



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE POTENCIA

Un diagrama técnico de un transformador monofásico, que muestra el núcleo, las bobinas y los terminales. El diagrama está desenfocado y sirve como fondo para el título.

**APLICACIONES INTERACTIVAS ASISTIDAS POR EL  
COMPUTADOR PARA LA ENSEÑANZA DE  
TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS.**

**Realizado por:**

**Aquino M. Francisco J.**

**Valera T. Jesús M.**

**Valencia, Junio del 2002**



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE POTENCIA**



## **APLICACIONES INTERACTIVAS ASISTIDAS POR EL COMPUTADOR PARA LA ENSEÑANZA DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS**

**Trabajo especial de grado presentado ante la ilustre Universidad de  
Carabobo para optar por el título de Ingeniero Electricista**

**Realizado por:**

**Aquino M. Francisco J.**

**Valera T. Jesús M.**

**Valencia, Junio del 2002**

**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**  
**DEPARTAMENTO DE POTENCIA**

**CERTIFICADO DE APROBACIÓN**

Los abajo firmantes miembros del jurado asignado para evaluar el trabajo especial de grado titulado **APLICACIONES INTERACTIVAS ASISTIDAS POR EL COMPUTADOR PARA LA ENSEÑANZA DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS**, realizado por los bachilleres: **Aquino M. Francisco J.** cédula de identidad: **13.153.742** y **Valera T. Jesús M.** cédula de identidad: **12.994.642**, hacemos constar que hemos revisado y aprobado dicho trabajo.

---

**Prof. Milagros Peña**  
**TUTOR**

---

**Prof. Eva Monagas**  
**JURADO**

---

**Prof. Verter Hornebo**  
**JURADO**

**Valencia, Junio del 2002**



## INDICE GENERAL

### Introducción

#### CAPITULO I.

#### El Problema

1.1	Planteamiento del problema.....	1
1.2	Objetivos.....	3
1.2.1	Objetivo General.....	3
1.2.2	Objetivos Específicos.....	3
1.3	Justificación.....	4
1.4	Antecedentes.....	5

#### CAPITULO II.

#### Marco Teórico

2.1	Principios de Funcionamiento de los Transformadores.....	7
2.1.1	Materiales Ferromagnéticos.....	7
2.1.2	Campo Magnético.....	8
2.1.3	Líneas de Fuerza.....	9
2.1.4	Flujo Magnético.....	9
2.1.5	Ley de Ampere.....	11
2.1.6	Ley de Inducción de Faraday.....	13
2.1.7	Regla de Fleming o de la Mano Derecha.....	14



2.1.8	<i>Curvas de Magnetización.....</i>	15
2.1.9	<i>Histéresis.....</i>	16
2.2	<i>Evolución del Transformador Monofásico.....</i>	18
2.3	<i>Transformador Monofásico.....</i>	20
2.3.1	<i>Tipos de Transformadores de acuerdo al núcleo.....</i>	22
2.4	<i>Transformador Ideal.....</i>	23
2.4.1	<i>Funcionamiento del Transformador Ideal en Vacío.....</i>	30
2.4.2	<i>Funcionamiento del Transformador Ideal con carga.....</i>	35
2.5	<i>Transformador Semi-Ideal.....</i>	38
2.5.1	<i>Funcionamiento del Transformador Semi-Ideal en vacío.....</i>	39
2.6	<i>Transformador Real.....</i>	42
2.6.1	<i>La Corriente de Magnetización.....</i>	44
2.6.2	<i>Pérdidas en el Núcleo.....</i>	44
	- <i>Pérdidas por Corrientes Parásitas.....</i>	44
	- <i>Pérdidas por Histéresis.....</i>	46
2.6.3	<i>Pérdidas en las resistencias de los devanados.....</i>	50
	- <i>Pérdidas en el Cobre.....</i>	51
2.6.4	<i>Dispersión del Flujo Magnético.....</i>	52
2.9	<i>Circuito Equivalente del Transformador Real.....</i>	55
2.10	<i>Circuitos Equivalentes Aproximados del Transformador Real.....</i>	61
2.11	<i>Polaridad en los Transformadores.....</i>	63
2.12	<i>Determinación de los Parámetros del Circuito Equivalente del Transformador Real.....</i>	70
2.12.1	<i>Ensayo de Vacío.....</i>	70



2.12.2	Ensayo de Cortocircuito.....	73
2.13	Conexión de Transformadores Monofásicos en paralelo.....	78
2.13.1	Conexión con la carga.....	79
2.13.2	Transformadores en paralelo con tensiones de cortocircuito Distintas.....	81
2.14	Rendimiento del Transformador.....	84
2.14.1	Curvas de Rendimiento.....	86
2.15	Regulación de Tensión.....	88
2.15.1	Determinación de la Regulación.....	89

### CAPITULO III.

#### Marco Metodológico

3.1	Criterio Utilizado .....	94
3.2	Metodología.....	94
3.3	Alcance.....	95
3.4	Descripción del Programa.....	96

### CAPITULO IV.

#### Guía Práctica Del Programa

4.1	Fundamentos del Transformador Multimedia.....	99
4.2	Requerimientos del sistema.....	100



<b>4.2.1</b>	<b>Recursos de Software.....</b>	<b>100</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Recursos de Hardware.....</b>	<b>101</b>
<b>4.3</b>	<b>Instalación del Programa Transformador Multimedia.....</b>	<b>101</b>
<b>4.4</b>	<b>Cómo se Utiliza el Programa Transformador Multimedia.....</b>	<b>102</b>
	<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>110</b>
	<b>Anexos.....</b>	<b>112</b>

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 2.1. Dominios de un Material Ferromagnético: a) dominios magnéticos orientados al azar (sin campo magnético externo aplicado) y b) dominios magnéticos alineados (con un campo magnético aplicado).....</b>	<b>7</b>
<b>Figura 2.2. Dirección de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento.....</b>	<b>8</b>
<b>Figura 2.3. Líneas de fuerza del campo magnético.....</b>	<b>9</b>
<b>Figura 2.4. Flujo Magnético a través de una superficie.....</b>	<b>10</b>
<b>Figura 2.5. Aplicación de la Ley de Ampere.....</b>	<b>12</b>
<b>Figura 2.6. Regla de Fleming de la mano derecha.....</b>	<b>14</b>
<b>Figura 2.7. Curva de Magnetización.....</b>	<b>15</b>
<b>Figura 2.8. Ciclo de Histéresis de un material ferromagnético.....</b>	<b>16</b>
<b>Figura 2.9. Representación descriptiva del fenómeno de histéresis, disposición de los dominios del material ferromagnético y onda senoidal de la corriente de magnetización.....</b>	<b>17</b>
<b>Figura 2.10. Experimento de Faraday.....</b>	<b>19</b>
<b>Figura 2.11. a) Transformador Monofásico y b) Representación simbólica.....</b>	<b>19</b>
<b>Figura 2.12. Transformador Monofásico.....</b>	<b>21</b>
<b>Figura 2.13. Transformadores monofásicos tipo núcleo y acorazado.....</b>	<b>23</b>
<b>Figura 2.14. Solenoide.....</b>	<b>23</b>
<b>Figura 2.15.a. Relación B vs. H de un Transformador Ideal.....</b>	<b>24</b>
<b>Figura 2.15.b. Partes del Transformador Ideal.....</b>	<b>24</b>
<b>Figura 2.16. Transformador Ideal.....</b>	<b>25</b>
<b>Figura 2.17. Transformador Monofásico Reductor.....</b>	<b>29</b>



<b>Figura 2.18. Transformador Monofásico Elevador.....</b>	<b>29</b>
<b>Figura 2.19. Transformador Ideal funcionando en vacío.....</b>	<b>31</b>
<b>Figura 2.20.a. Ondas de flujo y tensiones inducidas en el transformador ideal.....</b>	<b>32</b>
<b>Figura 2.20.b. Análisis del primer cuarto de ciclo de la onda del flujo.....</b>	<b>32</b>
<b>Figura 2.21. Análisis del segundo cuarto de ciclo de onda del flujo.....</b>	<b>33</b>
<b>Figura 2.22. Diagrama fasorial del transformador en vacío.....</b>	<b>34</b>
<b>Figura 2.23. Puntos Correspondientes de un Transformador Monofásico.....</b>	<b>34</b>
<b>Figura 2.24. Transformador ideal con carga.....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 2.25. Diagrama fasorial del transformador ideal con carga.....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 2.26. Transformador Ideal: Circuito equivalente y representación simbólica.....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 2.27.a. Curva B vs. H del Transformador Semi-Ideal.....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 2.27.b. Partes del Transformador Semi-Ideal.....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 2.28. Transformador Semi-Ideal en vacío.....</b>	<b>39</b>
<b>Figura 2.29. Diagrama fasorial del transformador semi-ideal en vacío.....</b>	<b>40</b>
<b>Figura 2.30. Comportamiento de una reactancia inductiva.....</b>	<b>41</b>
<b>Figura 2.31. Circuito equivalente que indica la representación del efecto de la corriente de magnetización (<math>I_m</math>).....</b>	<b>41</b>
<b>Figura 2.32. Curva B vs. H del Transformador Real y Partes del Transformador Real.....</b>	<b>43</b>
<b>Figura 2.33. Corrientes parásitas que circulan por el núcleo.....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 2.34. Núcleos laminados y Diferentes tipos de láminas.....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 2.35 Núcleo laminado donde se representa las corrientes parásitas en el centro y en el borde de las láminas, y donde se muestra el efecto Cortical.....</b>	<b>46</b>



<b>Figura 2.36. Circuito Equivalente que indica la representación de las Pérdidas en el Núcleo en un transformador real.....</b>	<b>49</b>
<b>Figura 2.37. Circuito equivalente que indica la representación de la rama de magnetización en un transformador real.....</b>	<b>49</b>
<b>Figura 2.38. Circuito equivalente que indica la representación de los efectos de las pérdidas eléctricas en los devanados primario y secundario de un transformador real.....</b>	<b>51</b>
<b>Figura 2.39. Representación del Flujo Mutuo y Flujo Disperso.....</b>	<b>52</b>
<b>Figura 2.40. Flujos magnéticos mutuos y de dispersión del devanado primario y del secundario en un transformador.....</b>	<b>53</b>
<b>Figura 2.41. Circuito equivalente que indica la representación del efecto del flujo de dispersión en un transformador real.....</b>	<b>55</b>
<b>Figura 2.42. Circuito equivalente del Transformador Real.....</b>	<b>56</b>
<b>Figura 2.43.a. Representación del modelo “T” del Transformador Real.....</b>	<b>59</b>
<b>Figura 2.43.b. Circuito equivalente del transformador referido a su lado primario.....</b>	<b>59</b>
<b>Figura 2.44.a. Representación del modelo “T” del Transformador Real.....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 2.44.b. Circuito equivalente del transformador referido a su lado secundario.....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 2.45. Circuito equivalente aproximado referido al lado de alta.....</b>	<b>61</b>
<b>Figura 2.46. Circuito equivalente aproximado referido al lado de baja.....</b>	<b>61</b>
<b>Figura 2.47. Circuito equivalente simplificado referido al lado de alta.....</b>	<b>62</b>
<b>Figura 2.48. Circuito equivalente simplificado referido al lado de baja.....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 2.49.a Representación de las polaridades de tensión.....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 2.49.b Tensiones inducidas en función del tiempo.....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 2.50. Sentido de arrollamiento de las bobinas en el núcleo.....</b>	<b>60</b>



<b>Figura 2.51. Montaje de laboratorio usado para la determinación de los puntos correspondientes de un transformador.....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 2.52. Montaje de laboratorio usado para la determinación de los puntos correspondientes de un transformador.....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 2.53. Conexión en Paralelo de dos Transformadores Monofásicos.....</b>	<b>67</b>
<b>Figura 2.54. Conexiones en serie (primario) y en paralelo (secundario) de los devanados de un transformador monofásicos.....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 2.55. Conexiones de los Transformadores Monofásicos para formar Bancos de Transformación Trifásico.....</b>	<b>69</b>
<b>Figura 2.56. Conexión para realizar el ensayo en vacío.....</b>	<b>71</b>
<b>Figura 2.57. Circuito equivalente del transformador en vacío.....</b>	<b>71</b>
<b>Figura 2.58. Conexión para realizar el ensayo en cortocircuito.....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 2.59. Circuito equivalente del transformador cuando se aplica el ensayo de cortocircuito.....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 2.60.a. Transformadores monofásicos conectados en paralelo.....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 2.60.b. Circuitos equivalentes referido al primario de dos transformadores en paralelo.....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 2.61. Transformadores en paralelo alimentando una carga.....</b>	<b>80</b>
<b>Figura 2.62. Curvas de rendimiento en función del índice de carga.....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 2.63. Circuito equivalente simplificado referido al secundario del transformador y su respectivo circuito equivalente.....</b>	<b>89</b>
<b>Figura 2.64. Diagrama fasorial de un transformador que trabaja con factor de potencia atrasado y su respectivo circuito equivalente.....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 2.65. Diagrama fasorial de un transformador con factor de potencia unitario y su respectivo circuito equivalente.....</b>	<b>91</b>



<b>Figura 2.66. Diagrama fasorial de un transformador con factor de potencia en adelanto.....</b>	<b>91</b>
<b>Figura 4.1. Pantalla de Bienvenida.....</b>	<b>102</b>
<b>Figura 4.2. Pantalla del Menú Principal.....</b>	<b>103</b>
<b>Figura 4.3. Iconos y Barra de Navegación.....</b>	<b>104</b>
<b>Figura 4.4. Pantalla de Contenido de sub-tema.....</b>	<b>104</b>



## INTRODUCCIÓN

Con la invención del transformador en el año 1884 se resolvieron grandes limitaciones técnicas y económicas existentes en la época con respecto a la corriente directa (DC). Gracias al desarrollo de los transformadores, todos los procesos de hoy en día funcionan con corriente alterna (AC) como fuente primaria de alimentación. Una de las propiedades más útiles de los circuitos de corriente alterna es la facilidad y el rendimiento elevado con que pueden, por medio de transformadores, variarse los valores de los voltajes e intensidades.

La mayor parte de la energía producida en las centrales eléctricas fluye por las líneas conductoras en forma de corriente alterna, es decir, aquella que registra un gran número de oscilaciones por segundo. Los transformadores se utilizan para facilitar la conducción eficaz de esta energía y hacerla llegar a los consumidores en una forma que les permita utilizarla.

Los transformadores cumplen un importante papel en la transmisión de grandes bloques de energía a grandes distancias debido a que para esto se deben utilizar niveles de tensión elevados. Por razones de rendimiento, en estos casos es conveniente transportar la energía eléctrica con potencias muy elevadas e intensidades muy pequeñas. De esta forma con la reducción de corriente, y debido a la resistividad del material conductor, la cantidad de calor generada será mucho menor ( $I^2 \times R$ ).

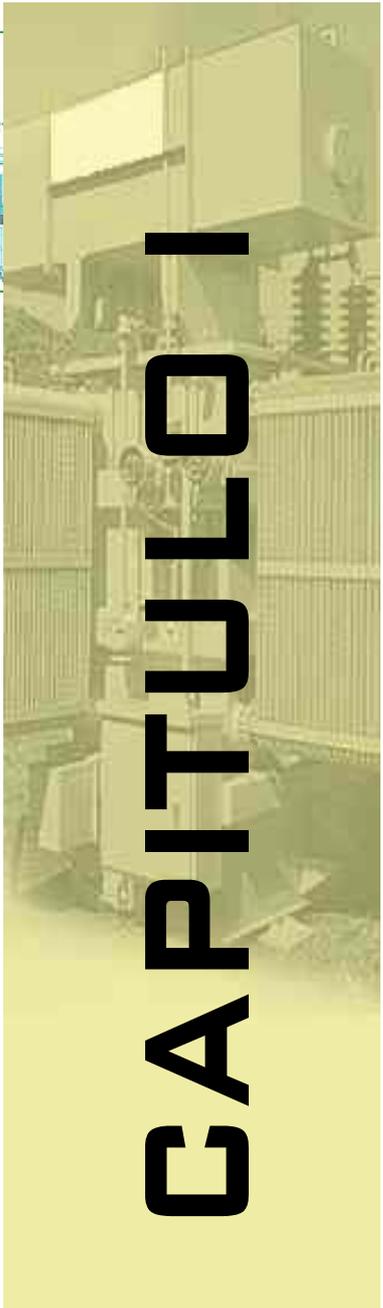
Debido a la gran importancia que tienen los transformadores en los sistemas de potencia se ha creado un programa interactivo denominado “**Transformador Multimedia**” en el cual el usuario puede conocer los conceptos básicos de los Transformadores Monofásicos, su funcionamiento, características, simbología, etc. Dicho programa utiliza los medios interactivos los cuales permiten una mejor comprensión de tan importante tema.



