓

ámbito donde lo vean.

✓ **L45. I:** *Por ejemplo, ubicándote en segundo año, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes que tú consideras en el estudio de los polinomios?, aparte de identificar, ¿Solamente identificar?*

✓ **L46. ICB:** No, e... este resolver, resolver operaciones, la multiplicación, la división, la adición, la sustracción, ok, que ellos aprendan a manejar lo básico de las operaciones con polinomios para que luego se vayan desarrollando otras cosas.

✓

✓

✓ Anexo H-4. Tecnología – Teoría presentada por la ICB, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓

✓

✓ Tecnología – Teoría ✓ Clase N°4

✓

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 001. ICB: unas observaciones puntuales a lo que acabo de decir es; para trabajar con un 002. ICB: polinomio, ahorita copian, para trabajar con un polinomio es necesario que esté ordenado, ok, en cualquiera de las dos formas, en forma creciente o 003. ICB: en forma decreciente, ok. Es necesario que el polinomio esté ordenado de cualquiera de las dos formas, ¿Estamos de acuerdo?. Al ordenar un 004. ICB: polinomio incompleto, debe colocarse como coeficiente, recuerdan que es un coeficiente, ¿Verdad?, el coeficiente, es el numerito entero que 005. ICB: acompaña a la variable, ¿Verdad?, fíjense de lo que estamos hablando. Al ordenar un polinomio incompleto debe colocarse como coeficiente cero, 006. ICB: el número cero, en el lugar donde falta un término. 023. ICB: Función polinómica, estaba pe de equis era igual a sub ene equis a la ene, más puntos suspensivos ($a_n x^n + \dots$), ok y continuaba de forma 024. ICB: decreciente... 027. ICB: Función polinómica, ¿No lo tienen?, si lo di, ok, ese, es una formulita, vamos a verlo así, y el signo que está acompañado ahí, ¿Era el positivo, verdad? ¿Todos eran positivos?. 029. ICB: Luego como estamos trabajando con números enteros, ahí puede estar afectado, que uno de los números sea negativo. Ok fíjense bien, el cero es 030. ICB: un número neutro; no es ni positivo, no es ni negativo, porque si yo le quito cero a un número y le sumo cero a un número, siempre me va a dar el 031. ICB: mismo número, ¿Verdad que si?, ok, ahí coloque aquí menos, pero coloquemos aquí más, ¿Cero por equis a la cinco ($0x^5$), cuánto es?. 035. ICB: Cero, porque si yo sumo este término más cero

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ **L110. I:** *¿Pero buscas otros métodos de resolución que tu digas se tiene este, este y este otro?*
- ✓ **L111. ICB:** O sea, como te dije conozco uno solo, ok como tal, no las comparo, no he indagado más allá para otra técnica, y decirte que voy a seleccionar, o sea que voy a decir otra, es mentira porque conozco uno solo.
- ✓ **L112. I:** *Ajá, ¿En qué te basas para la selección de una técnica de enseñanza?*
- ✓ **L113. ICB:** Bueno primero este... aunque uno estudio esa parte, yo siempre consulto las bibliografías y ahí bibliografías que quizás tienen métodos de resolución distintos, pero quizás siempre uno es más accesible que el otro para, o sea, a la hora de uno enseñar y más que todo a este nivel.
- ✓ **L114. I:** *¿Cuáles son las bibliografías que consultas?*
- ✓ **L115. ICB:** La de Santillana, la de, ¿Cómo es que se llama la azul?, Ely Gret, algo así.
- ✓ **L116 I:** *Ely Brett.*
- ✓ **L117. ICB:** Ely Brett, esa, ah y tengo una enciclopedia que tiene Matemática, Física y Química.
- ✓ **L118. I:** *¿No consultas la colección Bicentenario?*
- ✓ **L119. ICB:** Bueno lo que pasa es que la colección bicentenario llego aquí fue que, te digo ya terminado el segundo lapso, ok, y yo creo que es muy extenso el contenido que esta ahí, yo creo

($5x^6+0$), me sigue dando ese mismo término, ¿Estamos claros?, aquí lo que estamos es 036. ICB: completando el polinomio y lo estamos ordenando... 130. ICB: Fíjate, no necesariamente, escuchen, no necesariamente me tengo que fijar en el primer término para saber el grado del polinomio, ok, tengo 131. ICB: que ver todos los términos... 158. ICB: Un polinomio, esta completo ¿Cuándo?, fíjense, polinomio completo, todos lo tienen, es aquel polinomio que tiene todos los términos desde el 159. ICB: término independiente hasta el término de mayor grado...

que para segundo año te pones a ver y ahí hablan de, definen la función polinómica y muestra "a" a la ene menos uno, y todo eso, y llevárselo a los muchachos de segundo año es un poquito confuso, si lo he consultado pero no lo he involucrado.

- ✓ **L120. I:** La siguiente pregunta, ¿Por qué emplea sólo un método de resolución?
- ✓ **L121. ICB:** Por ejemplo en la adición y multiplicación por la cuestión que te estoy diciendo de que es el que conozco, ok.

✓

✓

✓

✓

- ✓ **Anexo H-5. Tecnología – Teoría presentada por la ICB, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓

✓

✓ **Tecnología – Teoría**
✓ **Clase N°5**

✓

✓ **Indicadores de la Observación**

✓ **Ausencia absoluta**

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ **L135. I:**... ¿Las clases a enseñar la estructuras en base a algún texto de estudio o por el conocimiento aprendido como estudiante universitario?
- ✓ **L136. ICB:** Por el conocimiento aprendido, la experiencia también...

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓
✓
✓ **Anexo H-6. Tecnología – Teoría presentada por la ICB, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓ **Tecnología – Teoría**
✓ **Clase N°6**

✓ **Indicadores de la Observación**

- ✓ 005. ICB: Adición de polinomios; para sumar polinomios usaremos las siguientes técnicas, número uno; se ordena. 007. ICB: ... el polinomio dado, se ordena... en forma creciente o decreciente... 008. ICB:... recuerden que de manera creciente; es desde el término independiente hasta el término que tenga 009. ICB: mayor exponente. Y de forma decreciente; es desde el término que tenga mayor exponente hasta el término independiente... 010. ICB:... completándose. 014. ICB: Con coeficientes cero, la variable que haga falta... 016. ICB:... se ubica los polinomios uno 017. ICB: debajo del otro... de manera, de manera que coincidan. 019. ICB:... los términos semejantes... el último 020. ICB:... se suma algebraicamente. 023. ICB: se suma algebraicamente los coeficientes de los términos semejantes. 026. ICB:... para efectuar la adición 026. ICB: entre dos polinomios, ok, hacemos lo siguiente... las reglas que les di hace un rato... 030. ICB: ... se ordena el polinomio dado en forma creciente o decreciente... 053. ICB: Ok, ahora bien, término semejante con término semejante...071. ICB: Pero como necesito tener término semejante con término semejante, entonces yo completo este espacio en blanco con cero equis...072. ICB:... eso no te va a afectar para nada la expresión...099. ICB:... luego la suma del polinomio pe de equis $P(x)$ más qu de equis $Q(x)$, es 100. ICB: otro polinomio...

