ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN

Tutora:
Dra.: Rosa Amaya

Autor:
Lic.: Chourio Luis

Bárbula, Junio, 2017

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN

Autor: Luís Chourio.

Trabajo presentado ante la Dirección de Postgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo para optar al título de Magíster en Educación Matemática

Bárbula, Junio, 2017

DEUS LIBERTAS CULTURA

MAESTRIA

ACTA DE APROBACIÓN

La Comisión Coordinadora del Programa de **Maestría en Educación Matemática** en uso de las atribuciones que le confiere al Artículo N° 44, 46, 130 del Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo, hace constar que una vez evaluado el Proyecto de Trabajo de Grado titulado: **ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN,** realizado bajo la línea de investigación: *Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática,* presentado por el ciudadano **Luis Chourio,** cédula de identidad **N° 05.376.470**, elaborado bajo la dirección de la Tutora Prof. **Rosa Amaya**, cédula de identidad **N° 05.696.712**, considera que el mismo reúne los requisitos y, en consecuencia, es **APROBADO.**

En Valencia, a los dieciocho (18) días del mes de julio de dos mil dieciséis.

Por la Comisión Coordinadora de la Maestría en

Educación Matemática

Prof. José López
Coordinador del Programa

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA UNIVERSIDAD DE CARABOBO FACE MAESTRIA Educación Matemática

Archivo Acta de Aprobación
Valencia 2016-07-18

... La Universidad Efectiva

Universidad de Carabobo, Postgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación
Ciudad Universitaria Bárbula, Edif. FACE. Teléfono (0241) 867.41.20. www.postgrado.uc.edu.ve

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORIZACIÓN DEL TUTOR

Yo, Rosa Amaya, titular de la cédula de identidad C.I. 5.696.712 en mi carácter de tutora del proyecto de Maestría, titulado: **Estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón**. Presentado por el ciudadano Luis Armando Chourio Hernández, titular de la cédula de identidad C.I. 5.376.470, para optar al título de Magíster en Educación Matemática, considero que dicho proyecto reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometidos a la presentación y evaluación por parte del Jurado Examinador que designe.

En Valencia, a los _____ días del mes de ______________ del año dos mil diez y siete.

____
TUTORA

Bárbula, Junio, 2017

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AVAL DEL TUTOR

Dando cumplimiento a lo establecido en el Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo en su artículo 133, quien suscribe, profesora Rosa Amaya titular de la cédula de identidad N°: 5.696.712, en mi carácter de Tutor del proyecto de Maestría titulado: **Estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón**. Presentado por el ciudadano Luis Armando Chourio Hernández, titular de la cédula de identidad N° 5.376.470, para optar al título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, hago constar que dicho proyecto reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación y evaluación por parte del jurado examinador que se le designe.

En Bárbula, a los_______ días del mes de_______ del año dos mil ______.

____
Rosa Amaya
CI: 5696712

Bárbula, Junio, 2017

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INFORME DE ACTIVIDADES

Participante: Chourio H Luis A **C.I. V-** 05.376.470
Tutor: Rosa Amaya **C.I. V-** 05.696.712
Título del Trabajo: Estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón.
Dirección Electrónica del Participante: Chourio.Luis22@gmail.com
Línea de Investigación: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación matemática.

Sesión	Fecha	Horario	Asunto Tratado	Observaciones
1	15-02-2015 22-03-2015	2:00 pm a 4:00 pm	Capítulo I. Planteamiento del Problema y Objetivos.	Mejorar la redacción, revisar las referencias, no se encontró alguno de los autores en las referencias, revisar las normas APPA.
2	24-05-2015	2:00pam a 4:00 pm	Capítulo II. Antecedentes y Bases Teóricas.	El autor Dávila no aparece en las referencias, mejorar redacción. No concuerda la fecha en la redacción del capítulo II con la fecha de la referencia, el teórico debería ser Vygotsky en vez de Piaget.
3	07-08-2015	2:00 pm a 4:00 pm	Capítulo III. Marco Metodológico.	Mejorar el diseño de investigación, debes tomar más estudiantes para la prueba piloto, corregir algunos detalles de redacción.
4	03-03-2016	2:00 pm a 4:00 pm	Capítulo IV	Debes escribir los porcentajes que se muestran no solo en la gráfica sino también en la tabla de frecuencia y mejorar redacción en el análisis.
5	03-03-2016	2:00 pm a 4:00 pm	Propuesta	La propuesta es un material independiente del resto del trabajo, por tanto debes hacerle su carátula aparte.
6	04-07-2016	2:00 pm a 4:00 pm	Revisión Final.	Mejorar redacción, revisar normas APPA Actualizar fechas.

Declaramos que las especificaciones anteriores representan el proceso de Dirección del Trabajo de Grado arriba mencionado.

Rosa Amaya
C.I: 05.696.712

Chourio H Luis A.
C.I: 05.376.470

Bárbula, Junio, 2017

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

VEREDICTO

Nosotros, miembros del Jurado designados para la evaluación del Proyecto de Grado titulado **Estrategia Didáctica para el Aprendizaje de los Triángulos y sus Aplicaciones Prácticas, Dirigida a Estudiantes de Primer Año de Ciencias en la U.E. Sagrado Corazón,** presentado por: **Luis Armando Chourio Hernández,** titular de la cédula de identidad **C.I.: 5.376.470** para optar al Título de Magíster en Educación Matemática, estimamos que el mismo reúna las condiciones para ser considerado como:

____

En fe de lo cual firmamos:

NOMBRE	APELLIDO	FIRMA
____________	____________________	____________
NOMBRE	APELLIDO	FIRMA
____________	____________________	____________
NOMBRE	APELLIDO	FIRMA
____________	____________________	____________

Bárbula, Junio, 2017

DEDICATORIA

Mi trabajo de grado se la dedico con mi más grande amor, primeramente a Dios que me da la oportunidad de vivir, y por darme una familia hermosa, a Jesucristo que me acompaña siempre en mi transitar por esta vida.

A mis padres Gregoria y Hermes, que me dieron la vida y me bendicen desde el cielo y, que en vida me hicieron ver que el éxito llega siempre con dedicación, constancia, perseverancia y amor.

A mi esposa Raquel, por su amor y apoyo incondicional para seguir adelante y cumplir otra etapa como profesional, Amada esposa siempre serás parte de mi vida y de mis logros.

A mis tres hijos Vanessa, Luis y Sasha, que iluminan mi vida y son la razón que me ha llevado a seguir luchando día a día para alcanzar mis más preciado ideales de superación. A ellos quiero dejar una enseñanza que cuando se quiere alcanzar algo en la vida, no hay tiempo, ni obstáculos que impida para lograrlo con la fe viva siempre en Dios.

A mis hermanos y hermanas que siempre han estado conmigo en las buenas y en las malas. Gracias mil gracias a todos por apoyarme en mi carrera profesional y por confiar en mí.

A mis amigos Juan Figueroa, Rafael Rivas, Carmen de Freitas y Luz Marrero compañeros de luchas y sueños, también por demostrarme durante este tiempo de estudios, que las metas se pueden alcanzar si contamos con personas que han hecho de la amistad sincera una forma de vida. Mis hermanos mi respetos y admiración. Se les quiere mucho.

AGRADECIMIENTOS

Mi eterno agradecimiento a Dios mi padre celestial, y Nuestro Señor Jesucristo que siempre me dan sabiduría para poder alcanzar las metas que me proponga que espero sean para tu Gloria señor.

A la Universidad de Carabobo, por darme la oportunidad, el apoyo y colaboración para la realización de este trabajo de Grado.

A mí respetada Dra. Rosa Amaya (Tutora) de gran valía por su incondicional apoyo, por sus palabras oportunas de sabiduría en conocimientos y paciencia que hizo posible transitar sin temores los caminos de la investigación.

A la Dra. Zoraida Villegas por ser pilar fundamental en orientación, consejos y recomendaciones para la cristalización de esta investigación.

A todos los profesores que aportaron su granito de arena a través de las herramientas necesarias para lograr esta Maestría.

A los estudiantes de Primer Años de Ciencias de la U. E. “Sagrado Corazón” por ser el Pilar Fundamental para este trabajo de grado.

A todos mis compañeros de la maestría incluyendo a los que no culminaron, pues hicieron muy agradable la estadía en la universidad estos dos años de estudios

A mi esposa e hijos, a mis padres (+) y, a todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron o participaron en la realización de esta investigación, hago extensivo mis más sinceros agradecimientos.

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE CUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN.

Autor: Luis A. Chourio
Tutora: Dra. Rosa Amaya
Año: Junio 2017

RESUMEN

El presente proyecto, tiene por objetivo derivar una estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón, el mismo pretende aportar a los procesos de enseñanza y aprendizaje una herramienta que propicie el interés de los estudiantes mediante actividades prácticas que permiten distinguir la aplicabilidad de los conceptos estudiados. La investigación se sustentó en las teorías de los modelos de los niveles de Van Hiele y del postulado constructivista de Vygotsky. Se presenta metodológicamente un proyecto factible, con diseño de campo a un nivel descriptivo. La muestra estuvo conformada por ochenta (80) estudiantes de una población de ciento quince (115) educandos, a quienes se les aplicó un cuestionario tipo escala de Likert, bajo la técnica de encuesta. Para el estudio de la validez se empleó el juicio de expertos y la confiabilidad se verificó a través del estadístico Kuder Richardson aplicado a los resultados de una prueba piloto a 15 estudiantes que son parte de la población pero no de la muestra arrojando 0,723 .Los resultados del diagnóstico evidenciaron profundas debilidades que afectan el rendimiento de los estudiantes de primer año de la institución "Sagrado corazón "por lo que se hace viable la aplicación de la propuesta de estrategias para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones a los estudiantes de primer año de ciencias de la mencionada unidad educativa.

Descriptores: Estrategia didáctica, Aprendizaje, Resolución de triángulos, Aplicaciones de la resolución de triángulos, Teorema de Pitágoras, Teorema del Seno, Teorema del Coseno, cálculo de áreas y triangulación.
Línea de investigación: Enseñanza y Aprendizaje en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIDACTIC STRATEGY FOR THE LEARNING OF TRIANGLES AND THEIR PRACTICAL APPLICATIONS FOR STUDENTS OF THE FIRST YEAR OF SCIENCE IN THE U.E. SACRED HEART.

Author: Luis Chourio
Tutor: Dra. Rosa Amaya
Year: June 2017

ABSTRACT

This project, enrolled in the research Teaching, Learning and Assessment of Mathematics Education aims to derive a teaching strategy for learning triangles and their practical applications, aimed at freshmen science in U.E. Sacred Heart, it seeks to contribute to the teaching and learning tool that fosters student interest through practical activities that distinguish the applicability of the concepts studied. Theoretically it is based on the model of the levels van Hiele and the psychological aspect has its foundation in the principles of the constructivist theory of Vigotsky. Methodologically it is a work framed in the modality of feasible project, which will involve three phases: diagnosis, feasibility study and design strategy. For information collection technique used and the survey instrument is a Likert type scale questionnaire. The target population of the study will be 105 students in three sections pertaining to the first year of science education unit Sacred Heart, within the same sample will be taken at random from 80 students in tree sections. To study the validity of the expert Juico be used and reliability will be verified through Kuder Richardson statistic applied to the results of a pilot test to 15 students who are part of the population but not of the sample yielding 0.723. The results of the diagnosis showed deep weaknesses that affect the performance of the first year students of the institution "Sacred heart", which makes feasible the application of The proposal of strategies for the learning of triangles and their applications to freshmen of science of the mentioned educational unit.

Descriptors: Didactic strategy, Learning, Resolution of triangles, Applications of the resolution of triangles, Pythagorean Theorem, Sine Theorem, Cosine Theorem, Calculation of areas and triangulation.
Research line: Teaching and Learning in Mathematics Education

INTRODUCCIÓN

La tecnología de la información y comunicación y los viajes espaciales, son dos grandes logros del hombre, que han sido posible gracias al aporte de las teorías matemáticas. Pero, paradójicamente la enseñanza y el aprendizaje de la matemática son procesos aún por mejorar. En esta época donde la tecnología informatizada está cada vez más presentes en la vida diaria, el uso del Internet, y las páginas sociales absorben el tiempo de los jóvenes, las tareas y actividades escolares pasan a un segundo plano, las clases de matemática fundamentadas en la exposición, el pizarrón y memorización de fórmulas sin anclajes en la estructura de significados tal como se imparten no son atractivas y los estudiantes no sienten interés en aprender. Por consiguiente y para captar la atención del estudiante se debe pensar estrategias didácticas, que propicien actividades de campo fuera del aula que estimulen el interés mediante la verificación de la aplicabilidad de los conceptos matemáticos vistos.

La problemática a abordar en este proyecto es el desinterés que presentan los estudiantes del primer año de ciencias en la unidad educativa Sagrado Corazón hacia la matemática, lo que redunda en el bajo rendimiento que tienen en la mayoría de los tópicos que se estudian, principalmente la resolución de triángulos, cálculo de áreas y cálculo de longitudes, temas que están estipulados en la programación de primer año de ciencias. Quizás este desinterés se deba a las estrategias empleadas por los profesores, estos la explican de una manera tediosa, fundamentada, principalmente, en la memorización de una serie de fórmulas sin razonamiento y no se enfatiza en la aplicabilidad de estos conceptos en la vida diaria.

Teniendo esta problemática en mente se pretende con este proyecto tratar de aportar una solución, estimulando al estudiante al aprendizaje de: la resolución de triángulos y su aplicación en problemas de la vida diaria, haciendo la aplicación de los conceptos más divertido, menos monótona y más dinámica con la implementación de tres actividades fuera del aula.

El presente trabajo de investigación se ha estructurado en cinco capítulos.

En el capítulo I, se plantea el problema, el objetivo general, los objetivos específicos y la justificación del trabajo.

En el capítulo II, se presentan los aspectos teóricos que sustentan el estudio el cual orientan el sentido y compresión del mismo. La fundamentación teórica comprende los antecedentes, bases teóricas, definición de términos y las bases legales que dan carácter legal a la investigación y la revisión de las fuentes permitirán precisar algunas investigaciones que sustentaran el trabajo.

En el capítulo III se presenta el marco metodológico: explicitando el tipo y diseño de la investigación, la población y muestra, así como la técnica e instrumento de investigación.

Por su parte, el Capítulo IV, muestra el análisis e interpretación de los resultados a partir de los datos obtenidos a través de la aplicación del instrumento, sustentado con el marco teórico presentado previamente en el desarrollo del estudio, y donde surge un conjunto de conclusiones.

Finalmente, el Capítulo V, muestra la propuesta base de la investigación, cumpliendo así con totalidad de las fases proyectadas para el estudio.

Adicionalmente se desarrolló una unidad didáctica que pretende ayudar al estudiante a mejorar sus conocimientos de trigonometría específicamente resolución de triángulos y servirá de apoyo a los profesores pues tiene una gran variedad de ejercicios resueltos que abarca todo tipo de triángulos.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

La matemática en todas las épocas ha sido de mucha utilidad, su uso en la navegación, la agrimensura, el comercio, la construcción, entre otros, su presencia en cualquier actividad económica, estética y cultural que realice el hombre así como su implicación en los grandes avances e inventos dan cuenta de la importancia de esta disciplina y el interés por su estudio, desarrollo y avance.

Hacia fines del siglo XIX, la matemática había alcanzado un grado de desarrollo tanto en áreas tradicionales (por ejemplo, la teoría de números y la geometría, (como en nuevas áreas (la mecánica matemática, análisis numérico, entre otros). Además, sus aplicaciones en la industrialización del mundo no dejaban duda de que el futuro reposaba en una educación matemática escolar adecuada. Dado que, al alba del siglo XX, el progreso de un país no podía ser medido sino a través de su avance tecnológico, el progreso implicaba una educación matemática y científica de las nuevas generaciones (Radford y Hernández, 2011). Premisas que se mantienen en el siglo XXI, donde el vertiginoso avance tecnológico ha sido posible con el auxilio de la matemática.

En ese contexto, en todos los países del mundo las matemáticas y las ciencias son una parte muy importantes en los currículos escolares y se consideran como esenciales para la formación de los jóvenes. Mundialmente existen programas que evalúan con sus pruebas el nivel de competencia matemática de los estudiantes entre ellas se encuentran el proyecto PISA (2012) (Programmerfor International Student Assessment), que evalúa además de la competencia en matemática, las áreas de ciencia y lengua y el proyecto TIMSS (2012) (Third International Mathematic and Science Stud), que evalúa competencias en ciencias y matemática.

Los resultados de estas pruebas permiten situar y analizar la educación matemática a nivel mundial. Por ejemplo, en la prueba PISA 2012, participaron 65 países de todo el mundo, incluidos países de Latinoamérica como México, Argentina, Brasil, Costa Rica, Chile, Colombia, Perú y Uruguay. En lo que respecta a Latinoamérica, el mejor desempeño lo tuvo Chile que ocupó el lugar 52 en las tres competencias de matemática, ciencias y lengua, pero muy por debajo de otros 51 países. En matemática un 52% de los estudiantes Chilenos no demuestra tener una base mínima de preparación para enfrentar los desafíos de la vida en la sociedad moderna.

En referencia a los resultados de las pruebas TIMSS, hubo una participación de 60 países, el país latino con mejor desempeño fue Chile que obtuvo 462 puntos en matemática, un poco por debajo de la media que es 500, que lo ubican en el lugar 43 entre los 60 sistemas educativos evaluados. Los puntajes más altos los obtuvieron Singapur 606 puntos en Matemática y Corea del Sur 605 en matemática. El otro país latinoamericano, Honduras, obtuvo 396 puntos en matemática. Como se desprende de los resultados anteriores, la educación matemática en Latinoamérica presenta signos de deficiencia y las competencias de los estudiantes se sitúan en el nivel de bajo rendimiento.

En lo referente a Venezuela, se tiene que no ha participado en ninguna medición internacional, por tanto, existe poca información sobre estudios importantes del rendimiento en esta disciplina, lo que hace más difícil explicar qué está sucediendo con su proceso de enseñanza y aprendizaje. Los pocos estudios, tanto cuantitativos como cualitativos, evidencian muy bajos aprendizajes matemáticos y graves dificultades con respecto a su enseñanza (Planchart, Garbín & Gómez, Chacón, 2005), nombrado por Álvarez. (2010). Así lo demuestran los resultados obtenidos por el estudiantado en los exámenes de admisión que establecen algunas universidades públicas y los elevados porcentajes de aplazados en matemática en los primeros semestres de las distintas carreras universitarias.

Lo anterior indica que la enseñanza de la matemática en Venezuela se hace cada día más difícil y monótona, el estudiante así como los profesores no logran una interrelación que permita un avance eficiente en el aprendizaje, aún más el currículo en esta disciplina no es atractivo ni es acorde a la época en la cual se vive. Adicionalmente, a pesar de que la tecnología ha conseguido grandes avances, el uso del Internet y las páginas sociales, por parte los jóvenes les consume mucho tiempo y no se dedican a mejorar el aprendizaje de la matemática, sino es más bien con fin recreativo, entonces las tareas que envían los profesores pasan a un segundo plano, las clases tal como se imparten no son atractivas y los estudiantes no tienen interés en aprender.

En el caso particular de los estudiantes objetos de este estudio, es decir, las secciones de primero de ciencias en la institución Unidad Educativa Sagrado Corazón dan muestra de un rechazo y escaso interés hacia el aprendizaje de la matemática, especialmente, los tópicos de trigonometría y geometría que se enseña, de allí el alto índice de aplazados, en la dicha asignatura. Según estadísticas del departamento de evaluación en los últimos 4 años más del 50% de los estudiantes reprueba matemática. Especificando los resultados en cuanto al desempeño académico en los temas de trigonometría y geometría, en estos últimos cuatro años se tiene, que en el 2015 de los 99 estudiantes que presentaron el examen de trigonometría referente a resolución de triángulos, y aplicación de los teoremas fundamentales solo 39 aprobaron este examen lo que representa el 39,39% estudiantes aprobados. En el año 2014 de 101 estudiantes que presentaron los mismos tópicos solo aprobaron 48 lo que representa el 47,52% de aprobados. Asimismo, en el año 2013 presentaron 105 estudiantes y solo aprobaron 46 que representa el 43,81% de aprobados y en el año 2012 de 104 estudiantes aprobaron 52 que representa 50,00 % de aprobados valores se pueden constatar en los resultados de las planillas de evaluación, en esta prestigiosa institución.

Una de las razones que el investigador ha podido develar como causa de la problemática es que el estudio de la trigonometría y geometría no se aborda desde actividades prácticas y por ende los estudiantes no tienen la oportunidad de observar la aplicabilidad de los temas en contextos prácticos y reales.

Ahora bien, el bajo conocimiento de los estudiantes de primer año de ciencias en el contenido de trigonometría y geometría es una problemática que no sólo incide en el rendimiento específico en matemática sino también influye su promedio general conllevando con ello a la poca disposición de los estudiantes a seguir estudios universitarios en carreras que demanden conocimientos del área de matemática. Con base a lo expuesto, se propone diseñar una estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón.

Objetivo General

Diseñar una estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón.

Objetivos Específicos

1. Diagnosticar el conocimiento que tienen los estudiantes de primer año de ciencias de la U.E. Sagrado Corazón sobre los triángulos y sus aplicaciones prácticas.

2. Estudiar la factibilidad del diseño de una estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón.

3. Diseñar la estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E. Sagrado Corazón.

Justificación

Está socialmente arraigado que la matemática es una de esas asignaturas con "fama de difícil", lo que ha sido comprobado por diversos investigadores los cuales, señalan que ello se debe a que se considera que es una ciencia difícil de aprender, tiende a ser misteriosa, aburrida, compleja y genera, en quienes no logran comprenderla, frustraciones, angustias y aversión casi colectiva, en lugar de satisfacciones por los logros obtenidos. En la actualidad, la enseñanza de la matemática en educación media, carece de significación para los estudiantes, y uno de los tópicos es resolución de triángulos y sus aplicaciones. Este tema es desarrollado de una forma mecánica, el estudiante aprende sin razonar, se enfatiza usualmente en el aprendizaje sin significado de conceptos y reglas y no se consideran las aplicaciones ni su importancia.

Por lo tanto la importancia de esta investigación se fundamenta en el desarrollo de una propuesta que permitirá el aprendizaje del contenido resolución de triángulos y sus aplicaciones, de tal manera que disminuirá el porcentaje de los estudiantes reprobados y mejorará el contenido, y logrará que el estudiante obtenga una base sólida para sus estudios universitarios.

La relevancia de la propuesta radica en que la institución se beneficiará académicamente al contar con una propuesta que permitirá mejorar el rendimiento de los estudiantes en el área de la geometría y permitirá un aprendizaje más significativo pues las actividades se realizaran fuera del contexto aula de clase lo que las hará más divertidas y menos monótonas que una clase en el aula. También el profesor se beneficiará pues tendrá a los estudiantes más atentos y dispuestos a aprender. La misma resultará conveniente, tomando en cuenta las ventajas al realizar actividades fuera de las aulas, lo cual contribuirá de manera efectiva con los estudiantes permitiéndoles ver la aplicación e importancia de este tema en el proceso de su aprendizaje. La propuesta tendrá además un material que servirá de apoyo adicional para el asesor en la materia y para los estudiantes.

Es necesario que los profesores incorporen estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza, que dinamice el aprendizaje de sus estudiantes. Es por ello, que una de las responsabilidades de todo docente, es la búsqueda continua de procedimientos efectivos de enseñanza, que permita el desarrollo de habilidades y destrezas cognitivas para lograr el aprendizaje óptimo.

Así mismo las nuevas tendencias educativas establecen que los ambientes de enseñanza y aprendizaje, asi como los procesos de formación deben desplazarse desde los entornos convencionales hasta otros ámbitos, por lo que la institución tradicional de educación tiene que reacomodar sus sistemas de enseñanza y aprendizaje así como los canales de comunicación entre profesores y estudiantes. El resultado será la necesidad de que las instituciones educativas flexibilicen sus procedimientos y estructuras administrativas y académicas para ajustarse a los nuevos requerimientos de información y formación que requiere la sociedad.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Una vez planteado el problema y formulados los objetivos, es preciso conformar los aspectos teóricos que sustentan el estudio el cual orienta el sentido y compresión del mismo. La fundamentación teórica comprende en antecedentes, bases teóricas y definición de términos. La revisión de las fuentes permitirá precisar algunas investigaciones:

Antecedentes de la Investigación

Los antecedentes son aquellas tesis y trabajos de grado relacionadas con la investigación que permitirán orientar el trabajo que se desea realizar. Estos sustentarán la investigación, sirviendo de apoyo para la elaboración del mismo.

A continuación se exponen los antecedentes relacionado con la presente investigación:

En el ámbito internacional, Dávila (2011), realizó un proyecto llamado "calculando alturas" realizado con sus estudiantes de quinto año de educación media diversificada en la ciudad de lima Perú. Este proyecto, busca brindar a los alumnos las aplicaciones de la matemática (geometría, trigonometría), en contextos reales, como el cálculo de alturas de edificios utilizando instrumentos de medida hechos por ellos mismos con materiales caseros como por ejemplo el goniómetro, el altímetro de cartón, tablillas de madera y listones; así como también desarrollar la creatividad, el liderazgo y toma de decisiones a través de la creación y resolución de problemas de índole matemático, en situaciones cotidianas.