El presente Trabajo de Grado ha sido subdividido en cuatro capítulos, los cuales están estructurados bajo el siguiente esquema:

- ❖ Capítulo I: **El Problema**, describe el problema en cuanto a la dificultad y comprensión de los Transformadores monofásicos por parte de los alumnos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, de allí surge la necesidad de desarrollar un programa interactivo de enseñanza.
- ❖ Capítulo II: **Marco Teórico**, describe la teoría básica referente a los Transformadores Monofásicos.
- ❖ Capítulo III: **Marco Metodológico**, se describe el alcance de la investigación, los criterios utilizados y la descripción del programa Transformador Multimedia.
- ❖ Capítulo IV: **Guía Práctica del Programa Transformador Multimedia**, explica de manera clara, precisa y sencilla los pasos necesarios para obtener un buen entendimiento en el manejo del programa Transformador Multimedia.

Finalmente se presentan las conclusiones, las recomendaciones y los anexos que se obtuvieron del Trabajo de Grado realizado.



- 1.1 Planteamiento del Problema
- 1.2 Objetivos
- 1.3 Justificación
- 1.4 Antecedentes





## EL PROBLEMA

### 1.1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En los últimos años se han producido importantes avances de la informática y las comunicaciones, lo cual representa un interesante desafío de las universidades en cuanto al proceso de la enseñanza y aprendizaje.

Estos avances se han visto fortalecidos por la aparición de los equipos de computación de uso personal de acelerado desarrollo, que evidentemente produce la caída de sus precios cada vez que aparece un nuevo modelo, todo esto, los ha transformado en equipos de uso corriente, tanto en oficinas como en hogares.

A diferencia del Video, la Radio, la Televisión, el Cine y otros medios de comunicación pasivos, los sistemas de educación interactivos requieren que el alumno activamente pida la información para que el computador se la brinde, esto ayuda a garantizar que la información suministrada pueda llegar con más claridad y pueda ser mejor captada. En un sistema de información pasivo el alumno puede estar "en otro mundo" mientras el material le es presentado y la duración, la dinámica externa y la percepción por parte de otras personas es idéntica a si el alumno estuviera realmente concentrado.

Entre los sistemas de educación interactiva están los recursos multimedia, los cuales han tenido una gran cantidad de experimentos exitosos en el ámbito mundial en el campo de la enseñanza de los diferentes temas de interés que se tratan en las materias que se dictan en cualquier universidad del mundo.

En las universidades siempre hay materias cuyo contenido es un poco abstracto lo cual obstaculiza el proceso de aprendizaje, de allí la iniciativa de la Universidad de Carabobo en



promover la realización de Trabajos de Grado que permitan mejorar el nivel de captación y entendimiento de los diferentes temas importantes que todo estudiante debe conocer.

Uno de los temas de gran importancia es el relacionado a los Transformadores Monofásicos el cual no es tan fácil de visualizar y entender por los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, lo cual afecta directamente su rendimiento académico.

Para tratar de elevar el nivel académico y de aprendizaje de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, se desarrollará una herramienta interactiva audiovisual que facilite la enseñanza de los transformadores, particularmente de tipo monofásico.

Este trabajo será mejor aprovechado por los estudiantes de las asignaturas Máquinas Eléctricas I y Electrotecnia de la Facultad de Ingeniería, debido a que se trató de abarcar todos los puntos que están contenidos en los respectivos programas de dichas asignaturas.

A esta herramienta de enseñanza se le ha denominado **TRANSFORMADOR MULTIMEDIA**, nombre que se usará de ahora en adelante en este trabajo.



## 1.2.- OBJETIVOS

### 1.2.1.- OBJETIVO GENERAL

Desarrollo de aplicaciones interactivas asistidas por el computador para la enseñanza de Transformadores Monofásicos.

### 1.2.2.- OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para el desarrollo del objetivo general se realizaron los siguientes objetivos específicos:

- Recopilación de bibliografía referente a Transformadores Monofásicos.
- Revisión de los posibles programas interactivos a utilizar y su disponibilidad en el mercado.
- Selección de los programas interactivos que se utilizarán.
- Elaboración de presentaciones interactivas en multimedia de Transformadores Monofásicos.
- Elaboración de auto-evaluaciones didácticas al usuario.
- Elaboración de un manual de usuario que explique la forma de usar el programa.
- Producción final del programa TRANSFORMADOR MULTIMEDIA en discos compactos (CD) de fácil instalación y uso.



## 1.3.- JUSTIFICACIÓN

Este trabajo se hace con la finalidad de ofrecer a los estudiantes una herramienta de estudio que puedan utilizar como orientación didáctica, por medio de presentaciones interactivas en multimedia para el fácil aprendizaje de los transformadores monofásicos.

En el presente trabajo se hace uso de los medios interactivos debido a que con ellos se logra un alto nivel de retención, ya que generalmente una persona recuerda el 70% de lo que escucha, ve y hace. También permite que el estudiante detecte sus fallas, lo cual le incitará a corregirlas y aprender de sus errores.

El ambiente multimedia también permite lograr mensajes audiovisuales y animaciones explicativas que el usuario puede repetir al instante si es necesario. Esto permite a cada estudiante efectuar el proceso de enseñanza a su paso y puede repetir el tema tantas veces como requiera.

El programa Transformador Multimedia permitirá realizar autoevaluaciones al alumno mediante cuatro (4) Test de evaluación formado cada uno por diez (10) preguntas. Estas evaluaciones permiten al alumno detectar sus propias carencias y trabajar específicamente en los contenidos en los que él mismo detecta sus debilidades. El mismo programa interactivo le ayudará a dirigir sus esfuerzos hacia el material que no ha sido aprendido.

Este trabajo también servirá como punto de referencia para trabajos de investigación posteriores en los cuales se abarquen los puntos que no se pudieron tratar acerca de los transformadores monofásicos.



## 1.4.- ANTECEDENTES

En la escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Carabobo, se han presentado varios trabajos de grado que han servido de referencia para desarrollar el tema de investigación planteado, entre estos trabajos se encuentran:

- DOUGLAS Leonel y BRACHO Teodar, “**Simulador del Efecto de los Gobernadores de Velocidad en los estudios de Estabilidad Transitoria de los Sistemas De Potencia**”. Tesis de grado, UC, Valencia Venezuela, 2001.
- GUEVARA E. Jesús A. e HIDALGO P. Nelson A, “**Desarrollo de un Sistema Multimedia Didáctico para la Enseñanza de Neumática Básica**”, Tesis de grado, U.C., Valencia Venezuela, 2000.
- MELÉNDEZ Q. Lastenia, “**Animación Computarizada Aplicada a la Enseñanza de la Máquina de Corriente Continua**”, Trabajo de Ascenso, U.C., Valencia Venezuela, 2000.
- PALACIO Carlos y GÓMEZ Ysmael, “**Sistema De Aprendizaje Multimedia Sensorica**”, Tesis de grado, UC, Valencia Venezuela, 2001.
- RAMOS Eliéser y MENDEZ Hidalgo, “**Aplicaciones Interactivas Asistidas por el Computador para la Enseñanza de Máquinas Eléctricas, Segunda Parte: Flujo Magnético y Campos Magnéticos Giratorios**”, Tesis de grado, U.C., Valencia Venezuela, 1998.



- URBINA Jesús y BRITO Carlos, “**Aplicaciones Interactivas Asistidas por el Computador para la Enseñanza de Máquinas Eléctricas**”, Tesis de grado, U.C., Valencia Venezuela, 1999.
- VILLALONGA C. Luis F. y FIGUERA V. Cesar L, “**Sensores de Fibra Óptica**”, Tesis de grado, U.C., Valencia Venezuela, 2001.

Actualmente hay instituciones del Estado tal como FUNDACITE (Fundación de Ciencia y Tecnología) y EL MINISTERIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA que están apoyando y financiando el desarrollo de contenidos educativos en formato electrónico para la educación básica, también para la formación del docente, estos proyectos de investigación tienen como objetivo aplicar las tecnologías de información y comunicación en la práctica pedagógica.

Lo antes expuesto indica que hay una tendencia mundial al uso de los recursos multimedia didácticos, ya que está comprobado que si se utilizan estos recursos se obtienen mejores resultados académicos, lo cual contribuye al mejoramiento del proceso de aprendizaje.

# MARCO TEÓRICO

- 2.1 Principios de Funcionamiento de los Transformadores**
- 2.2 Evolución del Transformador Monofásico**
- 2.3 Transformador Monofásico**
- 2.4 Transformador Ideal**
- 2.5 Transformador Semi-Ideal**
- 2.6 Polaridad en los Transformadores**
- 2.7 Transformador Real**
- 2.8 Pérdidas en el Transformador Real**
- 2.9 Circuito Equivalente del Transformador Real**
- 2.10 Circuitos Equivalentes Aproximados del Transformador Real**
- 2.11 Determinación de los Parámetros del Circuito Equivalente del Transformador Real**
- 2.12 Conexión de Transformadores Monofásicos en paralelo**
- 2.13 Rendimiento del Transformador**
- 2.14 Regulación de Tensión**



## CAPITULO II

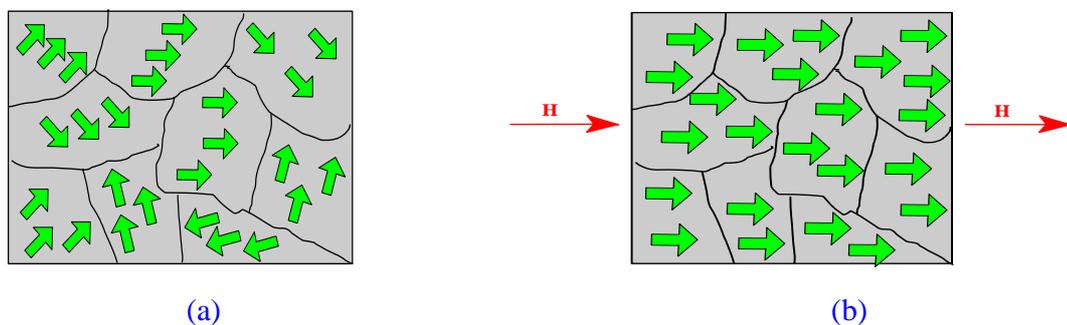
## MARCO TEÓRICO

### 2.1.-PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LOS TRANSFORMADORES

#### 2.1.1- MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

Son aquellos materiales que mantienen un momento magnético incluso cuando el campo magnético aplicado se anula, entre estos materiales están el hierro, níquel y cobalto. Este efecto se produce debido a la fuerte interacción magnética que tienen los átomos o electrones que conforman al material ferromagnético.

En los materiales ferromagnéticos existen regiones llamadas dominios que pueden o no estar alineados en la misma dirección tal como lo muestra la figura 2.1.a.



**Figura 2.1. Dominios de un Material Ferromagnético:**

- a) dominios magnéticos orientados al azar (sin campo magnético externo aplicado) y**
- b) dominios magnéticos alineados (con un campo magnético aplicado).**

La figura 2.1.a. muestra un material ferromagnético donde los campos de los dominios están orientados al azar ya que no hay campo externo aplicado, con lo cual el campo magnético resultante producido por el material es nulo. En la figura 2.1.b se ha aplicado un campo externo y los campos magnéticos de los dominios se han alineado con el campo externo, teniendo ahora un campo magnético propio.

Estos dominios se pueden alinear en una misma dirección cuando se le aplica un campo magnético, a este proceso se le denomina Magnetización.

### 2.1.2- CAMPO MAGNÉTICO

El campo magnético es similar al campo gravitacional y eléctrico, ya que si en una región del espacio existe un campo magnético y se colocara una carga en movimiento ésta experimentaría una fuerza magnética (tal como se ve en la figura 2.2). Esta fuerza magnética se expresa de la siguiente manera:

$$F = Q \cdot v \cdot B \quad (2.1.1)$$

Donde: **F**: Fuerza magnética sobre la carga.

**Q**: Carga de la partícula.

**v**: Velocidad de la partícula.

**B**: Campo magnético.

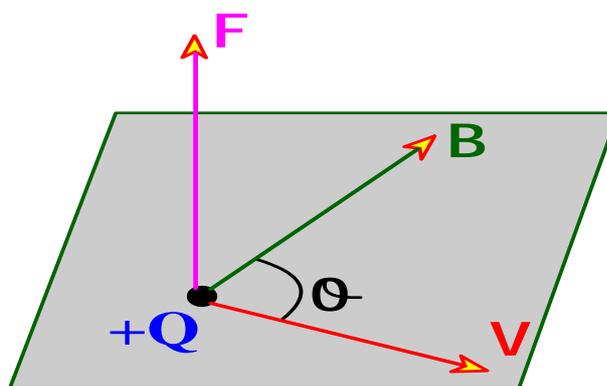
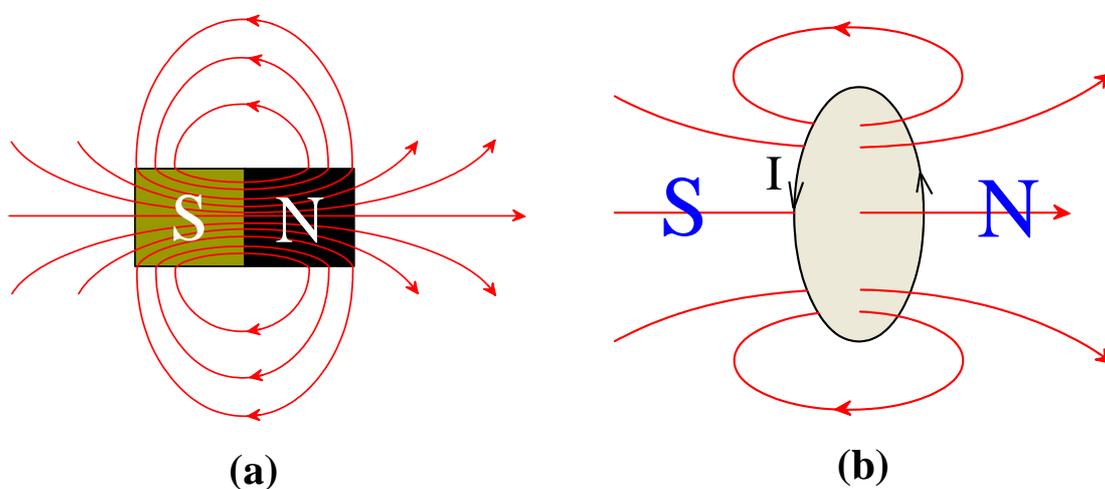


Figura 2.2. Dirección de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

### 2.1.3.-LÍNEAS DE FUERZA

Para poder visualizar el efecto del campo magnético se utilizan las denominadas Líneas de Fuerza, las cuales indican la intensidad del campo en diferentes regiones del espacio. En las figuras 2.3.a y 2.3.b muestran las líneas de fuerza del campo magnético producido por un imán y por una espira por la cual circula una corriente “**I**”.



**Figura 2.3. Líneas de fuerza del campo magnético de: a) un imán, b) una espira de corriente.**

En las figuras anteriores se nota una similitud en cuanto a la forma de las líneas de fuerza del campo magnético.

### 2.1.4.- FLUJO MAGNÉTICO

El flujo magnético es una magnitud proporcional al número de líneas de fuerza magnética que atraviesan una superficie **S** (ver figura 2.4).

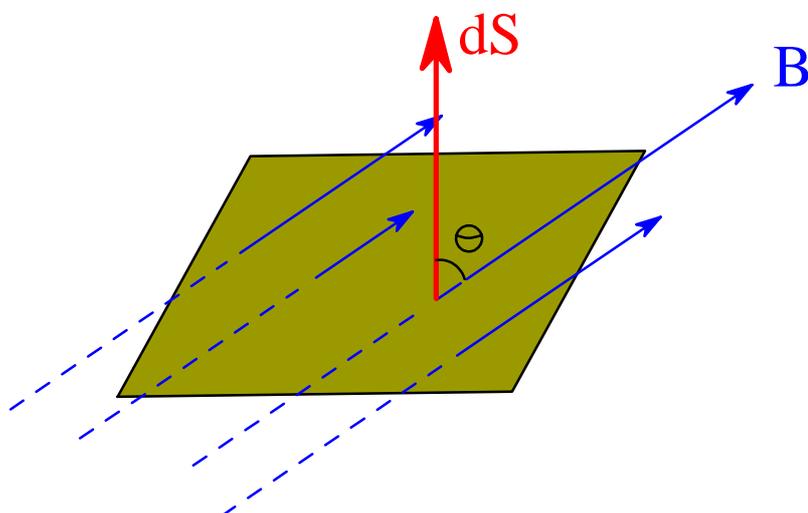


Figura 2.4. Flujo Magnético a través de una superficie.