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ **L47. I:** *¿Es decir, que las tareas sobre factorización, no son tan resaltantes?*
✓ **L48. ICB:** Eso sería después que tú hayas estudiado todo eso y vayas conociendo las operaciones básicas como es la división, multiplicación, adición y sustracción, entonces vas conociendo los productos notables.
✓ **L49. I:** *Pero estudiar productos notables, las operaciones con polinomios y factorizar, ¿Son tareas resaltantes?*
✓ **L50. ICB:** Si son resaltantes.
✓ **L51. I:** *¿Entonces, por qué no las enseño?*
✓ **L52. ICB:** No yo creo que el tiempo fue el factor más influyente.
✓ **L53. I:** *¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?*
✓ **L54. ICB:** E... método como tal, la adición e... uno.
✓ **L55. I:** *¿Cómo se llama esa técnica de resolución?*
✓ **L56. ICB:** Adición de polinomios.
✓ **L57. I:** *¿Ese es el nombre de la técnica de resolución que empleaste para adicionar y sustraer polinomios?*
✓ **L58. ICB:** No lo conozco, o sea, se como colocar los polinomios de cualquier forma y se como sumarlos, ok, no se si llamarlos agrupando términos semejantes o colocando términos semejantes con términos semejantes, pero método como tal no, de adición no.
✓ **L59. I:** *¿Entonces quiere decir que conoces una sola técnica pero desconoces el nombre?*
✓ **L60. ICB:** Lo conozco como adición de polinomios y si hablamos de características o como se procede a resolver bueno se agrupan términos semejantes con términos semejantes y sumando sus coeficientes.
✓ **I:** ...
✓ **I:** *Ok, ¿Comparas las técnicas de resolución antes de seleccionar una?*
✓ **ICB:** ... si pero, como te dije conozco, o sea, como tal conozco una, por ejemplo la adición, ok, pero si trato de resolver los ejercicios de la forma que, o sea, puede ser como yo te dije, puede que los polinomios o un polinomio, o un monomio...

✓ **Anexo H - 7. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓ **Proceso de estudio**
✓ **Clase N°1**

✓ **Indicadores de la Observación**

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ 001. ICB: ¡Ok fíjense!, todo lo que vemos en matemáticas es importante. ¡Ok!. Aunque ustedes no le ven alguna importancia cuando ustedes hacen los 002. ICB: ejercicios, pero de alguna u otra manera tiene algún significado. De alguna u otra manera tiene una importancia dentro de nuestra vida cotidiana. 003. ICB: ¡Ok!. En este caso, vamos a hablar de los polinomios, ¡Ok!, que aunque quizás lo hayan escuchado por aquí, Aular y Maikol, la otra vez me estaban 004. ICB: comentando ¿Profe cuando vamos a ver polinomios? Que la ya lo estudie con mi profesor que me da clase aparte, en mi tutoriales de matemáticas. 005. ICB: Bueno, para comenzar con los polinomios, ¡ok, fíjense!, los polinomios son tan importantes en la vida diaria, que hasta para planificar nuestros 006. ICB: gastos, que hasta para planificar nuestros gastos, es importante, y lo podemos usar. Pero bueno, aquí vamos a conocer que son los polinomios y 007. ICB: vamos hacer unas operaciones con ellos, e incluso vamos a llegar a hablar de productos notables, vamos hablar de factorización, ¡Ok!, con lo que es 008. ICB: los polinomios, para empezar. 009. ICB: Les dije la importancia de los polinomios en la vida diaria, ok, y les dije también, que íbamos a definir, íbamos a conocer, incluso íbamos hacer 010. ICB: operaciones con polinomios. ¡Ok!. Entonces, para comenzar a conocer que es un polinomio, vamos a continuar con su definición... 012. ICB:... Por ejemplo: $2x^2-3x^3+8$, ok, es un polinomio, ¿Por qué? Porque el número que 013. ICB: acompaña a la variable, en este caso, “x”, ok, es un número racional, le voy a identificar aquí: $(1/2)x^5+8$; cinco (5) éste es el exponente y este que esta 014. ICB: acá, es la variable; la “x”. ¡Ok!. El exponente, fíjense, es un número natural, son números naturales. Mientras la 015. ICB: variable, ok, es una incógnita, recordemos cuando vimos ecuaciones en Z, ok, hablamos de una variable o incógnita, en este caso, también, la vamos a 016. ICB: conseguir con los polinomios, ok, y el número que acompaña a esa variable, es un número natural. Mientras no son polinomios, las siguientes 017. ICB: expresiones: $-5x^2+4x-1$; $-2x+5x^{-1}$ ¿Por qué no son polinomios?, puesto a que el exponente que compone a la variable, no es un número natural. 085. ICB: Si la expresión cumplen con estas dos condiciones, primero; que el número que compone a la variable, en este caso, “x”, ok, son racionales o 086. ICB: enteros, vamos a hablar de enteros, ok, son números enteros y los exponentes de esa variable son números naturales. Entonces: ¿La expresión sería?, 087. ICB: polinomio, ¿estamos de acuerdo?. 102. ICB: En este caso, estamos conociendo que son los polinomios, ok, para ir y hacer sus operaciones, primero estamos

- ✓ **L1. I:** ¿Qué entiendes por polinomio?
- ✓ **L2. ICB:** E..., polinomio es una expresión, en donde... los coeficientes son números racionales, ok, y la variable, y la variable tiene que estar elevado a un número natural.
- ✓ **L3. I:** ¿Cómo interpretas los polinomios?
- ✓ **L4. ICB:** E..., me agarraste fuera de base, e... así relacionándolo con la vida diaria no te lo sabría decir, pero sería como... este... ¿No podríamos pasar a la siguiente pregunta?
- ✓ **L5. I:** Ok, ¿Por cuál vía introdujiste la noción de polinomio?
- ✓ **L6. ICB:** Mi visión de dar matemática siempre ha sido relacionarlo con la vida diaria para que los muchachos no la vean tan, tan fastidiosa pues, creo que es una estrategia que tengo yo para dar clases. Entonces les di varios ejemplos, en donde los polinomios podrían ser usados en la vida diaria tanto para problemas de la estadística, problemas económicos, les di una serie de ejemplos pues, donde les fui desglosando lo que eran los polinomios, como podíamos hacer operaciones y eso.
- ✓ **L7. I:** ¿Pero cuál fue esa definición previa que te permitió dar la definición de polinomio?
- ✓ **L8. ICB:** Bueno les hable que era una..., o sea les dije que los polinomios era una acumulación de varios problemas, o sea yo lo relaciono así, es la acumulación de varios problemas que no tenemos una respuesta y que la podemos escribir mediante una expresión con algunas características que fue la que te dije en un principio, los coeficientes eran números racionales, en donde se involucraba claramente que los coeficientes eran números racionales y que los exponentes de esa variable, que en este caso la variable eran los problemas a los que me estaba refiriendo eran números naturales.
- ✓ :
- ✓ **L19. I:** ¿Por eso durante las clases hacías más referencia a los números enteros que a los racionales?
- ✓ **L20. ICB:** Si, e incluso les dije a los muchachos allí, que la definición era para números racionales, si para números racionales pero íbamos a trabajar con números enteros y