Enmarcado en este contexto, este trabajo forma parte de un proyecto interdisciplinario como lo es el Proyecto Huaraz que persigue el aprendizaje integrando áreas académicas.

Por lo tanto el proyecto se realiza en varias etapas. En la primera, los estudiantes con la dirección del profesor, desarrollan los contenidos teóricos necesarios en el aula. En la segunda, se realiza la elaboración de los instrumentos de medida. En la tercera etapa, los equipos formados realizarán un entrenamiento en el uso de estas herramientas en las instalaciones del colegio América, así como también en puntos estratégicos del Callao. En la cuarta etapa, los estudiantes desarrollarán un trabajo de campo en lugares de Huaraz, en donde aplicarán las estrategias de medición. En una quinta etapa, los equipos presentarán el informe del proyecto. En la etapa final, los alumnos elaboran los productos finales que forma parte del Proyecto Huaraz para una presentación multimedia a los padres de familia.

Los resultados que se obtuvieron en este proyecto fueron:

1. Se conoció una aplicación práctica de la geometría y la trigonometría de tal manera que se perciba la utilidad de la matemática.
2. Se conjugó el aprendizaje de conceptos y procedimientos de la geometría y la trigonometría mediante el planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana.
3. Se desarrollaron destrezas procedimentales y la capacidad para elaborar estrategias propias en la resolución de problemas, en los estudiantes con dificultades para comprender los conceptos elementales de geometría y/o trigonometría.
4. Se aportó una metodología innovadora de aprendizaje dirigida a la resolución de triángulos, con el propósito de hacer más efectivo y atractivo el aprendizaje.

Este trabajo generó insumos para la realización de la segunda actividad del proyecto.

Así mismo Godino y Ruiz (2011), del Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada, realizaron un trabajo que fue desarrollado en tres capítulos. En donde se revisan aspectos relacionados con el aporte de algunos matemáticos de la antigüedad a la construcción de nociones básicas de la trigonometría, se enuncian y presentan, demostraciones de los Teoremas de Pitágoras, del Seno y del Coseno, y se ilustran gráficamente para dar claridad a los pasos realizados en cada demostración. Lo más importante del proyecto es que enseña la resolución de triángulos con apoyo del programa Cabri Geometry. Este trabajo ayudó en el desarrollo de la unidad didáctica específicamente en algunas demostraciones de teoremas como el del seno coseno y Pitágoras.

Por otro lado, Escobar (2012), (en la Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas Bogotá, Colombia), desarrolló una propuesta didáctica para la enseñanza de la resolución de triángulos con el apoyo del programa Cabri Geometry para ser aplicado y desarrollado por estudiantes del ciclo IV. Se incluye en él una unidad didáctica que contiene diferentes actividades secuenciadas donde el estudiante manipula el software Cabry Geometry para solucionar ejercicios de aplicación. Entre los resultados que se obtienen de este trabajo:

1. Los estudiantes realizan construcciones geométricas básicas, reconocen, construyen y clasifican triángulos.
2. Diferencian y usan sus propiedades; interpretan y aplican la relación de semejanza entre triángulos.
3. Conocen la teoría básica relacionada con la resolución de triángulos.
4. Además aprenden a manejar las herramientas básicas del programa Cabri Geometry.

Este trabajo aportó algunos conceptos básicos y propiedades para el reconocimiento de los triángulos.

En lo que respecta a antecedentes de investigaciones realizadas en el ámbito nacional se tiene la realizada por Barradas (2013), se trata de una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática dirigida a maestros en ejercicio de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador – instituto de mejoramiento profesional del magisterio. Núcleo académico Yaracuy.

Este trabajo tuvo la finalidad, de diseñar una propuesta didáctica que permita mejorar la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática, utilizando como herramienta la técnica de mapas conceptuales.

En lo que respecta a este trabajo permitió tomar conceptos con fundamentos históricos, referentes a cálculo de áreas como por ejemplo la fórmula de Herón la cual permite calcular el área de triángulos dados los tres lados del mismo con la particularidad de que el triángulo no tiene ningún ángulo recto.

También Mendoza (2013), desarrolló un proyecto llamado transposición didáctica en la enseñanza de identidades trigonométricas de los estudiantes de primer año de ciencias del liceo bolivariano "luís Alfredo Colomine"

Desarrollo su investigación de la siguiente manera.

Durante la primera fase se describió la información sobre las nociones básicas de trigonometría e identidades trigonométricas. Posteriormente se exploró la didáctica empleada por los docentes en la actividad educativa mediante la observación directa. Luego se interpretó la información adquirida por los estudiantes develando la transposición didáctica en la transmisión de conocimiento. Finalmente detalló los hechos y situaciones presentes en la transposición didáctica, se recolectaron mediante tres libretas de anotaciones empleados por los estudiantes en las clases matemática de cuarto año de bachillerato.

La investigación realizada reveló algunos aspectos neurálgicos sobre la enseñanza de la educación matemática por lo tanto se recomienda:

1. Fortalecer las bases sobre la enseñanza de las matemáticas en aspectos como la suma, resta, multiplicación, división, potenciación, ángulos, sistemas numéricos, sistemas sexagesimales y la trigonometría.
2. Se debe emprender la búsqueda del mejoramiento profesional por parte de los docentes para alcanzar una enseñanza de calidad en los alumnos.
3. Se propone un periodo de reforzamiento de conocimiento dirigido a los docentes e instituciones de formación.
4. También se aspira a una enseñanza para resolver problemas existentes en su entorno regional.

5. En cuanto al manejo de los textos se recomienda a consultar en varios de ellos en el momento de realizar la planificación de la clase.

Este trabajo también aportó insumos para el desarrollo de la unidad didáctica referente al sistema de numeración sexagesimal.

Ahora bien, en resumidas cuenta todos estos trabajos de investigación, son un insumo o materia prima para este proyecto, puesto que aportan material que sirven de guía para la culminación del mismo.

Bases Teóricas

El presente trabajo se fundamenta en las teorías cognoscitivas, principios pedagógicos y principios teóricos de aprendizajes. Los teóricos que orientaron el presente estudio se apoyan en el modelo filosófico constructivista, el cual parte de la premisa de que el ser humano es el único capaz de construir y reconstruir el tipo de pensamiento que utiliza para orientar su comportamiento. El constructivismo surge como corriente epistemológica, preocupada por discernir sobre los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano y como alternativa frente al apriorismo y al empirismo.

La postura constructivista pedagógica es una corriente de pensamiento basada en los aportes de autores tales como Ausubel, Novak y Hanessian, Piaget, Vygotsky, Novak, Gowin, Van Hiele y otros. Se fundamentara este trabajo en el modelo de los nivelas de Van Hiele y la teoría socio cultural de Vygotsky.

El Modelo de los Niveles de Van Hiele

En la didáctica de la geometría ha tenido una fuerte influencia el trabajo desarrollado por Pierre Van Hiele y Dina Van Diele Geldof, para comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. El modelo teórico conocido como "los niveles de Van Hiele" comenzó a proponerse en 1959 y ha sido objeto de abundantes experimentaciones e investigaciones que han llevado a introducir diversas matizaciones, pero que aún continúa siendo útil para organizar el currículo de geometría en la educación primaria y secundaria. En este modelo se proponen cinco niveles jerárquicos para describir la comprensión y el dominio de las nociones y habilidades espaciales. Cada uno de los cinco niveles describe procesos de pensamiento que se ponen en juego ante tareas y situaciones geométricas. A continuación describimos brevemente las características de los cinco niveles y los tipos de actividades que pueden desarrollarse en cada uno de ellos.

Nivel 0: Visualización. Los objetos de pensamiento en el nivel 0 son formas y se conciben según su apariencia, los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño de seis años puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; puede recordar de memoria sus nombres. Pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo particular. Para él son formas distintas y aisladas. En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de "la misma forma".

El Nivel 1. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc. El niño, por ejemplo, ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el niño es todavía incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular.

En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras; de forma concreta en este proyecto, los estudiantes de cuarto y quinto, harán razonamientos sobre las características. Que tienen los triángulos y que los hacen pertenecer a un grupo determinado en sus clasificaciones.

Los objetos de pensamiento en el nivel 1 son clases de formas, en lugar de formas individuales.

Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular, en lugar de hablar sobre este rectángulo, es posible hablar sobre todos los rectángulos. Al centrarse en una clase de formas, los alumnos son capaces de pensar sobre lo que hace que un rectángulo sea un rectángulo (cuatro lados, lados opuestos paralelos, lados opuestos de la misma longitud, cuatro ángulos rectos, diagonales congruentes, etc.).

Las características irrelevantes (como el tamaño o la orientación), pasan a un segundo plano. Los estudiantes comienzan a darse cuenta de que una colección de formas pertenece a la misma clase debido a sus propiedades. Si una forma pertenece a la clase de los cubos, tiene las propiedades correspondientes a esa clase. "Todos los cubos tienen seis caras congruentes, y cada una de estas caras es un cuadrado". Estas propiedades estaban como implícitas en el nivel 0.

Los sujetos del nivel 1 pueden ser capaces de listar todas las propiedades de los cuadrados, rectángulos, y paralelogramos, pero no verlas relaciones de inclusión entre estas clases, que todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos. Cuando se les pide que definan una forma, es probable que listen todas las propiedades que conozcan. Los productos del pensamiento del nivel 1 son las propiedades de las formas Van de Walle (2001).

Nivel 2: Deducción informal. Los objetos del pensamiento del nivel 2 son las propiedades de las formas a medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, son capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades. "Si los cuatros ángulos son rectos, la figura es un rectángulo. Si es un cuadrado, todos los ángulos son rectos. Si es un cuadrado, entonces debe ser un rectángulo". Con una mayor capacidad de usar el razonamiento "si entonces", las figuras se pueden clasificar usando sólo un mínimo de características. Por ejemplo, cuatro lados congruentes y al menos un ángulo recto puede ser suficiente para definir un cuadrado.

Los rectángulos son paralelogramos con un ángulo recto. Las observaciones van más allá de las propias propiedades y comienzan a centrarse en argumentos lógicos sobre las propiedades. Los estudiantes del nivel 2 serán capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. "Las demostraciones" pueden ser más de tipo intuitivo que rigurosamente deductivas. Sin embargo, se entiende que un argumento lógico tiene características que obligan a aceptar la conclusión. La comprensión de la estructura axiomática de un sistema deductivo formal no llega a alcanzarse.

Los productos de pensamiento del nivel 2 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

Nivel 3: Deducción. Los objetos de pensamiento en el nivel 3 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos. En este nivel los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas. Su pensamiento anterior ha producido conjeturas sobre relaciones entre propiedades. ¿Son correctas estas conjeturas? ¿Son verdaderas? A medida que tiene lugar este análisis de los argumentos informales, la estructura de un sistema completo de axiomas, definiciones, teoremas, corolarios, y postulados comienza a desarrollarse y puede ser considerada como el medio necesario para establecer la verdad.

Nivel 4: Rigor. Se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar. Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

Dado que el nivel 4 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto.

Las actividades que realizarán los estudiantes de primer año de ciencias de la U.E. Sagrado Corazón están diseñadas para que estos alcancen el nivel tres ya que son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas, pueden analizar, inferir y aplicar definiciones y teoremas.

La teoría sociocultural de Vygotsky proponía que el desarrollo cognoscitivo depende en gran medida de las relaciones con la gente que está presente en el mundo del niño y las herramientas que la cultura le da para apoyar el pensamiento. Los niños adquieren sus conocimientos, ideas, actividades y valores a partir de su interrelación con los demás. No aprende de la exploración solitaria del mundo, sino al apropiarse o "tomar para sí" las formas de actuar y pensar que su cultura les ofrece.

Para Vygotsky la interacción social era mucho más que un método de enseñanza, era el origen de los procesos mentales superiores. Suponía que cada función en el desarrollo cultural de un niño aparece dos veces: primero, en el nivel social (entre personas) y luego en el individual (dentro del niño). Las funciones superiores (resolver un problema) aparecen entre el niño y un maestro antes de que se internalicen.

La función del lenguaje y del habla privada

El lenguaje es crucial para el desarrollo cognoscitivo. Proporciona el medio para expresar ideas y plantear preguntas, las categorías y los conceptos por el pensamiento y los vínculos entre el pasado y el futuro. Vygotsky destacó la importancia del habla privada (hablarse a uno mismo), en la cual los niños se hablan a así mismo, como forma de dirigir el pensamiento y sus actos. El habla privada cumple una útil función de autodirección en las situaciones en que se necesita mayor esfuerzo cognoscitivo para alcanzar una solución.

Puntos de vista de Vygotsky respecto al Habla Privada:

El habla privada cumple una función en el desarrollo cognoscitivo. Los niños se están comunicando para orientar su conducta. Se da una transición del habla privada audible al habla interna silente como un proceso fundamental para el desarrollo cognoscitivo. Ayuda a que el niño utilice el lenguaje para la realización de actividades cognoscitivas importantes como: dirigir la atención, resolver problemas, plantear, formar conceptos, desarrollar autocontrol. El habla privada es más utilizada por los niños cuando tienen dificultades, están confundidos o comenten errores.

Habla Privada y el Aprendizaje

Vygotsky expone la auto instrucción cognoscitiva, la cual consiste en que los estudiantes "se hablan a sí mismos" durante una tarea de aprendizaje. Hay que permitirles que hablen mientras resuelven problemas difíciles.

La Función de los Adultos y de los Compañeros

Mediante el lenguaje, el niño logra intercambios con el contexto. Las personas adultas sirven como guías o maestros para que el niño crezca de manera intelectual. El adulto escucha con cuidado y le da sólo la ayuda necesaria para aumentar la compresión del pequeño.

Aprendizaje Asistido

Es necesario contar con un andamiaje (apoyo, información, animo adecuado, otro). Permitir gradualmente que los estudiantes hagan cosas por sí mismo. Adaptar los problemas y materiales a los niveles que se encuentran los niños. Dar la ayuda adecuada en el momento preciso, mediante la zona de desarrollo próximo.

Estrategias:

- Procedimientos facilitadores (andamiaje).
- Uso modelado de facilitadores.
- Pensar en voz alta.
- Anticipar las áreas difíciles.

- Proporcionar apoyos o tarjetas con señales.
- Ofrecer ejemplos resueltos a medias.
- Regular la dificultad.
- Enseñanza recíproca.
- Proporcionar lista de verificación.

La Zona de Desarrollo Próximo

La zona de desarrollo próximo es el área en la que el niño no puede resolver por sí mismo un problema, pero que lo hace si recibe la orientación del adulto o la colaboración de algún compañero más avanzado. En este punto, la instrucción tiene éxito porque el aprendizaje real es posible. A este concepto se ajusta la función del habla privada.

Según las mismas palabras de Vygotsky, la Zona de Desarrollo Próximo no es otra cosa que la distancia entre el nivel de desarrollo actual, determinado por la capacidad de resolver individualmente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución del mismo problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de un compañero capaz. La vida en sociedad implica que el individuo adopte las prácticas de la cultura en la cual se desarrolla. Dichas pautas serán adquiridas por el niño o niña mediante la interacción tanto con las personas como con el contexto en el cual se encuentra. Por ello, los apoyos que brinden estos entes en el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes, será fundamental para una adecuada instrucción y desarrollo cognoscitivo.

Los estudiantes de la U.E. Sagrado Corazón están facultados para realizar las actividades presentes en la propuesta didáctica, donde tendrán que desarrollar teoremas, realizar cálculos medianamente complejos y analizar situaciones lo que permite inferir que los estudiantes lograrán alcanzar los primeros cuatro niveles (nivel 0, nivel 1 ,nivel 2 y nivel 3) de Van Hiele, donde los estudiantes, visualizan, reconocen las figuras, las nombran, identifican sus elementos y propiedades , realizar deducciones aplicar las fórmulas , además la interacción con su entorno y con una adecuada instrucción del profesor o con la colaboración de un compañero más capaz lograran un aprendizaje significativo tal como decía Vygotsky

Bases Legales

Para darle carácter legal a esta investigación, es conveniente tomar ciertos documentos legales, aquellos artículos donde se exprese apoyo o basamento al presente proyecto, entre estos se señalan:

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999).

Los derechos educativos se encuentran consagrados en los Artículos 102, 103, 104, los cuales establecen:

> **Artículo 102**. La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática, gratuita y obligatoria. El Estado la asumirá como función indeclinable y de máximo interés en todos sus niveles y modalidades, y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La educación es un servicio público y está fundamentada en el respeto a todas las corrientes del pensamiento, con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria en los procesos de transformación social consustanciados con los valores de la identidad nacional, y con una visión latinoamericana y universal. El Estado, con la participación de las familias y la sociedad, promoverá el proceso de educación ciudadana de acuerdo con los principios contenidos en esta Constitución y en la ley. (p.103).
>
> **Artículo 103.** Toda persona tiene derecho a una educación integral de calidad permanente, en igualdad de condiciones y oportunidades sin más limitaciones que las derivadas de sus aptitudes vocación y aspiraciones. La educación es obligatoria en todos sus niveles, desde el maternal hasta el nivel medio diversificado La impartida en las instituciones del estado es gratuita hasta el pregrado universitario. A tal fin, el estado realizará una inversión prioritaria, de conformidad con las recomendaciones de la Organización de las Naciones Unidas. El Estado creará y sostendrá Instituciones y servicios

suficientemente dotados para asegurar el acceso, permanencia y culminación en el sistema educativo.

Artículo 104. La educación estará a cargo de personas de reconocida moralidad y de comprobada idoneidad académica. El Estado estimulará su actuación permanente y les garantizará la estabilidad en el ejercicio de la carrera docente, bien sea pública o privada, atendiendo a esta Constitución y a la ley, en un régimen de trabajo y nivel de vida acorde con su elevada misión. El ingreso, promoción y permanencia en el sistema educativo serán establecidos por ley y responderá a criterios de evaluación de méritos, sin injerencia partidista o de otra naturaleza no académica. (p.104). La educación estará a cargo de personas de buenas costumbres morales a quienes se les garantizará la estabilidad laboral y económica de acuerdo a su misión, el ingreso será de acuerdo a lo establecido por la ley.

Ley Orgánica de Educación (2009)

Artículo 6. El Estado, a través de los órganos nacionales con competencia en materia educativa, ejercerá la rectoría en el sistema educativo. En consecuencia:
1.- Garantiza: a. El derecho pleno a una educación integral, permanente, continua y de calidad para todos y todas con equidad de género en igualdad de condiciones y oportunidades, derechos y deberes; y b. La gratuidad de la educación en todos los centros e instituciones educativas oficiales hasta el pregrado universitario.
2.- Regula, Supervisa y Controla: a. La obligatoriedad de la educación y establece los mecanismos para exigir a las comunidades, familias, padres, madres, representantes o responsables, el cumplimiento de este deber social. La idoneidad académica de los y las profesionales de la docencia que ingresen a las instituciones, centros o espacios educativos oficiales y privados del subsistema de educación básica, con el objeto de garantizar procesos para la enseñanza y el aprendizaje en el Sistema Educativo, con pertinencia social, de acuerdo con lo establecido en la ley especial que rige la materia…
3. Planifica, Ejecuta, Coordina Políticas y Programas: a. De formación, orientados hacia el desarrollo pleno del ser humano y su incorporación al trabajo productivo, cooperativo y liberador; b. Para la inserción productiva de egresados universitarios y egresadas universitarias en correspondencia con las prioridades del Plan de Desarrollo Económico y Social de la Nación;… d. De desarrollo socio-cognitivo integral de ciudadanos y ciudadanas, articulando de forma permanente, el aprender a ser, a conocer, a hacer y a convivir, para desarrollar armónicamente los aspectos cognitivos, afectivos, axiológicos y prácticos, y superar la fragmentación, la atomización del saber y la separación entre las actividades manuales e intelectuales; y. g. De actualización

permanentemente del currículo nacional, los textos escolares y recursos didácticos de obligatoria aplicación y uso en todo el subsistema de educación básica, con base en los principios establecidos en la Constitución de la República y en la presente Ley. (p.2) En tal sentido, el artículo mencionado señala que el estado debe garantizar, regular y planificar acciones plenas a una educación integral orientado al desarrollo pleno del ser humano de actualización permanente como lo ofrecen los planes y proyectos para mejorar el desarrollo socio-cognitivo integral de ciudadanos y ciudadanas articulando la enseñanza.

Términos Básicos

Estrategia didáctica: Las estrategias didácticas contemplan las estrategias de aprendizaje y las estrategias de enseñanza por esto, es importante definir cada una. Las estrategias de aprendizaje consisten en un procedimiento o conjunto de pasos o habilidades que un estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas. Por su parte, las estrategias de enseñanza son todas aquellas ayudas planteadas por el docente, que se proporcionan al estudiante para facilitar un procesamiento más profundo de la información. Por su parte, las estrategias de enseñanza son todas más profundas de la información, aquellas ayudas planteadas por el docente, que se proporcionan al estudiante para facilitar un procesamiento. (Díaz y Hernández, 1999).

Triángulo: Un triángulo es una figura formada por tres segmentos que unen tres puntos no colineales. Cada uno de los tres puntos es un vértice del triángulo. Los segmentos se llaman lados del triángulo. Ardila, V. (2003)

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

Es el conjunto de acciones destinadas a describir y analizar el fondo del problema planteado, a través de procedimientos específicos que incluye las técnicas de observación y recolección de datos.

Así mismo Arias (2006), explica el marco metodológico como el "Conjunto de pasos, técnicas y procedimientos que se emplean para formular y resolver problemas" (p. 16).

Tamayo y Tamayo (2003); define al marco metodológico como "Un proceso que, mediante el método científico, procura obtener información relevante para entender, verificar, corregir o aplicar el conocimiento", dicho conocimiento se adquiere para relacionarlo con las hipótesis presentadas ante los problemas planteados, (p. 37).

Metodología

Tipo de Investigación

Para algunos investigadores caso particular Arias (2012), los tipos de una investigación varían según el nivel, el diseño empleado o el propósito que persigue la investigación, mientras que el nivel se corresponde con la regularidad que se le da a la situación estudiada en nuestro caso es un proyecto factible.

Proyecto Factible

Arias (2012), refiere que un proyecto factible en una investigación se usa para darle solución a un problema práctico o satisfacer una necesidad. La acción a tomar para la solución debe ser realizada metódicamente, donde se demuestre la factibilidad o posibilidad de realizar la investigación. El proyecto factible es una de las modalidades de la investigación descriptiva, en éste se hace una propuesta y necesariamente requiere ejecutarla. El proyecto factible tiene una gran aplicación en el campo educativo.

Diseño de Investigación

El diseño de la presente investigación es de campo no experimental, ya que según el Manual para la elaboración de Tesis de Grado y Especialización y Maestrías y Tesis Doctorales de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2011) una investigación de campo consiste en:

> Análisis de problemas en la realidad con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos o predecir su concurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquiera de los paradigmas enfoques de investigación conocidos en desarrollo (p. 18).

En lo que respecta a la investigación planteada, la propuesta definitiva es un proyecto factible no experimental, porque dependerá de la manipulación de las variables involucradas, del tipo de campo y nivel descriptivo las cuales se va a realizar en la Unidad Educativa Sagrado Corazón.

Población

La acepción del término, se busca en el campo estadístico, y se refiere a la totalidad de los sujetos, datos, elementos involucrados, es decir, aquellos que van a ser medidos en el estudio de investigación, de manera que al final las generalizaciones que se haga de los resultados sean válidos y fiables.

Precisaremos el concepto según Arias (2012). “Población objetivo, es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Esta queda delimitada por el problema y por los objetivos de estudio", en la investigación la población es 105 estudiantes de la Unidad Educativa Sagrado Corazón perteneciente a las tres secciones de los cuartos años de educación media general.

Muestra

Estadísticamente, se dice que la muestra es un subgrupo, o subconjunto de la población; la cual debe ser representativa. Sin embargo es necesario conocer el procedimiento por el cual un grupo o parte de los elementos de la población entran en el estudio del investigador. Ramírez (2007), expresa sobre la muestra lo siguiente "Entenderemos por ésta, a un grupo relativamente pequeño de una población que representa características semejantes a la misma", (p. 77). Así mismo, Palella y Martins (2006) indican: "Algunos autores coinciden en señalar que una muestra del 10, 20, 30 ó 40% es representativa de una población" (p.116). En la investigación se tomará una muestra de 80 estudiantes de las tres secciones, escogidos en forma aleatoria, en edades comprendida entre 14 y 16 años del primer año de ciencias , (sin tomar en cuenta notas ni sexo para no contaminar los resultados), de un estrato social media alta. Se tomaran 15 estudiantes que representa el 14,29 % de la población total que son 105 estudiantes, para realizar la prueba piloto.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

El éxito de una investigación descansa en buena parte en la pertinencia de las técnicas seleccionadas para la recolección de información, así como en la idoneidad de los instrumentos utilizados para tal fin. Al respecto Arias (2006), señala que la técnica de recolección representa el conjunto de procedimiento o formas utilizadas en la obtención de la información necesaria para lograr los objetivos de la investigación.