El flujo magnético se puede obtener de la siguiente expresión:

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.1.4.1)$$

Donde:  $\Phi$ : Flujo magnético (Weber “W”)

$\mathbf{B}$ : Campo magnético.

$d\mathbf{S}$ : Área infinitesimal.

La Ley de Gauss del Magnetismo establece que el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada es cero, es decir:

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.1.4.2)$$



### 2.1.5.- LEY DE AMPERE

La ley fundamental que expresa el origen del campo magnético por medio de una corriente eléctrica es la Ley de Ampere. Esta ley indica que el campo magnético “**B**” producido en el vacío por una corriente “**I**” se determina por medio de la ecuación:

$$\oint_c \mathbf{B} * d\mathbf{L} = \mu_0 * \mathbf{I} \quad (2.1.5.1)$$

Donde: **B**: Campo magnético producido.

**dL**: Diferencial de longitud.

$\mu_0$ : Permeabilidad del Vacío ( $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H / m}$ ).

**I**: Corriente total que atraviesa la curva de integración “c”.

En el caso cuando la región comprendida por la trayectoria de integración es un material ferromagnético se utiliza la ecuación siguiente:

$$\oint_c \mathbf{H} * d\mathbf{L} = \mu * \mathbf{I} \quad (2.1.5.2)$$

Donde: **H**: Vector magnetizante o Intensidad de campo magnético (Ampere-vuelta/m).

**dL**: Diferencial de longitud.

$\mu$ : Permeabilidad del material.

**I**: Corriente total que atraviesa la curva de integración “c”.

En la figura 2.5 se muestra una aplicación de la Ley de Ampere, en la que se observa la trayectoria de integración que debe contener todas las corrientes individuales.

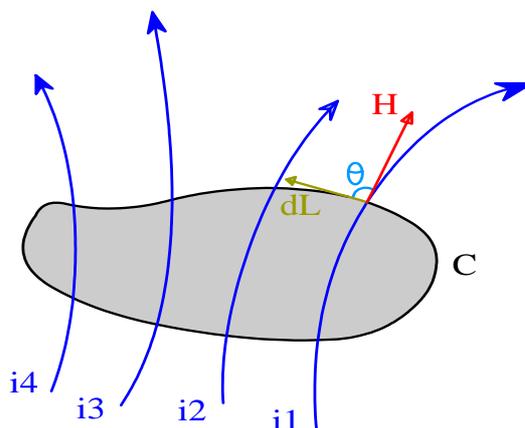


Figura 2.5. Aplicación de la Ley de Ampere.

Cuando el vector “**H**” es constante para todos los puntos de la trayectoria de longitud “**L**”, definido por la curva “**C**” y tiene la misma dirección del elemento “**dL**”, la integral se reduce a “**H\*L**”. Además la corriente “**I**” que atraviesa la curva “**C**” se obtiene de una serie de “**N**” espiras recorridas por la corriente “**i**”, con esto la ecuación 2.1.5.2 se transforma en:

$$\mathbf{H} * \mathbf{L} = \mathbf{N} * \mathbf{i} \quad (2.1.5.3)$$

Al producto “**N\*I**” se le llama fuerza magnetomotriz (**F**) y se mide en Amperio-vuelta. La relación entre el campo magnético “**B**” y el vector magnetizante “**H**” se expresa la siguiente manera:

$$\mathbf{B} = \mu * \mathbf{H} \quad (2.1.5.4)$$



Las ecuaciones anteriores indican que el campo magnético “**B**” que se crea en el material depende de la corriente “**I**” como también de las propiedades del material, representadas por la permeabilidad del material ( $\mu$ ).

La permeabilidad ( $\mu$ ) de cualquier material comparada con la permeabilidad del vacío se denomina permeabilidad relativa, es decir:

$$\mu_R = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.1.5.5)$$

Este valor se utiliza para comparar materiales en cuanto a sus propiedades magnéticas se refiere. La permeabilidad relativa tiene un valor de 2000 a 6000 en los materiales ferromagnéticos, esto significa que con una corriente dada “**I**” los campos magnéticos en dichos materiales son de 2000 a 6000 veces mayores que en el aire.

### 2.1.6.- LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

La ley de Faraday establece que cuando existe un movimiento relativo entre el campo magnético y el circuito se inducen tensiones en los terminales del conductor cuya magnitud depende de la intensidad de campo, de la velocidad con que el conductor corta las líneas de flujo y del número de conductores.

Faraday llegó a la conclusión que la tensión inducida vale:

$$e = \pm N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1.6.1)$$

Donde:  $e$ : Tensión Inducida en el circuito.

$N$ : Número de espiras de la bobina del circuito.

$d\Phi$ : Variación del flujo.

$dt$ : Tiempo en que se produce la variación de flujo.

Los signos más y menos ( $\pm$ ) de la ecuación obedecen a la Ley de Lenz que establece que el sentido del voltaje inducido es tal que se opone a la causa que lo produce. Más adelante se explicará con más detalle este aspecto.

### 2.1.7.- REGLA DE FLEMING O DE LA MANO DERECHA

Esta es una regla práctica que se utiliza para determinar el sentido de la fuerza electromotriz inducida ( $e$ ) y de la fuerza magnética ( $F$ ) sobre el conductor. Primero se colocan los dedos índice, medio y pulgar perpendiculares entre sí, de forma que el índice indique la dirección y sentido del campo magnético " $B$ ". El pulgar indica la dirección y sentido del movimiento. El dedo medio indica la fuerza electromotriz inducida tal como lo indica la figura 2.6.

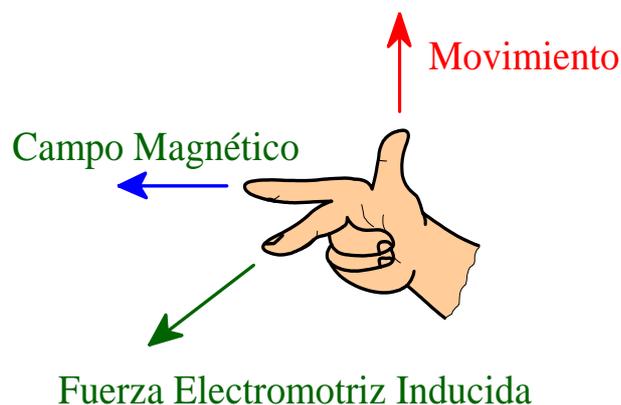
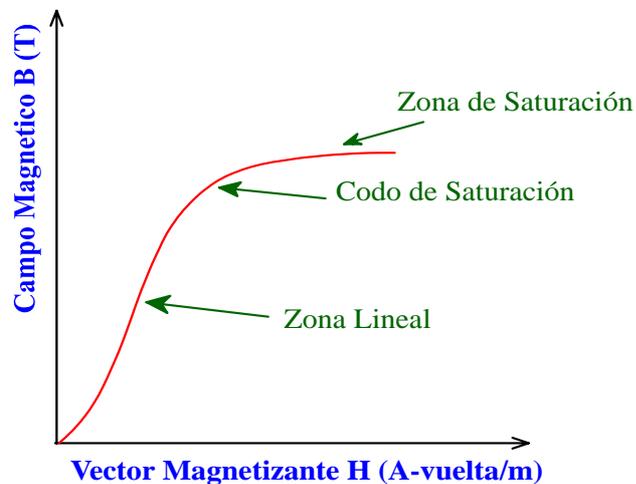


Figura 2.6. Regla de Fleming de la mano derecha.



### 2.1.8.- CURVA DE MAGNETIZACIÓN

La curva de magnetización de un material ferromagnético se obtiene en forma experimental, en la cual se representa los valores del campo magnético “**B**” y el vector magnetizante “**H**”. La figura 2.7 muestra una curva de magnetización particular de un material, en la cual se distinguen las zonas características de la misma (Zona de saturación, zona lineal y codo de saturación).



**Figura 2.7. Curva de Magnetización.**

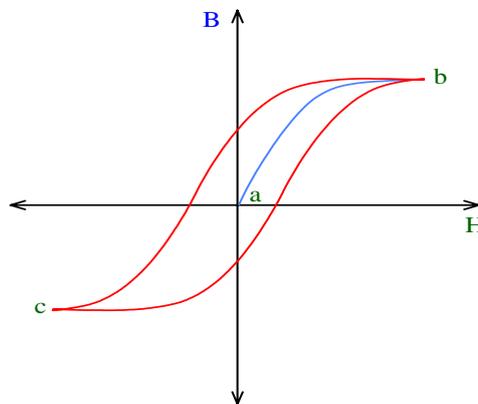
En la zona lineal con un pequeño aumento del campo magnetizante “**H**” se produce un gran aumento del campo magnético “**B**”, en esta zona la permeabilidad se puede considerar constante.

En la zona de saturación aunque se aumente el valor de “**H**” no se produce un aumento apreciable del campo magnético “**B**”, ya que todos los dominios se encuentran alineados.

La transición entre las zonas mencionadas se le llama codo de saturación.

### 2.1.9.- HISTÉRESIS

Es la tendencia que tiene el material ferromagnético de conservar su imanación o de oponerse a una variación de su imanación. Esta propiedad se observa en la curva de magnetización, la cual es diferente cuando se obtiene aumentando “**H**” y cuando se disminuye “**H**”. Si se aplica corriente alterna por el devanado del núcleo se obtiene el Ciclo de Histéresis del Material Ferromagnético el cual se muestra en la figura 2.8.



**Figura 2.8. Ciclo de Histéresis de un material ferromagnético.**

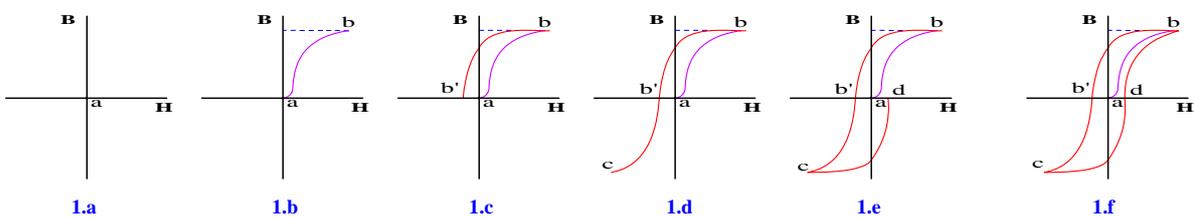
En la figura 2.8, la variable “**B**” se define como inducción magnética y es directamente proporcional al flujo magnético ( $\Phi$ ) e inversamente proporcional al área efectiva del núcleo (**A**), es decir:

$$\mathbf{B} = \frac{\Phi}{\mathbf{A}} \quad (2.1.9.1)$$

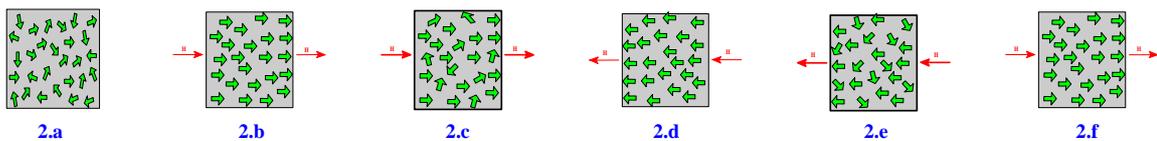
En la figura 2.8, la variable “**H**” se define como intensidad de campo magnético y es directamente proporcional a la corriente (**I**) y al número de vueltas del devanado (**N**) e inversamente proporcional a la longitud media del núcleo (**L**), es decir:

$$H = \frac{N * I}{L} \tag{2.1.9.2}$$

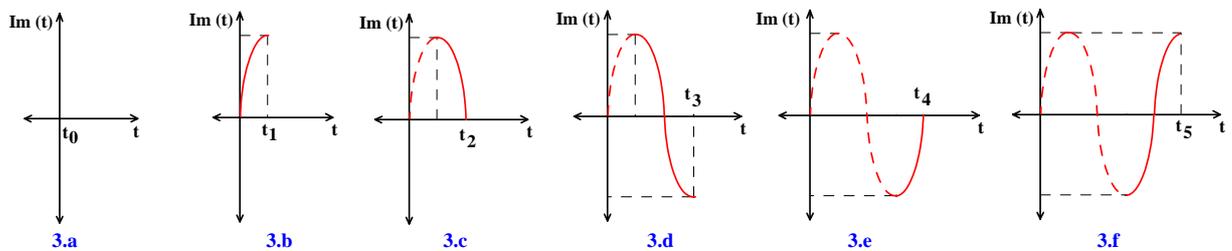
El fenómeno de Histéresis se puede representar en la figura 2.9. donde se muestra los cambios en las propiedades del material ferromagnético debido a cambios de la corriente de magnetización.



Formación del Ciclo de Histéresis



Disposición de los dominios magnéticos



Curvas de la Corriente de Magnetización versus el Tiempo

**Figura 2.9. Representación descriptiva del fenómeno de histéresis, disposición de los dominios del material ferromagnético y onda senoidal de la corriente de magnetización.**

En la figura 2.9. se representa la curva de magnetización, en donde el tramo “a-b” muestra que cuando la corriente magnetizante “**Im**” (que circula por el devanado del núcleo) va aumentando,



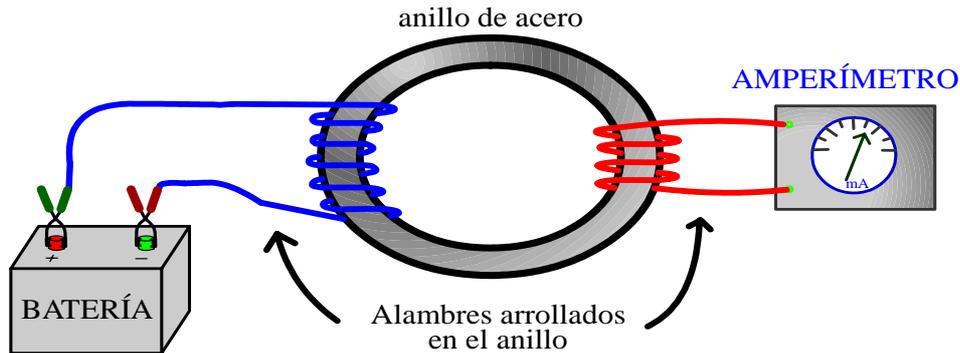
también aumenta el vector magnetizante "**H**" que provoca la alineación de todos los dominios magnéticos (anteriormente alineados al azar) del material en una dirección que produce la saturación del núcleo. Luego la corriente "**I<sub>m</sub>**" (como es senoidal) ahora disminuye en el mismo sentido con lo cual el vector magnetizante "**H**" disminuye provocando la alineación de los dominios en sentido contrario hasta que se satura el núcleo (tramo b-c). Luego la corriente "**I<sub>m</sub>**" vuelve a disminuir provocando el nuevo proceso de alineación de dominios y saturación (tramo c-b). A partir de este momento el ciclo se comienza a repetir de nuevo, con lo cual se forma el llamado Ciclo de Histéresis.

La energía que se consume en este proceso de magnetización se obtiene de la fuente de tensión que provoca la circulación de la corriente de magnetización del núcleo, esto indica que la histéresis del material provoca pérdidas de energía en los transformadores.

### 2.2.- EVOLUCIÓN DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

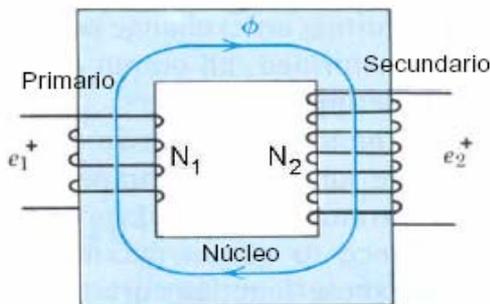
El transformador, al igual que el generador, funciona sobre un principio descubierto hace más de un siglo por Miguel Faraday, en uno de sus experimentos. Faraday enrolló dos alambres alrededor de un anillo de acero a manera de devanado, hallándose uno de ellos conectado a una pila y el otro a un instrumento para medir la corriente (Amperímetro), ver figura 2.10. Suponía Faraday que al hacer pasar electricidad por el primer devanado se produciría una corriente en el segundo. No sucedió así, pero en cambio, al desconectar el alambre de la pila se produciría una pequeña corriente en el otro alambre, la cual desaparecía rápidamente. Siendo un observador cuidadoso, Faraday repitió el experimento varias veces y halló que el efecto momentáneo en el segundo alambre podría producirse con solo variar la corriente del primero. El primer alambre producía un campo magnético cada vez que se hacía pasar la corriente por él, y las líneas de fuerza de este campo atravesaban al segundo alambre. Cada vez que había un cambio en las líneas de fuerza del segundo alambre, se establecía una fuerza electromotriz o voltaje que hacía fluir corriente en tanto durara la variación en el campo magnético. Este fenómeno se denomina

“inducción electromagnética” y se dice que la corriente producida en el segundo alambre es inducida. El anillo de Faraday con sus dos alambres enrollados constituyó en realidad el primer transformador.