conociendo que es el polinomio, 103. ICB: como se llama cada una de esas cositas que están allí, ok, y luego vamos hacer las operaciones. De esto derivamos las siguientes observaciones, voy a 104. ICB: dictarles, en un polinomio, ok, estas observaciones se delimitan en estos que.... Si una expresión de un polinomio o podemos reconocer que una 105. ICB: expresión no es polinomio, ok, si en ninguna de las variables debe aparecer en el denominador. ¡Ok!. Otra también, sería, ni con exponentes 106. ICB: negativos, ni dentro de una raíz y ni tampoco entre barras indicando valor absoluto. ¡Ok!. Por eso, esta expresión que está acá, fíjense: $-2\sqrt{x+5x^{-1}}$, la 107. ICB: variable, está entre una raíz cuadrada. ¡Ok!. Además, uno de sus exponentes de la variable, es negativo. 112. ICB: ¡Ok, fíjense! Yo quiero como les dije, o sea, es como cuando yo llegue aquí la primera vez, verdad, ajá, llegue a la hora de matemática, pero 113. ICB: que saben ustedes si yo estaba adelantando una hora o no, yo tuve que presentarme y decir mi nombre, soy la 114. ICB: profesora Tati Arteaga, ¡ok!, soy la profesora de la asignatura de matemática, verdad que si, yo tuve que presentarme aquí, para que ustedes supieran cual era mi función acá adentro, 115. ICB: entonces, eso es lo que estamos haciendo con los polinomios. Estamos conociendo o queremos reconocer cuando una expresión es polinomio o no. 116. ICB: Entonces que reconocemos cuando una expresión es polinomio o no, bueno a ella le vamos hacer su identificación, que es lo que vamos a adelantar 117. ICB: ahorita, ok, aquí también, vamos hacer operaciones con ella, si no es polinomio, entonces, no hacemos las operaciones que vamos a definir 118. ICB: de ahora en adelante. ¿Estamos de acuerdo?. 146. ICB: ¡Ok! Ahora vamos a definir los elementos de un polinomio. Primero, los términos; son cada uno de los sumandos del polinomio. Por ejemplo: 147. ICB: $2x^3+5x^2-8$, el polinomio tienen tres sumandos...

recuerda que los números racionales es la división o fracción de un número entero.

- ✓ **L23. I:** *¿Conoces otras vías para construir la definición de polinomio?, es decir, aparte de la vía de expresión algebraica y la de función? ¿Conoces otra?*
- ✓ **L24. ICB:** En realidad no había estudiado, este es la primera vez, no, la segunda vez que doy polinomio, y esta ha sido la primero vez que ha sido, que he estado como un poquito más planificada, porque las otras también me toco así como que de paracaídas y se que en segundo año es que deberíamos aprovechar esa parte de polinomios porque yo se que todo tercero, cuarto y quinto, cuando les hables de polinomios van a quedar como locos no, y lo que hice fue preparar una clase normal, la definición, como te la estoy diciendo desde el principio y no es formado...
- ✓ **L25. I:** *Es decir, ¿Que no conoces otra vía?*
- ✓ **L26. ICB:** Ahorita no, o sea como construir la definición a partir de otra no lo he pensado en realidad.
- ✓ :
- ✓ **L79.I:** *Seguimos, ¿Cuál es la estrategia didáctica para introducir la noción de polinomio?*
- ✓ **L80. ICB:** Bueno al principio, di una lluvia de ideas, e incluso esa estrategia se llama... cuando lees una.... o sea, les echo el cuento de lo que te dije de la vida diaria y todas esas cosas, no recuerdo como se llama esa estrategia.
- ✓ **L81. I:** *O sea comenzaste antes de introducir la noción polinomio, ¿Lo abordaste a través de?*
- ✓ **L82. ICB:** No les di historia, les conté algo relacionado con la vida diaria.
- ✓ **L83. I:** *¿Tomaste aspectos de la vida diaria y lo relacionaste con los polinomios?*
- ✓ **L84. ICB:** Exacto. Entonces forme una lluvia de ideas para realizar lo que era la definición de polinomio, ok, luego hice la introducción a polinomio.
- ✓ **L85. I:** *¿Por qué esa estrategia y no otra?*
- ✓ **L86. ICB:** Porque fue la que me pareció como más... o sea, por lo que te dije al principio, que es la única que había visto como más, la que había

Anexo H - 7. Proceso de estudio propuesto por la ICA, Clase N°1. Continuación.

estudiada desde el principio.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

Anexo H - 8. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓

✓ Proceso de estudio

✓ Clase N°2

✓

✓ Indicadores de la Observación

Anexo H - 8. Proceso de estudio propuesto por la ICA. Clase N°2. Continuación.

✓ Indicadores de la Entrevista

✓ 001. ICB: Ahora bien, para reforzar un poquito lo de la clase anterior, ok, les digo muchachos, que de ahora en adelante cada vez que vean polinomios, van a 002. ICB: ver polinomios durante el resto de su vida como estudiante, ya que es sumamente importante. Ok, fíjense, ¿Quién me ayuda a leer la definición que di de 003. ICB: polinomio la semana pasada?. 006. ICB: Ok, un polinomio lo definimos, yo creo de una manera más clara, y dijimos que un polinomio es una expresión, donde el número que va 007. ICB: acompañando a la variable era un número racional o un número entero, vamos a trabajar más que todo con números enteros acá, ok, y donde el 008. ICB: exponente, que es el número al cual, estaba elevado la variable era... tenía que ser natural, sino cumplía con esas dos condiciones, dijimos que la 009. ICB: expresión no era polinomio, ok, un ejemplo. Estoy recordando muchachos porque hay personas que no asistieron a la clase anterior, ¿Qué ejemplo vimos 010. ICB: ese día?. 031. ICB: Luego seguimos con los elementos de un polinomio, hablamos de un término independiente, hablamos de los términos del polinomio, hablamos que 032. ICB: en un polinomio, ok, cada uno de ellos por separados tiene un nombre y le damos una definición, y dijimos, empezamos con los términos de un 033. ICB: polinomio, y dijimos que era cada uno de los sumandos del polinomio, ok, por ejemplo, esta expresión que es polinomio; $2x^2 - 3x^3 + 8$, ¿Cuántos 034. ICB: términos tiene?. 076. ICB: Sino entendimos la tarea, entonces no entendimos la clase. ¿Cuál