Según García Avilés (1997), las define como: "Herramientas utilizadas por el investigador para desarrollar los sistemas de información, las cuales se aplicarán en un momento en particular", (p. 74). En este contexto, se utilizó la encuesta centrada en la aplicación de instrumentos de evaluación.

El objetivo de esta encuesta es recoger información acerca de la necesidad, de que tienen los estudiantes acerca del contenido los triángulos y sus aplicaciones prácticas.

Instrumento

Para la recopilación de la información se aplicará un cuestionario que mida el nivel de conocimientos que tienen los estudiantes sobre el tema de triángulos y sus aplicaciones prácticas, que permita medir la factibilidad del diseño de la propuesta. El cuestionario tendrá 10 ítems con cuatro posibles respuestas que medirá el conocimiento básico que tienen los estudiantes.

Al referido instrumento se le realizará la Validez. Según Hernández y otros (2006), la validez se define como la capacidad de un instrumento para medir de forma real la variable que intenta medir. La validez es el grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir, es decir, se basa en la necesidad de discernimiento y juicio entre expertos, los cuales realizarán un análisis de los datos y los cotejaran con el contenido teórico, a fin de verificar la validez del constructo y determinar si lo que se pretende medir está acorde con el tema planteado y dar su aprobación para ser aplicado. (Hernández, et. al, 2010; p. 201).

A su vez, los mencionados autores, clasifican la validez del instrumento en tres tipos: validez del constructo, validez de criterio y validez de contenido. Respecto a la última de ellas, estos autores la definen como la manera en que "un instrumento de medición debe contener todos los ítems del dominio de contenido de los aspectos a medir", (p. 209). En ese sentido, hay que verificar que se encuentren contemplados todos los indicadores en la tabla de especificaciones de los aspectos a investigar.

Validez y Confiabilidad del Instrumento

Validez

La validez es definida por Hernández y otros (2006), como: "el grado en que un instrumento mide la variable que pretende medir" (p.242). Así mismo, se considera, la validez del contenido, como la concordancia que existe entre los contenidos de los ítems, los diferentes postulados de teóricos y los objetivos de la investigación.

En función ante lo expuesto el instrumento se les entregó a tres (3) expertos para su respectiva revisión y aprobación con los diferentes ítems que conforman el cuestionario.

Confiabilidad

Por otra parte se hará necesario verificar la Confiabilidad del instrumento. Al interpretar la definición aportada por Hernández y otros (2006), se comprende la confiabilidad como el grado o medida en que la aplicación repetida del instrumento al mismo grupo de sujetos proporcionará iguales resultados. Siguiendo las consideraciones de Hernández, resultó necesaria en la presente investigación la verificación de la validez y confiabilidad a través de la aplicación de un cuestionario de 10 preguntas (ítems), sobre resolución de triángulos con cuatro alternativas de respuestas donde una de ellas es la correcta A efecto de esta investigación se utilizó el coeficiente de confiabilidad de Kuder Richardson (KR20), debido a que el instrumento tiene una parte de selección simple de cuatro (04) opciones, pero sólo una es la correcta, por lo tanto se le considera dicotómica (respuesta correcta o incorrecta).

La confiabilidad de la prueba piloto se obtuvo tras la aplicación de la siguiente fórmula: Kuder Richardson

$$KR20 = \left(\frac{n}{n-1}\right)\frac{\delta^2 - \sum p_i q_t}{\delta^2}$$

$KR20$ = coeficiente de confiabilidad.

n = número de ítems que contiene el instrumento.

δ^2= varianza total de la prueba.

$\sum p_i q_t$ = sumatoria de la varianza individual de los ítems.

El resultado de la prueba piloto que fue aplicada a 15 estudiantes de la UE Colegio Sagrado Corazón fue la siguiente:

Tabla N° 2: Datos de Respuestas de los Estudiantes

Nº de estudiantes	Item	Items 2	Ítems 3	Items 4	Ítems 5	Item6	Items7	Items8	Items9	Items10	TRC	$(Xi-\bar{x})^2$
1Estudiante	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	5	5,48
2 Estudiante	0	1	1	0	0	1	**0**	0	1	0	4	1,8
3 Estudiante	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,08
st4 Estudiante	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,08
5 Estudiante	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2,8
6 Estudiante	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	3	0,12
7 Estudiante	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0,12
8 Estudiante	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2,8
9 Estudiante	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	3	0,12
10 Estudiante	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	3	0,12
11 Estudiante	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	4	1,8
12 Estudiante	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	3	0,12
13 Estudiante	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	4	1,8
14 Estudiante	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	0,44
15 Estudiante	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	4	1,8
TRC	3	6	5	4	3	2	3	3	5	6	40	31,56
Media	0,2	0,4	0,33	0,27	0,2	0,13	0,2	0,2	0,33	0,4	2.66	
P	0,2	0,4	0,33	0,27	0,2	0,13	0,2	0,2	0,33	0,4		
q	0,8	0,6	0,67	0.73	0,8	0,87	0,8	0,8	0,67	0,6		
p.q	0,16	0,24	0,22	0,20	0,16	0,11	0,16	0,16	0,22	0,24		
$\sum p.q$	0,16	0,4	0,62	0,82	0.98	1,09	1,25	1,41	1,63	1,87	10,23	
Vt												

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} * \frac{st^2 - \sum p.q}{st^2} \qquad \frac{15}{14} * \frac{31,56-10,23}{31,56} = 0,723 \qquad \bar{x} = \frac{40}{15} = \mathbf{2,67}$$

Se utilizó la fórmula de Kuder y Richardson obteniendo como resultado de la confiabilidad del instrumento que es de 0,723 lo que quiere decir, que si se aplica este instrumento debido a que su confiabilidad es alta.

Al utilizar el procedimiento estadístico para calcular la confiabilidad a través de Kuder y Richardson se pudo valorar un coeficiente de confiabilidad de 0,723 en la prueba piloto, se estableció por lo tanto un grado de confiablidad alto debido a la cercanía con 1, lo que expresa la consistencia interna del instrumento y por lo tanto su homogeneidad.

Técnica de Análisis de Datos

En una investigación del tipo y diseño de la presente, para realizar el análisis de los datos obtenidos, es imprescindible la aplicación de herramientas estadísticas, en este sentido Tamayo y Tamayo (2007), señalan, a través de la estadística se procesan los datos obtenidos para describir, organizar, analizar e interpretar en forma apropiada los resultados. En este sentido, una vez recolectada la información y representada en tablas, el análisis de la misma se realizó a través de la estadística descriptiva .

Igualmente para este análisis se utilizó la media como medida de tendencia central, y como medida de dispersión la desviación estándar.

Para el análisis de la variable, dimensiones e indicadores, se construyó una tabla de interpretación o baremo contentivo de rango, intervalo y categoría para cada uno de los estadísticos descriptivos utilizados.

Plan Administrativo del Proyecto

Recursos Institucionales: La realización de esta investigación, necesitará la colaboración de la directiva de la institución.

Recursos Humanos: En cuanto a los recursos humanos, se cuenta con la asesoría metodológica del Tutor Rosa Amaya, como también de los estudiantes y profesores, para llevar a cabo el proceso investigativo.

Tabla Nª 1 Recursos Materiales y Financieros

Recursos	**Cantidad**	**Costo (Bs)**
Resma de Papel	1	3.500
Copia	100	4.000
Tinta	2	15.800
Materiales para escribir	Varios	4.200
Total		27.500

Fuente Chourio L. (2015).

Tabla N° 2 Cronograma de Actividades Año 2015

ACTIVIDADES	**Abril / Mayo**				**Junio**				**Julio**				**Agosto**			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Selección del Tema Recolección de información del Cap. I y elaboración del Capítulo I																
Revisión por parte de la tutora metodológica Entrega del Capítulo I. Recolección de información del Cap. II																
Desarrollo del Capítulo II. Revisión Tutorial. Entrega del Capítulo II. Recolección de información del																

Cap. III																
Desarrollo capítulo III																

Fuente: Chourio L. (2015).

Tabla N° 3 Cronograma de Actividades Año 2015

ACTIVIDADES	Septiembre				Octubre				Noviembre				Diciembre			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Desarrollo capítulo III. Revisión Tutorial.																
Entrega del Anteproyecto (Cap. I, Cap. II y Cap. III)																
Recolección de información para elaboración del instrumento																
Revisión del instrumento																

Fuente: Chourio L. (2015).

Tabla N° 4 Cronograma de Actividades Año 2016

ACTIVIDADES	Febrero Marzo				Abril				Mayo			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Recolección de información para la propuesta	V											
Desarrollo de la propuesta Revisión												
Entrega de la propuesta												

Fuente: Chourio L. (2016).

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCION DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TÍTULO

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E SAGRADO CORAZÓN

Tutora:
Dra: Amaya Rosa

Autor:
Licenciado Chourio Luis

Valencia, Junio, 2017

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Presentacion de los Resultados

En este apartado se presenta los datos, análisis e interpretación de los resultados, producto de la encuesta aplicada a los estudiantes del primer año de ciencias de la unidad educativa Sagrado Corazón, que aportan a la investigación una información para lograr determinar los datos estadísticos según las dimensiones e indicadores de estudio representados por cada uno de los ítems.

Se presentan a continuación los, cuadros y gráficos estadísticos en función de la variable, considerando las dimensiones e indicadores previamente formulados. De esta forma, la información se analizó destacando los datos en cada uno de los Ítems.

En este sentido los resultados del cuestionario aplicado a los estudiantes de la U. E. Sagrado Corazón se muestran a continuación:

ÍTEMS N° 1: Dos ángulos son complementarios cuando su suma es:

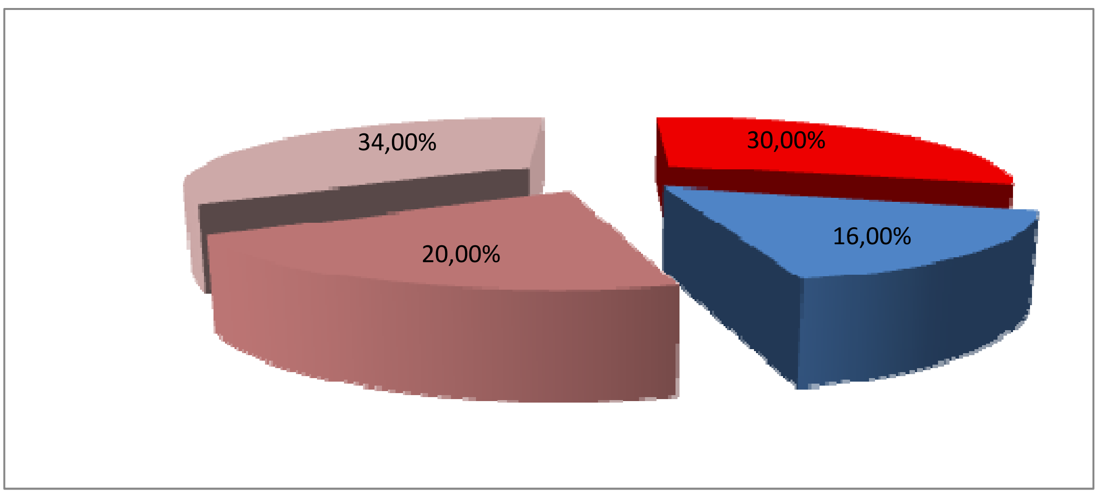
- **Variable:** Conocimiento sobre ángulos.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Establecer la definición.

Cuadro N° 1

Alternativas										
Item 1	a		b		c		d		Totales	
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
	15	30	8	16	10	20	17	34	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 1



Fuente: Cuadro 1.

Análisis

En el gráfico N° 1 el 20 % de los estudiantes contestaron correctamente (opción C), el ítems 1 sí conocen la definición de ángulo complementario. Sin embargo, es preocupante observar que el 80% de los estudiantes contestaron las opciones A (30%), la B (16%) y la D (30%) que eran respuestas erróneas.

ÍTEMS N° 2: En todo triángulo la suma de sus ángulos interno es:

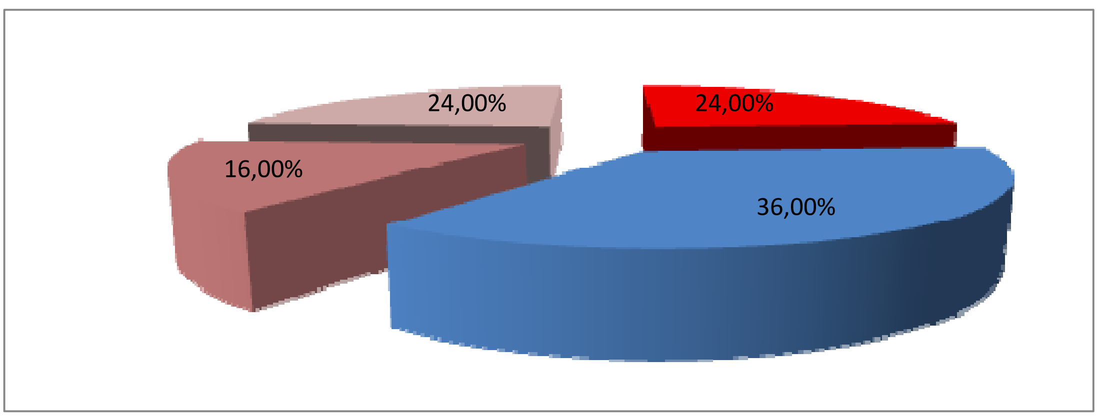
- **Variable:** Conocimiento de ángulos internos de un triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Establecer la definición.

Cuadro Nº 2

	Alternativas									
Item 2	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	12	24	18	36	8	16	12	24	50	100

Fuente Chourio L. (2016).

Gráfico N° 2



Fuente: Cuadro 2.

Análisis

La respuesta correcta era la opción B y el 36% de los estudiantes la contestaron bien, lo que nos indica que estos estudiantes tiene conocimiento sobre ángulos internos de un triángulo, el resto de los estudiantes, el 64% que eligieron las otras opciones desconocen esta definición.

ÍTEMS N° 3: Un triángulo es equilátero cuando tiene:

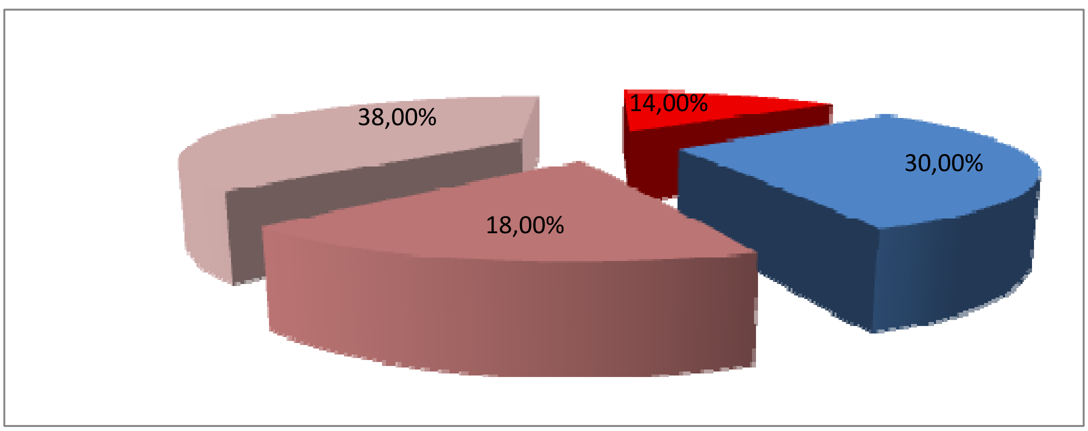
- **Variable:** Conocimiento sobre tipos de triángulos según sus lados.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Identificar las diferentes tipos de triángulos según sus lados.

Cuadro Nº 3

Alternativas										
Item 3	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	7	14	15	30	9	18	19	38	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 3



Fuente: Cuadro 3.

Análisis

De acuerdo a los datos obtenidos, solo el 30% de los estudiantes seleccionó la opción B, que es el resultado correcto que se refiere a la clasificación de los triángulos según sus lados el resto el 70% marcó las otras tres opciones incorrectas demostrando con ello que no tienen conocimientos teóricos en este tema.

ÍTEMS N° 4: Un triángulo es isósceles cuando:

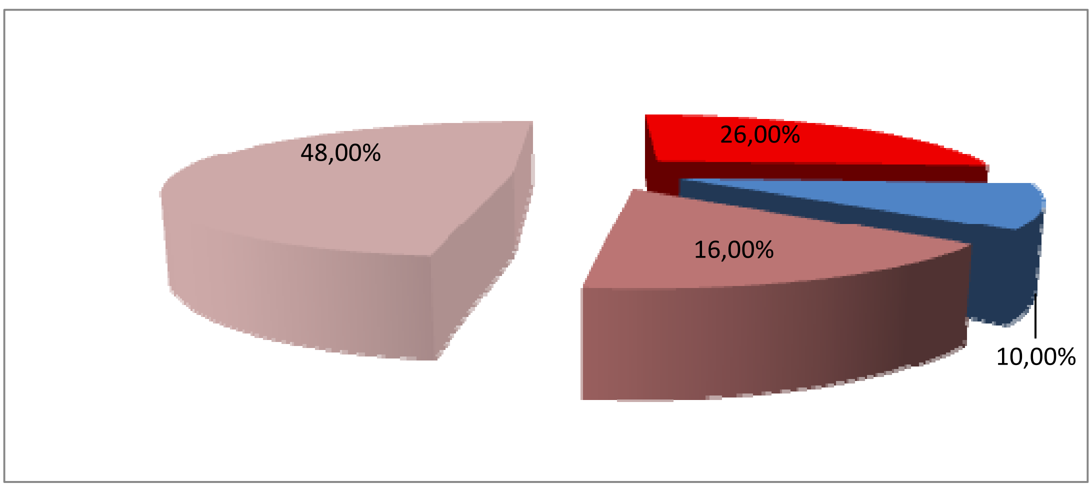
- **Variable:** Conocimiento sobre tipos de triángulos según sus lados.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Identificar las diferentes tipos de triángulos según sus lados.

Cuadro Nº4

Alternativas											
Item 4	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	13	26	5	10	8	16	24	48	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N°4



Fuente: Cuadro 4.

Análisis

La respuesta correcta es la opción A, y se puede observar en el cuadro nº 4 que solo el 26 % de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 74 % carecen del conocimiento sobre clasificación de los triángulos según sus lados.

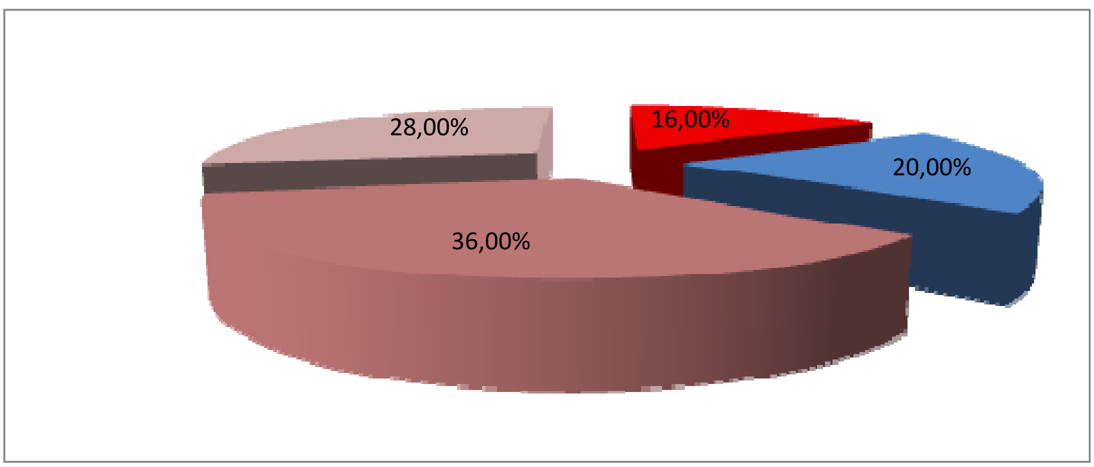
1. **ÍTEMS N° 5:** El área de un triángulo se determina con la siguiente fórmula:
   - **Variable:** El área de un triángulo.
   - **Dimensión:** Contenido Conceptual.
   - **Indicador:** Reconocer la ecuación para calcular el área de un triángulo.

Cuadro Nº 5

Alternativas											
Item 5	a		b		c		d		Totales	
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
	8	16	10	20	18	36	14	28	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 5



Fuente: Cuadro 5

Análisis

La respuesta correcta es la opción A, y se puede observar en el cuadro nº5 que tan solo el 16% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 84 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular el área de un triángulo.

ÍTEMS N° 6: En el siguiente triángulo el valor de la hipotenusa es:

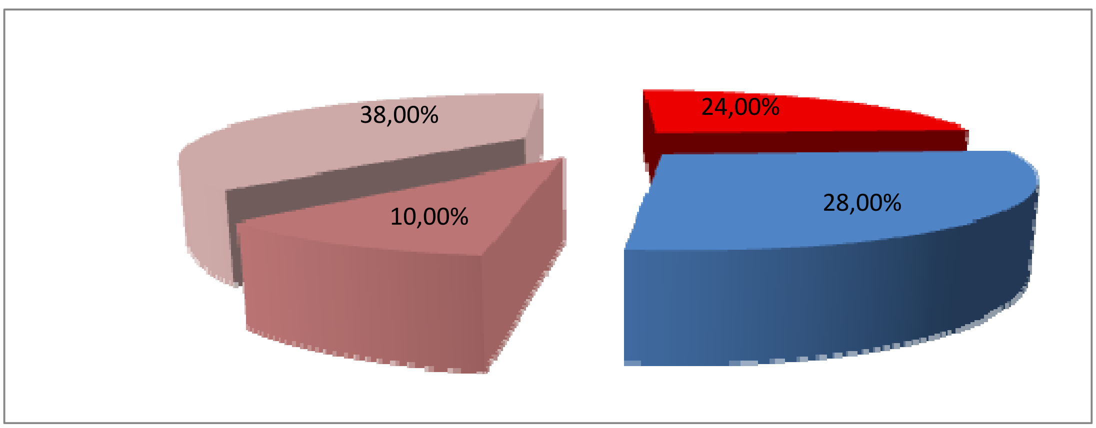
- **Variable:** Calculo de la longitud de un lado del triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Determinar la longitud de un lado del triángulo, dados dos de sus lados.

Cuadro Nº 6

Alternativas											
Item 6	a		b		c		d		Totales	
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
	12	24	14	28	5	10	19	38	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 6



Fuente: Cuadro 6.

Análisis

La respuesta correcta es la opción C, y se puede observar en el cuadro nº6 que tan solo el 10% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 90 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular la longitud de los lados de un triángulo.

ÍTEMS N° 7: En el siguiente triángulo el valor de la hipotenusa es:

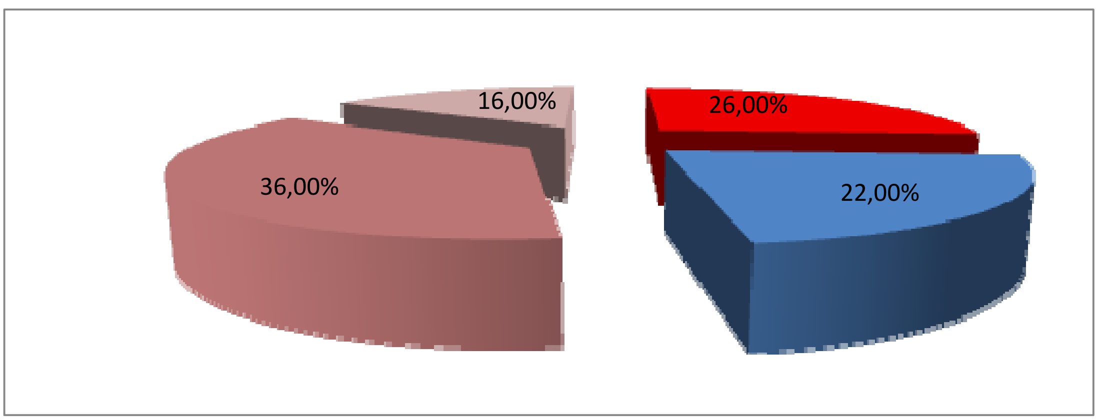
- **Variable:** Calculo de la longitud de un lado del triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Determinar la longitud de un lado del triángulo, dados dos de sus lados.

Cuadro Nº 7

Alternativas											
Item 7	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	13	26	11	22	18	36	8	16	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N°7



Fuente: Cuadro 7.

Análisis

La respuesta correcta es la opción D, y se puede observar en el cuadro Nº 7 que tan solo el 16% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 84 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular la longitud de los lados de un triángulo.