**Figura 2.10. Experimento de Faraday**

Como se ve en la figura 2.11.a. un transformador monofásico consiste esencialmente en dos o más devanados interrelacionados mediante un flujo magnético mutuo, en el cual si a uno de esos devanados (primario) se conecta una fuente de voltaje alterno, se produce un flujo alterno cuya amplitud dependerá del voltaje primario y del número de vueltas. El flujo mutuo encadenará al otro devanado (secundario) induciendo un voltaje en él, cuyo valor dependerá del número de vueltas de ese devanado.



(a)

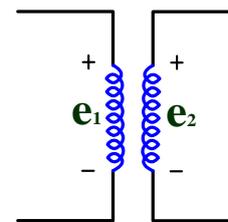


Diagrama (a) y (b) Representación simbólica

(b)

Para el funcionamiento del transformador sólo se necesita la presencia de flujo mutuo variable en el tiempo y que enlace los dos devanados, si adicionalmente se usa un núcleo de hierro u otro material ferromagnético se obtiene una mayor eficiencia, ya que, la mayor parte del flujo se confina a un camino definido el cual tiene una permeabilidad mucho mayor que la del aire. La mayoría de los transformadores tiene esta descripción llamándose Transformador de Núcleo de Hierro.



Durante el transporte de la energía eléctrica se originan pérdidas que dependen de su intensidad. Para reducir estas pérdidas se utilizan tensiones elevadas, con las que, para la misma potencia, resultan menores intensidades. Por otra parte es necesario que en el lugar donde se aplica la energía eléctrica, la distribución se efectúe a tensiones más bajas y además se adapten las tensiones de distribución a los diversos casos de aplicación.

La preferencia que tiene la corriente alterna frente a la continua radica en que la corriente alterna se puede variar su nivel de tensión con facilidad.

A este proceso de cambio de tensión se le llama "Transformación".

La utilización de corriente continua queda limitada a ciertas aplicaciones, por ejemplo, para la regulación de motores. Sin embargo, la corriente continua adquiere en los últimos tiempos una significación creciente, por ejemplo para el transporte de energía a tensiones extra altas.

### **2.3.- TRANSFORMADOR MONOFÁSICO.**

El transformador es un dispositivo que convierte energía eléctrica de un cierto nivel de voltaje, en energía eléctrica de otro nivel de voltaje, por medio de la acción de un campo magnético. Está constituido por dos o más bobinas de alambre, aisladas entre sí eléctricamente y arrolladas alrededor de un mismo núcleo de material ferromagnético. Estas bobinas están arrolladas formando un devanado.

El arrollado que recibe la energía eléctrica se denomina devanado de entrada y el arrollado del que se toma la energía eléctrica a la tensión transformada se denomina devanado de salida. En concordancia con ello, los lados del transformador se denominan lado de entrada y lado de salida.

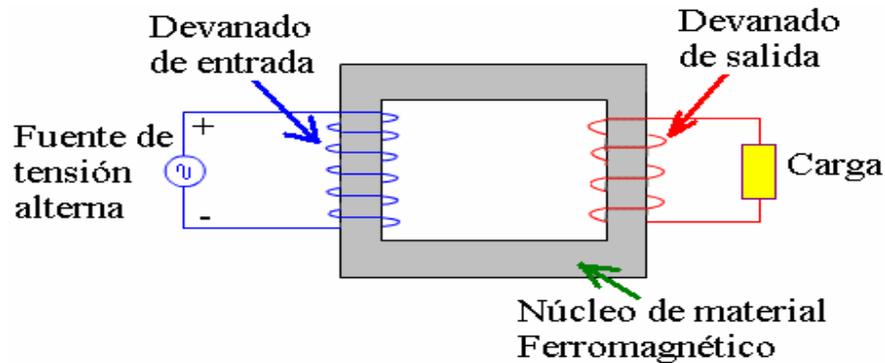


Figura 2.12. Transformador Monofásico

En un transformador, el núcleo tiene dos misiones fundamentales:

- a. Desde el punto de vista eléctrico -y esta es su misión principal- es la vía por que discurre el flujo magnético siguiendo un circuito prescrito, de una columna a otra.
- b. Desde el punto de vista mecánico es el soporte de los devanados que en él se apoyan.

Para generar el flujo magnético, es decir, para magnetizar el núcleo de hierro se requiere de energía eléctrica. Dicha energía eléctrica se toma del arrollamiento de entrada.

Los transformadores de acuerdo al número de fases pueden ser monofásicos y trifásicos. Los transformadores monofásicos como su nombre lo indica trabajan con una sola fase de tensión, en cambio los transformadores trifásicos trabajan con tres tensiones que están desfasadas 120 grados respectivamente. Mediante el uso de tres transformadores monofásicos se puede formar un banco de transformadores trifásicos, los cuales funcionan como un transformador trifásico.

### 2.3.1.- TIPOS DE TRANSFORMADORES DE ACUERDO AL NÚCLEO

- **Tipo núcleo:** cuando el circuito magnético toma la forma de un anillo único por dos o más grupos de bobinas primarias y secundarias distribuidas alrededor de la periferia del anillo. Los devanados pueden colocarse de varias formas en el núcleo:



En la figura 2.13.a, se ofrece una disposición simple, el primario y el secundario están montados en distintas columnas del circuito magnético del transformador.

En la figura 2.13.b, se han arrollado la mitad de las espiras del primario en la columna de la izquierda y la otra mitad en la de la derecha. Igualmente se ha procedido con el secundario.

En la figura 2.13.c, ambos devanados se han arrollado en una columna.

- **Tipo acorazado:** cuando las bobinas del primario y secundario toman la forma de un anillo común que está rodeado por dos o más anillos de material magnético distribuidos alrededor de su periferia. En la figura 2.13.d se muestra un transformador monofásico acorazado con los arrollamientos montados en una columna, pero el circuito magnético se completa por dos caminos en derivación. En la columna central se establece un flujo  $\Phi$  (con la sección de columna  $S$ ) y en cada una de los extremos el flujo es  $\Phi/2$  (con sección de columna  $S/2$ ).

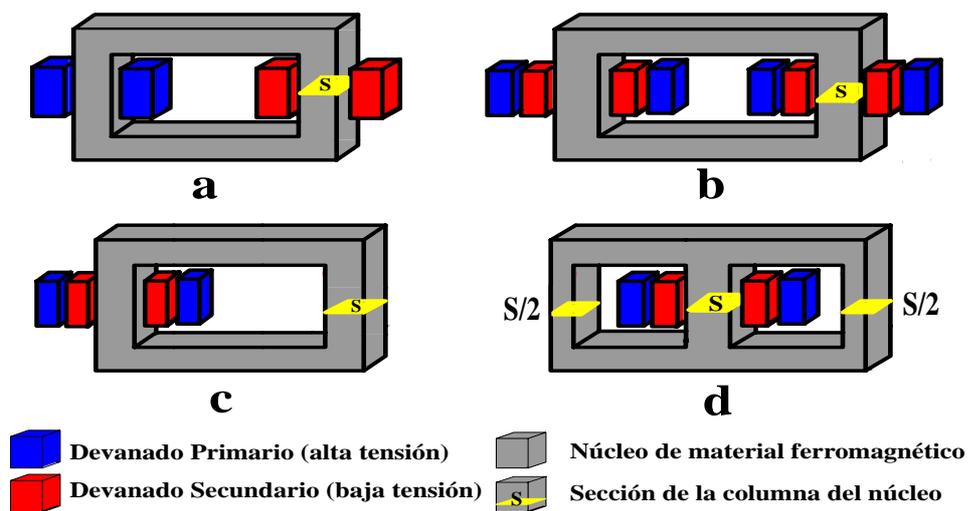


Figura 2.13. Transformadores monofásicos tipo núcleo (a,b,c) y acorazado (d)

## 2.4.- TRANSFORMADOR IDEAL

El transformador ideal está formado por un núcleo en forma de anillo sobre el cual se devanan uniformemente dos o más solenoides de resistencia igual a cero. Un solenoide es un alambre arrollado en forma de hélice sobre un cilindro que, atravesado por una corriente, crea un campo magnético comparable al de un imán recto, tal como se muestra en la figura 2.14.

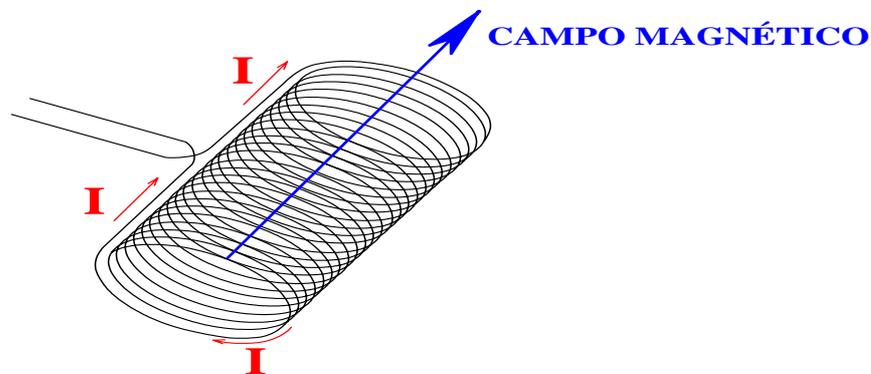


Figura 2.14. Solenoide

El núcleo del transformador ideal es elaborado con un material ferromagnético cuya curva de magnetización (relación **B vs. H**) se indica en la figura 2.15.a.

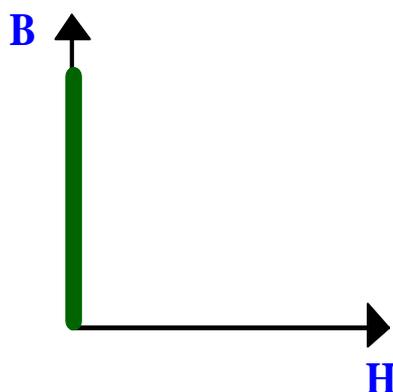


Figura 2.15.a. Relación **B vs. H** de un Transformador Ideal

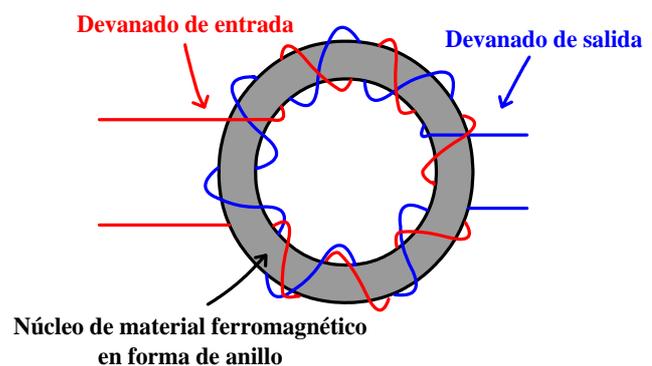


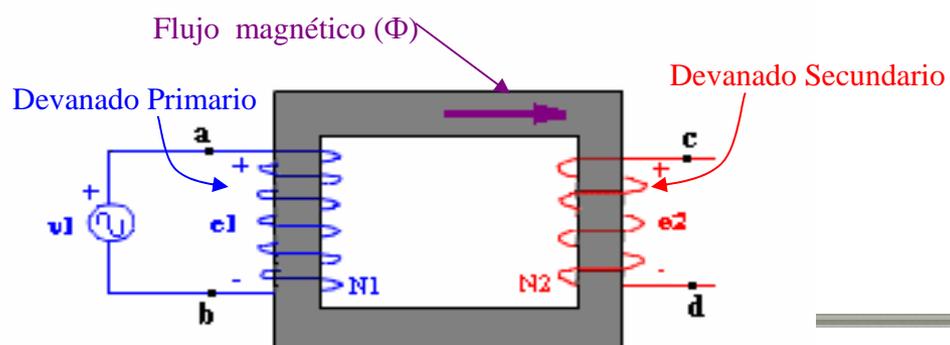
Figura 2.15.b. Partes del Transformador Ideal

En la figura 2.15.a se puede observar la diferencia de la relación B-H del material ferromagnético de un Transformador Ideal con la relación presentada en la figura 2.8, cuando el transformador se construye con material ferromagnético.

Para efecto de análisis, el núcleo de material ferromagnético ideal en forma de anillo (figura 2.15.b) será reemplazado por uno de forma rectangular.

El transformador ideal es el que cumple las siguientes características:

- La permeabilidad de su núcleo es tan elevada que el flujo se establece con una corriente de excitación despreciable una vez aplicada la tensión primaria.
- Son despreciables las pérdidas totales en el núcleo (pérdidas por corrientes parásitas y pérdidas por histéresis).
- Todo el flujo producido por el devanado primario es enlazado por el secundario, ya que los solenoides están distribuidos uniformemente a lo largo del núcleo en forma de anillo, no hay pérdida alguna de flujo. Existe entonces un acoplamiento magnético del 100% entre los devanados.
- La resistencia efectiva de los devanados es despreciable, no existiendo caídas de tensión óhmicas ni pérdidas por efecto Joule en dichos devanados.





**Figura 2.16. Transformador Ideal**

La figura 2.16. muestra un transformador ideal en vacío, al cual se le aplica una tensión sinusoidal “ $V_1$ ” al devanado primario, en la misma figura aparecen sentidos positivos arbitrarios escogidos para la tensión inducida en el primario “ $e_1$ ”, y secundario “ $e_2$ ” (Nótese que “ $e_1$ ” es “ $e_{a-b}$ ” y “ $e_2$ ” es “ $e_{c-d}$ ”). Las flechas que se encuentren dentro del núcleo indican los sentidos positivos del flujo magnético “ $\Phi$ ”, vector magnetizante creado por el primario “ $H_1$ ”, el creado por el secundario “ $H_2$ ” y el campo magnético “ $B$ ”. El devanado primario tiene “ $N_1$ ” vueltas y el secundario tiene “ $N_2$ ” vueltas, nótese que  $N_1 > N_2$  , lo cual indica que el transformador es “elevador”. Estos sentidos asumidos como positivos influyen a la hora de trazar los diagramas fasoriales.

Un diagrama fasorial es la representación vectorial de los valores eficaces (RMS) de señales senoidales tales como tensión, corriente, flujo, etc. En este diagrama siempre se toma un fasor de referencia para lograr poder ubicar a los demás. Un fasor se representa por una magnitud y un ángulo.

Como la resistencia de los devanados es nula la tensión de la fuente “ $V_1$ ” se aplica totalmente al devanado primario, esto quiere decir:

$$e_1(t) = V_1(t) = V_{\max} \cdot \text{sen}(wt \pm \alpha) \quad (2.4.1)$$

Además los solenoides están devanados uniformemente, con lo cual las tensiones inducidas “ $e_1$ ” y “ $e_2$ ” son:

$$e_1 = \pm N_1 * \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.4.2)$$



$$e_2 = \pm N_2 * \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.4.3)$$

Donde:  $N_1$ : número de vueltas en el devanado primario.

$N_2$ : número de vueltas en el devanado secundario.

De la ecuación 2.4.2 se puede determinar la expresión del flujo magnético “ $\Phi$ ”, por lo tanto:

$$\Phi = \int \frac{1}{N_1} * e_1(t) dt = \frac{1}{N_1} * \int V_{\max} * \text{sen}(wt \pm \alpha) dt = \frac{V_{\max}}{N_1 * w} * \cos(wt \pm \alpha) \quad (2.4.4)$$

La anterior ecuación indica que si la tensión inducida es senoidal, el flujo también lo será pero tendrá un desfase de noventa grados ( $90^\circ$ ).