✓ L89. I:... ¿Cuál fue la secuencia didáctica que seguiste para el estudio de los polinomios?
 ✓ L90. ICB: Bueno empecé con la historia, con a finalidad de que ellos tuvieran un... esa noción... o conocieran la importancia de lo que son los polinomios en la vida diaria, luego de eso ok, es algo importante pero que es un polinomio, bueno un polinomio les explique, les di su definición, conocimos cada uno de sus aspectos, que era un término, un coeficiente, e... luego identificamos polinomios, expresiones polinómicas, e... clasificamos los polinomios.
 ✓ L91. I: ¿O sea, que tomaste, la lluvia de ideas, luego de ello diste de una vez la teoría; la definición?
 ✓ L92. ICB: Si, ya ese sería el inicio a la clase, no al tema. El inicio de las otras clases es como recapitular, ese son mis inicios recapitular las clases anteriores pues, pero con el fin de conocer la expresión polinómica y hacer operaciones con ellos. Ah, no en todos los casos di lluvia de ideas solo al principio del tema, ok, lo que hice por ejemplo, en el inicio de la clase número dos, no fue una lluvia de ideas pero fue una recapitulación de todo el contenido visto en la clase anterior.

era la primera? (1) $3x^4-5x^3+5x^2-1$; (2) $2x^{-1}+3x^{-2}$; (3) $-6x^3+17x^2+1$; (4) $2\sqrt{x+x^2}-2$, 077. ICB: la primera decía, completar la siguiente tabla, ok, según la expresión sea o no polinomio, ok, no vamos a multiplicar, ahí no dice nada de multiplicación, ni 078. ICB: de suma, ni de resta, solamente vamos a identificar si estas expresiones que están acá, si son o no polinomios. Recuerdan lo que dije la clase pasada, de que estábamos conociendo primero, entonces estábamos conociendo, 079. ICB: que estábamos identificando cada uno de sus elementos, para luego continuar con la 080. ICB: clasificación, para luego ir hasta las operaciones; suma, resta, multiplicación de polinomios, ok, tenemos que empezar siempre desde el principio, 081. ICB: se los dije, en el ejemplo que les di la clase pasada, el ejemplo que les di la clase pasada, es que yo llegue, la primera vez a darles clase y tuve que presentarme, 082. ICB: verdad, no iba a llegar aquí, no iban a saber, ¿Profe pero usted es profesora de qué?, tengo que decir, que mi nombre es Tati Arteaga, soy la profesora de 083. ICB: matemática, verdad, para que ustedes puedan sacar el cuaderno, imagínense que yo llegue aquí, hable y hable, ajá, pero usted ¿Da clase de qué?, igual 085. ICB: pasa con los polinomios, porque yo les digo a ustedes, ah, esta expresión búsqúenle, ¿Esta expresión es polinomio?, les pregunto primero. 103. ICB:... ahora agarro la expresión, ¿Cuál es polinomio aquí?, este que esta 104. ICB: aquí, no; $3x^4-5x^3+5x^2-1$, y responder cada una de las preguntas, ¿Cuáles son los coeficientes de este polinomio?. 105. **Estudiantes:** El tres, el cinco, el cuatro. 106. ICB: Los coeficientes del polinomio son; tres, menos cinco, cinco, los coeficientes, ok, ¿El menos uno, es un coeficiente?. 107. **Estudiantes:** No. 108. **Otro estudiante:** No, es un número independiente. 109. ICB: Ajá, ¿Es un coeficiente, el menos uno?. 110. **Estudiantes:** No. 111. ICB: ¿Por qué?, voy a la definición de coeficiente. 169. ICB: Ok, las funciones afines que vimos en el lapso pasado, ok, los polinomios también podemos representarlo mediante una función, una función, 170. ICB: vamos a hablar de números naturales acá, natural, ok, que relaciona cada uno de los términos con otros, que también son números enteros, ok, y la 171. ICB: podemos definir como o viene definida por mediante un polinomio, ok, lo que estaba hablando Maikol de $P(x)$ ó $Q(x)$, ok, recuerden que las funciones 172. ICB: también las representábamos e... las funciones también podían representarse, ok, en donde esta partecita que esta aquí en la variable, ok, la cual depende 173. ICB: esa función, ok, y como viene definida por un polinomio, ok, entonces la vamos a llamar de ahora en adelante con una letra mayúscula, ok, y esto que 174. ICB: esta acá dentro del paréntesis, es la variable de la cual depende este polinomio o esta función, ok. Es decir, el $P(x)$ ó $Q(x)$, que decías Maykol era un 175. ICB: nombre que puede recibir un polinomio e incluso, incluso esa 176. ICB: “Q”, viene de los números racionales, ok, cuando vemos los textos, las bibliografías, ese “Q” primordialmente es de los números racionales, ok. Ahora bien, como vamos a trabajar solamente con los números enteros acá, ok, vamos a trabajar 177. ICB: esas variables. Fíjense bien, lo dije la clase anterior, no solamente la equis puede ser la variable de la que depende el polinomio, puede ser otro tipo de 178. ICB: variable, así

- ✓ **L93. I:** Ok, ¿Me podrías indicar cuál es el estilo de enseñanza que sigues generalmente?
- ✓ **L94. ICB:** Ok, e... bueno el estilo, yo siempre me he enfrascado en eso si no sabemos sumar números enteros yo creo que no avanzamos mucho no, entonces yo creo que mi estilo es enfrascarme en lo que vi antes sirva para lo que voy a dar despúes, ok. Si antes hable en la introducción, otra vez recapitule la adición y sustracción de números enteros, entonces voy a trabajar con multiplicación de números enteros en este tema.
- ✓ **L95. I:** ¿Por qué la mayoría de las preguntas que realizas a los estudiantes, las respondes inmediatamente?
- ✓ **L96. ICB:** Si muchas veces, lo que pasa es que también a veces uno tiene una planificación y por lo general la idea de planificarse es que la clase avance en lo que más uno pueda, entonces si le damos a la larga, a veces los muchachos no, a ellos les gusta que uno les de las respuestas no, que uno les de las respuesta, aunque la idea es que ellos le den la respuesta a uno, pero yo creo que para avanzar muchas veces pues, en muchos casos, porque a veces diez minutos nos quedamos callados, entonces ellos diez minutos también se quedan callados, debería este, yo creo que con el tiempo debería buscar otra estrategia para que los muchachos me participen.
- ✓ :
- ✓ **L99. I:** Cuando hablamos de tareas son aquellas en este caso relacionadas en torno a los polinomios y en lo que respecta a didáctica cómo sería el proceso de estudio de esa tarea con los estudiantes.
- ✓ **L100. ICB:** Reforzar lo que ha dado ya, o sea, si yo por lo menos empecé dando una definición y les puse a reconocer que era un polinomio, expresión polinómica y todo eso, yo creo que esas tareas serían del reforzamiento del contenido que se esta dando, que eso lo hago siempre.
- ✓ **L101. I:** ¿Es decir, que las tareas didácticas están enfocadas a?
- ✓ **L102. ICB:** Reforzar lo visto en la clase anterior.
- ✓ **L103. I:** Ok, ¿Por qué te centras en los elementos aislados del polinomio (Signo, letras, entre otros), y no en la operación (Suma, resta, multiplicación y división)?
- ✓ **L104. ICB:** Porque creo que sino sabemos, o sea, sino sabemos el principio, yo creo que el final y el medio no se va a entender e... si no conocemos bien, o sea, cuál es el coeficiente, cuál es la variable, entonces cuando vamos a hacer operaciones por ejemplo de suma y de multiplicación, no vamos a saber la técnica que