ÍTEMS N° 8: En el siguiente triángulo el valor del lado que falta es:

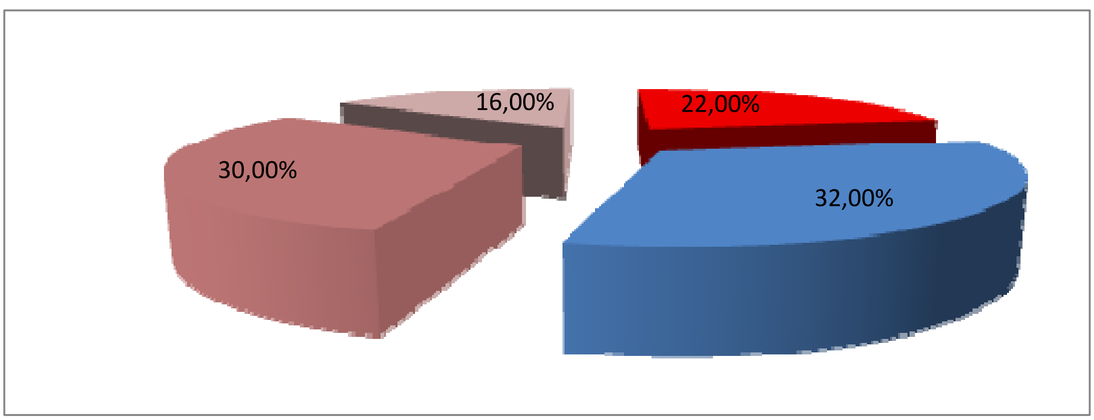
- **Variable:** Calculo de la longitud de un lado del triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Determinar la longitud de un lado del triángulo, dados dos de sus lados.

Cuadro Nº 8

Alternativas										
Item 8	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	11	22	16	32	15	30	8	16	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 8



Fuente: Cuadro 8.

Análisis

La respuesta correcta es la opción, A y se puede observar en el cuadro nº 8 que tan solo el 22% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 78 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular la longitud de los lados de un triángulo.

ÍTEMS N°9: En el siguiente triángulo el valor del área es:

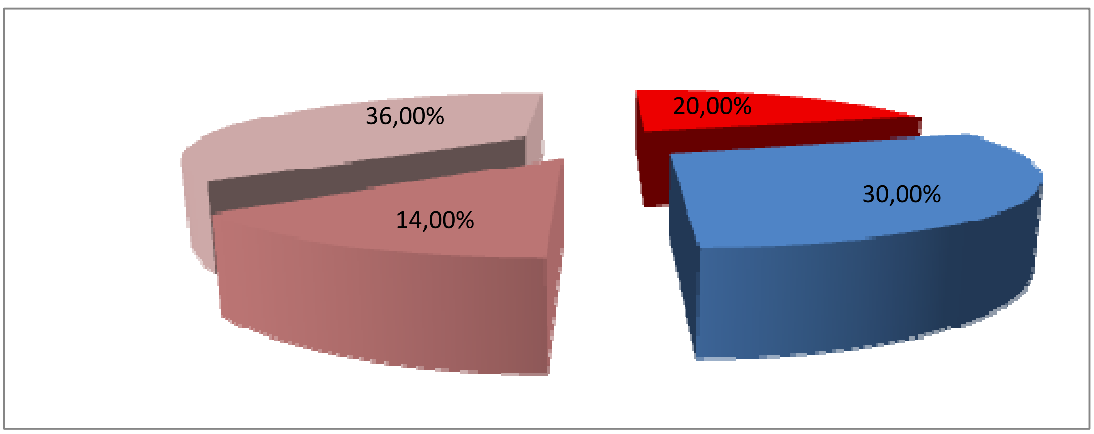
- **Variable:** Cálculo del área de un triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Determinar el área de triángulo, dados dos de sus lados.

Cuadro Nº 9

Alternativas										
Item 9	a		b		c		d		Totales	
	f	%	f	%	F	%	f	%	f	%
	10	20	15	30	7	14	18	36	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 9



Fuente: Cuadro 9.

Análisis

La respuesta correcta es la opción, B y se puede observar en el cuadro Nº 9 que tan solo el 30% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 70 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular el área de un triángulo.

ÍTEMS N°10: En el siguiente triángulo, el valor del perímetro es:

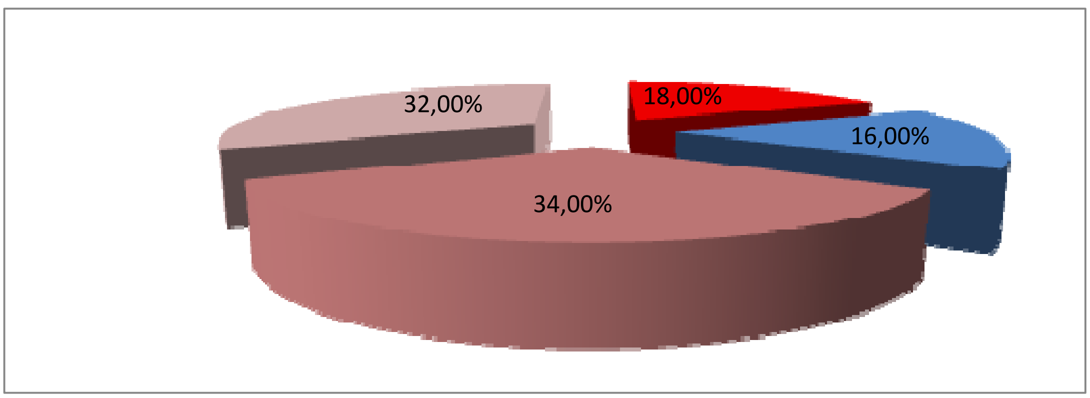
- **Variable:** Cálculo del perímetro de un triángulo.
- **Dimensión:** Contenido Conceptual.
- **Indicador:** Determinar el perímetro de triángulo, dados dos de sus lados.

Cuadro Nº 10

	Alternativas									
Item 10	**a**		**b**		**c**		**d**		**Totales**	
	f	**%**	**f**	**%**	**F**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
	9	18	8	16	17	34	16	32	50	100

Fuente: Chourio L. (2016).

Gráfico N° 10



Fuente: Cuadro 10.

Análisis

La respuesta correcta es la opción, D y se puede observar en el cuadro Nº 10 que tan solo el 32% de los estudiantes contestaron correctamente la pregunta en cuestión, el resto el 68 %, un porcentaje muy alto de estudiantes carecen del conocimiento sobre ecuación para calcular el perímetro de un triángulo.

Interpretación de los Resultados

Al revisar los resultados de los ítems analizados se observa claramente que los estudiantes tienen muy poco conocimiento en el contenido de triángulos, ya que se observó en las respuestas ofrecidas un alto porcentaje de desaciertos. En relación a la encuesta se debe señalar que fue realizada a través de un cuestionario compuesto de 10 ítems, basados en contenidos conceptuales, con el objetivo de diagnosticar el conocimiento que poseen los estudiantes sobre el contenido de los triángulos.

Una vez analizada e interpretada la información recopilada con la aplicación del cuestionario, se observó que los estudiantes presentan bajo conocimiento en el contenido de los triángulos, esto deduce que los docentes no están utilizando métodos que incentiven al educando a conocer sobre ellos, por lo tanto, se deben realizar actividades, que sean de su agrado y donde los jóvenes tengan interés de explorar más sobre los tópicos dados. Es por ello que esta investigación hace hincapié en realizar actividades fuera del aula para motivar a los estudiantes en este estudio y vean la aplicación en la vida real de estos conocimientos y por lo tanto sea significativo.

Estudio de la Factibilidad

La factibilidad, tal y como lo señala Gómez (2000) "indica la posibilidad de desarrollar un proyecto, tomando en consideración la necesidad detectada, beneficios, recursos humanos, técnicos financieros, institucionales, estudios de mercado y beneficiarios", (p. 24). Para elaborar una propuesta se deben considerar todos estos aspectos de tal manera pueda llevarse a cabo en un determinado plazo. Para la presente investigación se abordaron los aspectos económicos, técnicos e institucionales necesarios para el diseño de la propuesta.

Factibilidad Económica

Se puede presentar a través de esta investigación, la posibilidad de realizar varias actividades de campo. En este sentido se determinaron ciertos aspectos que están involucrados con la factibilidad de este proyecto, y la cantidad de recursos para desarrollar, organizar y mantener. Los gastos inherentes al desarrollo de la presente propuesta han sido asumidos por el investigador, así como el diseño de las actividades. El gasto por estudiantes es poco pues para realizar dichas actividades utilizaran material que poseen en sus hogares.

Análisis del Costo y Beneficio

La elaboración de dicho material y la inversión que este necesitaría no es muy costosa, ya que se utilizarían recursos obtenidos por la institución y por el investigador. Todo esto en cuanto a ciertos requerimientos como lo son: espacio físico y materiales utilizados, los cuales no tuvieron un costo mayor en el alcance económico para su elaboración.

Es importante mencionar que el beneficio además de la viabilidad de su bajo costo, al inducir estas actividades en los estudiantes permite mejorar su conocimiento y rendimiento académico.

Factibilidad Técnica

Esta fase está conformada por los recursos humanos y los diversos materiales que podrán permitir la realización de las actividades. En relación a los recursos humanos el material no incluyo ningún tipo de variación, En cuanto a los recursos materiales se cuenta con el espacio físico en la institución y fuera de ella y algunos materiales que el estudiante tiene en su hogar.

El estudio de factibilidad planteado anteriormente, conlleva a que la propuesta podrá ser ejecutada, ya que refleja la existencia de recursos organizativos, estructurales y de funcionamiento que se articularán con el trabajo cotidiano y la participación de la comunidad académica. Por lo cual, se recomienda la articulación efectiva de todos estos elementos para garantizar la ejecución satisfactoria de las actividades.

Ahora bien, considerando los resultados obtenidos en las fases anteriores, se procedió a la elaboración de la propuesta, la cual será presentada en el siguiente capítulo, abarcando todos y cada uno de los aspectos tanto metodológicos como prácticos para la obtención del material, el cual brindara ayuda a los a todos los estudiantes.

LA PROPUESTA

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÒN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN

Tutora:
Dra. Rosa Amaya

Autor:
Lic. Chourio Luis

Valencia, Junio, 2017

PRESENTACIÓN

Cuando analizamos la actitud del estudiante, al enfrentarse a una clase de matemática, basada exclusivamente en la técnica de la clase magistral y los recursos tradicionales de marcador y pizarra y la comparamos con las clases en donde se realizan actividades prácticas y de laboratorio tales como las correspondientes a las asignaturas física, química o biología, podemos observar una significativa diferencia en la actitud del estudiante cuando realizan las actividades prácticas, les agrada participar e intervenir en ellas, a veces se pelean por ver quien participa en la realización de la práctica, en la clase de matemática sin embargo el estudiante pocas veces quiere intervenir en las actividades, es por ello que la presente propuesta didáctica pretende aportar elementos de cambio en la enseñanza y aprendizaje de temas geométricos, donde el estudiante tiene la oportunidad de participar de manera más activa y amena en el logro de su aprendizaje a la vez que le permite ver algunas aplicaciones práctica de la matemática, como por ejemplo, resolución de triángulos para calcular el área de un terreno, cálculo de la altura de un edificio y realización de un presupuesto para pintar externamente un edificio.

De este modo, la propuesta Estrategia Didáctica Para el Aprendizaje de los Triángulos y sus Aplicaciones Prácticas Dirigida a Estudiantes de Primer Año de Ciencias en la U.E. Sagrado Corazón también dirigida a los docentes de matemática , y la misma es una alternativa de enseñanza y aprendizaje de tópicos de geometría diferente a la tradicional.

Dentro de este marco de ideas, la referida estrategia, constituye un instrumento de orientación metodológica para el docente, y una guía de actividades prácticas de matemática. Es decir, la presente propuesta es un trabajo didáctico–metodológico que ofrece una alternativa para mejorar la enseñanza de la geometría específicamente resolución de triángulos y sus aplicaciones, es una herramienta teórica–práctica, a disposición de docentes y estudiantes de primer año de ciencias para alcanzar el logro de los objetivos de la enseñanza de la matemática en dicho año. En la misma, se propone una serie de actividades las cuales, pueden ser mejoradas, o adaptadas, según la realidad o el contexto educacional, además se anexa una unidad didáctica que consiste en una guía de estudio que permitirá el mejor entendimiento de los tópicos a estudiar.

De allí pues, que es el docente, el encargado de valorar el presente trabajo, por consiguiente le corresponde criticarlo, ampliarlo, mejorarlo, revisarlo y aplicarlo en atención al pensum formulado por el programa de educación vigente.

FUNDAMENTACIÓN

La presente estrategia está sustentada en el aprendizaje estructural cognoscitivo propuesto por Vygotsky, y el trabajo de los esposos Van Hiele

Por ser el primer año de educación media, una etapa de transición donde se ponen de manifiesto profundos cambios biopsicosociales en donde predomina el desarrollo del pensamiento abstracto sobre el pensamiento concreto y tomando en cuenta la actitud del estudiante, sus experiencias físicas y afectivas y el grado de desarrollo intelectual alcanzado, constituyen las bases que sustentan las actividades a realizar en la presente estrategia.

ASPECTOS Y PROCESOS DE LA ESTRATEGIA

La estrategia está enfocada en tres aspectos o ámbitos básicos, los cuales se encuentran correlacionados en cuanto a la enseñanza de la matemática y muy especialmente de la geometría.

Aspecto Psicológico: Entendiéndose éste como la disposición motivante del estudiante en un momento determinado, el docente debe propiciar un ambiente empático para que su función de facilitador de conocimiento se desarrolle en atención al logro de los objetivos por parte de los estudiantes. Dicho ambiente debe ser: sincero, amistoso, cordial ,amoroso, cariñoso, comprensivo, para que las parte inmersas en el proceso se encuentren rodeadas de un clima agradable, a fin que la función del docente en ese momento se vea como un acto de compañerismo, e intercambios de ideas u opiniones donde se oigan las partes y se les tome en cuenta, y no se vea como un acto de imposición donde el facilitador es el dueño de todo tipo de conocimientos, sino despertando en el estudiante la necesidad de participación.

Aspecto Didáctico Pedagógico: Entendiéndose estos como todos las técnicas, maneras y formas que pone en práctica un facilitador en el momento de transmitir un conocimiento determinado a sus interlocutores. En este sentido hay que tener presente que estas actividades no son estáticas, es decir, son cambiantes en el espacio, tiempos, y en los grupos aplicables, es por ello que se debe tener sumo cuidado al momento de ejercitarla puesto que lo que es bueno o funcional para un grupo determinado es posible que no sea recomendable hacerlo con otros grupos. En tal sentido, es necesario que los facilitadores tengan cuidado, y detecten al momento de impartir el conocimiento como deben comportarse ante un grupo determinado, es decir, que tipo de estrategia pueden poner en práctica en el transcurso del desarrollo de cualquier actividad didáctica.

Aspectos Científicos de la Matemática: Por ser la matemática una ciencia debe enseñarse tomando en consideración los aspectos que caracterizan al conocimiento científico, fundamentalmente su profundidad. Es por esto, que además debe existir en los contenidos programáticos de geometría una relación coherente, una prosecución puesto que siendo una rama de la matemática tan básica y fundamental en la educación formal e informal que debe tener todo ser humano, no debería ser cursada solamente como lo establece el pensum de estudio actual.

OBJETIVOS DE LA ESTRATEGIA

Objetivo General

Proporcionar el desarrollo de habilidades y destrezas, del estudiante, así como incentivar su interés en el aprendizaje en el cálculo de áreas y su aplicación.

Objetivos Específicos

- Conocer una aplicación práctica de la geometría y la trigonometría de tal manera que se perciba la utilidad de la matemática.
- Conjugar el aprendizaje de conceptos y procedimientos de la geometría y la trigonometría mediante el planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Favorecer el desarrollo de destrezas procedimentales y la capacidad para elaborar estrategias propias en la resolución de problemas, geométricos y trigonométricos.
- Aportar una metodología innovadora de aprendizaje dirigida a la resolución de triángulos desde una perspectiva interdisciplinaria, con el propósito de hacer más efectivo y atractivo el aprendizaje.

CONTENIDO DE LA ESTRATEGIA

La estrategia constará de tres actividades realizadas fuera de la institución, la primera de ellas consistirá en medir el área de un terreno irregular cercano al colegio, la segunda consistirá en medir la altura de algunos edificios alrededor del colegio y la tercera realizar un presupuesto para pintar la fachada de algunos edificios. Cada actividad tendrá cuatro fases de aplicación: preparación, ejecución, evaluación y realimentación.

A continuación se describirán detalladamente estas actividades.

ACTIVIDADES

Actividad I

Cálculo del área de un terreno utilizando el método de triangulación.

Preparación

Para la realización de esta actividad, se divide el grupo de estudiantes en equipos de tres o cuatros personas. Se escoge el terreno al que se le va a medir el área, si la institución no cuenta con espacio físico para realizarla allí puede ser una región cercana o accesible tal como un parque, un jardín, el patio o una parcela recuperada por la comunidad, la finca de un familiar de algún estudiante o el propio terreno donde se encuentra el instituto educativo.

Se organiza una excursión donde irán estudiantes, profesores, directivos de la institución y representantes.

Recursos y Materiales

Para la realización de esta actividad se requiere de los siguientes recursos y materiales:

- Docente, estudiantes, representantes y directivo
- Terreno o área física para realizar la medición
- Estacas de madera de 30 a 50 cm de largo, o cabillas
- Clavos de 2” (dos pulgadas)
- Un rollo de pabilo
- Instrumentos de medida: Reglas y transportador de madera
- 1 cinta métrica o metro
- Papel y lápiz
- Calculadoras
- Cámaras fotográficas
- Video grabadoras, filmadoras teléfonos celulares.

Ejecución

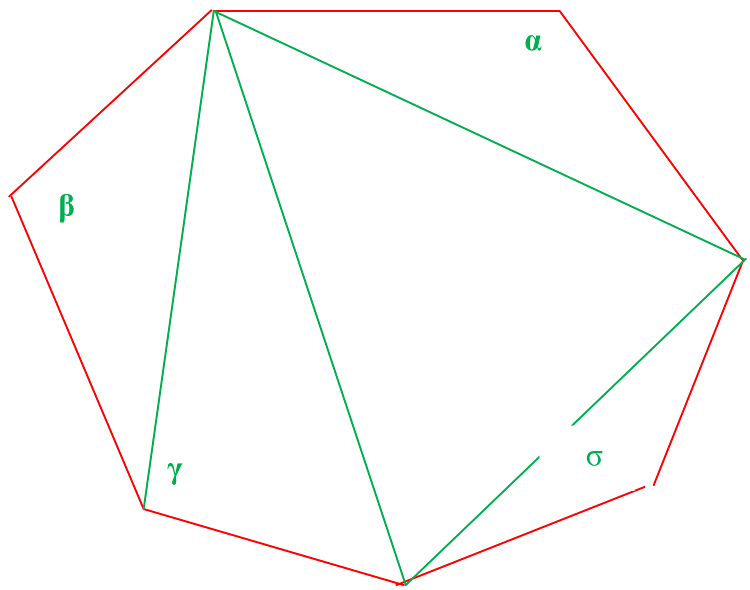
El profesor con el grupo de estudiantes se trasladarán al terreno de ejecución de la actividad. Utilizando las estacas se forma una poligonal cerrada cubriendo el área perimetral, por lo menos de seis lados. Se etiqueta cada estaca con una letra mayúscula, ello facilitará su identificación. La figura que se reflejará es un hexágono irregular, o un polígono de n lados, ahora se coloca sobre cada estaca un clavo de 2 pulgadas y con el pabilo amarrar los clavos para demarcar la poligonal.

Se divide el polígono en regiones triangulares a partir del trazo de las diagonales que van desde los vértices originando la triangulación, se mide los ángulos internos y dos lados externos de los triángulos a través del proceso de medición, una vez obtenido los datos de la región poligonal se hace un croquis del polígono con sus medidas que permitirá utilizar algunas herramientas matemáticas que resultan útiles para hallar las medidas del lado que falta del triángulo aplicando dos teoremas muy importantes en trigonometría, estos son: teorema del seno y/o teorema del coseno la ventaja que ofrecen ambos teoremas a diferencia del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas es que los triángulos no tienes que ser rectángulos.

Finalmente se calculará el área de todos los triángulos y la sumatoria de estos dará el área de la superficie total del terreno. Se puede calcular el área de cada triángulo usando el teorema de Herón, que es una ecuación que se utiliza si se conocen todos los lados del triángulo, sin necesidad de conocer el ángulo o de la altura. Se documenta todo con fotografías y grabación de video realizando la actividad.

Diagrama del polígono formado

Líneas rojas representan lados medidos con la cinta métrica
Líneas verdes representan los lados calculados con el teorema.
Β γ σ α γ : Ángulos medidos con el transportador.



El Estudiante Llenará la Siguiente Tabla

Tabla de datos						
Triángulo	Lado 1medido (m)	Lado 2 medido (m)	Ángulo entre el lado 1 y el lado 2 medido (º)	Diagonal calculada (m)	Semi perímetro Calculado (m)	Cálculo del área usando la fórmula de Herón (m^2)
Triangulo 1						
Triangulo 2						
Triangulo 3						
Triangulo 4						
Triangulo 5…						
Sumatoria del área de los triángulos						

Post Actividad

Elaboración de Un Informe

Cada equipo de trabajo presentará un informe con los siguientes puntos*:*

- Portada con identificación y fecha
- Introducción (De qué se trata el trabajo?)
- Objetivos (¿Qué se quiere lograr?)
- Marco teórico (¿Qué conocimientos se necesitan?)
- Desarrollo y proceso
- Cálculos y resultados
- Conclusiones y comentarios (logros, dificultades, impresiones)

Evaluación

- Se evaluará Participación activa de los estudiante
- La aplicación de los teoremas en la determinación de los lados
- La aplicación del método de triangulación.
- La aplicación del teorema de Herón para calcular el área.

Realimentación

Para reforzar los conocimientos obtenidos en la actividad de campo el estudiante en clase y con los compañeros que realizaron las mediciones en el terreno, resolverán una serie de problemas sobre aplicación de los teoremas del seno, coseno y calcularán áreas de triángulos oblicuos y rectángulos. Al finalizar el lapso se realizará una feria donde cada equipo presentaran los videos y expondrán los resultados a toda la comunidad educativa.

Actividad II

Medición de alturas con distintos instrumentos.

Preparación

Esta actividad, busca brindar a los estudiantes las aplicaciones de la matemática (geometría, trigonometría), en contextos reales, como el cálculo de alturas de edificios utilizando instrumentos de medida hechos por ellos mismos con materiales caseros como por ejemplo el goniómetro, el altímetro de cartón, tablillas de madera y listones; así como también desarrollar la creatividad, el liderazgo y toma de decisiones a través de la creación y resolución de problemas de índole matemático, en situaciones cotidianas. La actividad se realiza en varias etapas.

En la primera, los estudiantes con la dirección del profesor, desarrollan los contenidos teóricos necesarios en el aula. En la segunda, se realiza la elaboración de los instrumentos de medida. En la tercera, los equipos formados realizarán un entrenamiento en el uso de estas herramientas en las instalaciones del colegio. En la cuarta, los estudiantes desarrollarán un trabajo de campo en edificios cercanos al colegio, en donde aplicarán las estrategias de medición. En una quinta etapa, los equipos presentarán el informe de la actividad y una exposición a los padres de familia y a toda la comunidad escolar.

Recursos y Materiales

Para la realización de esta actividad se requiere de los siguientes recursos y materiales:

- Docentes, estudiantes directivos y representantes
- Instrumentos de medida: goniómetro, altímetro de cartón, tablillas de madera, listones, espejos y plomadas
- Filmadora o cámaras de video o celulares inteligentes

- Cámara fotográfica
- Guía de actividades
- Calculadora

Ejecución

La ejecución de esta actividad se realizará en cinco etapas que se especifican a continuación

Primera Etapa: Desarrollo de los contenidos teóricos

- Desarrollo de la teoría necesaria (conocimientos previos) que el estudiante debe comprender para realizar el proyecto
- Explicación y deducción de las técnicas necesarias para medir distancias
- Explicación del uso del espejo y tablilla de madera y listón para medir alturas
- Explicación sobre construcción y uso de instrumentos de medida: goniómetro, altímetro de cartón
- Formación de equipos de 4 a 5 integrantes (con un responsable por grupo)
- Entrega de una ficha de actividades a cada equipo de trabajo

Segunda Etapa: Construcción de los instrumentos de medida

- Entrega de una hoja informativa para la construcción de los instrumentos de medida: goniómetro (teodolito) y altímetro de cartón, a cada responsable de grupo
- Construcción del teodolito usando materiales caseros, en clase o en la casa
- Presentación inicial de los instrumentos de medida, donde se harán las observaciones y correcciones del caso

Tercera Etapa: Entrenamiento en el uso del teodolito

- Realización de ejercicios prácticos en el patio de la U.E. Sagrado Corazón

- Medir la altura (sobre el patio de secundaria) de uno de los edificios del colegio
- Medir la altura de uno de los edificios del colegio desde el patio principal
- Cada grupo deberá contar con el siguiente material:
    - Teodolito o goniómetro debidamente construido
    - Espejo, altímetro de cartón, y tablilla de madera y listón
    - Cinta métrica de 30 m. profesional o casera (cuerda con un nudo cada metro)
    - Tiza
    - Cuaderno de campo
- Se asignará como trabajo a cada equipo realizar las mediciones de las alturas de edificios cercanos a su residencia (un lugar por equipo)

Cuarta Etapa: Trabajo de Campo

- Los equipos de trabajo realizarán una excursión con el profesor directivos y representantes a una zona residencial cercana a la U.E. Sagrado Corazón y calcularán la altura de los edificios
- Cada dos equipos seleccionarán un edificio, y calcularán su altura con los instrumentos de medida y compararan sus resultados
- Debe seguirse la misma metodología que en la etapa anterior, para lo cual el docente debe verificar el uso de los guías de actividades

Quinta Etapa: Elaboración de un informe

Cada equipo de trabajo presentará un informe con los siguientes puntos*:*

- Portada con identificación y fecha
- Introducción (De qué se trata el trabajo?)
- Objetivos (¿Qué se quiere lograr?)
- Marco teórico (¿Qué conocimientos se necesitan?)
- Desarrollo y proceso (Construcción de los instrumentos de medida, toma de medidas, presentación de tablas, etc.)