Se definirá como “ $\Phi_{\max}$ ” al término  $\frac{V_{\max}}{N_1 * w}$ , con lo cual ahora la ecuación 2.4.1 será:

$$e_1 = V_{1\max} * \text{sen}(wt \pm \alpha) = N_1 * w * \Phi_{\max} * \text{sen}(wt \pm \alpha) \quad (2.4.5)$$

Como el flujo “ $\Phi$ ” queda totalmente confinado en el núcleo de material ferromagnético, entonces enlaza el devanado secundario con lo cual:

$$e_2 = \pm N_2 * \frac{d\Phi}{dt} = \pm N_2 * \frac{d(\Phi_{\max} * \cos(wt \pm \alpha))}{dt} \quad (2.4.6)$$

$$e_2 = \pm N_2 * w * \Phi_{\max} * \text{sen}(wt \pm \alpha) = V_{2\max} * \text{sen}(wt \pm \alpha)$$



Los valores **RMS** de las tensiones inducidas se representarán con las letras mayúsculas “ $E_{1rms}$ ” y “ $E_{2rms}$ ”, estos valores son:

$$E_{1rms} = \frac{V_{1max}}{\sqrt{2}} = \frac{N_1 * w * \Phi_{max}}{\sqrt{2}} \quad (2.4.7)$$

$$E_{2rms} = \frac{V_{2max}}{\sqrt{2}} = \frac{N_2 * w * \Phi_{max}}{\sqrt{2}} \quad (2.4.8)$$

El signo (-) desaparece por ser  $E_{1rms}$  y  $E_{2rms}$  los valores en módulo de las tensiones inducidas. Además se conoce que  $w = 2 * \pi * f$ , con lo cual las ecuaciones (2.4.7) y (2.4.8) quedan de la siguiente manera:

$$E_{1rms} = \frac{2 * \pi}{\sqrt{2}} * f * N_1 * \Phi_{max} = 4,44 * N_1 * \Phi_{max} * f \quad (2.4.9)$$

$$E_{2rms} = \frac{2 * \pi}{\sqrt{2}} * f * N_2 * \Phi_{max} = 4,44 * N_2 * \Phi_{max} * f \quad (2.4.10)$$

Donde:  $f$ : frecuencia del sistema de potencia

Estos valores **RMS** servirán de ayuda a la hora de trazar los diagramas fasoriales.

Para comprender mejor los signos que aparecen en las expresiones 2.4.1 y 2.4.2, hay que conocer la Ley de Inducción Electromagnética en la cual Faraday comprobó que un campo magnético puede inducir tensiones en un circuito cerrado siempre y cuando exista movimiento relativo entre el campo magnético y el circuito. El uso del signo ( $\pm$ ) delante del segundo término de las ecuaciones 2.4.2 y 2.4.3 depende del sentido positivo asumido para las tensiones inducidas, flujo y de la forma en que está arrollado el devanado sobre el núcleo. Este punto se explicará con más detalle en el apartado 2.2.1 donde se realiza el análisis del transformador ideal en vacío.



Si se divide la ecuación 2.4.9 entre la 2.4.10 se obtiene la relación de transformación:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2.4.11)$$

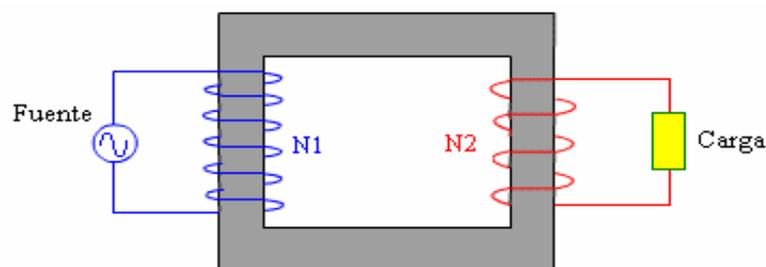
Donde “a” se denomina **Relación de Transformación**.

Puesto que en el transformador ideal no hay pérdidas se cumple que:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2.4.12)$$

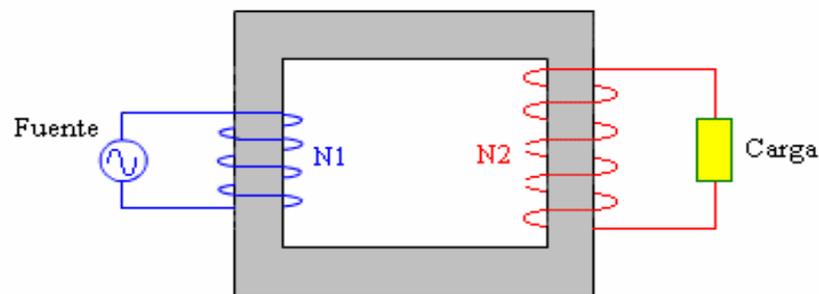
La ecuación 2.4.11 plantea que las tensiones instantáneas en los devanados son proporcionales a los números de espiras de los devanados y sus formas de onda son exactamente iguales. De tal manera que el devanado de alta tensión tiene mayor número de espiras que el devanado de baja tensión.

Si el devanado de alta tensión es el primario (el que se conecta a la fuente) significa que el devanado secundario, donde se conecta la carga, es el de baja tensión, estaremos en presencia de un transformador reductor, en la figura 2.17 se puede notar que el número de vueltas del devanado primario es mayor al número de vueltas del devanado secundario ( $N_1 > N_2$ ).



**Figura 2.17. Transformador Monofásico Reductor.**

Si el devanado de baja tensión es el primario y el secundario es el de alta tensión, se estará en presencia de un transformador elevador en la figura 2.18 se puede notar que el número de vueltas del devanado primario es menor al número de vueltas del devanado secundario ( $N_1 < N_2$ ).



**Figura 2.18. Transformador Monofásico Elevador.**

La relación de transformación se define como la relación que existe entre el número de espiras de alta tensión ( $N_H$ ) y el número de espiras de baja tensión ( $N_X$ ), o bien la relación que existe entre la tensión inducida en alta ( $E_H$ ) y la tensión inducida en baja ( $E_X$ ).

$$a = \frac{N_H}{N_X} = \frac{E_H}{E_X} \quad (2.4.13)$$

Los subíndices “H” y “X” son relativos a alta y baja tensión respectivamente.

Según se definió, la relación de transformación, “a” es siempre mayor que la unidad ( $a > 1$ ) salvo en los casos en que  $N_1 = N_2$  y la relación de transformación resulta unitaria ( $a = 1$ ), es decir que normalmente se cumple que ( $a \geq 1$ ). En lo sucesivo en el presente trabajo los análisis de



transformadores se harán (salvo indicación contraria), considerando que funcionan siempre como transformadores reductores, con lo cual, siempre  $N_1 > N_2$  y la relación de transformación quedará definida como:

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} \quad (2.4.14)$$

### 2.4.1.- FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR IDEAL EN VACÍO

Un transformador está funcionando en vacío cuando en uno de sus devanados está conectada la red de energía y en el otro devanado no está conectada ninguna carga (está en circuito abierto) como se ve en la figura 2.19 se está aplicando una tensión senoidal " $V_1$ " al devanado primario lo cual origina la aparición de una tensión senoidal en el lado secundario " $V_2$ ". Estas tensiones están relacionadas de acuerdo a la relación de transformación " $a$ ". La corriente " $I_2$ " es cero ya que no hay carga conectada, también la corriente de magnetización " $I_1$ " es cero, ya que, no es necesaria para originar el flujo ya que el transformador es ideal.

Si se tiene al transformador ideal de la figura 2.19. trabajando en vacío y se supone que el flujo tiene una onda senoidal entonces la **Ley de Faraday** dice que las tensiones también serán sinusoidales pero desfasadas en noventa grados.

Para diferenciar las ondas senoidales que varían en el tiempo se denotarán con letras minúsculas, en cambio los valores eficaces (**RMS**) se denotarán con letras mayúsculas en los diagramas fasoriales.

La corriente por el secundario es cero ya que el transformador está en vacío, no tiene carga conectada. La corriente por el primario también es cero ya que se magnetiza el núcleo con una corriente insignificante debido a la alta permeabilidad del núcleo ferromagnético tal como se observó en la figura 2.15.a.

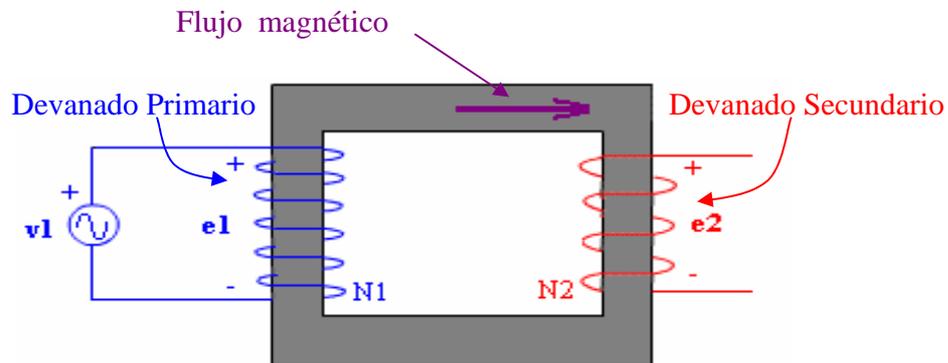
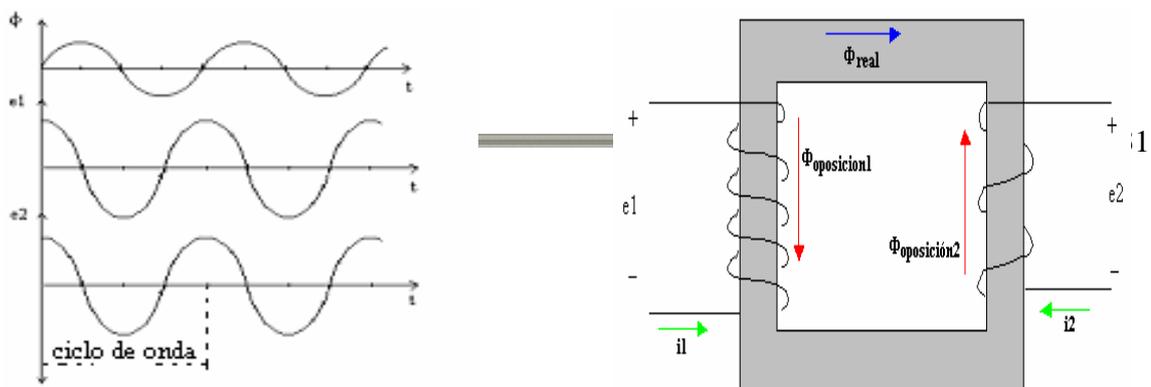


Figura 2.19. Transformador Ideal funcionando en vacío

Para lograr determinar el diagrama fasorial del transformador en vacío hay que conocer si las tensiones en bornes del transformador están en fase o en contrafase, esto se determina utilizando la **Ley de Lenz** que dice que la polaridad de la tensión inducida es tal que si ella pudiera se opondría a la causa que lo produce, es decir la tensión inducida creará un flujo que trata de contrarrestar la variación del flujo producido por el devanado primario (devanado de alimentación).

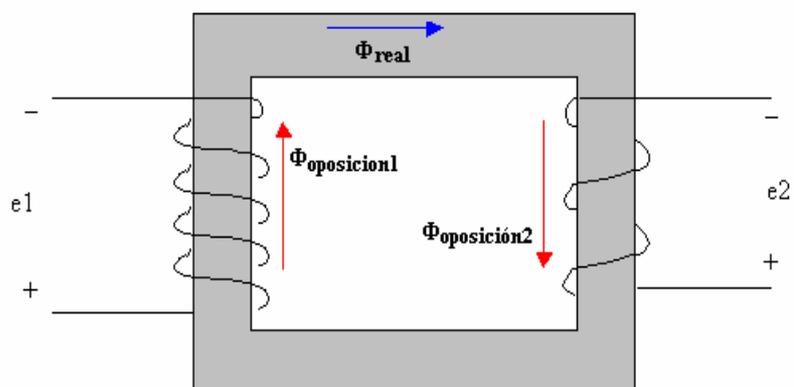
Hay que determinar cómo están las tensiones respecto al flujo “ $\Phi$ ”, si están adelantando o atrasando noventa grados, esto se puede determinar estudiando cada cuarto de ciclo de la onda del flujo. Supóngase que se conoce que el flujo es senoidal tal como muestra la figura 2.20.a , si se estudia el primer cuarto de ciclo de esta onda se observa que el flujo  $\Phi$  es positivo, es decir que está en la misma dirección que muestra la figura 2.19 y además está aumentando (este flujo se llamará **flujo real**), por lo tanto cada tensión tratará de crear un **flujo de oposición** en sentido contrario y que esté disminuyendo para tratar de evitar la variación del flujo real, todo esto se hace tratando a los devanados como elementos pasivos y utilizando la regla de la mano derecha, (suponiendo que circulan corrientes imaginarias - las cuales no circulan en la realidad- por cada devanado para formar las tensiones) tal como muestra la figura 2.20.b





Se observa que las polaridades de las tensiones están completamente de acuerdo a los sentidos asumidos en la figura 2.19, es decir que en el primer cuarto de ciclo las dos ondas de tensiones serán positivas e irán disminuyendo, tal como lo muestra la figura 2.20.a.

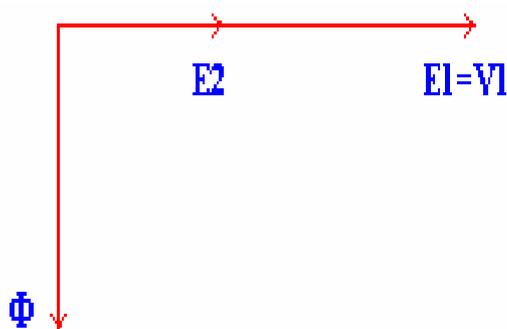
Ahora si se analiza el segundo cuarto de ciclo se observa que el flujo real es positivo por lo que sigue la misma dirección de la figura 2.19, pero ahora está disminuyendo, con lo cual las tensiones inducidas tratarán de producir un flujo de oposición que esté en la misma dirección del flujo real pero que vaya aumentando, esto se puede ver en la figura 2.21.



**Figura 2.21. Análisis del segundo cuarto de ciclo de onda del flujo.**

En la figura anterior se muestra que las polaridades de las tensiones no están de acuerdo a los sentidos de referencia de la figura 2.19, esto quiere decir que las ondas de tensión inducidas serán negativas e irán aumentando tal como se ve en la figura 2.20.a. Para los demás cuartos de ciclos de onda se hace el mismo análisis pero con el sentido del flujo real contrario.

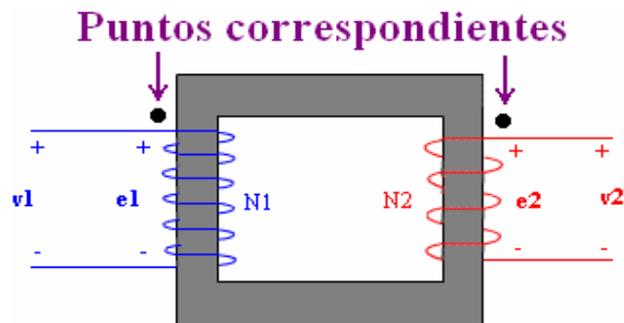
Después de este análisis se puede observar que con los sentidos de referencia asumidos en la figura 2.19 las dos tensiones están en fase y están adelantando en noventa grados al flujo, con esto ahora se puede obtener los valores **RMS** de tensiones con lo cual se puede dibujar el diagrama fasorial de dicho transformador, tal como se muestra en la figura 2.22.



**Figura 2.22. Diagrama fasorial del transformador en vacío.**

Ya se conoce que las tensiones “e1” y “e2” están en fase con los sentidos de referencia asumidos, para no tener que hacer este análisis siempre es posible colocar unas marcas que

permitan saber qué tensiones están en fase, estas marcas se denominan **Puntos Correspondientes** los cuales se muestran en la figura 2.23.

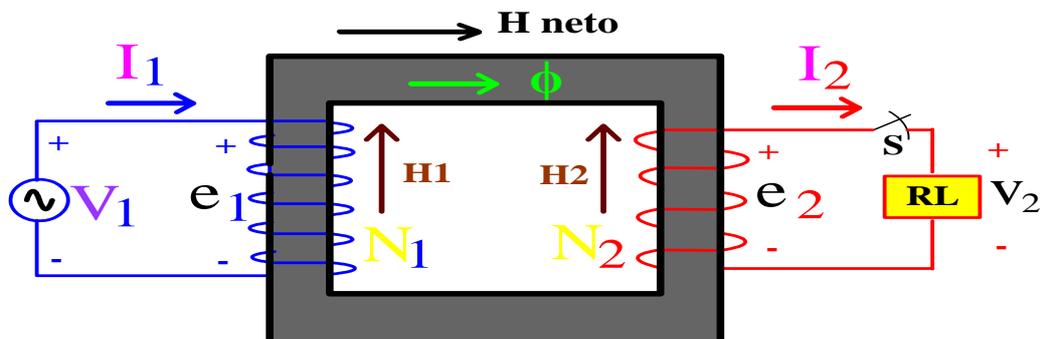


**Figura 2.23. Puntos Correspondientes de un Transformador Monofásico.**

En la realidad en el transformador monofásico no se encuentran marcados los puntos correspondientes, estos se deben determinar experimentalmente mediante un ensayo de laboratorio que se describirá cuando se estudie el tema referido a las polaridades del transformador.