como lo hicimos en ecuaciones, puede ser “y”, puede ser “t”, puede ser “h”, ok, el nombre de esta variable, no necesariamente tiene que ser 179. ICB: equis. Es decir, que si yo les coloco por ejemplo, esta expresión; $P(t) = -4t^2 + 3t - 1$, esta expresión que esta acá, un polinomio, ok, que depende, un polinomio 180. ICB: que depende de la variable “t”, ok, fíjense que tiene la misma función, ok, “t” es la variable, ok. 181. **Estudiante:** ¿Se sobreentiende que es una equis? 182. ICB: Claro, que es la misma equis, es una variable, que puede tener cualquier tipo de nombre, ok. Ahora bien, fíjense, viene expresada a través de 183. ICB: una función de la siguiente manera; $P(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$, ok, en donde.... 198. ICB: ... Monomio; es un polinomio, que tiene un solo término, repito, monomio, es una expresión, es un polinomio, perdón que tiene un solo término, por ejemplo, por ejemplo; $P(x) = 3x$, y, $Q(x) = -5x^2$, fíjense, un monomio, es un polinomio, que tiene un solo término... 210. ICB: Un binomio, es un polinomio que tiene dos términos, por ejemplo; $P(t) = 2t - 3$; $Q(x) = 5x^2 + x$, es un polinomio que tiene dos términos. 217. ICB: ... Fíjense, es la 218. ICB: clasificación y estamos hablando de los términos como tal, cuando tiene un término, el polinomio es un monomio, ok, cuando tiene dos términos, el 219. ICB: polinomio es un binomio, ahora viene trinomio. 220. **Estudiante:** Que son tres. 221. ICB: Trinomio, consta o que esta constituido por tres términos. El trinomio es un polinomio, es un polinomio que consta de tres términos, por ejemplo; 222. ICB: $R(x) = 4x^4 - 5x + 2$, y, $P(s) = s^2 + s + 1$, son uno, dos, tres... 238. ICB: Los sumandos, los sumandos, un sumando, dos sumandos, tres sumandos, ¿Estamos de acuerdo?, ok. Por último tenemos, ok, podemos volver a 239. ICB: definir lo que es un polinomio, ya sabemos, pero como estamos clasificándolos, polinomio es una expresión, ok un polinomio recuerden, incluso un 240. ICB: monomio es un polinomio, ¿Estamos de acuerdo?, entonces voy a decir aquí que un polinomio dentro de la clasificación, que es una expresión que consta de 241. ICB: varios términos, ok. Por ejemplo; $P(x) = -5x^3 + 4x^2 - 3x + 2$, es un polinomio, ok...

le voy a enseñar, porque ya serian palabras claves, se hablaría ya, o sea, si les voy hablar de suma, para sumar, ah yo necesito sumar, yo tengo que agrupar términos semejantes y tengo que estar sumando sus coeficientes, aja, ¿Pero que es un coeficiente?, ajá por eso me enfrasco en esa parte coeficiente, variable.

✓ Anexo H-9. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓ Proceso de estudio ✓ Clase N°3

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 001. ICB: Ok, en la clase pasada quedamos en la clasificación de los polinomios, hablamos de un monomio, ¿Qué es un monomio?. 006. ICB: Polinomio nulo, ok, es el polinomio constituido de tal manera que todos sus 007. ICB: coeficientes, fíjense bien

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ L110. I: ¿Pero buscas otros métodos de resolución que tu digas se tiene este, este y este otro?
- ✓ L111. ICB: O sea, como te dije conozco uno solo, ok como tal, no las comparo, no he indagado más allá para otra técnica, y decirte

los términos que estamos usando, coeficientes, ¿Qué es un coeficiente?.008. **Estudiante:** Es el que acompaña a la variable. 009. ICB: Es el numerito entero que acompaña a la variable, ok, donde todos sus coeficientes son iguales a cero, caracterizado de esta manera o viene 010. ICB: dado de esta manera; $Q(x) = 0x^3 + 0 = 0$, ok... 020. ICB: Polinomio completo, dos puntos y seguido, es aquel polinomio... 024. ICB:... Ahora bien, un polinomio está completo, por ejemplo, si el grado de 025. ICB: este polinomio, es de ¿Cuál? ¿Cuál es el grado de este polinomio; $2x^3 + 3x^2 + x - 8$?.. 026. **Estudiantes:** Tres.. 027. ICB: Tres, ¿Por qué?, porque es el mayor exponente, al cual esta elevado la variable, ok. Ahora bien, si es de grado tres, si es de grado tres, 028. ICB: ¿Cuántos términos debería tener ese polinomio?, fíjense, ¿Qué es un término?, vamos a recordar rapidito, ¿Un término? ¿Qué es un término del 029. ICB: polinomio?, búsquelo en el cuaderno, sino recordamos, en los elementos, la número uno. 157. ICB: Ahora bien, el número siete, es polinomio incompleto, un polinomio incompleto es un polinomio que no está completo, así. 158. ICB: Ok. Ok, polinomio incompleto, dos puntos y seguido, ok, ahorita dije que un polinomio incompleto es aquel polinomio que no está completo, ¿Verdad?. 159. ICB: Pero para definirlo más elegantemente, dos puntos y seguido, es aquel polinomio, dos puntos y seguido, es aquel polinomio. 164. ICB: que no tiene todos los términos, repito, es aquel polinomio que no tiene todos los términos, desde el término independiente... 166. **Estudiante:** ¿Profe, usted está repitiendo?. 167. ICB: Es la misma definición, lo que pasa es que ésta incluye el no... 200. **ICB:** Ok, aquí lo que hice fue definir la manera podemos ordenar un polinomio de forma creciente o decreciente

que voy a seleccionar, o sea que voy a decir otra, es mentira porque conozco uno solo.