- Cálculos y resultados
- Aplicaciones (Elaboración y resolución de tres problemas matemáticos de nivel básico, intermedio y avanzado con los datos obtenidos)
- Elaboración
- Conclusiones y comentarios(logros, dificultades, impresiones)

Medición de la Altura con Distintos Instrumentos

Con Un Espejo

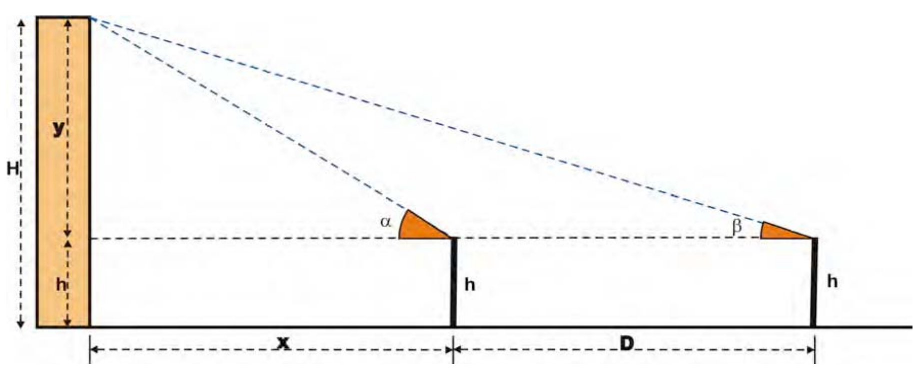
Material: Espejo con forma de elipse marcar sobre él el eje principal.

Para medir la altura de un edificio con el espejo procedemos así:

a) Se sitúa el espejo en el suelo horizontal del patio a una distancia aleatoria

b) Se sitúa el observador a una distancia del espejo de forma que en él se vea reflejado el filo del edificio sobre el eje principal

c) Se aleja el espejo una distancia conocida y el observador vuelve a hacer la medición

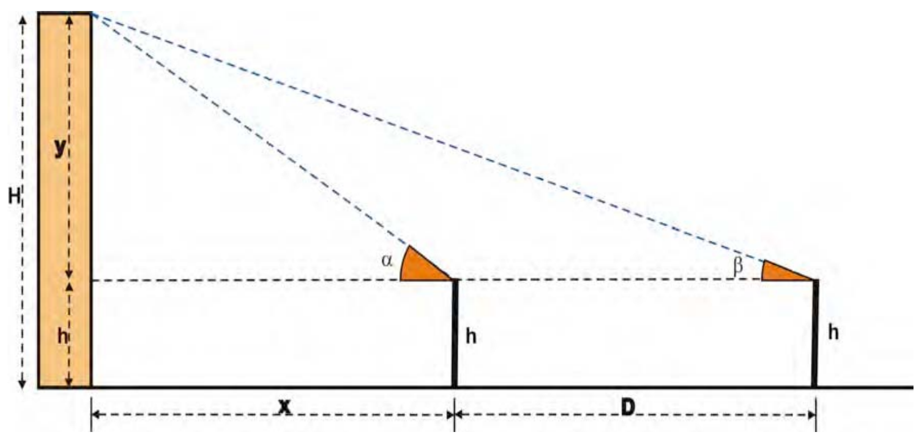


Con Un Goniómetro

Materiales: Transportador de ángulos de 180º, hilo pabilo, bolsita llena de arena o plomada.

Para medir la altura del edificio procedemos de la siguiente forma:

a) Se sitúa el observador a una distancia aleatoria de la fachada y dirige el goniómetro apuntando a la parte superior del edificio
b) Otro observador lee el ángulo que señala en el goniómetro la cuerda con la plomada
c) Los observadores se alejan del edificio una distancia conocida y vuelven a hacer la medición
d) Se obtienen así dos ángulos de elevación y con ellos se puede calcular la altura del edificio.

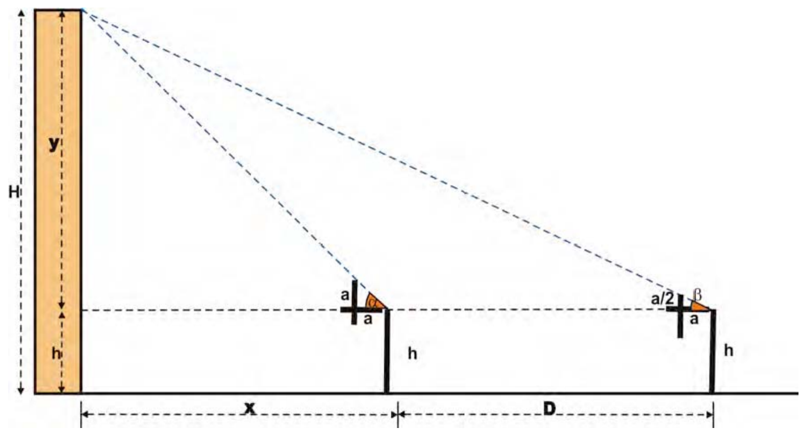


Con Un Altímetro de Cartón

Material: trozo de cartón para construir dos listones de la siguiente forma:

Para medir la altura del edificio procedemos de la siguiente forma:

a) Se sitúa el observador a una distancia aleatoria de la fachada y con ayuda de la plomada dirige el altímetro en la posición de la figura 1 de forma que apunta desde un extremo a otro con la parte superior del edificio
b) Giramos 180° la pieza de forma que el segmento pequeño quede hacia arriba y nos alejamos del edificio una distancia D hasta conseguir tener orientados los dos extremos de la pieza con la parte superior del edificio.



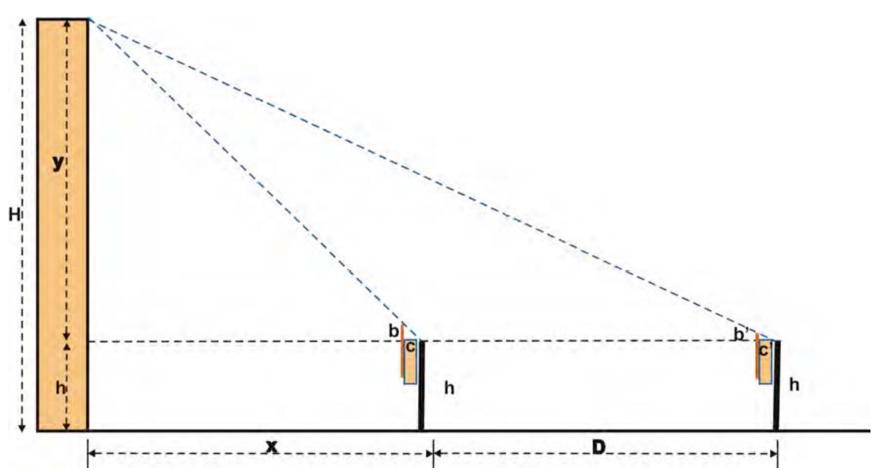
Con una tablilla de madera y un listón.

Material: Tablilla de madera de 10 cm de ancho (para hacer de forma rápida los cálculos) y un listón de madera.

Para medir la altura del edificio procedemos de la siguiente forma:

a) Se sitúa el observador a una distancia aleatoria de la fachada y con ayuda de la tablilla, desplaza el listón por su costado hasta conseguir tener en la visual el extremo de la tablilla, del listón y el extremo del edificio. Midiendo la longitud **b** entre la longitud **c**, se obtiene el ángulo de elevación

b) Nos alejamos del edificio una distancia D y se repite la observación.



Comparación de los Cuatro Procedimientos Anteriores

Con los procedimientos anteriormente descritos registra tus medidas en el siguiente cuadro:

	Espejo	**Goniómetro**	**Altímetro**	**Pieza de Madera**	**Altura media**
1era Medición					
2da Medición					
Media					

- Determina una relación para calcular la altura del edificio en cada medición
- Realiza tus cálculos y determina la altura del edificio
- Anota tus conclusiones
- Determina el error que se obtiene al realizar tus cálculos
- Investiga sobre el teodolito digital

Uso del Teodolito en Edificios Cercanos al Colegio

Cada grupo elegirá un lugar que deberá tomar las mediciones respectivas el mismo que debe contar con el Teodolito o goniómetro debidamente construido, cinta métrica de 30 m, profesional o casera (cuerda con un nudo cada metro) y cuaderno para tomar notas

Se seguirá la siguiente metodología:

- Escoger un punto C de la parte superior del edificio, del cual se medirá la altura sobre el nivel del suelo

- Marcar dos puntos A y B en línea recta y en dirección con el punto del edificio del cual se medirá la altura, Llámese A al punto más lejano (los puntos A y B deben estar separados 10 m a 20 m entre sí, esta distancia debe medirse con la cinta métrica)
- Ubicar el goniómetro exactamente sobre el punto A y medir a continuación el ángulo de elevación α del punto C
- Ubicar el goniómetro exactamente sobre el punto B y medir a continuación el ángulo de elevación β del punto C
- En cada caso todos los integrantes de cada equipo de trabajo deben realizar las medidas de los ángulos α y β desde los puntos A y B respectivamente; luego se tomará el promedio de estas observaciones que serán los valores definitivos de estos ángulos. Llenar con estos datos la siguiente tabla:

Estudiante	Punto A (ángulo α)	Punto B (ángulo β)
Media		

- Las mediciones de cada ángulo realizadas por los integrantes del grupo, no deben variar excesivamente (se sugiere como máximo 1º de variación). En caso de existir mucha variación, el coordinador del grupo debe encargarse de que se realice responsablemente la repetición de la toma de medidas
- Finalmente se sustituyen los valores de α , β y d en la fórmula respectiva para calcular la altura H del edificio

$$H = \frac{d \cdot Tg\alpha \cdot Tg\beta}{Tg\beta - Tg\alpha}$$ O también $$H = \frac{d}{Ctg\alpha - Ctg\beta}$$

Post Actividad

Elaboración de un Informe

Cada equipo de trabajo presentará un informe con los siguientes puntos*:*

- Portada con identificación y fecha
- Introducción (De qué se trata el trabajo?)
- Objetivos (¿Qué se quiere lograr?)
- Marco teórico (¿Qué conocimientos se necesitan?)
- Desarrollo y proceso
- Cálculos y resultados
- Conclusiones y comentarios (logros, dificultades, impresiones)

Evaluación

La Evaluación se contempla como un proceso permanente y continuo durante el desarrollo del proyecto, con la utilización de instrumentos que evaluarán los siguientes aspectos:

- Participación activa de los estudiantes
- Niveles de logro
- El producto final (link matemático de la página web, artículos realizados de matemática, video enfocado a la aplicación de la matemática en la vida cotidiana).
- Exposición a toda la comunidad escolar

- **Realimentación**

Para reforzar los conocimientos obtenidos en la actividad de campo cada equipo:

- Realizará una exposición al final del lapso
- Realizara un artículo en la página web del colegio
- Realizara un artículo matemático de las aplicaciones de la geometría
- Realizara un artículo matemático de las aplicaciones de la trigonometría
- Un "corto" documental (video) tomado durante la realización de la actividad de las aplicaciones de la matemática en la vida cotidiana

Actividad III

Determinación y Estimación de un Presupuesto Para Pintar un Edificio

Preparación

Esta actividad, busca brindar a los estudiantes las aplicaciones de la geometría en contextos reales, como lo es realizar un presupuesto para pintar el edificio donde vive el estudiante, para esto se formarán parejas de estudiantes y se le asignará un edificio, uno cercano al colegio o donde alguno de ellos vive. Cada pareja de estudiantes investigará el costos de los galones de pintura de pared a base de agua, el costo de las pinturas de rejas y ventanas a base de aceite, cuantos metros cuadrados cubre un galón de pintura a base de agua para paredes, cuantos metros cuadrados cubre un galón de pintura a base de aceite para rejas y ventanas, el costo de mano de obra por metro cuadrado del pintor profesional y traerá en una tabla estos valores para ser usado el día que se va a realizar la actividad.

Los equipos de trabajo (dos estudiantes por cada equipo), deben realizar las siguientes actividades anotando los datos obtenidos en una tabla.

- Investigar los costos de los galones de pintura de pared a base de agua
- Investigar costo de las pinturas de rejas y ventanas a base de aceite

- Investigar cuantos metros cuadrados cubre un galón de pintura a base de agua para paredes
- Investigar cuantos metros cuadrados cubre un galón de pintura a base de aceite para rejas y ventanas
- Investigar el costo de mano de obra por metro cuadrado del pintor profesional
- Calcular el área de la fachada del edificio

Recursos y Materiales

- Docentes, estudiantes directivos y representantes
- Instrumentos para medir longitudes, cinta métrica
- Filmadora o cámaras de video o celulares inteligentes
- Cámara fotográfica
- Guía de actividades con los valores investigados

Ejecución

Se realizara una excursión con los estudiantes de todas las secciones con el profesor, directivos y representantes. Cada pareja estimará la altura del edificio midiendo la altura de un piso, y extrapolarlo a la cantidad de pisos que tenga el edificio o calcularlo como lo realizaron en la actividad II midiendo alturas con el goniómetro. Medirán la longitud de toda la base del edificio y procederán a realizar los cálculos de toda el área de la fachada del edificio. Medirán las longitudes de una ventana harán un estimado de su área y extrapolarán al número total de ventanas del edificio. Con los datos investigados procederán a realizar los cálculos para determinar el costo total para pintar el edificio lo que sería el presupuesto llenando la tabla siguiente.

Tabla I

Costo aproximado de cada insumo

Material	Costo de un galón de pintura en = A(Bs/Gal)	Cubrimiento de un galón de pintura por cada m^2 = B(Gal/m^2)	Área total en m^2 = C(m^2)	Nº de galones = D(Gal)	Costo en pintura = E(Bs)	Costo en mano de obra por m^2= F(Bs /m^2)	Costo en mano de obra total= G(Bs)
Galón de pintura a base de agua							
Galón de pintura a base de aceite							

Donde A = Es el precio de un galón de pintura. Se obtiene en los comercios, el grupo debe traer este valor el día de la actividad

B = Es el cubrimiento de un galón de pintura por cada m^2.Dato suministrado por el fabricante, viene especificado en el recipiente, este valor deben traerlo el día de la actividad

C= Es el área total a pintarse. Lo determina cada grupo de estudiantes midiendo largo y alto del edificio y calculando seguidamente el área, se determina el día de la actividad

D= Es el número de galones a gastarse, se determina el día de la actividad

E= Es el costo en pintura, se determina el día de la actividad

F= Es el costo de la mano de obra por m^2 para pintar el edificio, dato suministrado por el pintor

G= Es el costo total de la mano de obra para pintar todo el edificio, lo calculan cada grupo de estudiantes el mismo día de la actividad

Ejemplo de cómo calcular el costo en pintura:

- Se calcula el número de galones (D) necesarios para pintar todo el edificio
  $D = BxC$
- Se calcula el costo en pintura
  $E= DxA$

Ejemplo de cómo calcular el costo de la mano de obra para pintar todo el edificio

$G= FxC$

Tabla II

Costo Total Aproximado Para Pintar Todo el Edificio

Costo total de galones de pintura a base de agua	
Costo total de galones de pintura a base de aceite	
Costo total de la Mano de obra	
Costo de andamios brochas y otros	
Presupuesto total para pintar todo el edificio	

Evaluación

La Evaluación se contempla como un proceso permanente y continuo durante el desarrollo del proyecto, con la utilización de instrumentos que evaluarán los siguientes aspectos:

- Participación activa de los estudiantes
- El producto presupuesto diseñado, se presentara y explicará en una exposición a toda la comunidad escolar

Post Actividad

Elaboración de un informe

Cada equipo de trabajo presentará un informe con los siguientes puntos*:*

- Portada con identificación y fecha
- Introducción (De qué se trata el trabajo?)
- Objetivos (¿Qué se quiere lograr?)
- Marco teórico (¿Qué conocimientos se necesitan?)
- Desarrollo y proceso
- Cálculos y resultados
- Conclusiones y comentarios (logros, dificultades, impresiones)

Realimentación

Para reforzar los conocimientos obtenidos en la actividad de campo cada equipo:

- Realizar un presupuesto para pintar la casa de cada estudiante
- Realizará una exposición al final del lapso
- Realizara un artículo en la página web del colegio
- Un "corto" documental (video) tomado durante la realización de la actividad de las aplicaciones de la matemática en la vida cotidiana

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN
UNIDAD EDUCATIVA SAGRADO CORAZON
VALENCIA ESTADO CARABOBO

UNIDAD DIDÁCTICA, DIRIGIDA A ESTUDIANTES

DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA

U.E SAGRADO CORAZÓN

Tutora:
Dra. Rosa Amaya

Autor:
Lic. Chourio Luis

Valencia, Junio, 2017

TABLA DE CONTENIDO

a. Teorema del seno
b. Teorema del Coseno

8.- Aplicaciones de la resolución de triángulos

9. – Teorema de Herón

a. Cálculo de áreas de terreno
b. Método de triangulación
c. Teorema de Herón
d. Ejemplo de cálculo de área de un terreno

1 DEFINICÓN DE TRIÁNGULOS

Triángulo

Es una figura geométrica plana formada por tres lados y tres ángulos internos. Es la unión de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y no co lineales. Cada punto dado pertenece a dos segmentos exactamente. Los puntos comunes a cada par de segmentos se denominan vértices y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo.

Propiedades de los Triángulos

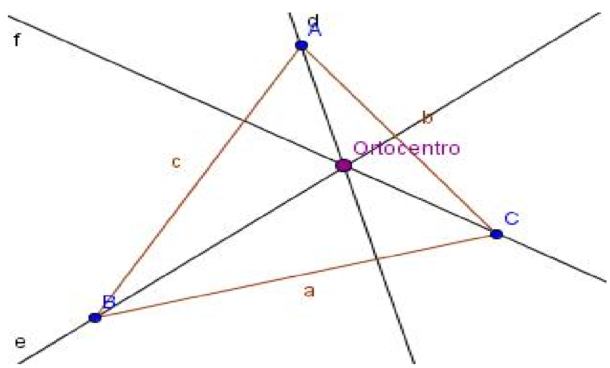
- Un lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia
- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°
- El valor de un ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes

Un triángulo tiene 3 ángulos interiores, 3 ángulos exteriores, 3 lados y 3 vértices entre otros elementos.

2 ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO

a. Lados de un triángulo: Son los segmentos que limitan al triángulo
b. Vértice de un triángulo: Son los puntos de intercepción de los lados
c. Ángulos internos del triángulo: Son los ángulos formados por los lados del triángulo
d. Ángulos externos de un triángulo: son los ángulos formados por un lado y la prolongación de otro lado
e. Alturas de un triángulo: Altura es cada una de las rectas perpendiculares trazadas desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación)
f. Orto centro

Es el punto de corte de las tres alturas.

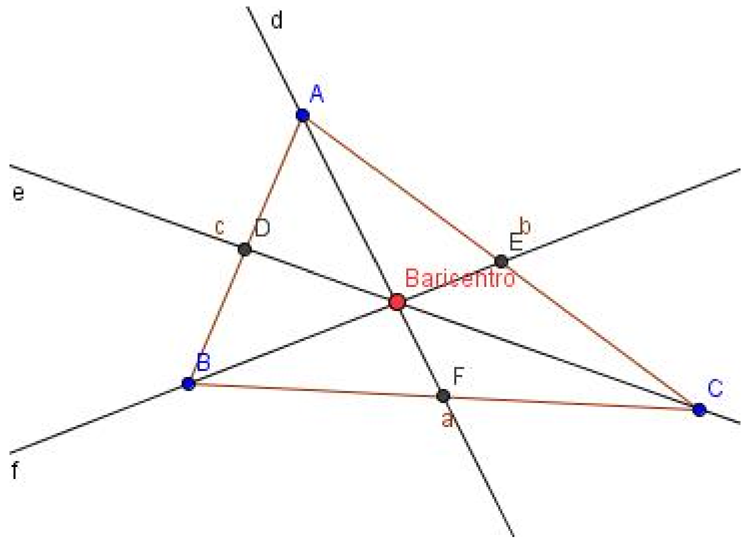


g. Medianas de un triángulo

Mediana es cada una de las rectas que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto

h. Baricentro

Es el punto de corte de las tres medianas. El baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, el segmento que une el baricentro con el vértice mide el doble que el segmento que une al baricentro con el punto medio del lado opuesto

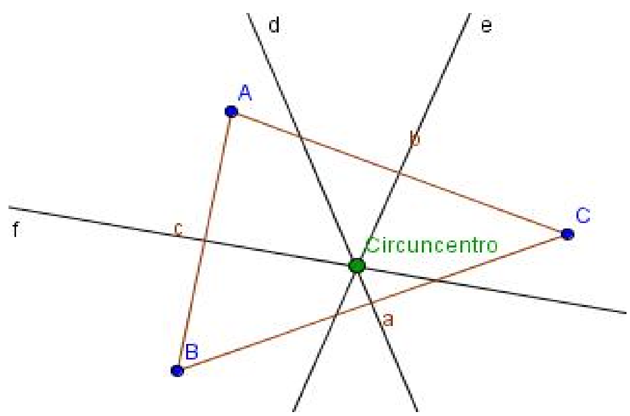


i. Mediatrices de un triángulo

Mediatriz es cada una de las rectas perpendiculares trazadas a un lado por su punto medio

j. Circuncentro

Es el punto de corte de las tres mediatrices. Es el centro de una circunferencia circunscrita al triángulo.

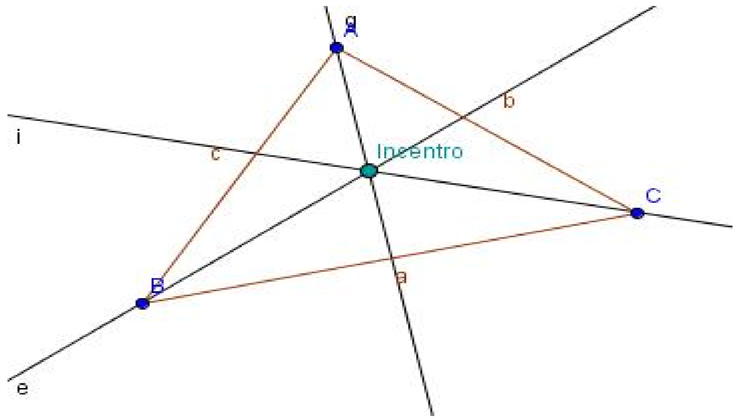


k. Bisectrices de un triángulo

Bisectriz es cada una de las rectas que divide a un ángulo en dos ángulos iguales

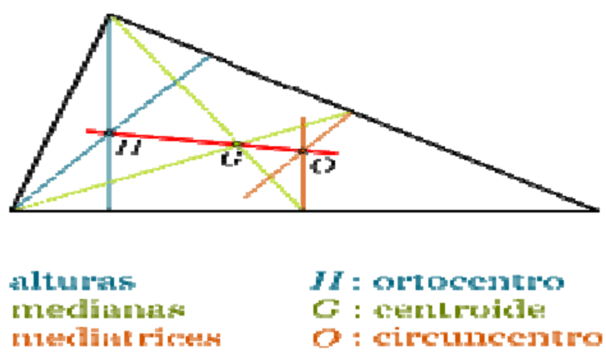
l. Incentro

Es el punto de corte de las tres bisectrices. Es el centro de una circunferencia circunscrita al triángulo.



m. Recta de Euler

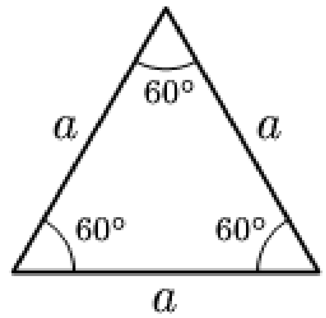
El orto centro, el baricentro y el circuncentro de un triángulo no equilátero están alineados; es decir, pertenecen a la misma recta, llamada recta de Euler.