#### 2.4.2.- FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR IDEAL CON CARGA.

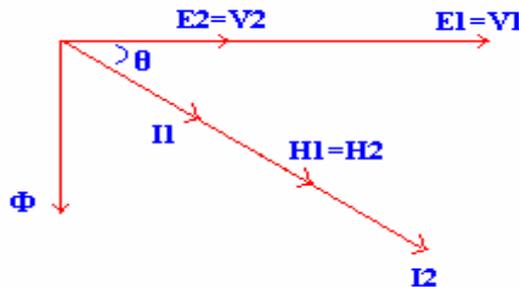
En la figura 2.24. se ha representado el transformador ideal funcionando con carga, es decir, el transformador energizado por el devanado de alta tensión (primario) por una fuente de tensión senoidal “ $v_1$ ”, se ha dispuesto una carga resistiva-inductiva (impedancia  $RL$  que se supone lineal con un ángulo  $\theta_c$ ) en el devanado de baja tensión (secundario).





**Figura 2.24. Transformador ideal con carga.**

Al estar el interruptor **S** abierto el transformador está funcionando en vacío, no hay circulación de corrientes en los devanados. Cuando se cierra dicho interruptor (figura 2.24) comienza a circular una corriente **I<sub>2</sub>** por el secundario que está desfasada **θ** grados en atraso (carga inductiva) con respecto a la tensión secundaria **V<sub>2</sub>**. Esto conlleva a la circulación de una corriente en el primario **I<sub>1</sub>**. Por lo tanto el diagrama fasorial del transformador ideal con carga es el mostrado en la figura 2.25.



**Figura 2.25. Diagrama fasorial del transformador ideal con carga.**

Como el transformador es ideal, el “**H neto**” es igual a cero (ver figura 2.15.a) con lo cual:

$$\mathbf{H\ neto = H_1 - H_2 = 0} \tag{2.4.2.1}$$

$$\mathbf{H_1 = H_2}$$

El “**H neto**” es cero porque en el transformador ideal no se necesita un valor de corriente para magnetizar el núcleo tal como lo muestra la figura 2.15.a. (curva de imanación).

También, como se muestra en la expresión 2.1.9.2 (apartado 2.1.9) se obtiene que:



$$\mathbf{H}_1 * \mathbf{L} = \mathbf{N}_1 * \mathbf{I}_1 \quad (2.4.2.2)$$

$$\mathbf{H}_2 * \mathbf{L} = \mathbf{N}_2 * \mathbf{I}_2$$

Despejando  $\mathbf{H}_1$  y  $\mathbf{H}_2$  y sustituyendo 2.4.2.2 en 2.4.2.1 resulta:

$$\frac{\mathbf{N}_1 * \mathbf{I}_1}{\mathbf{L}} = \frac{\mathbf{N}_2 * \mathbf{I}_2}{\mathbf{L}} \quad (2.4.2.3)$$

Entonces se obtiene:

$$\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{\mathbf{N}_2}{\mathbf{N}_1} = \frac{1}{\mathbf{a}} \quad (2.4.2.4)$$

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_2} = \frac{\mathbf{N}_1}{\mathbf{N}_2} = \mathbf{a} \quad (2.4.2.5)$$

Resulta la relación de corrientes del transformador que plantea que la corriente del primario (lado de alta) es menor que la corriente secundaria (lado de baja), todo esto suponiendo  $\mathbf{N}_1 > \mathbf{N}_2$  (transformador reductor).

Si en el devanado secundario circula una corriente  $\mathbf{I}_2$  por una carga resistiva-inductiva “**RL**” (ver figura 2.24) y en el devanado primario circula  $\mathbf{I}_1$ , y la impedancia de la carga tiene un factor de potencia dado por  $\cos \theta$ , la potencia consumida (en la carga) será:

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{V}_2 * \mathbf{I}_2 * \cos \theta \quad (2.4.2.6)$$

dado que  $\mathbf{V}_1$  y  $\mathbf{V}_2$  están en fase así como  $\mathbf{I}_1$  e  $\mathbf{I}_2$  el desfase entre  $\mathbf{V}_1$  e  $\mathbf{I}_1$  será también  $\theta$  y, por lo tanto, la potencia de entrada al transformador ideal será:

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{V}_1 * \mathbf{I}_1 * \cos \theta \quad (2.4.2.7)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones 2.4.2.4 y 2.4.2.5 y sustituyendo a  $V_1$  e  $I_1$  en la ecuación (2.4.2.7) se obtiene:

$$P_1 = V_2 * \frac{N_1}{N_2} * I_2 * \frac{N_2}{N_1} * \cos\theta = V_2 * I_2 * \cos\theta \quad (2.4.2.8)$$

Entonces:

$$P_1 = P_2 \quad (2.4.2.9)$$

En resumen, en un transformador ideal los voltajes están relacionados de forma directa a la relación de transformación “a”, las corrientes están en relación inversa a la relación de transformación “a” y la potencia de entrada al primario es igual a la potencia de salida del secundario.

En la figura 2.26 se muestra el circuito equivalente de un transformador ideal y su representación simbólica, la cual será usada en el resto del trabajo

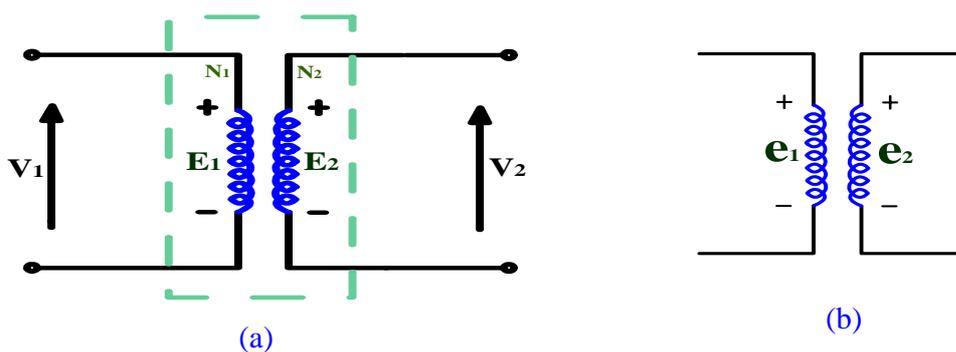


Figura 2.26. Transformador Ideal: a) Circuito equivalente y b) Representación simbólica.

## 2.5.- TRANSFORMADOR SEMI-IDEAL

Está formado igual que el transformador ideal pero ahora la relación **B vs. H** es directamente proporcional y lineal tal como lo ilustra la figura 2.27.a. Para efecto de análisis el núcleo de material ferromagnético en forma de anillo (figura 2.27.b) será reemplazado por uno de forma rectangular.

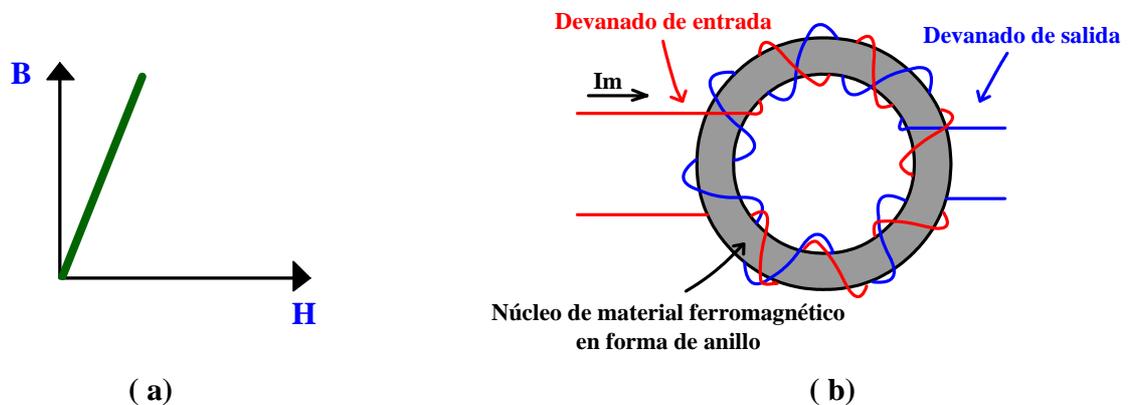


Figura 2.27. a) Curva **B vs. H** del Transformador Semi-Ideal.

b) Partes del Transformador Semi-Ideal.

### 2.5.1.- FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR SEMI-IDEAL EN VACÍO.

Puede verse en el Transformador Semi-Ideal de la figura 2.28 que no hay circulación de corriente por el lado de baja (secundario) por lo tanto resulta:

$$H_{\text{neto}} = H_1 \neq 0 \quad (2.5.1.1)$$

$$H_1 * L_1 = I_1 * N_1 \quad (2.5.1.2)$$

Ahora el “**H neto**” no es cero ya que se necesita una corriente mayor que en el caso del transformador ideal para crear el campo magnético.

Las anteriores ecuaciones plantean que el transformador semi-ideal en vacío circula por el devanado primario una corriente la cual se le llama **Corriente de Magnetización ( $I_m$ )**, la cual se representa en la figura 2.28.

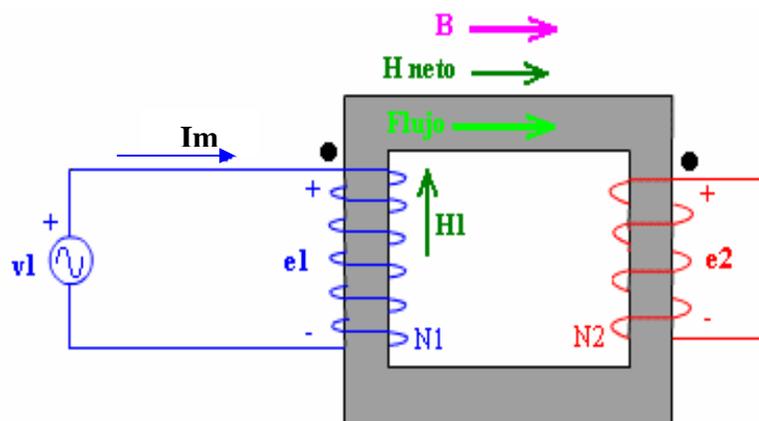
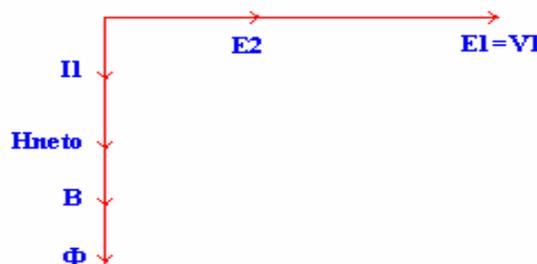


Figura 2.28. Transformador Semi-Ideal en vacío.

El diagrama fasorial del transformador semi-ideal en vacío se muestra a continuación en la figura 2.29:





**Figura 2.29. Diagrama fasorial del transformador semi-ideal en vacío**

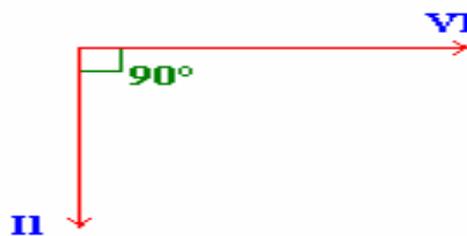
Se colocó al campo magnético “**B**” en fase con el flujo magnético “**Φ**”, ya que tienen el mismo sentido de referencia y existe proporcionalidad entre ambos, es decir:

$$\phi = B * A \quad (2.5.1.3)$$

Donde **A** es el área efectiva atravesada por el flujo.

Además la curva de imanación del transformador semi-ideal (figura 2.27.a) plantea que el campo magnético “**B**” es directamente proporcional a la inducción magnética “**H**” y tienen los mismos sentidos de referencia asumidos, es por esto, que se colocan estos vectores en el diagrama fasorial en fase también.

El diagrama fasorial resultante presentado en la figura 2.29 permite concluir que un transformador en vacío se comporta como una reactancia inductiva, ya que, la corriente está atrasando noventa grados a la tensión, tal como lo muestra la figura 2.30.



**Figura 2.30. Comportamiento de una reactancia inductiva**

Esto permite representar a la corriente de magnetización (**I<sub>m</sub>**) a través de una reactancia llamada Reactancia de Magnetización (**X<sub>m</sub>**) (ver figura 2.31) que se define como el parámetro



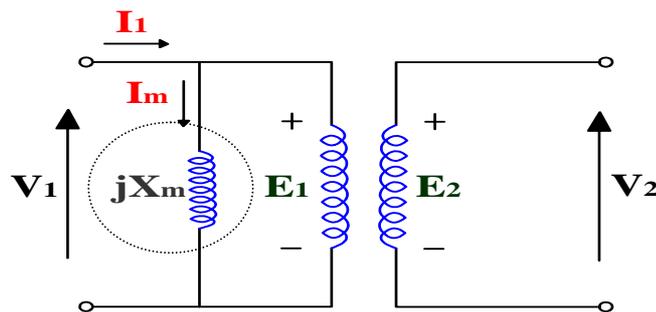
circuital que justifica el consumo de corriente que tiene el equipo cuando éste está funcionando en vacío. Sirve para magnetizar el núcleo, alinear los dipolos para obtener un campo magnético mayor y depende de la relación **B vs. H** del material (curva de imanación).

$$X_m = \frac{|V_1|}{|I_m|} \quad (2.5.1.4)$$

Donde: **X<sub>m</sub>**: Reactancia de magnetización.

**|V<sub>1</sub>|**: Módulo o magnitud de Tensión del devanado primario.

**|I<sub>m</sub>|**: Módulo o magnitud de la corriente magnetizante que circula por el devanado primario.



**Figura 2.31. Circuito equivalente que indica la representación del efecto de la Corriente de Magnetización (Im).**

## 2.6.- TRANSFORMADOR REAL

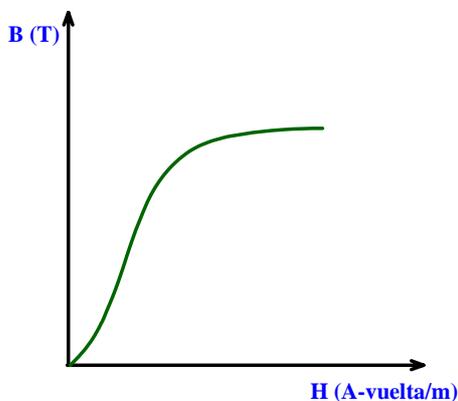
En las secciones anteriores se estudió el transformador ideal el cual presenta las siguientes características; es despreciable la corriente de excitación, son despreciables las pérdidas en el núcleo, todo el flujo producido por el devanado primario es enlazado por el secundario, no hay pérdida de flujo magnético, las resistencias de los devanados son despreciables, no existen pérdidas por efecto Joule y presenta una curva de magnetización de pendiente infinita, donde “**H**



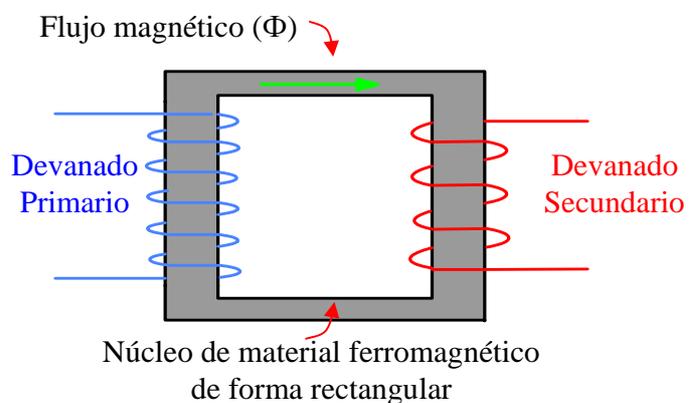
**neto**” es cero (ver figura 2.15.a); y el transformador semi-ideal que se comporta igual que el transformador ideal con la diferencia de que existe una corriente de magnetización la que ocasiona que el **“H neto”** no sea igual a cero existiendo una curva de magnetización distinta a la del transformador ideal donde **“B”** es directamente proporcional y lineal a **“H”** (ver figura 2.27.a) y además existe un parámetro circuital definido como reactancia de magnetización **“Xm”** (ver figura 2.31).

También el transformador se había considerado perfecto eléctricamente, pero sin embargo se debe desarrollar una teoría más completa de sus características eléctricas, en las cuales se tengan en cuenta, al menos en forma aproximada, las siguientes imperfecciones existentes en los transformadores:

1. Para crear el flujo se necesita una **Corriente de Magnetización**.
2. En el núcleo se producen **Pérdidas por Histéresis y por Corrientes de Foucault (pérdidas en el núcleo)**.
3. Los devanados tienen resistencia óhmica y producen **Pérdidas por Efecto Joule (pérdidas en el cobre)**.
4. La disposición concentrada sobre el núcleo de estos devanados producen **Dispersión del Flujo Magnético**.