- ✓ **L112. I:** *Ajá, ¿En qué te basas para la selección de una técnica de enseñanza?*
- ✓ **L113. ICB:** Bueno primero este... aunque uno estudio esa parte, yo siempre consulto las bibliografías y ahí bibliografías que quizás tienen métodos de resolución distintos, pero quizás siempre uno es más accesible que el otro para, o sea, a la hora de uno enseñar y más que todo a este nivel.
- ✓ :
- ✓ **L35. I:** *Ajá, siguiente pregunta, ¿Las clases a enseñar la estructuras en base a algún texto de estudio o por el conocimiento aprendido como estudiante universitario?*
- ✓ **L36. ICB:** Por el conocimiento aprendido, la experiencia también, porque allí desglosan muchas cosas y más en el libro que te estoy hablando de Santillana para el docente, ahí tienen muchas estrategias de como podrías enseñar ese tema, entonces creo que se extiende mucho y copiar eso, no creo, o sea muchas veces, por ejemplo en una de las bibliografía que he consultado, de las que te he mencionado, hablan primero de la función polinómica y luego de allí explican lo que implica una función polinómica, no me gusta empezar desde allí, entonces en mis clases lo debes notar, e... me gusta comenzar a conocer que es un polinomio porque yo lo relaciono con la vida diaria, entiendes y luego de eso, explico que es una función polinómica, ok.
- ✓ **L39. I:** *¿Por qué no empleas problemas intra o extra matemáticos que permitan o sirvan de puente para abordar la definición de polinomio?*
- ✓ **L40. ICB:** Como tal no, yo creo que la intención era por ejemplo, hablarles solamente de eso, yo creo que a ese nivel, no se me tendría que extender mucho más, a explicarle por ejemplo a ellos esa cuestión de costos, y en unos de los ejemplos que les mencioné, era un ejemplo relacionado que tenía todas las características pues, con esa intención, ¿De qué?, luego que yo les hablara de eso, solamente les hable no les explique como tal, con detalles, con ejemplos ni nada, solamente les comenté.

✓ Anexo H-10. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.

✓ Proceso de estudio

✓ Clase N°4

✓ Indicadores de la Observación

- ✓ 001. ICB: Ok, presten atención, antes de que terminen de copiar, escuchen, unas observaciones puntuales a lo que acabo de decir es; para trabajar con un 002. ICB: polinomio, ahorita copian, para trabajar con un polinomio es necesario que esté ordenado, ok, en cualquiera de las dos formas, en forma creciente o 003. ICB: en forma decreciente, ok. Es necesario que el polinomio esté ordenado de cualquiera de las dos formas, ¿Estamos de acuerdo?. Al ordenar un 004. ICB: polinomio incompleto, debe colocarse como coeficiente, recuerdan que es un coeficiente, ¿Verdad?, el coeficiente, es el numerito entero que 005. ICB: acompaña a la variable, ¿Verdad?, fíjense de lo que estamos hablando. Al ordenar un polinomio incompleto debe colocarse como coeficiente cero, el 006. ICB: número cero, en el lugar donde falta un término. Por ejemplo, fíjense allá, ¿Este polinomio; $5x^6 - 8x^4 + 3x^2 - 7$ está incompleto?. 019. **Otro estudiante:** ¿Por qué negativo?. 020. ICB: No es que, no es que nunca es positivo, sino es que, con la cuestión que vimos en funciones polinómicas, ok recuerden, pasen la hoja un 021. ICB: momentico hacia atrás, en la función polinómica, ok, estaba a sub ene (a_n), ¿Si? ¿Lo vieron?. 022. **Estudiantes:**... 085. ICB: Yo les voy a colocar unos polinomios, incluso, yo les voy a decir o les voy a dar unos polinomios, Ok, les voy a dar un polinomio, ok, y les voy 086. ICB: a decir o les voy a pedir, que ordenen en forma creciente y en forma decreciente, ok, pero para ordenarlos, pero para ordenarlos, debemos completar 087. ICB: aquel polinomio que no esté completo, ¿Estamos de acuerdo?

✓
✓
✓
✓
✓
✓
✓

✓ Indicadores de la Entrevista

- ✓ **I:** Ok, ¿La institución tiene conocimiento de los aspectos que enseñaste de los polinomios?
ICB: El conocimiento, bueno nosotros nos tenemos que basar en una planificación viejísima y hay que planificar en base, no recuerdo como se llama, en donde están todos los contenidos, como lo vas a dar, que es lo que vas a dar, cuales son los objetivos y todo eso. Además, soy la única profesora de matemática aquí, y la única información que tiene la institución como tal es por ejemplo son los acuerdos que tenemos los otros profesores de Física y yo que también doy Física.
I: Ajá, siguiente pregunta, ¿Las clases a enseñar la estructuras en base a algún texto de estudio o por el conocimiento aprendido como estudiante universitario?
ICB: Por el conocimiento aprendido, la experiencia también, porque allí desglosan muchas cosas y más en el libro que te estoy hablando de Santillana para el docente, ahí tienen muchas estrategias de como podrías enseñar ese tema, entonces creo que se extiende mucho y copiar eso, no creo, o sea muchas veces, por ejemplo en una de las bibliografía que he consultado, de las que te he mencionado, hablan primero de la función polinómica y luego de allí explican lo que implica una función polinómica, no me gusta empezar desde allí, entonces en mis clases lo debes notar, e... me gusta comenzar a conocer que es un polinomio porque yo lo relaciono con la vida diaria, entiendes y luego de eso, explico que es una función polinómica, ok

✓ **Anexo H-11. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓ **Proceso de estudio**

✓ **Clase N°5**

✓ **Indicadores de la Observación**

- ✓ 001. ICB: Voy a explicar, repito una sola vez. Ok, la número uno dice; en la siguiente tabla, coloca una equis en la columna correspondiente según la 002. ICB: expresión sea o no polinomio. Ok, están las diferentes expresiones acá, y ustedes solamente con una equis van a colocar cual es polinomio y cual no 003. ICB: es polinomio, simplemente como es. Ok, la segunda dice; del ejercicio anterior, es decir, de este ejercicio que esta acá, toma las expresiones que son 004. ICB: polinomio, vamos a tomar todas las expresiones que son polinomio y van a responder lo siguiente para cada una de las expresiones, por ejemplo, la 005. ICB: número uno, ¿Es polinomio?, ah si es polinomio, agarro esa, esa expresión y le respondo cada uno de ellos, ¿Cuál es el coeficiente? ¿Cuál es el 006. ICB: coeficiente? ¿Cuál es el número de términos? ¿Cuál es el término independiente? Y ¿Cuál es el grado del polinomio?, a cada una de las expresiones 007. ICB: que sean polinomio, ok. La número tres dice; responde cada una de las siguiente actividades; escribe un binomio, escribe un binomio de grado dos, 008. ICB: usando la letra “t” como variable, voy a escribir un binomio, o sea un binomio; un polinomio de dos términos, es decir, la variable “t”, en este caso tiene 009. ICB: que estar elevado a la dos, cualquier binomio, claro como es individual, no todos van a tener el mismo binomio, ¿Verdad?, ok. La segunda dice; 010. ICB: escriba un polinomio que presente las siguientes características; el polinomio tiene que ser completo, ok, de grado cuatro, de variable eme “eme”, es 011. ICB: decir, la variable que va a estar involucrada aquí es eme “m”, y ordenado de forma decreciente. Ok, un polinomio cualquiera que cumpla con estas 012. ICB: características, ok.