3.- CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN SUS LADOS

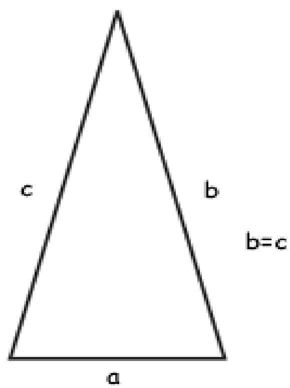
a. Triángulo equilátero

Es aquel triángulo que tiene sus tres lados iguales y sus ángulos internos iguales y miden 60º cada uno



b. **Triángulo isósceles**

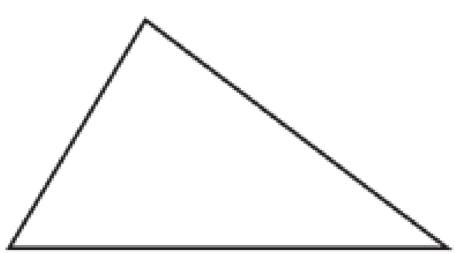
Es aquel triángulo que tiene dos lados iguales y los ángulos opuestos a los lados iguales tienen la misma magnitud.



Triángulo Isósceles

c. **Triángulo escaleno**

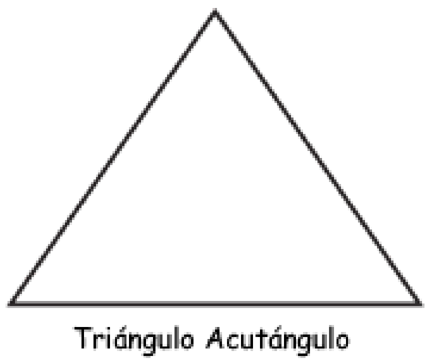
Es aquel triángulo que tiene sus tres lados desiguales y sus ángulos internos son todos distintos.


Triángulo Escaleno

4 CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS INTERNOS

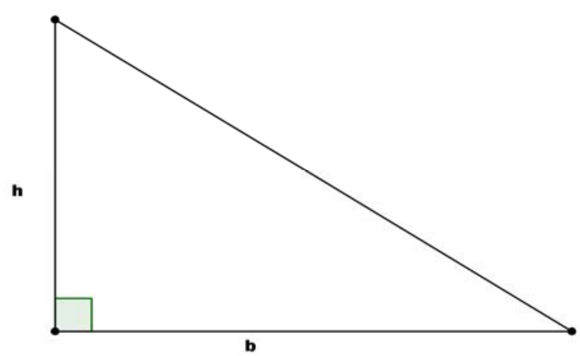
a. **Triángulo acutángulo**

Es aquel triángulo que tiene sus tres ángulos agudos, o sea menores que 90º.



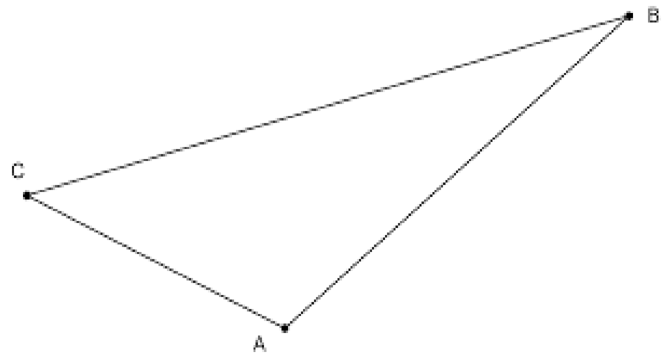
b. **Triángulo rectángulo**

Es aquel triángulo que tiene un ángulo recto, o sea un ángulo de 90º. El lado mayor es la hipotenusa y es el cateto opuesto al ángulo de 90º. Los lados menores son los catetos.



c. **Triángulo obtusángulo**

Es aquel triángulo que tiene un ángulo obtuso, o sea mayor de 90º.



5 PROPIEDADES Y RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS NOTABLES

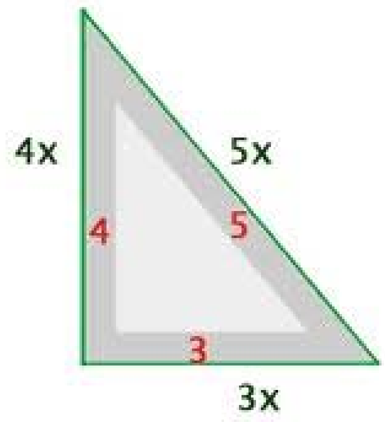
a. Triángulo equilátero.
b. Triángulo Isósceles.
c. Triángulo 3,4,5.
d. Triángulo iso rectángulo.
e. Triángulo 30º/60º.

Triángulo equilátero: Es aquel triángulo que tiene todos sus lados iguales y todos los ángulos internos iguales y miden 60º cada uno. Al conocer un ángulo y uno de sus lados se conoce todos los lados y sus ángulos.

Triángulo isósceles: Es aquel triángulo que tiene dos lados iguales y los ángulos opuestos a sus lados iguales son también iguales. Si se conoce uno de los ángulos se sabe el valor de los otros dos, y conociendo uno de los catetos se puede calcular fácilmente los otros dos.

Triangulo 3-4-5: Es aquel triángulo cuyos catetos miden 3 y 4 unidades y su hipotenusa 5 unidades y sus ángulos internos miden: 36,87º y 53,13º.

Tienen la propiedad que los ángulos internos siempre son constantes y sus lados y sus proporciones también:



Propiedades:

Lados: 3 - 4 – 5   Ángulos: 36,87º y 53,13º

Lados: 3k, 4k ,5k   ángulos: 36,87º y 53,13º

Ejercicios demostrativos de estas propiedades.

- Supongamos que se tiene un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 y 16 cm,

(Proporcionales a 3 y 4 cm, proporción 4) entonces sus ángulos internos miden 36,87º y 53,13º y la hipotenusa será 20 cm

- Se tiene un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 40 cm y uno de sus ángulos internos mide 36,87º ¿Cuáles son las longitudes se sus catetos?

Respuesta: como la proporción es 8 simplemente con multiplicar este número por 3 y por 4 se obtiene el valor de los catetos, el valor de los catetos será 24 cm y 32 cm.

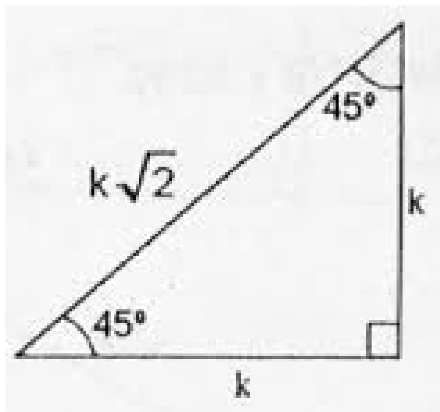
- Se tiene un triángulo rectángulo y uno de sus catetos mide 15 cm y el ángulo opuesto mide 36,87º. ¿Determine el valor de los lados qué faltan?

Como la proporcionalidad es 5 cm, entonces basta con multiplicar este valor por 4 y 5 obtendremos los valores de los lados que faltan son: 20 cm y 25 cm (cateto e hipotenusa).

- Dados los catetos de un triángulo 60 cm y 45 cm ¿Determine la longitud de la hipotenusa y el valor de los ángulos internos del triángulo? . La proporcionalidad de los catetos es 15 cm, entonces la longitud de la hipotenusa es de 75 cm y los ángulos internos miden 36,87º y 53,13º.

Triangulo ISO rectángulo: Es aquel triángulo cuyos catetos miden igual longitud y los ángulos opuestos a los lados iguales también son iguales y en este caso miden 45º.

- Tienen la siguiente propiedad. Los catetos miden k y su hipotenusa k por √2.



Propiedades:

Lados: k, k y la hipotenusa k.√2 y Los Ángulos: 45º y 45º.

Ejercicios demostrativos de estas propiedades.

- Supongamos que se tiene un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 cm y 12 cm

  Entonces sus ángulos internos miden 45º y 45º y la hipotenusa será 12.√ 2cm.
- Se tiene un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 40.√2 cm y uno de sus ángulos internos mide 45º ¿Cuáles son las longitudes se sus catetos y el valor del otro ángulo?

Respuesta: Como el ángulo es 45º el otro ángulo también es 45º y los lados miden 40 cm cada uno.

- Se tiene un triángulo rectángulo y uno de sus catetos mide 15 √3 cm y uno de sus ángulos internos mide 45º. ¿Determine el valor de los lados qué faltan y el valor del otro ángulo?

Como el ángulo es 45º el otro ángulo mide igual, el otro cateto mide 15 $\sqrt{3}$ cm, y la hipotenusa mide 15 $\sqrt{6}$ cm

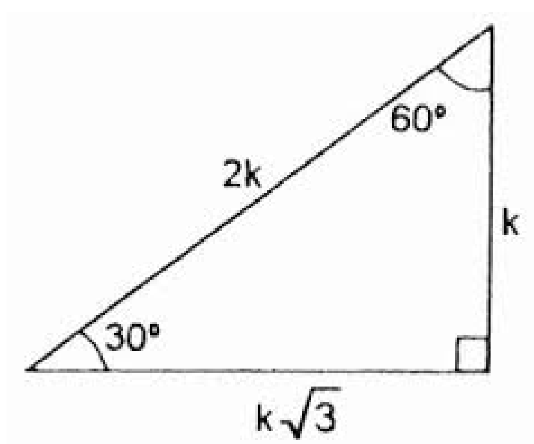
- Dados los catetos de un triángulo 60 $\sqrt{5}$ cm y 60 $\sqrt{5}$ cm ¿Determine la longitud de cateto que falta y el valor de los ángulos internos del triángulo?

Como se observa de los valores de los lados de este triángulo uno de ellos tiene la misma magnitud del otro pero está multiplicado por $\sqrt{5}$ cm, entonces la hipotenusa tendrá un valor de 60 $\sqrt{10}$ cm y sus ángulos internos miden ambos 45º.

Triangulo 30º- 60º: Es aquel triángulo cuyos ángulos internos miden 30º y 60º y sus catetos miden: k unidades el que está opuesto al ángulo de 30º, k $\sqrt{3}$, El cateto opuesto al ángulo de 60º y 2k la hipotenusa

Propiedades:

Lados: k unidades el opuesto al ángulo de 30º, lados: k $\sqrt{3}$unidades el opuesto al ángulo de 60º y la hipotenusa mide 2.k unidades.



Ejercicios demostrativos de estas propiedades.

- Supongamos que se tiene un triángulo rectángulo cuyos lados miden 12 cm uno de los catetos y la hipotenusa 24 cm

Se observa que un lado es el doble del otro por lo tanto el cateto que falta mide $12\sqrt{3}$ cm, y sus ángulos internos miden 30º el ángulo opuesto al lado que mide 12 y 60º el ángulo opuesto al cateto que mide $12\sqrt{3}$ cm

- Se tiene un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 40 cm y uno de sus ángulos internos mide 30º ¿Cuáles son las longitudes se sus catetos y del ángulo que falta?

Respuesta: el cateto que esta opuesto al ángulo de 30º mide 20 cm y el otro ángulo mide 60º y su cateto opuesto mide $20\sqrt{3}$

1. Se tiene un triángulo rectángulo y uno de sus catetos mide $15\sqrt{3}$ cm y su ángulo opuesto mide 60º. ¿Determine el valor de los lados qué faltan?

El lado que mide $15\sqrt{3}$ cm, es el opuesto a 60º, entonces el otro lado el opuesto al ángulo de 30º mide 15 cm y la hipotenusa mide el doble o sea 30 cm

- Dados los catetos de un triángulo $60\sqrt{2}$ cm y $60\sqrt{6}$ cm ¿Determine la longitud de la hipotenusa y el valor de los ángulos internos del triángulo?

Por simple inspección de los catetos podemos inferir que el ángulo de 30º es el opuesto al lado menor que es $60\sqrt{2}$ cm y el ángulo de 60º es el opuesto al cateto mayor que es $60\sqrt{6}$ y por lo tanto la hipotenusa será $120\sqrt{2}$ cm

6. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

a. **Teorema de la altura.**
b. **Teorema de los catetos.**
c. **Teorema de Pitágoras.**
d. **Razones trigonométricas.**
e. **Teorema del seno.**
f. **Teorema del Coseno.**

Teorema de la Altura

El teorema de **"la altura de un triángulo rectángulo"** establece que:

En todo triángulo **rectángulo** la altura relativa a la hipotenusa es la media geométrica entre las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

Demostración:

La altura del triángulo **rectángulo** ABC (véase *Figura 1*) lo divide en dos triángulos rectángulos semejantes (la misma altura y los mismos ángulos, ángulo entre n y c es igual al ángulo entre h y b), de forma que:

Altura del triángulo **rectángulo** ABC lo divide en dos triángulos rectángulos semejantes (la misma altura y los mismos ángulos, ángulo entre n y c es igual al ángulo entre h y b), de forma que:

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n}$$

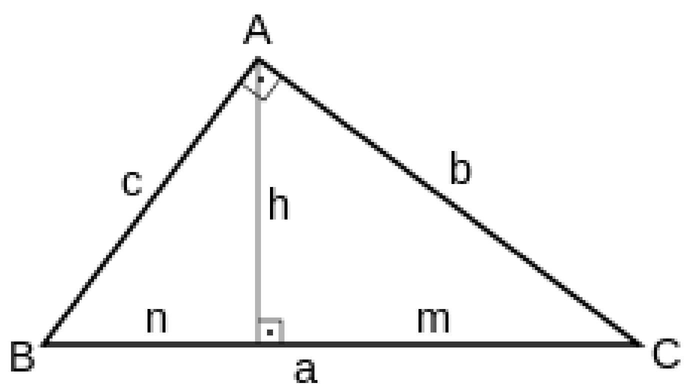


Figura 1: Teorema de la altura.

Multiplicando los dos miembros de la igualdad por h. n se tiene:

$$h^2 = mn$$

Por lo que el valor de h será

$$h = \sqrt{mn} \quad \text{(I)}$$

Otra forma del mismo teorema

La altura h correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo también puede obtenerse reemplazando a los valores *m* y *n* de la ecuación (I) del presente teorema por sus respectivos equivalentes dados por el teorema de los catetos.

$$m = \frac{b^2}{a} \;; \quad n = \frac{c^2}{a}$$

$$h = \sqrt{mn} = \sqrt{\frac{b^2}{a}\frac{c^2}{a}}$$

Lo que al simplificar en el último término de la ecuación la raíz con los cuadrados nos conduce a:

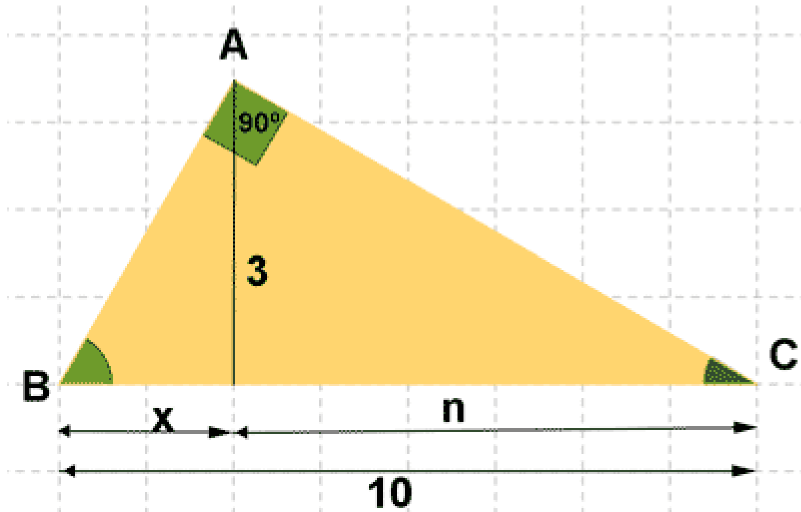
$$h = \frac{b\,c}{a} \qquad \text{(II)}$$

Donde *h* es la altura (*relativa a la hipotenusa*), *b* y **c** los catetos y **a** la hipotenusa.

La ecuación (II) nos permite establecer el enunciado del teorema de la siguiente manera:

En todo triángulo rectángulo la altura *h* (r*elativa a la hipotenusa*) es igual al producto de sus catetos *b* y *c* divididos por la hipotenusa *a*.

Calcula el valor de x en cada triangulo dado a continuación.



Aplicando el teorema de la altura:

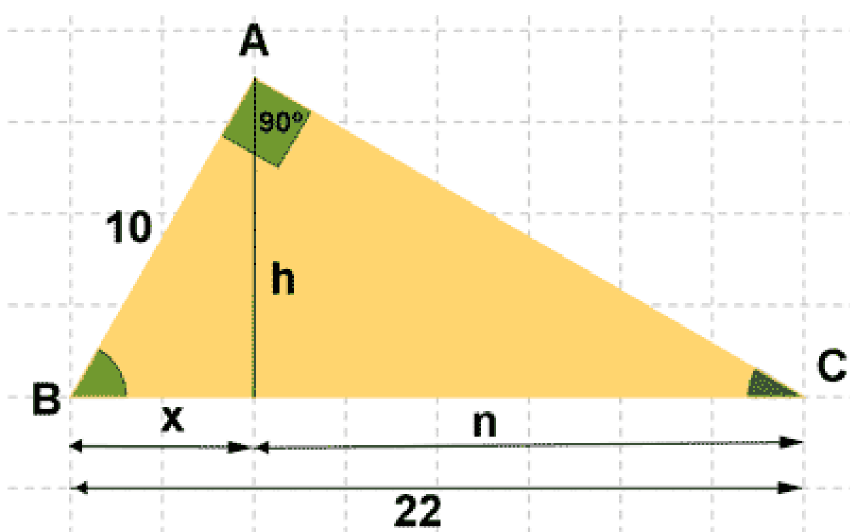
$h^2 = m.n \rightarrow h^2 = m.(a\text{-}n)$

$3^2 = x.\ (10\text{-}x) \rightarrow 9 = 10x\text{-}x^2$

$X^2\text{-}10x + 9 = 0$

Hallando las raíces de esta ecuación, dos números que multiplicados den 9 y sumado den -10 son 1 y 9

El resultado apropiado es $9 \rightarrow x = 9$



$h^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b = \sqrt{(h^2 - a^2)}$

$b = \sqrt{(22^2 - 10^2)} \rightarrow b = \sqrt{(484 - 100)} \rightarrow b = \sqrt{384} \rightarrow b = 8\sqrt{6}$

b = 19,6 Ahora aplicando el teorema de la altura en función de la hipotenusa y los catetos:

$h = \frac{bc}{a}$ (II) $h = (b.c) / a \rightarrow h = 10.19.6 / 22 \rightarrow h = 8{,}91$

Para calcular x aplicaremos la otra ecuación de la altura en función de m y n

$H^2 = m.n \rightarrow H^2 = m.(a-n)$

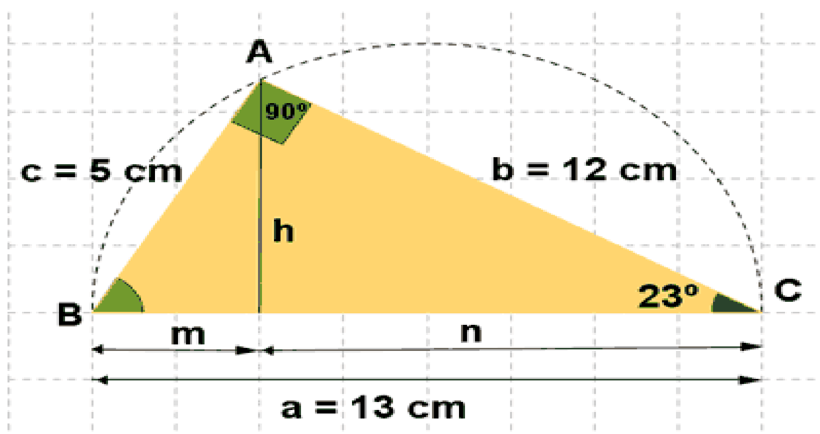
$8{,}91^2 = x.(22-x) \rightarrow 79{,}39 = 22x-x^2$

X^2-22x +79,39 =0 Resolviendo la ecuación de segundo grado

x =17,45 y x= 4,54 donde el valor apropiado para la x = 4,54, no podemos tomar el valor de 17,45 pues es mayor que la hipotenusa (10) del triángulo pequeño.

El resultado es x = 4,54

Calcular todas las incógnitas marcadas en el siguiente triángulo rectángulo



$h = \frac{bc}{a}$ (II) $h = (b.c) / a \rightarrow h = 5.12 / 13 \rightarrow h = 4{,}62$

Aplicando ahora la ecuación i del teorema de la altura

$H^2 = m.n \rightarrow H^2 = m.(a-n)$

$4,62^2 = x.(13-x) \rightarrow 21,34 = 13x-x^2$

$X^2-13x+21,34 = 0$resolviendo la ecuación de segundo grado obtendremos las raíces

X = 11.07 y X = 1,93 donde m = 1,93 y n = 11,07

Teorema de los catetos

El **teorema del cateto** establece lo siguiente:

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de un cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección ortogonal de ese cateto sobre la hipotenusa

Este teorema (*véase* **Figura 1**) puede expresarse matemáticamente para cada uno de sus dos catetos de la siguiente manera:

$b^2 = cma^2 = cn$

Donde **m** y **n** son, respectivamente, las *proyecciones* de los catetos **b** y **a** sobre la hipotenusa **c**.

Demostración

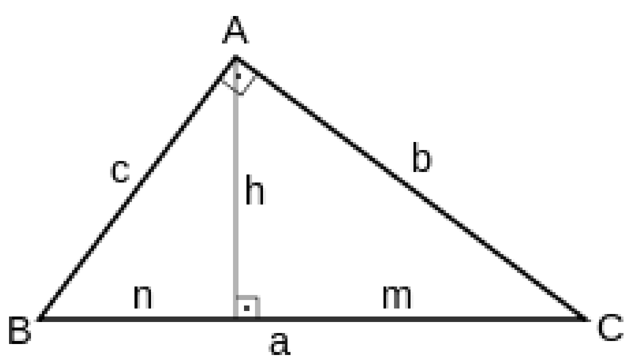


Figura 1

Los segmentos *m* y *n* son las respectivas proyecciones de los lados *b* y *a* sobre la hipotenusa *c*, siendo *h* la altura correspondiente a la hipotenusa.

Sea el triángulo Δ**ABC** rectángulo en **C**, dispuesto de modo que su base es la hipotenusa **c**. La altura **h** determina los segmentos **m** y **n**, que son, respectivamente, las *proyecciones* de los catetos **b** y **a** sobre la hipotenusa.

Los triángulos rectángulos Δ**ABC**, Δ**ACH** y Δ**BCH** tienen iguales sus ángulos, y por lo tanto son semejantes:

1. Todos tienen un ángulo recto.
2. Los ángulos **B** y **ACH** son iguales por ser agudos, por abarcar un mismo arco, y tener sus lados perpendiculares.
3. Igualmente sucede con los ángulos **A** y **BCH**.

Puesto que en las figuras semejantes los lados homólogos son proporcionales, tendremos que:

Por la semejanza entre los triángulos Δ**ACH** y Δ**ABC**

De donde,

$$\frac{b}{m} = \frac{c}{b}$$

$$b^2 = c\,m$$

Por la semejanza entre los triángulos Δ**BCH** y Δ**ABC**

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$$

$$a^2 - c\,n$$

y el teorema queda demostrado.

Corolario

"*En todo triángulo rectángulo la longitud de la proyección ortogonal de cualquier cateto sobre la hipotenusa es igual al cuadrado de la longitud de ese mismo cateto dividido por la longitud de la hipotenusa*."

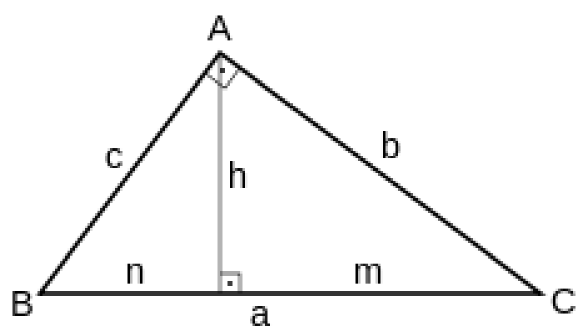
Basados en las dos ecuaciones del teorema anterior, para deducir el «*corolario* **1**» basta con despejar en cada una de ellas, la respectiva variable de su proyección ortogonal, siendo estas *m* y *n:*

$$b^2 = c\,m \quad ; \quad a^2 = c\,n$$

En las que al despejar respectivamente **m** y **n** producen las ecuaciones del «*corolario* **1**»**:**

$$m = \frac{b^2}{c} \quad ; \quad n = \frac{a^2}{c}$$

Donde *m* es la proyección ortogonal del cateto *b* sobre la hipotenusa *c* (*véase* **figura 1**) y *n* es la proyección ortogonal del cateto *a* también sobre la hipotenusa *c*.



Cualquier triángulo se puede dividir en 2 triángulos rectángulos. La medida de un cateto es la media proporcional entre la medida de la hipotenusa y su proyección sobre ella.