(a)



(b)



**Figura 2.32. a) Curva B vs. H del Transformador Real.**

**b) Partes del Transformador Real**

En la figura 2.32.a. se muestra la curva de magnetización del transformador real, en donde se puede notar que “**H**” no es cero, ni proporcional y tampoco lineal a “**B**” debido a que el material presenta saturación, es decir la curva tendrá un valor de “**B**” máximo y mínimo. En la figura 2.32.b. el núcleo del material ferromagnético del transformador real será físicamente de forma rectangular y no en forma de anillo, como en los casos estudiados del transformador ideal y semi-ideal.

A continuación se detalla el efecto de cada uno de estos aspectos sobre el comportamiento del transformador:

Cuando al primario de un transformador es aplicado un voltaje de corriente alterna, **fluye la corriente de excitación “ $I_{exc}$ ”** que se descompone en dos componentes representadas en el circuito equivalente: **una corriente de magnetización “ $I_m$ ”** y **una corriente de pérdidas en el núcleo “ $I_c$ ”**.

**2.6.1 LA CORRIENTE DE MAGNETIZACIÓN ( $I_m$ )**

Es la corriente necesaria para producir el flujo  $\Phi$  en el núcleo de material ferromagnético del transformador. Dado que el flujo y la corriente están en fase y la corriente atrasa al voltaje aplicado a  $90^\circ$ ,  $I_m$  puede representarse mediante una reactancia  $X_m$  en paralelo (como se mostró en el tópico de transformador semi-ideal), en un circuito equivalente que modela circuitalmente al transformador (ver figura 2.31.)

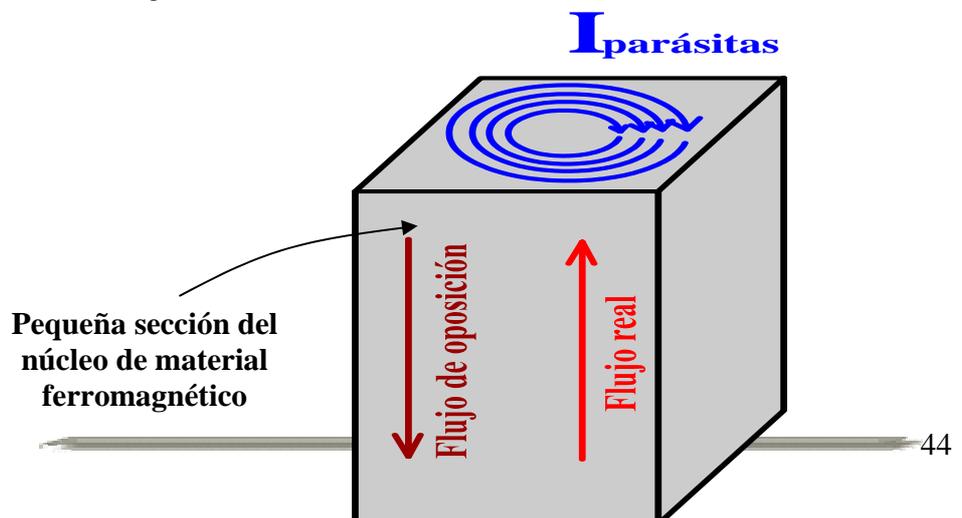
### 2.6.2 PÉRDIDAS EN EL NÚCLEO

Las pérdidas en el núcleo del material ferromagnético están formadas por las pérdidas por corrientes de Foucault o parásitas, que son corrientes alternas que circulan en piezas metálicas producto del campo magnético alterno y que también generan pérdidas por efecto Joule. Y las pérdidas por histéresis, las que se deben al reordenamiento que sufren los átomos del material ferromagnético y generan pérdidas por efecto Joule.

- **Pérdidas por Corrientes Parásitas:** Las pérdidas por corrientes parásitas ocurren debido a que como el núcleo de hierro lo atraviesa un flujo variable en el tiempo, éste induce en el hierro una corriente parásita llamada Corriente de Foucault o parásita, mostrada en la figura 2.33, la cual trata de oponerse al flujo, y produce disipación de calor en el núcleo que se traduce en pérdidas. Estas pérdidas se pueden calcular a través de la siguiente expresión:

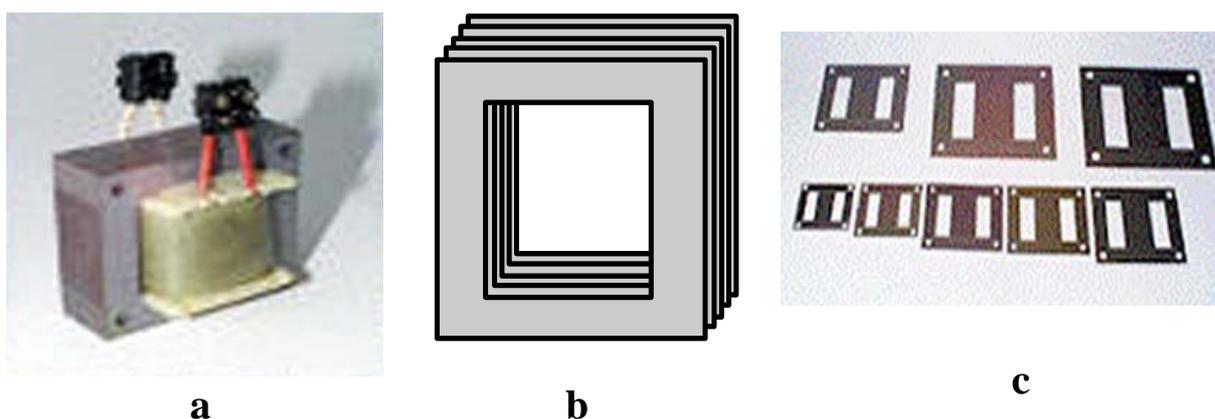
$$P_{\text{parásitas}} = \text{vol} * \frac{\pi^2 * \tau^2}{6\rho} * f^2 * B_{\text{max}}^2 \quad (2.6.2.1)$$

Donde:  $P_{\text{parásitas}}$ : Pérdidas por corrientes parásitas.  
 $\tau$  = Espesor de la lámina en mts.  
 $\rho$  = Resistividad en ohm-mts.  
 $\text{vol}$  = Volumen en metros cúbicos.  
 $f$  = Frecuencia en hertz.  
 $B_{\text{max}}$  = Inducción magnética en tesla.



**Figura 2.33. Corrientes Parásitas que circulan por el Núcleo del Transformador**

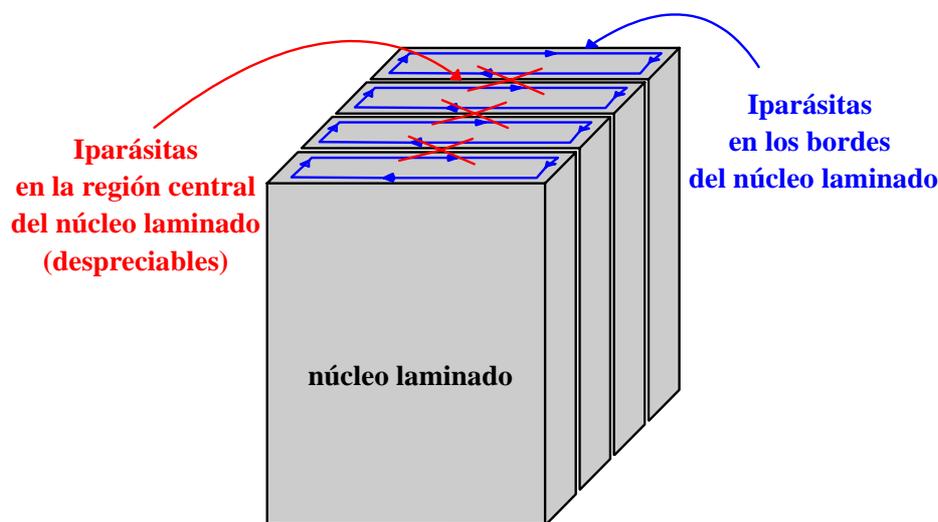
Las pérdidas por corrientes parásitas se pueden disminuir laminando el núcleo tal como se muestra en las figura 2.34.a. y 2.34.b



**Figura 2.34. Núcleos laminados (a,b) y Diferentes tipos de láminas (c)**

Como se mencionó anteriormente las corrientes parásitas o de Foucault producen recalentamientos del núcleo por efecto joule. Las pérdidas por corrientes parásitas dependen entre otras cosas de la forma de la pieza metálica y de su posición respecto al flujo que la atraviesa. En la práctica la reducción de este tipo de pérdidas se consigue haciendo el núcleo laminado con las chapas aisladas entre sí y dispuestas perpendicularmente a la dirección de las corrientes parásitas.

En la figura 2.35. se muestra el Efecto Cortical o Efecto Pelicular el cual describe que el flujo total tiende a concentrarse en la periferia de material ya que existe una inducción magnética menor en la región central que en la superficie, lo que produce que sean despreciables las corrientes parásitas inducidas entre chapas y chapas y solo se toman en cuenta la corriente parásita inducida en los bordes.



**Figura 2.35. Núcleo laminado donde se representa las corrientes parásitas en el centro y en el borde de las láminas, y donde se muestra el efecto Cortical.**

- **Pérdidas Por Histéresis:** Las pérdidas por histéresis se producen debido a la tendencia del material ferromagnético a conservar su imanación o a oponerse a una variación de imanación. En el apartado 2.1.9. se representa en detalle el fenómeno de histéresis y la disposición de los dominios magnético cuando se le aplica un campo magnético externo (ver figura 2.9).

A continuación se tratará de determinar la energía consumida como consecuencia del movimiento de los dipolos, recordando las siguientes expresiones:



$$P = \frac{dW}{dt} = e \cdot i \quad (2.6.2.2)$$

$$e = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.6.2.3)$$

$$i = \frac{H \cdot l}{N} \quad (2.6.2.4)$$

$$\Phi = B \cdot A \quad (2.6.2.5)$$

Donde: **P**: Potencia

**W**: Energía

**t**: Tiempo

**e**: Tensión

**i**: Corriente

**N**: Número de espiras

**Φ**: Flujo

**H**: Densidad de campo magnético

**L**: Longitud

**B**: Intensidad de campo magnético

**A**: Área del núcleo

Sustituyendo las ecuaciones (2.6.2.5), (2.6.2.4) y (2.6.2.3) en la (2.6.2.2) queda:

$$W = \int P \cdot dt = \int e \cdot i \cdot dt = A \cdot l \cdot \int H \cdot dB = \text{Volumen} \cdot \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB \quad (2.6.2.6)$$



Esta ecuación expresa que el área que encierra el ciclo de histéresis (figura 2.8) representa el consumo de energía durante un ciclo de señal que se gasta como consecuencia del movimiento de los dominios magnéticos.

Si se quisieran determinar las pérdidas por histéresis sería necesario medir el área encerrada por el ciclo de histéresis (la cual varía según el valor de la corriente de excitación), hacer esto resulta muy laborioso, pero existen fórmulas empíricas aproximadas con las cuales se pueden calcular de una manera sencilla. El científico Steinmetz desarrolló la siguiente fórmula empírica para el cálculo de la potencia de pérdidas por histéresis:

$$P_{\text{histéresis}} = \eta * \text{vol} * f * B_{\text{max}}^n \quad (2.6.2.7)$$

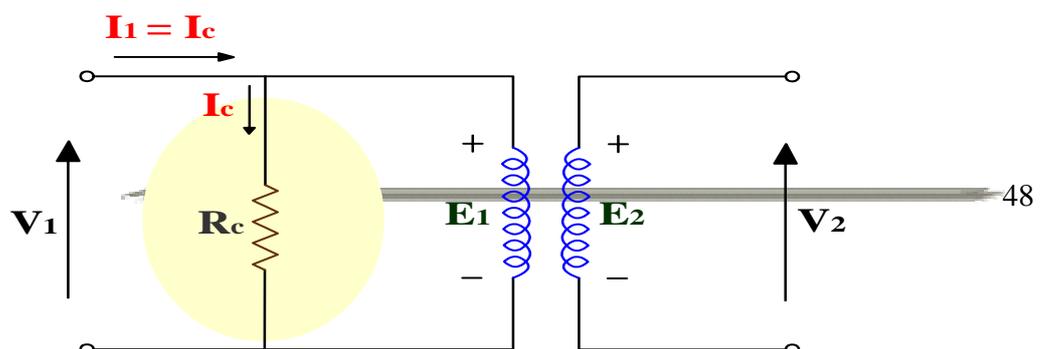
Donde:

$\eta$ : Depende del material y del sistema de unidades.

$n$ : Depende del material, oscila entre 1,5 y 2,5.

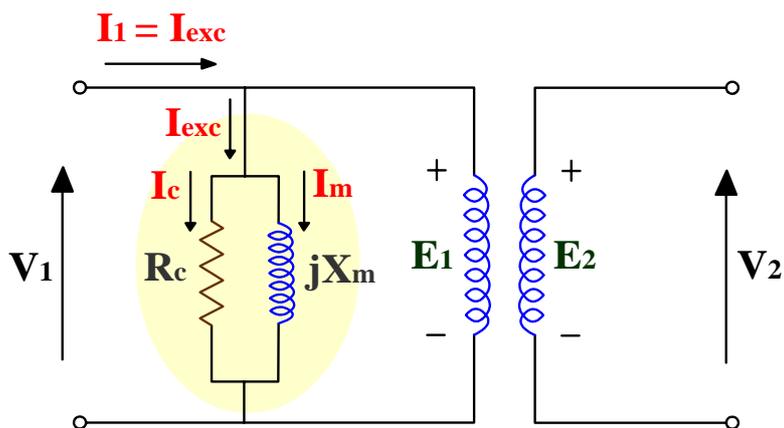
La única forma de reducir las pérdidas por histéresis es eligiendo un material cuyo lazo de histéresis sea bien estrecho, es decir, que presente un área reducida. No dependen de la forma del núcleo ni de si el material está laminado o es macizo. Dependen sólo de las propiedades magnéticas del material ferromagnético.

Generalizando, las pérdidas en el núcleo se representan mediante una resistencia equivalente  $R_c$  en paralelo, en la cual la potencia disipada sea igual a las pérdidas, como se muestra en la figura 2.36.



**Figura 2.36. Circuito Equivalente que indica la representación de las Pérdidas en el Núcleo en un Transformador Real**

Los efectos conjuntos de la magnetización y las pérdidas en el núcleo se pueden representar a través de un circuito equivalente como el señalado en la figura 2.37.



**Figura 2.37. Circuito equivalente que indica la representación de la rama de magnetización en un transformador real.**

### 2.6.3 PÉRDIDAS EN LAS RESISTENCIAS DE LOS DEVANADOS

El hilo conductor en cada devanado tiene una resistencia propia expresada por la ecuación:

$$R = \rho * \frac{L}{A} \tag{2.6.3.1}$$



Donde  $\rho$  es la conductividad del material,  $L$  su longitud y  $A$  la sección transversal al flujo de corriente.