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ **L39. I:...** ¿Cuáles son las tareas más resaltantes en el estudio de los polinomios?
L40. ICB: ¿La tarea para yo dar las clases?
L41. I: Ajá.
L42. ICB: Primero debemos conocer que no toda expresión escrita de esa manera, descrita de una manera, o sea, de adición, una multiplicación por un coeficiente no todos son polinomio, entonces yo creo que deberíamos empezar conociendo, cuando una expresión es polinomio, luego de eso conocer la clasificación de ellos, por eso yo me extendía mucho en la clase en el término, el coeficiente, la variable, el grado del polinomio, es muy importante eso, yo creo que la tarea más resaltante es empezar conociendo cuando una expresión es polinomio y sus nombres
L43. I: O sea, ¿En el estudio de los polinomios consideras que la tarea más resaltante está dirigida a identificar un polinomio?
L44. ICB: Bueno como tal, para yo dar la clase a los muchachos esa es la tarea primordial, o sea, depende del ámbito por ejemplo, si yo digo que las expresiones polinómicas sirven para solucionar un problema de economía, de algún problema del banco, de alguna cuestión que se resuelva por medio de expresiones polinómicas, yo digo que la tarea más importante es resolver polinomios, yo creo que también depende del ámbito donde lo vean.
L45. I: Por ejemplo, ubicándote en segundo año, ¿Cuáles son las tareas más resaltantes que tú consideras en el estudio de los polinomios?, aparte de identificar, ¿Solamente identificar?
L46. ICB: No, e... este resolver, resolver operaciones, la multiplicación, la división, la adición, la sustracción, ok, que ellos aprendan a manejar lo básico de las operaciones con polinomios para que luego se vayan desarrollando otras cosas.
L47. I: ¿Es decir, que las tareas sobre factorización, no son tan resaltantes?

L48. ICB: Eso sería después que tú hayas estudiado todo eso y vayas conociendo las operaciones básicas como es la división, multiplicación, adición y sustracción, entonces vas conociendo los productos notables.

✓
✓
✓

✓ **Anexo H-12. Proceso de estudio propuesto por la ICA, visto a través de los indicadores de observación y entrevista.**

✓ **Proceso de estudio**

✓ **Clase N°6**

✓ **Indicadores de la Observación**

- ✓ 001. ICB: En el libro de la colección bicentenario está, ok, el cuadrado de una suma, el cuadrado de una diferencia, el producto de la forma..., e..., 002. ICB el cubo de una suma, el cubo de una diferencia, solamente colocan la formulita ahí, ¿Estamos de acuerdo?. De todas maneras, el día del mie..., el día de 003. ICB mañana o toda esta semana, profesora conseguí esto, ¿Qué le parece esto? O incluso el mismo 004. ICB: lunes si estoy por acá y ustedes me ven, les puedo hacer algunas consultas sobre eso, ¿Estamos de acuerdo?. 005. ICB: Adición de polinomios; para sumar polinomios usaremos las siguientes técnicas, número uno; se ordena. 009. ICB:... Punto y seguido, se ordena los polinomios dados en forma creciente o decreciente, punto y seguido, completándose, punto y seguido, completándose. 019. ICB:... los términos semejantes, de manera que coincidan los términos semejantes. Número tres, el último, se suma, se suma algebraicamente, se suma 020. ICB: algebraicamente, se suma algebraicamente. 026. ICB: Por ejemplo, dados los polinomios... 110. ICB: Fíjate, ya como vimos funciones polinómicas, ya les dimos un nombre a esas expresiones, ok, ¿Quién es qu de equis $Q(x)$?, aquí está; 111. ICB: $Q(x) = -3x^2 + 8x - 1$, luego que, no quise escribir todo el polinomio completo, sino efectúe qu de equis más erre de equis $Q(x) + R(x)$, ok. Ahora lo que 112. ICB: voy hacer es ordenar siguiendo las técnicas que

✓ **Indicadores de la Entrevista**

- ✓ L53. I: ¿Cuántos métodos de resolución conoces para la adición y sustracción de polinomios?
L54. ICB: E... método como tal, la adición e... uno. L55. I: ¿Cómo se llama esa técnica de resolución?
L56. ICB: Adición de polinomios.
L57. I: ¿Ese es el nombre de la técnica de resolución que empleaste para adicionar y sustraer polinomios?
L58. ICB: No lo conozco, o sea, se como colocar los polinomios de cualquier forma y se como sumarlos, ok, no se si llamarlos agrupando términos semejantes o colocando términos semejantes con términos semejantes, pero método como tal no, de adición no.
L59. I: ¿Entonces quiere decir que conoces una sola técnica pero desconoces el nombre?
L60. ICB: Lo conozco como adición de polinomios y si hablamos de características o como se procede a resolver bueno se agrupan términos semejantes con términos semejantes y sumando sus coeficientes.

✓

les di acá.

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

Montalbán, 03 de Febrero del 2014.

Dirigido a la: Licda. Mary Núñez.

Con atención a la: Dirección del L. N "José Andrés Castillo" y el Municipio Escolar N°9

De: Licda. Johana Rangel.

SOLICITUD

Ante todo reciba un cordial saludo, sirva la presente para informarle que soy Docente-Investigadora de la Maestría; Educación Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, y me encuentro en la cuarta fase de mi trabajo de grado, que lo conforma la: Descripción, Análisis e Interpretación de la Información, en el estudio titulado: **LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL**. En este sentido, sería de gran ayuda su participación en esta investigación, al otorgar el consentimiento (**SI:** X, **NO:**) para permanecer en su aula de clase, para llevar a cabo esta etapa culminante del estudio, que amerita para su desarrollo una observación participante y entrevista semiestructurada a un docente de Matemática adscrito a la institución, específicamente, en 2^{do} año, durante la enseñanza de tema; polinomio. Información que será recopilada a través del recurso audiovisual; video, para posteriormente, emplear la técnica del: Análisis de Contenido, en donde, el propósito de este registro será para tener oportunidad de: *Estudiar la Organización Didáctica que pone en juego el Profesor de Matemática, en torno a los Polinomios en Segundo Año de Educación Media General*. Investigación enmarcada en una metodología cualitativa, cuyo diseño comprende tres fases: Documental, de Campo; orientado bajo la modalidad de Estudios de Casos, y con intencionalidad Exploratoria.