$\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$, también se cumple: $\frac{b}{m} = \frac{c}{b}$

La medida de la altura es media proporcional entre los dos segmentos que determina sobre la hipotenusa.

$\frac{m}{h} = \frac{h}{n}$, es decir: $h^2 = mn$ Las tres alturas del triángulo rectángulo pueden calcularse como:

$h = \frac{bc}{a}$; $h_b = c$; $h_a = b$

Donde *b* y *c* son los catetos y *a*, la hipotenusa, en tanto que $\mathbf{h_a}$, h_b y h_c son las alturas sobre los respectivos lados.

Teorema de Pitágoras

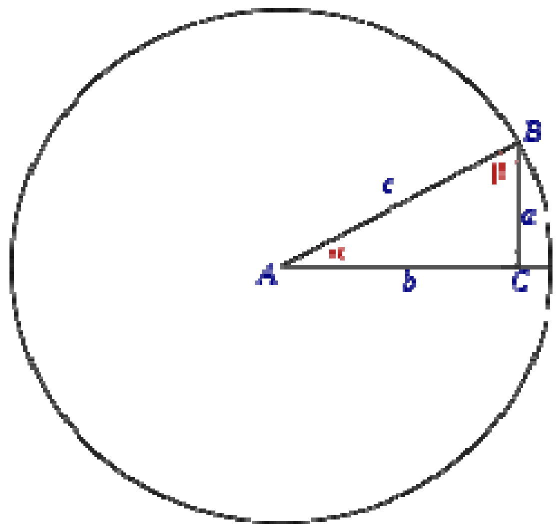
El **teorema de Pitágoras** establece que:

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Razones Trigonométricas

En un triángulo rectángulo, las Razones trigonométricas o cocientes trigonométricos del ángulo, con vértice en 'A, con medida α , son:



El seno α: es el cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa,

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{a}{c}$$

y el cociente inverso se le llama cosecante.

Coseno α: es el cociente entre El cateto adyacente y la hipotenusa,

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

y el cociente inverso se le llama secante.

La Tangente: Es el cociente entre el cateto opuesto y el adyacente,

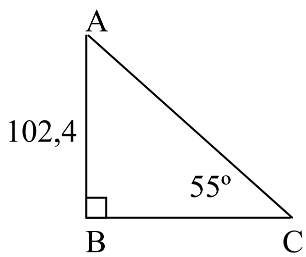
$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

El cociente inverso se le llama **cotangente**.

Ejercicios Sobre Razones Trigonométricas.

Resolver el triángulo rectángulo ABC, sabiendo que el lado c = 102,4 m y el ángulo C = 55º

Dibujamos el triángulo rectángulo y colocamos los valores dados:



Calculamos el ángulo C → C = 90º - 55º → C = 35º

Escribimos la ecuación de la razón trigonométrica que corresponde

Sen C = c / h despejamos h → h = c / Sen C → h = 102,4 / Sen55º→ h = 125 m

Tg B = c / a despejamos a→ a = c / Tg B → a = 102.4 / Tg 55º → a = 71,7 m

El Teorema del Coseno

El teorema relaciona un lado de un triángulo cualquiera con los otros dos y con el coseno del ángulo formado por estos dos lados:

Dado un triángulo ABC, siendo α, β, γ, los ángulos, y a, b, c, los lados respectivamente opuestos a estos ángulos entonces:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

En la mayoría de los idiomas, este teorema es conocido con el nombre de **teorema del coseno**, denominación no obstante relativamente tardía. En francés, sin embargo, lleva el nombre del matemático Persa Ghivath Al-Kashi que unificó los resultados de sus predecesores.

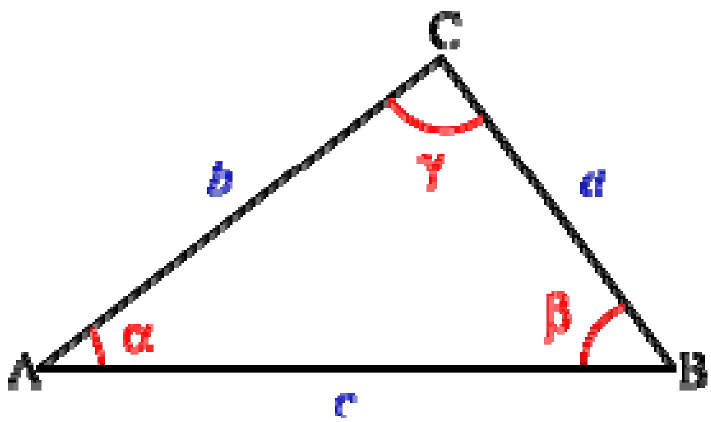


Fig. 1 - Notación más habitual de un triángulo.

Teorema del seno

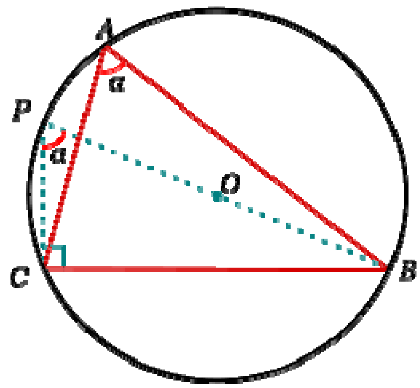
En trigonometría, el **teorema del seno** o ley de senos, es una relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de los ángulos respectivamente opuestos.

Usualmente se presenta de la siguiente forma:

Si en un triángulo ABC, las medidas de los lados opuestos a los ángulos A, B y C son respectivamente a, b, c, entonces:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Demostración



El teorema de los senos establece que *a / sin(A)* es constante.

Dado el triángulo ABC, denotamos por O su circuncentro y dibujamos su circunferencia circunscrita. Prolongando el segmento BO hasta cortar la circunferencia, se obtiene un diámetro BP.

Ahora, el triángulo PCB es recto, puesto que BP es un diámetro, y además los ángulos A y P son iguales, porque ambos son ángulos inscritos que abren el segmento BC. Por definición de la función trigonométrica seno, se tiene

$$\sin A = \sin P = \frac{BC}{BP} = \frac{a}{2R}$$

Donde R es el radio de la circunferencia. Despejando 2R obtenemos:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

Repitiendo el procedimiento con un diámetro que pase por A y otro que pase por C, se llega a que las tres fracciones tienen el mismo valor 2R y por tanto son iguales.

La conclusión que se obtiene suele llamarse teorema de los senos generalizado y establece:

Para un triángulo ABC donde *a*, *b, c* son los lados opuestos a los ángulos A, B, C respectivamente, si R denota el radio de la circunferencia circunscrita, entonces:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

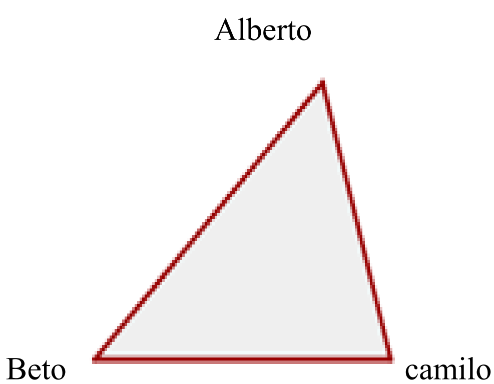
Puede enunciarse el teorema de una forma alternativa:

En un triángulo, el cociente entre cada lado y el seno de su ángulo opuesto es constante e igual al diámetro de la circunferencia circunscrita

7. RESOLUCION DE TRIÁNGULOS OBLICUOS

Ejercicios y Problemas del Teorema del Seno, Coseno

1. Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Beto hay 25 metros, y entre Beto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20º. Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.



Aplicamos el teorema del seno para determinar el ángulo en la esquina de Alberto y luego el mismo teorema para calcular la distancia entre Alberto y Camilo:

$Sen\ 20º / 25 = Sen\ A\ / 12 \rightarrow Sen\ A = 12.Sen\ 20º\ / 25$

$Sen\ A = 0{,}164 \quad A = Sen^{-1}(0{,}164) \rightarrow A = 9{,}44º$

$B = 180º - 20ª – 9{,}44 = 150{,}56$

$Sen\ 20º / 25 = Sen\ 150{,}56 / D\ a\text{-}c \rightarrow Da\text{-}c = 25.Sen150{,}56 / Sen\ 20º$

$Da\text{-}c = 35{,}93$ m.

La Distancia entre Alberto y Camilo es de 35, 93 m

2.- Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20 metros en su lado mayor, 6 metros en otro y 60º en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.

Calculamos usando el teorema del Coseno el lado que nos falta y luego usamos la fórmula del perímetro que es la suma de los lados.

$C^2 = A^2 + B^2 – 2{,}A.B.CosC$

$C^2 = 6^2 + 20^2 -2.6.20.Cos\ 60º$

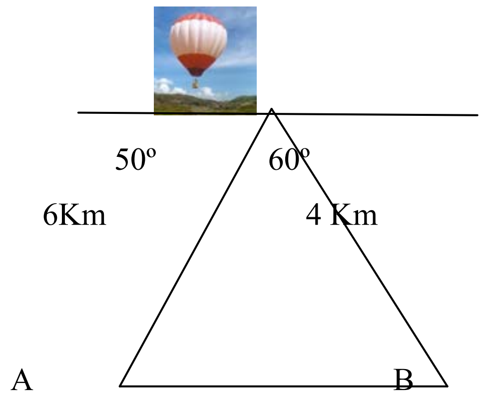
$C^2 = 36 + 400 -240.0{,}5 = 436-120 \rightarrow C^2 =316$

$C = \sqrt{316} \quad =17{,}78m = 17{,}78$ m

El perímetro será P = 6m+20m+17,78 = 43,78 m

3.- Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de depresión de 50º, y otro B, situado al otro lado y en línea recta, con un ángulo de depresión de 60º. Sabiendo que el globo se encuentra a una distancia de 6 kilómetros del pueblo A y a 4 kilómetros del pueblo B.

Calcula la distancia entre los pueblos A y B



Aplicaremos el teorema del coseno para calcular la distancia ab entre los pueblos, pero debemos tener en cuenta que el ángulo opuesto a la distancia entre los pueblos es la suma de los complementos de los ángulos de depresión dados o sea 70º.

$C^2 = A^2 + B^2 - 2. A.B.\text{Cos}C$

$C^2 = 6^2 + 4^2$ -2.6.4.Cos 70º

C^2 = 36 + 16 -48.0, 342 = 46-16, 42 →C^2 =29.58

C =√29,58 = 5,44 km

La Distancia de Separación Entre los Pueblos Es de 5,44 Km

4 Los lados de un triángulo isósceles forman un ángulo de 70º con la base. Si el triángulo tiene 30 centímetros de base, calcula la longitud de sus lados

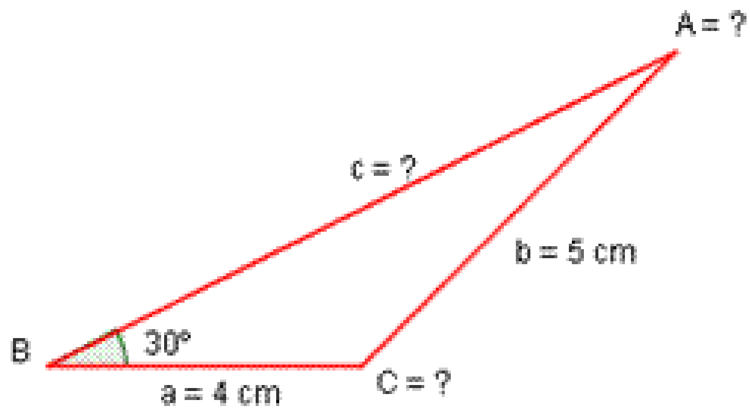
El ángulo opuesto al cateto de 30 cm, mide 40º, aplicaremos el teorema del seno para calcular el lado que nos piden

Sen 40º / 30 cm = Sen 70º / L → L= 30 cm.Sen 70º / Sen 40º

L= 43,86 cm

La Longitud del Lado que nos Piden es: L= 43,86 cm

5, En los siguientes triángulos calcula los lados y ángulos que falten



Aplicaremos el teorema del seno para calcular el ángulo A

Sen 30º / 5 cm = Sen A / 4 cm → Sen A = 4.Sen 30º / 5 cm

Sen A = 0,4 A = Sen $^{-1}$(0,4) → A = 23,58º , El ángulo C es igual a :

C =180-30-23,58 = 126,42.Aplicaremos de nuevo el teorema del seno para determinar el lado c

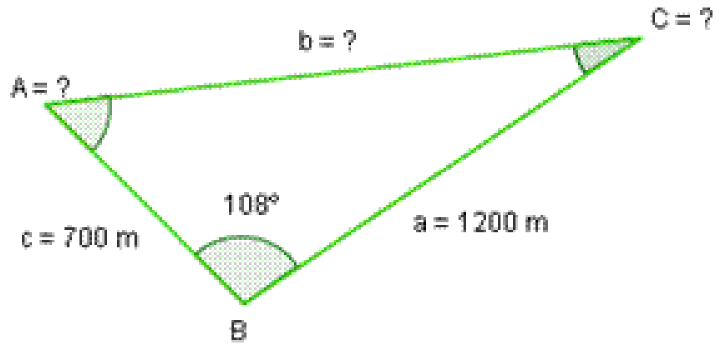
Sen 30º / 5 = Sen 126, 42 / c → c = 5.Sen 126,42cm / Sen 30º

c = 8,05 cm

Los Resultados son:

A = 23,58º ; C = 126,421º ; c = 8,05 cm.

Calcula el lado y los ángulos que faltan



Aplicaremos el teorema del coseno para determinar la magnitud del lado b.

$C^2 = A^2 + B^2 – 2. A.B.CosC$

$C^2 = 700^2 + 1200^2$ -2.700.1200.Cos 108º

C^2 = 490000+ 1440000 -1680000.(-0,31) = 1930000+520800 →

C^2 = 2450800C = √2450800→ C = 1565,50 km, y el ángulo lo calcularemos

Aplicando el teorema del seno:

Sen 108º / 1565,50 cm = Sen A / 1200 cm →

Sen A = 1200.Sen 108º / 1565,5 cm

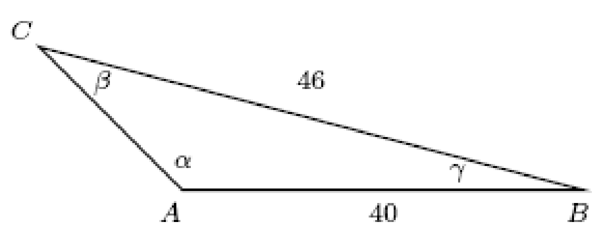
Sen A = 0,73 A = Sen^{-1}(0,73) → A = 46,89º , y El ángulo C es igual a

C = 180-108-46,89 = 25.11º

Los resultados son: c = 1565,5 cm; A = 46,89º y C = 25,11º

8. APLICACIONES EN LA RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Ejemplo 1. Encuentre la medida de los ángulos y de los lados desconocidos del triángulo $\triangle ABC\ \angle\alpha = 115°$, $a = 46$ $b = 40$



se sabe que:

Solución:

$\frac{sen\alpha}{a} = \frac{sen\beta}{b}$, Entonces $\frac{sen115°}{46} = \frac{sen\beta}{40}$

Despejando:

$$sen\beta = \frac{40sen115°}{46} \simeq \frac{40(0.906)}{46}$$

$sen\beta \simeq 0.787$ Entonces: $\beta \simeq 51.9°$

Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo 180 es entonces:

$$\gamma = 180° - (51.9 + 115) \simeq 13.1°$$

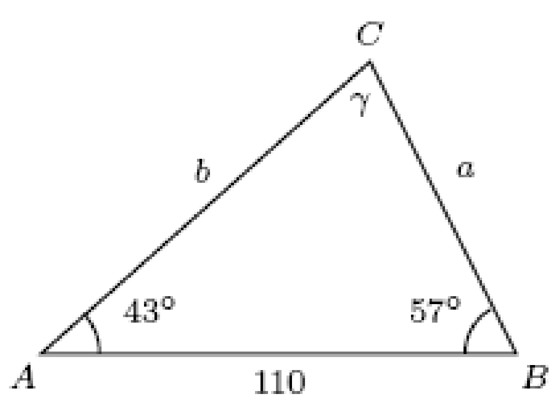
$\frac{sen\gamma}{c} = \frac{sen\alpha}{a}$ Entonces: $\frac{sen13.1°}{c} = \frac{sen115°}{46}$

Despejando:

$c = \frac{46sen13.1°}{sen115°}$, $c \simeq \frac{(46(0.226))}{0.906} \simeq 11.5$

Ejemplo 2. Dos observadores colocados a 110 metros de separación en A y en B en la orilla de un río están mirando una torre en la orilla opuesta en el punto C. Midieron los ángulos $\angle CAB$ y $\angle CBA$ que fueron de: 43º y 57º respectivamente. A qué distancia está el primer observador de la torre?

Solución



A partir del triángulo:

$$\frac{b}{sen57°} = \frac{110}{sen\gamma} \qquad \gamma = 180° - (57° + 43°) = 80°$$

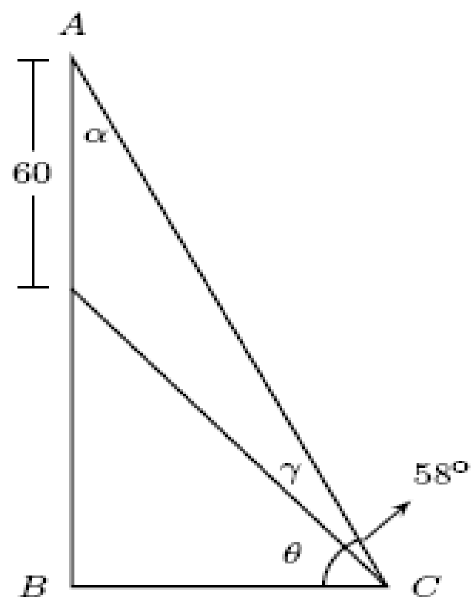
Reemplazando y despejando:

$$b = \frac{110sen57°}{sen80°}m = \frac{92.25}{0.98}m \simeq 94.13m$$

El primer observador está aproximadamente a 94,13 m de la torre

Ejemplo 3. Un poste vertical de 60 pies de longitud está colocado al lado de un camino inclinado. Proyecta una sombra de 138 pies de largo directamente colina abajo a lo largo del camino, cuando el ángulo de elevación del sol es de 58º (observe la figura). Encuentre el ángulo θ de inclinación el camino.

Solución:



Triángulo $\triangle ABC$ es rectángulo. Si se conoce γ puede calcularse θ teniendo en cuenta que:

$$58° = \theta + \gamma$$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{sen\alpha}{138} = \frac{sen\gamma}{60}$$

Despejando:

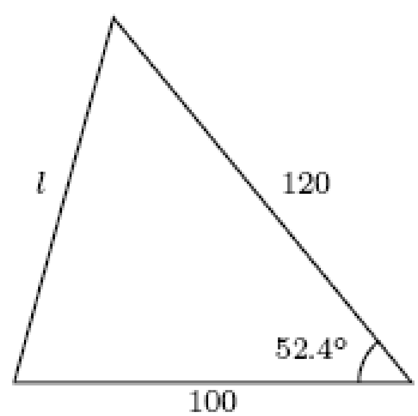
$$sen\gamma = \frac{(60)(0.53)}{138} = 0.23 \quad \gamma \simeq 13.29°$$

$$\theta = 58° - 13.29° = 44.71°$$

El ángulo de inclinación es de: 44,71º

Ejemplo 4. En una esquina de un campo triangular, el ángulo mide los lados que se encuentran en esa esquina miden 100 metros y 120 metros de largo. ¿Cuánto mide el tercer lado?

Solución



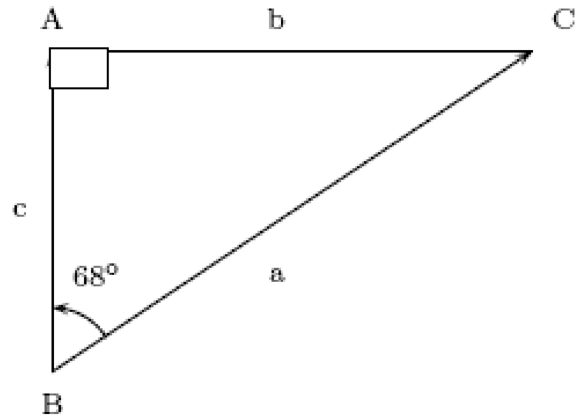
$$l^2 = 100^2 + 120^2 - 2(120)(100)\cos(52.4°)$$

$$l^2 = 10000 + 14400 - 24000(0.61) = 9760m^2$$

$$l = \sqrt{9760} \simeq 98.9 \text{ metros}$$

Ejemplo 5. Dos corredores A y C parten del mismo punto B las 12:00 del día. Uno de ellos se dirige hacia el norte a 6 millas por hora y el otro se dirige a 68º al este del norte a 8 millas por hora. ¿Cuál es la distancia entre ellos a las 3:00 de la tarde?

Solución



Debemos encontrar la longitud de b entonces encontramos las longitudes de c y a Como parten a las 12 del día, a las 3:00 de la tarde cada uno ha corrido durante tres horas

$$c = (6 \text{ millas})3 = 18 \text{ millas}$$
$$a = (8 \text{ millas})3 = 24 \text{ millas}$$

Por el teorema del Coseno: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(68°)$

$$b^2 = 18^2 + 24^2 - 2(18)(24)(0.37)$$
$$b^2 = 580.32$$
$$b \simeq 24 \text{ millas}$$

Como parten a las 12 del día, a las 3:00 de la tarde cada uno ha corrido durante tres horas

$$c = (6 \text{ millas})3 = 18 \text{ millas}$$
$$a = (8 \text{ millas})3 = 24 \text{ millas}$$

Por el teorema del Coseno: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(68°)$

$$b^2 = 18^2 + 24^2 - 2(18)(24)(0.37)$$
$$b^2 = 580.32$$
$$b \simeq 24 \text{ millas}$$

Como parten a las 12 del día, a las 3:00 de la tarde cada uno ha corrido durante tres horas

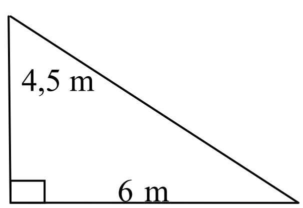
$$c = (6 \text{ millas})3 = 18 \text{ millas}$$
$$a = (8 \text{ millas})3 = 24 \text{ millas}$$

Por el teorema del Coseno: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(68°)$

$$b^2 = 18^2 + 24^2 - 2(18)(24)(0.37)$$
$$b^2 = 580.32$$
$$b \simeq 24 \text{ millas}$$

Ejemplo 6 Se tiene un cuarto cuyo piso es triangular y se quiere cubrir con baldosas cuadradas, el largo del salón es de 6 m y el ancho (la altura) es de 4,5 m, si cada baldosa mide 30 cm de lado. ¿Calcular el número de baldosas que se necesitan para cubrir completamente el salón?

Solución



Calculemos el área:

$A_T = B.H / 2$

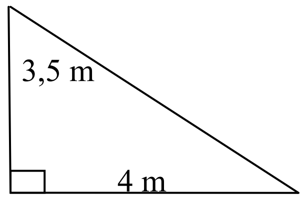
$A_T = 6 \text{ m}. 4,5 \text{ m} / 2 = 13,5 \text{ m}^2$

El número de baldosas = Área total/ área de una baldosa

El Nº de baldosas = 13,5 / 0.30 = 45 baldosas

Ejemplo, 7 Calcula cuál es el precio de un mantel de forma triangular de 3,5 m de lado y 4 m de ancho si el m^2 de tela cuesta 2500 Bs

Solución



Calculemos el área:

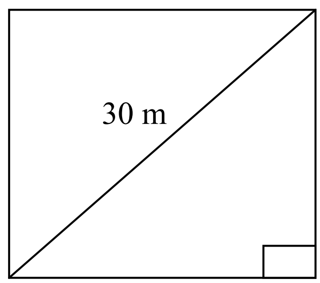
$A_T = B.H / 2$

$A_T = 4\ m.\ 3,5\ m / 2 = 7\ m^2$

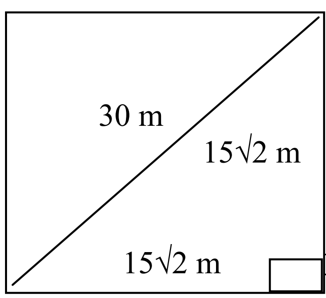
El precio del mantel = Área total x precio del metro

El precio del mantel = 7 x 2.500 =17.500 Bs

Ejemplo 8 Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un campo cuadrado de 30 m de diagonal si cada árbol necesita para desarrollarse 4 m^2



Solución:



Por ser un cuadrado tiene un triángulo iso rectángulo

propiedades de los triángulos iso rectángulos se

Que la hipotenusa 30 y por lo tanto los lados son $30/\sqrt{2}$ m = = 15 $\sqrt{2}$ m

Calculemos el área

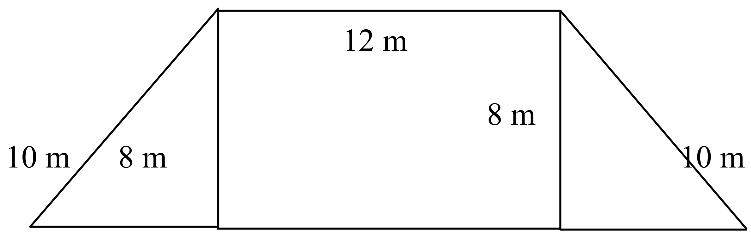
$A_T = BxH \quad \rightarrow \qquad A_T = 15.\sqrt{2}.\ m.\ 15.\sqrt{2}\ m = 450\ m^2$

El número de árboles que se pueden plantar = 450 m^2 / 4 m^2

El número de árboles que se pueden plantar = 112 árboles

Ejemplo 9. Calcula lo que costará sembrar césped en un jardín como el de la figura,

si 1 m^2 de césped plantado cuesta 800 Bs



El trapecio está formado por dos triángulos notables 3-4-5 cuya base es 6 m y un rectángulo. El área total se calcula = 2x BxA / 2 +BxA

At = 2x8x6 /2 +12 x 8

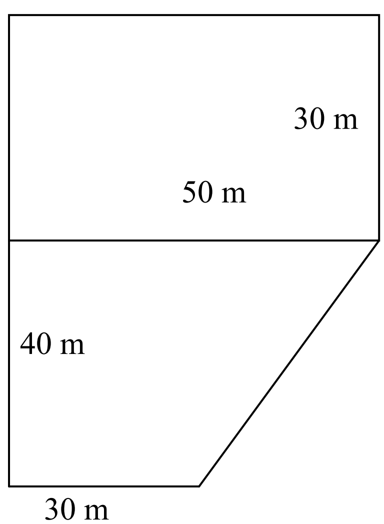
At = 48 +96

At =144 m^2

El costo del césped plantado será = 144 m^2x 800 Bs / 1 m^2

El costo del césped plantado será = 115.200 Bs

Ejemplo 10. Una piscina está formada por un rectángulo para los adultos y un trapecio para los niños. Observa el dibujo y calcula: si tiene 1,5 m de profundidad que volumen de agua en m^3 habrá que echarle para llenarla completamente



Calculemos el área de la figura

At = Bx A + (B+b)xH / 2

At = 30 x50 + (50+30) x 40 /2

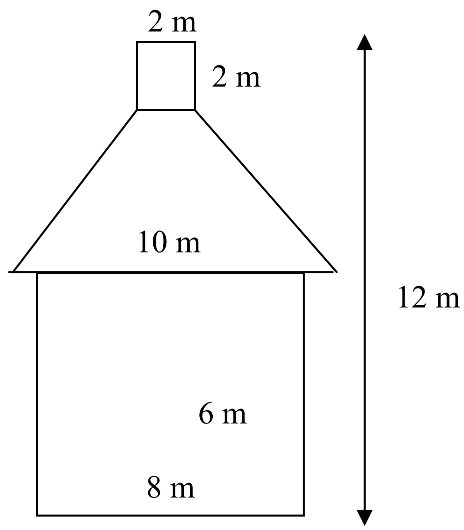
At =1.500 + 1.600

At = 3.100 m^2

Y el volume = At x H

V =3.100 x 1,5 = 4.650 m^3

Ejemplo 11. La siguiente figura representa la fachada de un horno metálico. ¿Cuántas láminas se necesitaran para construirlo sabiendo que una lámina tiene 8 m^2 de área?



Calculemos el área de la figura:

At = LxL + (B+b)xH / 2 +BxH

At = 2x2 + (10 + 2) x 4 /2 + 8 x 6

At = 4 + 24 +48 → At = 76 m^2 → El Nº de láminas que se necesitan = 76 m^2 / 8 m^2

→El Nº de láminas que se necesitan = 9,5 láminas.

REFERENCIAS.

Álvarez, Y., & **Soler, M. R**. (2010). *Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venezolanas*. Revista de Pedagogía, 31(89). jul-dic 2010, Vol. 31 Issue 89, p225-249. 25p.

Ardila, V. (2003*). Inteligencia 8 Lógico matemática*. Editorial Voluntad. Bogotá-Colombia.

Arias, F. (2012) *El Proyecto de Investigación.* Introducción a la metodología científica (6ta edición). Caracas, Editorial Episteme.

Barradas, O. (2013) *Propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática.* Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Constitución Bolivariana de la República de Venezuela. (Diciembre 20, 1999). Gaceta Oficial Nº 36.860, (Extraordinario)

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Las prácticas docentes del profesor de Matemática.* Barcelona.

Dávila, L. (2011*). Proyecto de aprendizaje "Calculando Alturas"*. Lima - Perú

Escobar, M. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza de la resolución de triángulos con el apoyo del programa Cabri Geometry* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).

García, A. (1997). *Introducción a la metodología de la investigación científica,2da edición. Plaza Valdés México.*

Godino, J. y Ruiz, F. (2011). *Geometría y didáctica para maestros*. Universidad de Granada.

Gómez, C. (2000). *Proyectos factibles. Editorial Predias-Valencia.*

González, F. (1994). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática, serie temas de educación matemática*. Copiher. Maracay. Venezuela

González, F. (1994). *La investigación en educación matemática, serie temas de educación matemática*. Copiher. Maracay. Venezuela.

González, F. (1995). *El corazón de la matemática, serie temas de educación matemática*. Copiher. Maracay. Venezuela.

Guzmán, C. y De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la Matemática*. http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.

Hernández, R., Fernández, C. y Batista, P. (2006). *Metodología de la investigación*.4ta edición. México: McGraw-Hill Interamericana, 2006.

Hernández, R., Fernández, C, y Baptista, P. (2010) *Metodología de la investigación*. 5ta edición. México: McGraw-Hill Interamericana, 2010.

Hurtado, B. (2007) *Tipos de Metodología de la Investigación*. 1ra Edición, Fundación Sypal: Caracas.

Ley Orgánica de Educación (2009, Agosto 15). *Gaceta Oficial No. 5.929*, Asamblea Nacional de la República Bolivariana de Venezuela.

Manual de Trabajo de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2011),

Mendoza, Y. (2013). *Transposición didáctica en la enseñanza de identidades trigonométricas de los estudiantes de cuarto año de bachillerato del liceo Bolivariano "luís Alfredo Colomine"* Universidad de Carabobo.

Planchart, E y Garbin D, Sabrina y Gómez Chacón, Inés (2005) *La formación del profesorado en educación matemática.* Universidad de Deusto Bilbao.

Radford, L y Hernández, R. (2011). *La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas.* Université Laurentienne (Canada).

Ramírez, T. (2007). *Cómo hacer un proyecto de investigación.* Caracas. Editorial Panapo

Van de Walle, J. (2001). *El pensamiento geométrico y conceptos geométricos*. 4th ed. Boston: Allyn and Bacon.

.

ANEXO A

1. - TEOREMA DE HERÓN

a.- Cálculo de áreas de terrenos

Hay varios métodos de levantamiento, algunos de los cuales son de difícil aplicación en la práctica y solamente se emplean como auxiliares, apoyados en los 4 métodos que son la intersección de visuales, radiaciones, determinación de los ángulos que forman los lados y triangulación. Este último método consiste en medir los lados del terreno y las diagonales necesarias para convertir su figura en un número de triángulos igual a la de sus lados menos dos.

b.- Método de triangulación

Se llama triangulación el método en el cual las líneas del levantamiento forman figuras triangulares, de las cuales se miden solo los ángulos y los lados se calculan trigonométricamente a partir de uno conocido llamado base. El caso más simple de triangulación es aquel que se vio en el "levantamiento de un lote por intersección de visuales"; de cada triangulo que se forma se conocen un lado, la *base*, y los dos ángulos adyacentes; los demás elementos se calculan trigonométricamente.

c.- Teorema de Herón

Herón se aleja de la formalización deductiva, característica de la matemática clásica griega, y es un genio eminentemente práctico. Su quehacer matemático es más próximo a la cultura egipcia o babilónica y hay quien cuestiona, incluso, su origen griego. Sí parece claro que es un seguidor de Arquímedes y lleva sus matemáticas a la ingeniería y agrimensura. No sólo hizo descubrimientos en geometría y en física, se le atribuye también la invención de una máquina de vapor. En física uno de sus teoremas más interesantes es el que demuestra que cuando la luz procedente de un objeto se refleja sobre espejos, la trayectoria del rayo entre el objeto y el ojo es mínima. Este resultado parece una simple consecuencia del principio filosófico de Aristóteles de que la naturaleza procede siempre de la forma más sencilla. (Enrique R. Aznar)

Es más conocido en la historia de las matemáticas por la fórmula que lleva su nombre y nos permite calcular el área de un triángulo si conocemos sus tres lados:

$$Área = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Dónde: *a*, *b* y *c*. son los lados del triángulo

P es: El semi perímetro. Se calcula con la siguiente expresión $P = \frac{a+b+c}{2}$

d.- A continuación un ejemplo sencillo de como determinar el área de una superficie irregular usando el método de triangulación.

Tabla de datos						
Triángulo	Lado1 Medido(m)	Lado 2 medido(m)	Ángulo entre el lado 1 y el lado 2 medido (º)	Diagonal calculada Cateto calculado(m)	Semi perímetro Calculado Semi perímetro(m)	Cálculo del área usando la fórmula de Herón Área del triángulo(m^2)
Triangulo 1	16	15	100	23,76	27,38	118,17
Triangulo 2	16	16	120	27,71	29,86	111,05
Triangulo 3	15	15	118	25,72	27,86	99,30
Triangulo 4	15	23,76	95	29,18	33,97	117.53
Triangulo 5	27,71	25,72		29,18	41,31	325,95
Sumatoria del área de los triángulos						772

$$\acute{A}rea = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ Teorema de Herón.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$ Teorema del coseno

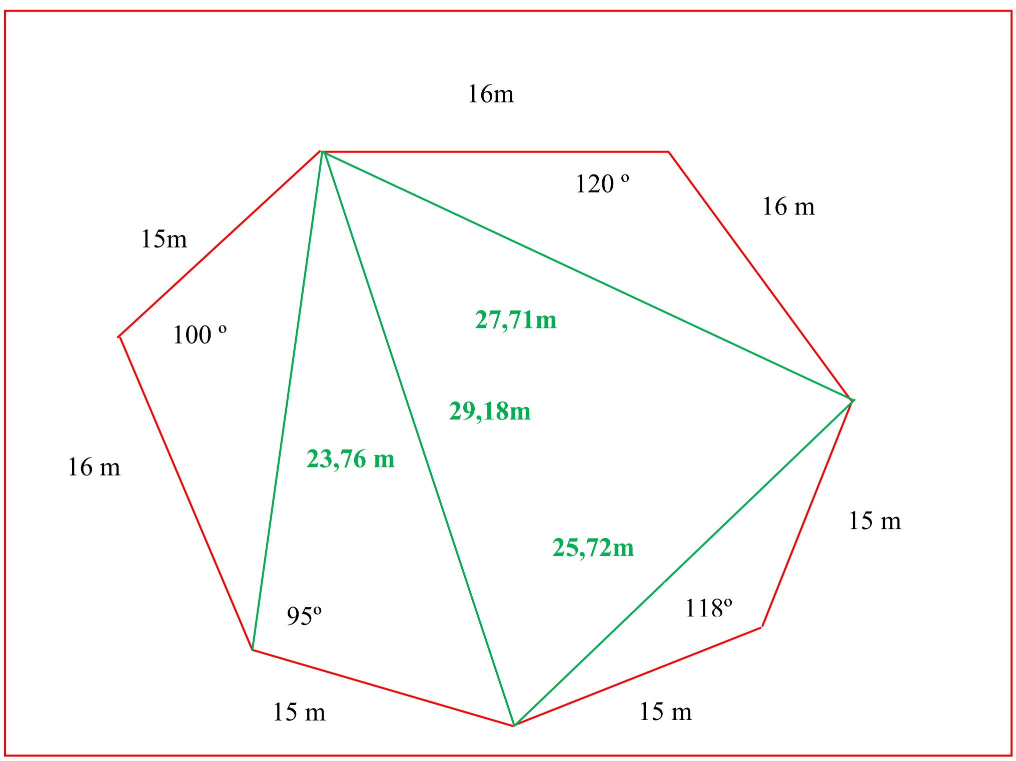
$a^2 = 15^2 + 16^2 - 2.15.16\ .\mathrm{Cos}100^{o} \rightarrow a = 23{,}76$ m

$P = \dfrac{a + b + c}{2}$ $\quad$ $P = \dfrac{16 + 15 + 23.76}{2}$ $\quad$ P = 27.38 m

Area = $(27,38\ (27,38-16)\ (27,38-15)\ (27,38-23,76))^{1/2}$

Area =118,817 m^2

Método de triangulación. Diagrama



ANEXO B

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Formato de Validación de Instrumento

Estimado(a) Profesor (a):

A continuación se le presenta el siguiente formato, el cual permite validar a través del juicio de experto, el cuestionario que será aplicado para diagnosticar el conocimiento en el área de matemática específicamente en geometría, que poseen los estudiantes. Dicho cuestionario presenta diez preguntas con respuestas relacionadas con el tópico de estudio.

Se agradece su juicio valorativo, usando para ello los criterios de **Si / No,** en cada uno de los siguientes aspectos:

- Pertinencia
- Claridad
- Coherencia

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LOS TRIÁNGULOS Y SUS APLICACIONES PRÁCTICAS, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS EN LA U.E. SAGRADO CORAZÓN

.

Tutor: Dra. Rosa Amaya **Autor: Lic. Luis Chourio**

1.2.1. Objetivos de la Investigación

1.2.2. Objetivo General

Diseñar estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E sagrado corazón **.**

1.2.3. Objetivos Específicos

1. Diagnosticar los conocimientos que tienen los estudiantes de primer año de la U.E. Sagrado Corazón sobre los triángulos y sus aplicaciones prácticas.
2. Estudiar la factibilidad del diseño de una estrategia didáctica para resolver un triángulo y sus aplicaciones.
3. Elaborar la estrategia para resolver un triángulo y sus aplicaciones.

Tabla de Operacionalización de Variables

Objetivo General: Diseñar estrategia didáctica para el aprendizaje de los triángulos y sus aplicaciones prácticas, dirigida a estudiantes de primer año de ciencias en la U.E sagrado corazón.						
Objetivo específico	Variable	Definición conceptual de la variable	Definición procedimental de la variable	Dimensión	Indicadores	Ítem
Diagnosticar los conocimientos que tienen los estudiantes de primer año de la U.E Sagrado Corazón sobre los triángulos y sus aplicaciones prácticas.	Conocimiento de los triángulos.	Según Vázquez y Ramos (1972): «Definamos dos puntos sobre una recta y tomemos un tercer punto que no esté contenido en ella y, uniendo los otros puntos con él, veremos que hemos podido definir tres segmentos. Entonces, podemos decir: si en un plano se tienen tres puntos no alineados y éstos se unen por medio de segmentos, la figura formada se llama triángulo.	Un triángulo es una figura geométrica plana que consta de tres lados y tres ángulos internos. Esta figura puede utilizarse para calcular áreas de terrenos de forma irregular y para calcular dimensiones de edificios.	Conceptual.	Ángulos complementarios.	1
					Ángulos internos de un triángulo.	2
					Triángulos según sus lados.	3 y 4
					Área de un triángulo.	5
				Procedimental	Cálculo de lados, usando propiedades de los ángulos y teorema de Pitágoras.	6,7 y 8
					Cálculo de áreas y perímetro.	9 y 10

Tabla de Fuente: Chourio Luís (2016)

ANEXO C

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN
VALENCIA ESTADO CARABOBO

Estimado estudiante:

El siguiente instructivo tiene la finalidad de recolectar información acerca de los conocimientos que posees sobre resolución de triángulos, tema del tercer año de educación media. La misma está estructurada por 10 ítems, resultados de esta prueba es de tipo diagnóstico, lo cual no influye en tu nota y es de carácter confidencial.

Instrucciones:

- Es necesario plena concentración en la actividad.
- Lee cuidadosamente las preguntas que se te formula en el instructivo.
- Marque con un círculo la respuesta que crea correcta.
- Si se equivoca o desea cambiar la respuesta, bórrela completamente.
- Dispones de 45 minutos para responder las preguntas.

Ejemplificación:

Un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo de:

a. 180º

b. 90º

c. 60º

d. Ninguna de las anteriores

Cuestionario

1 . Dos ángulos son complementarios cuando su suma es:

a. 45º
b. 90º
c. 180º
d. Más de 180º

2. En todo triángulo la suma de sus ángulos interno es :

a. 100º
b. 90º
c. 180º
d. 200º

3. Un triángulo es equilátero cuando tiene:

a. Dos lados iguales y el otro distinto
b. Tres lados iguales
c. Todos los lados desiguales
d. Ninguna de las anteriores

4. Un triángulo es isósceles cuando:

a. Tiene dos lados iguales y el otro distinto
b. Tiene tres lados iguales
c. Tiene todos los lados desiguales
d. Ninguna de las anteriores

5. El área de un triángulo se determina con la siguiente fórmula:

a. (Base + altura) / 2
b. (Base x altura) / 2
c. Base x altura
d. (Base $_1$ + base $_2$) x altura

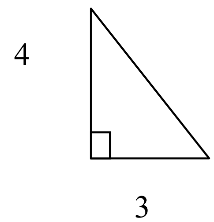
6. En el siguiente triángulo el valor de la hipotenusa es:

a. 7

b. 6

c. 5

d. 12

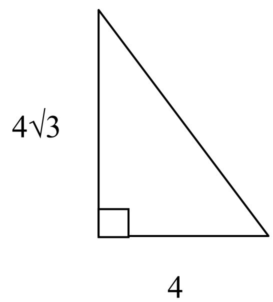


7. En el siguiente triángulo el valor de la hipotenusa es:
   a. $8\sqrt{3}$

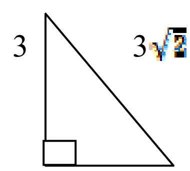
   b. $4\sqrt{3}$

   c. $8\sqrt{2}$

   d. 8



8. En el siguiente triángulo el valor del lado que falta es:
   a. 3
   b. 6
   c. $\sqrt{2}$
   d. $3\sqrt{2}$



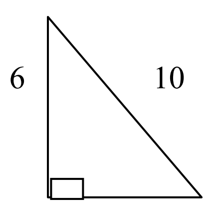
9. En el siguiente triángulo el valor del área es:

   a. 48

   b. 24

   c. 60

   d. 30



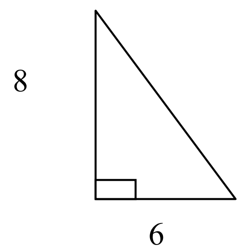
10. En el siguiente triángulo, el valor del perímetro es:

a. 18

b. 36

c. 48

d. 24



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Formato de Validación de Instrumento

Estimado(a) Profesor (a):

A continuación se le presenta el siguiente formato, el cual permite validar a través del juicio de experto, el cuestionario que será aplicado para diagnosticar el conocimiento en el área de matemática específicamente en geometría, que poseen los estudiantes. Dicho cuestionario presenta diez preguntas con respuestas relacionadas con el tópico de estudio.

Se agradece su juicio valorativo, usando para ello los criterios de **Si / No,** en cada uno de los siguientes aspectos:

- Pertinencia
- Claridad
- Coherencia

Datos de Identificación del Experto:
Nombres y Apellidos: José Orlando Gómez B.
Cédula de Identidad: 13.470.674
------Lic. ---X---MSc --------Dr. (a) en: Educación Matemática
Egresado(a) de: FaCE – UC.

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN

UNIDAD EDUCATIVA SAGRADO CORAZON

VALENCIA ESTADO CARABOBO

VALIDACIÓN

Instrumento: Cuestionario

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Aspectos relacionado con los ítems	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
1) La redacción de los ítems es clara.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
2) El ítem tiene coherencia interna.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
3) El ítem induce a la respuesta.		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X

4) El ítem mide lo que se pretende.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	

Aspectos generales	Sí	No	Observaciones
5) El instrumento contiene instrucciones para la solución	X		
6) El número de ítems es adecuado	X		
7) El ítems permite el logro del objetivo	X		
8) Los ítems están presentados en forma lógica secuencias.	X		
9) El número de ítems es el suficiente para recoger la información en caso de ser negativo su respuesta sugiera el ítems que falta.	X		

Validador: José Orlando Gómez B.

Firma: ______

C.I: 13.470.674

Correo: Josegomezmat@gmail.com

Observaciones: ______

______

Validez

No aplicable	
Aplicable	X
Aplicable atendiendo las observaciones	

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Formato de Validación de Instrumento

Estimado(a) Profesor (a):

A continuación se le presenta el siguiente formato, el cual permite validar a través del juicio de experto, el cuestionario que será aplicado para diagnosticar el conocimiento en el área de matemática específicamente en geometría, que poseen los estudiantes. Dicho cuestionario presenta diez preguntas con respuestas relacionadas con el tópico de estudio.

Se agradece su juicio valorativo, usando para ello los criterios de **Si / No,** en cada uno de los siguientes aspectos:

- Pertinencia
- Claridad
- Coherencia

Datos de Identificación del Experto:

Nombres y Apellidos: HIPOCRATES OCHOA MARTÍNEZ.

Cédula de Identidad: 9822569

------Lic. ---X MSc --------Dr. (a) en: EDUCACIÓN MATEMATICA.

Egresado(a) de: UNIVERSIDAD DE CARABOBO (FACE)

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN

UNIDAD EDUCATIVA SAGRADO CORAZON

VALENCIA ESTADO CARABOBO

VALIDACIÓN

Instrumento: Cuestionario

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Aspectos relacionado con los ítems	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
1) La redacción de los ítems es clara.																				
2) El ítem tiene coherencia interna.																				
3) El ítem induce a la respuesta.																				

4) El ítem mide lo que se pretende.																				

Aspectos generales	Sí	No	Observaciones
5) El instrumento contiene instrucciones para la solución			
6) El número de ítems es adecuado			
7) El ítems permite el logro del objetivo			
8) Los ítems están presentados en forma lógica secuencias.			
9) El número de ítems es el suficiente para recoger la información en caso de ser negativo su respuesta sugiera el ítems que falta.			

Validador: Hipocrates Ochoa M

Firma:

C.I: 9822569

Correo: hipocratesuc@gmail.com

Observaciones: ______

Validez

No aplicable	
Aplicable	
Aplicable atendiendo las observaciones	X

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Formato de Validación de Instrumento

Estimado(a) Profesor (a):

A continuación se le presenta el siguiente formato, el cual permite validar a través del juicio de experto, el cuestionario que será aplicado para diagnosticar el conocimiento en el área de matemática específicamente en geometría, que poseen los estudiantes. Dicho cuestionario presenta diez preguntas con respuestas relacionadas con el tópico de estudio.

Se agradece su juicio valorativo, usando para ello los criterios de **Si / No,** en cada uno de los siguientes aspectos:

- Pertinencia
- Claridad
- Coherencia

Datos de Identificación del Experto:

Nombres y Apellidos: José López

Cédula de Identidad: 10.269791

------Lic. ---X--- MSc --------Dr. (a) en: Educación en Matemática

Egresado(a) de: ____________________

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN
UNIDAD EDUCATIVA SAGRADO CORAZON
VALENCIA ESTADO CARABOBO

VALIDACIÓN

Instrumento: Cuestionario

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Aspectos relacionado con los ítems	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
1) La redacción de los ítems es clara.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
2) El ítem tiene coherencia interna.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
3) El ítem induce a la respuesta.		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X

4) El ítem mide lo que se pretende.	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	

Aspectos generales	Sí	No	Observaciones
5) El instrumento contiene instrucciones para la solución	X		
6) El número de ítems es adecuado	√		
7) El ítems permite el logro del objetivo	X		
8) Los ítems están presentados en forma lógica secuencias.	X		
9) El número de ítems es el suficiente para recoger la información en caso de ser negativo su respuesta sugiera el ítems que falta.	X		

Validador: José López

Firma:

C.I: 10.269 791

Correo: Jolopezbol@yahoo.com

Observaciones:

Validez

No aplicable	
Aplicable	√
Aplicable atendiendo las observaciones	

PÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA EDUCACIÓN

UNIDAD EDUCATIVA SAGRADO CORAZÓN

VALENCIA ESTADO CARABOBO

VALIDACIÓN

Instrumento: Cuestionario

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Aspectos relacionado con los ítems	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
1) La redacción de los ítems es clara																				
2) El ítem tiene coherencia interna																				
3) El ítem induce a la respuesta																				
4) El ítem mide lo que se pretende																				

Aspectos generales	Sí	No	Observaciones
5) El instrumento contiene instrucciones para la solución			
6) El número de ítems es adecuado			
7) El ítems permite el logro del objetivo			
8) Los ítems están presentados en forma lógica secuencial			
9) El número de ítems es el suficiente para recoger la información en caso de ser negativo su respuesta sugiera el ítems que falta			

Validador: ______________________________________

Firma: ____

C.I:____

Correo: ____

Cel: ____

Observaciones:

Validez

No aplicable	
Aplicable	
Aplicable atendiendo las observaciones	