Cabe resaltar, que con anterioridad se le comunicó a la docente mencionada sobre este respecto, y la misma no presenta ningún inconveniente. Además, se le informó al Municipio Escolar N°9, específicamente, a la Coordinadora Pedagógica Flores, N., la cual indicó, que no existe ningún problema en llevar a cabo dichas grabaciones. Sin más nada que agregar, se despide.

Licda. Johana Rangel.

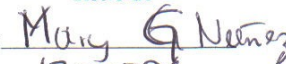
C.I: v-16.319.860

Firma:



Recibido

Por:



C.I:

17072886

Fecha:

30/06/14

Hora:

10:00 am



✓

✓

✓

✓

✓

✓

Montalbán, 11 de Febrero del 2014.

Dirigido a la: Prof. Arteaga Daniela.

Con atención a la: Dirección de la U.E “Nuestra Señora de Atocha” y el Municipio Escolar N°9

De: Licda. Johana Rangel.

SOLICITUD

Ante todo reciba un cordial saludo, sirva la presente para informarle que soy Docente-Investigadora de la Maestría; Educación Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, y me encuentro en la cuarta fase de mi trabajo de grado, que lo conforma la: Descripción, Análisis e Interpretación de la Información, en el estudio titulado: **LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL**. En este sentido, sería de gran ayuda su participación en esta investigación, al otorgar el consentimiento (SI: X, NO:) para permanecer en su aula de clase, para llevar a cabo esta etapa culminante del estudio, que amerita para su desarrollo una observación participante y entrevista semiestructurada a un docente de Matemática adscrito a la institución, específicamente, en 2^{do} año, durante la enseñanza de tema; polinomio. Información que será recopilada a través del recurso audiovisual; video, para posteriormente, emplear la técnica del: Análisis de Contenido, en donde, el propósito de este registro será para tener oportunidad de: *Estudiar la Organización Didáctica que pone en juego el Profesor de Matemática, en torno a los Polinomios en Segundo Año de Educación Media General*. Investigación enmarcada en una metodología cualitativa, cuyo diseño comprende tres fases: Documental, de Campo; orientado bajo la modalidad de Estudios de Casos, y con intencionalidad Exploratoria.

Cabe resaltar, que con anterioridad se le comunicó a la docente mencionada sobre este respecto, y la misma no presenta ningún inconveniente. Además, se le informó al Municipio Escolar N°9, específicamente, a la Coordinadora Pedagógica Flores, N., la cual indicó; que no existe ningún problema en llevar a cabo dichas grabaciones. Sin más nada que agregar, se despide.

Licda. Johana Rangel.

C.I: v-16.319.860

Firma:

Recibido

Por:

C.I:

18.501.219

Fecha:

11/02/2014

Hora:

9:30 am.



✓

✓

✓

✓

✓

Montalbán, 02 de Mayo del 2014.

Dirigido a Director (a) del L. N “José Andrés Castillo”: Licda. Parra Galaxia.

Con atención: Municipio Escolar N°9

De: Licda. Johana Rangel.

SOLICITUD

Sirva la presente para informar que soy Docente-Investigadora de la Maestría; Educación Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, y me encuentro en la fase cuatro de mi trabajo de grado, que lo conforma la: Descripción, Análisis e Interpretación de la Información, en el estudio titulado: **LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL.** En este sentido, sería de gran ayuda su participación en esta investigación, al otorgar el consentimiento (**SI:** X , **NO:**) para permanecer en las instalaciones de la institución, para llevar a cabo esta etapa culminante del estudio, que para amerita para su desarrollo una observación participante y entrevista semiestructurada a un docente (Licda. Mary Núñez; dio su consentimiento) de Matemática adscrito a la institución, específicamente, en 2^{do} año. Información que será recopilada a través del recurso audiovisual; video, para posteriormente, emplear la técnica del: Análisis de Contenido, en donde, el propósito de este registro será para tener la oportunidad de: *Estudiar la Organización Didáctica que pone en juego el Profesor de Matemática, en torno a los Polinomios en Segundo Año de Educación Media General.* Investigación enmarcada en una metodología cualitativa, cuyo diseño comprende tres fases: Documental, de Campo; orientado bajo la modalidad de Estudios de Casos, y con intencionalidad Exploratoria.

Cabe resaltar, que con anterioridad se le comunicó a la docente mencionada sobre este respecto, y la misma no presenta ningún inconveniente. Además, se le informó al Municipio Escolar N°9, específicamente, a la Coordinadora Pedagógica Flores, N., la cual indicó, que no existe ningún problema en llevar a cabo dichas grabaciones. Sin más nada que agregar, se despide.

Licda. Johana Rangel.

C.I: v-16.319.860

Firma:



Recibido

Por:



C.I:

v-13899799.

Fecha:

02-05-2014

Hora:

11:00am



✓

✓

✓

✓

✓

Montalbán, 05 de Mayo del 2014.

Dirigido a Director (a) de la U.E “Nuestra Señora de Atocha”: Licda. Pinto Rosa.

Con atención: Municipio Escolar N°9

De: Licda. Johana Rangel.

SOLICITUD

Sirva la presente para informar que soy Docente-Investigadora de la Maestría; Educación Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, y me encuentro en la fase cuatro de mi trabajo de grado, que lo conforma la: Descripción, Análisis e Interpretación de la Información, en el estudio titulado: **LA ACTIVIDAD DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA: UN ENFOQUE ANTROPOLÓGICO EN TORNO A LOS POLINOMIOS EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL**. En este sentido, sería de gran ayuda su participación en esta investigación, al otorgar el consentimiento (SI: X, NO:) para permanecer en las instalaciones de la institución, para llevar a cabo esta etapa culminante del estudio, que amerita para su desarrollo una observación participante y entrevista semiestructurada a un docente (Prof. Arteaga Daniela; dio su consentimiento) de Matemática adscrito a la institución, específicamente, en 2^{do} año. Información que será recopilada a través del recurso audiovisual; video, para posteriormente, emplear la técnica del: Análisis de Contenido, en donde, el propósito de este registro será para tener oportunidad de: *Estudiar la Organización Didáctica que pone en juego el Profesor de Matemática, en torno a los Polinomios en Segundo Año de Educación Media General*. Investigación enmarcada en una metodología cualitativa, cuyo diseño comprende tres fases: Documental, de Campo; orientado bajo la modalidad de Estudios de Casos, y con intencionalidad Exploratoria.

Cabe resaltar, que con anterioridad se le comunicó a la docente mencionada sobre este respecto, y la misma no presenta ningún inconveniente. Además, se le informó al Municipio Escolar N°9, específicamente, a la Coordinadora Pedagógica Flores, N., la cual indicó; que no existe ningún problema en llevar a cabo dichas grabaciones. Sin más nada que agregar, se despide.



Licda. Johana Rangel.

C.I: v-16.319.860

Firma:

Recibido

Por:

C.I:

Fecha:

Hora:

18.347.028

05/05/2014

9:00 am