La corriente que circula por cada devanado, provoca un calentamiento que da lugar a las pérdidas por efecto Joule denominadas pérdidas eléctricas o pérdidas en el cobre y que están dadas por:

$$P = I^2 * R \quad (2.6.3.2)$$

Por lo tanto las pérdidas eléctricas en los devanados primario y secundario representadas por  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente en la figura 2.38 serán:

a) Devanado primario:

$$P_{p1} = I_1^2 * R_1 \quad (2.6.3.3)$$

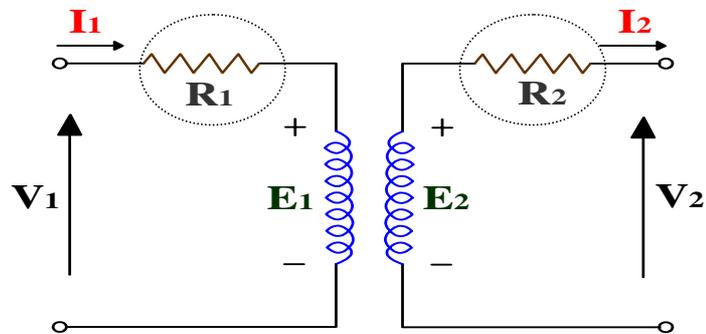
b) Devanado secundario:

$$P_{p2} = I_2^2 * R_2 \quad (2.6.3.4)$$

A partir de las ecuaciones 2.6.3.3 y 2.6.3.4 se obtienen las pérdidas en el cobre " $P_{cu}$ ", que representan las pérdidas en el devanado debido al calentamiento por efecto Joule, entonces:

$$P_{cu} = P_{p1} + P_{p2} \quad (2.6.3.5)$$

$$P_{cu} = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 \quad (2.6.3.6)$$



**Figura 2.38. Circuito equivalente que indica la representación de los efectos de las pérdidas eléctricas en los devanados primario y secundario de un transformador real**

- **Pérdidas en el Cobre:** Las pérdidas en el cobre “**P<sub>cu</sub>**”, representan las pérdidas en el devanado primario y secundario los cuales presentan una resistencia efectiva que se opone a la corriente que circula por ellas, estas pérdidas ocurren cuando circula una corriente por cada una de estas resistencias ( $R_1$  y  $R_2$ ) lo cual provoca un calentamiento por efecto Joule, entonces:

$$P_{cu} = R_1 * I_1^2 + R_2 * I_2^2 \quad (2.6.3.7)$$

Donde:

**P<sub>cu</sub>**: Pérdidas totales en el cobre

**I<sub>1</sub>**: Corriente que circula en el devanado primario

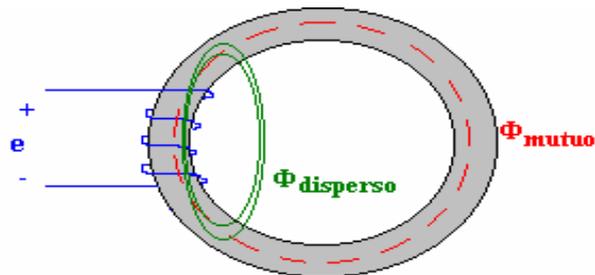
**I<sub>2</sub>**: Corriente que circula en el devanado secundario

**R<sub>1</sub>**: Resistencia efectiva del devanado primario

**R<sub>2</sub>**: Resistencia efectiva del devanado secundario.

#### 2.6.4 DISPERSIÓN DEL FLUJO MAGNÉTICO

En la sección de transformador ideal se había supuesto que todo el flujo producido por el devanado primario era enlazado por el secundario, sin pérdidas de flujo. En la realidad en un transformador no se devanan uniformemente los arrollados sino que se colocan los devanados concentrados lo cual origina la presencia de dos flujos llamados flujo mutuo y flujo de dispersión tal como se muestra en la figura 2.39.



**Figura 2.39. Representación del Flujo Mutuo y Flujo Disperso**

El flujo que sale del núcleo y pasa solamente a través de un solo devanado del transformador se denomina flujo de dispersión “ $\Phi_d$ ”.

El flujo que enlaza ambos devanados y que fundamentalmente es producido en el material ferromagnético (núcleo), se denomina **flujo mutuo** ( $\Phi_m$ ) y representa la mayor parte del flujo total ( $\Phi_T$ ).

Al flujo producido por el primario que no es alcanzado por el secundario, se le llama **flujo disperso del primario** ( $\Phi_{d1}$ ).

Cuando por el secundario circula corriente, este produce también un flujo. Una parte de este flujo no alcanza el devanado primario y se cierra fundamentalmente en el aire, este será denominado **flujo disperso del secundario** ( $\Phi_{d2}$ ). Ver la figura 2.40.

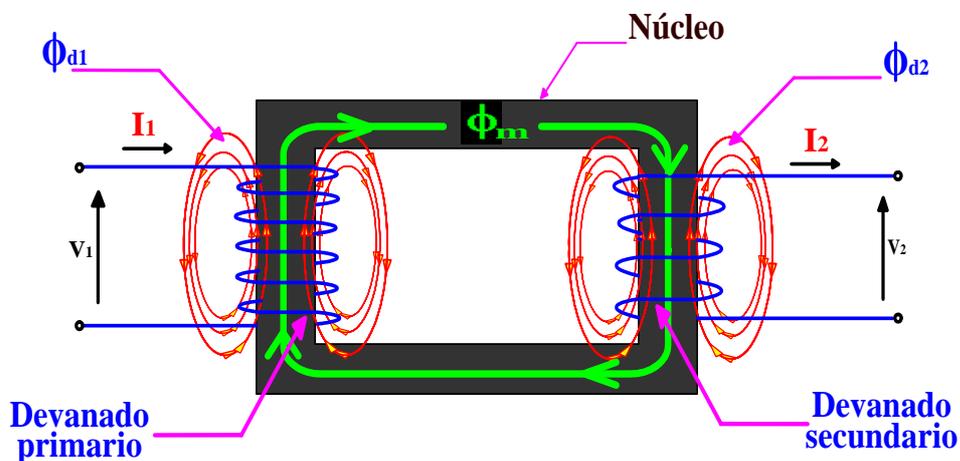


Figura 2.40. Flujos magnéticos mutuos y de dispersión del devanado primario y del secundario en un transformador

Por lo que el flujo total que atraviesa a cada devanado será:

$$\Phi_{T1} = \Phi_m + \Phi_{d1} \quad (2.6.4.1)$$

$$\Phi_{T2} = \Phi_m + \Phi_{d2} \quad (2.6.4.2)$$

Y el flujo total resultante será:

$$\Phi_T = \Phi_{T1} + \Phi_{T2} \quad (2.6.4.3)$$

Derivando las expresiones (2.6.4.1) y (2.6.4.2) con respecto al tiempo se tiene:

$$\frac{d\Phi_{T1}}{dt} = \frac{d\Phi_m}{dt} + \frac{d\Phi_{d1}}{dt} \quad (2.6.4.4)$$



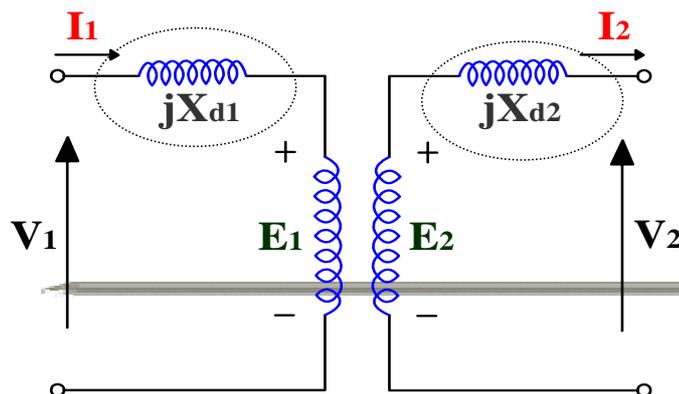
$$\frac{d\Phi_{T2}}{dt} = \frac{d\Phi_m}{dt} + \frac{d\Phi_{d2}}{dt} \quad (2.6.4.5)$$

Multiplicando cada ecuación por el número de espiras correspondientes resulta:

$$N_1 * \frac{d\Phi_{T1}}{dt} = N_1 * \frac{d\Phi_m}{dt} + N_1 * \frac{d\Phi_{d1}}{dt} \quad (2.6.4.6)$$

$$N_2 * \frac{d\Phi_{T2}}{dt} = N_2 * \frac{d\Phi_m}{dt} + N_2 * \frac{d\Phi_{d2}}{dt} \quad (2.6.4.7)$$

Los términos  $N_1 * \frac{d\Phi_m}{dt}$  y  $N_2 * \frac{d\Phi_m}{dt}$  representan los voltajes inducidos  $e_1$  y  $e_2$  respectivamente, estudiados en el transformador ideal y los términos  $N_1 * \frac{d\Phi_{d1}}{dt}$  y  $N_2 * \frac{d\Phi_{d2}}{dt}$  se consideran en el circuito equivalente como los voltajes inducidos por los flujos dispersos, los cuales se representan a través de una Reactancia de dispersión " $X_d$ ", las cuales se encuentran dispuestas en cada devanado como " $X_{d1}$ " y " $X_{d2}$ " (ver figura 2.41).





**Figura 2.41. Circuito equivalente que indica la representación del efecto del flujo de dispersión en un transformador real**

## **2.7.- CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR REAL**

Un circuito equivalente es un modelo lineal que representa los fenómenos físicos que ocurren en un transformador monofásico en forma matemática y circuital, para poder realizar estudios y cálculos del mismo.

Para que el circuito equivalente tenga validez, este debe absorber la misma corriente y la misma potencia que el circuito real cuando se le aplica una determinada tensión.

El circuito equivalente del transformador real, mostrado en la figura 2.42. incluye todos los efectos estudiados en las secciones anteriores y permite determinar el funcionamiento del transformador en diversas condiciones de carga.

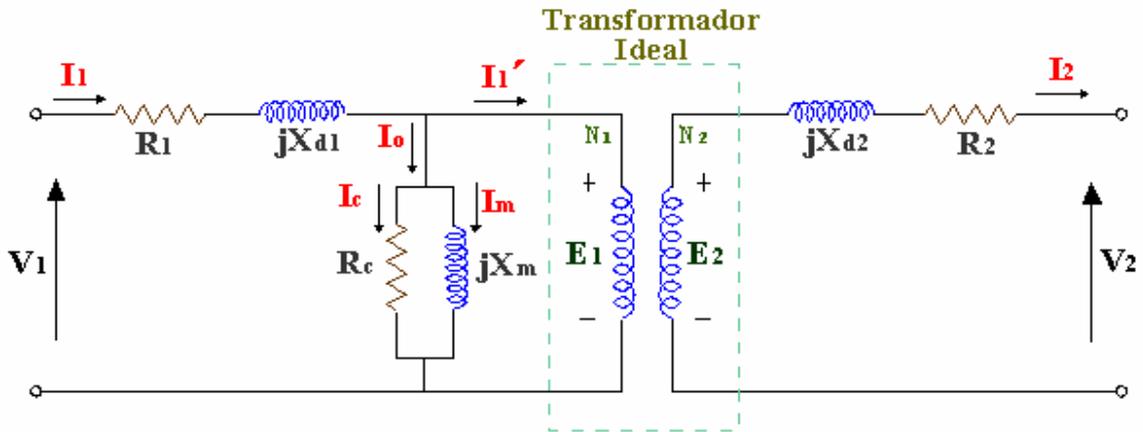


Figura 2.42. Circuito equivalente del Transformador Real

Es posible construir un circuito equivalente que tenga en cuenta todos los efectos principales de los transformadores reales. Existen muchos modelos como los son el “esquema en gama” ( $\Gamma$ ), el “esquema en pi” ( $\pi$ ), el “esquema de relación  $rt$ ”, el “esquema en te” ( $T$ ) o tao ( $\tau$ ), etc. con los cuales se puede representar circuitalmente los transformadores monofásicos.

Por tratarse de un circuito bastante inductivo, la corriente de excitación está a casi  $90^\circ$  de la tensión inducida, no estando exactamente a  $90^\circ$  debido a las pérdidas en el núcleo y en el alambre de la bobina. Esto sugiere que cuando se puedan despreciar los efectos producidos por la saturación magnética, una bobina puede ser representada por un circuito eléctrico formado por elementos pasivos lineales fundamentalmente inductivos y resistivos.

Cuando la frecuencia es muy elevada, también deben tomarse en cuenta elementos capacitivos en la representación de la bobina. En el presente trabajo solo se considera el circuito equivalente funcionando a frecuencias industriales invariables. (50 ó 60 Hz).

En la figura 2.42 la reactancia “ $X_m$ ” representa la corriente de magnetización y es debida prácticamente al flujo en el núcleo ya que en los devanados y en los transformadores en vacío, las fugas son despreciables. Las resistencias “ $R_1$ ” y “ $R_2$ ” representan las pérdidas eléctricas o por



efecto Joule que se producen en los devanados primario y secundario respectivamente, mientras que la resistencia “ $R_C$ ” representa las pérdidas en el núcleo. Estas resistencias combinadas representarían la pérdida total ocurrida en el núcleo y en los devanados lo cual sería la resistencia aparente, pero en este caso se han colocado por separado, porque las pérdidas en el núcleo dependen de factores diferentes a las pérdidas que ocurren en los devanados. Las reactancias “ $X_{d1}$ ” y “ $X_{d2}$ ” representan el flujo disperso en los devanados primario y secundario respectivamente.

Respecto al esquema de la figura 2.42 pueden hacerse las siguientes observaciones:

- Los valores  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_C$ ,  $X_m$ ,  $X_{d1}$  y  $X_{d2}$  se determinan de acuerdo a un ensayo práctico sometido a ciertas condiciones y se dejan como parámetros constantes en el esquema.
- Se está suponiendo que la curva  $B$  vs.  $H$  (o bien  $\Phi$  vs.  $I$ ) del material ferromagnético es lineal, ya que “ $E$ ” es proporcional a  $\Phi_{max}$  y la componente magnetizante  $I_m$  según el esquema, es proporcional a “ $E$ ”. Con ecuaciones esto es:

$$E = 4.44 * N * f * \Phi_{max} = K * \Phi_{max} \quad (2.7.1)$$

$$I_m = \frac{E}{X_m} = \frac{K * \Phi_{max}}{X_m} \quad (2.7.2)$$

$$X_m = K' * \Phi_{max} \quad (2.7.3)$$

Realmente se conoce que la corriente es proporcional al flujo mientras el circuito no está saturado, pues alcanzada la saturación, la corriente crece mucho más rápido que el flujo. En este sentido, la reactancia  $X_m$  debería ser de magnitud variable, disminuyendo de valor cuando aumente la tensión aplicada.



- c) Las pérdidas en el núcleo y la corriente de excitación se ven afectadas por variaciones de frecuencia, lo cual no aparece evidenciado en el circuito equivalente, a menos que tanto  $R_C$  como  $X_m$  sean función de la frecuencia y no constantes, tal como están concebidas. En este sentido, el circuito equivalente no es apropiado cuando la frecuencia de la fuente varía.
- d) En vista de lo comentado, el circuito equivalente seleccionado sólo dará resultados ajustados a la realidad, cuando se aplique una tensión cercana a la que fue usada en el ensayo del circuito real, para determinar los parámetros. De estos ensayos se hablará en el próximo apartado.

Aunque existen esquemas equivalentes con elementos conectados en serie, se ha elegido el esquema paralelo conocido como modelo "T" (figura 2.43.a y figura 2.44.a) por visualizar con más claridad los factores que afectan a las pérdidas en el núcleo y en el devanado. Como también por ser el de menos complejidad. En este modelo del transformador se debe incluir los efectos de todas las imperfecciones principales.

Aunque la figura 2.42. muestra uno de los diversos modelos utilizados para el análisis del circuito equivalente del transformador, éste no es de mucha utilidad. Para analizar circuitos prácticos que contengan transformadores, normalmente es necesario convertir el circuito entero en un circuito equivalente, con un nivel de voltaje único. Por tanto, el circuito equivalente se debe referir, bien a su lado primario o bien al secundario en la solución de problemas. La figura 2.43.b. muestra el circuito equivalente del transformador referido a su lado primario (lado de alta) y la figura 2.44.b. el circuito equivalente referido a su lado secundario (lado de baja).

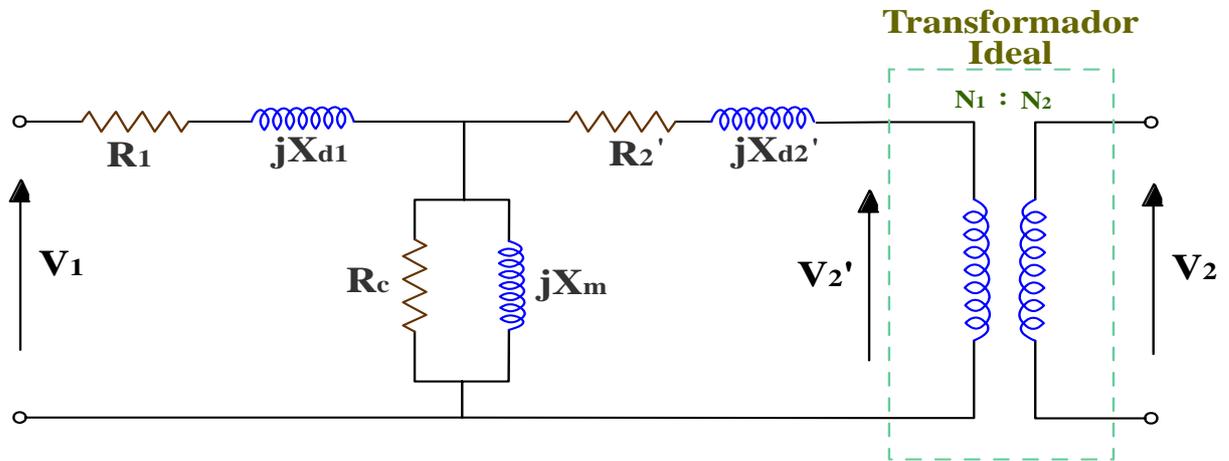


Figura 2.43. a) Representación del modelo “T” del Transformador Real (referido al lado primario).

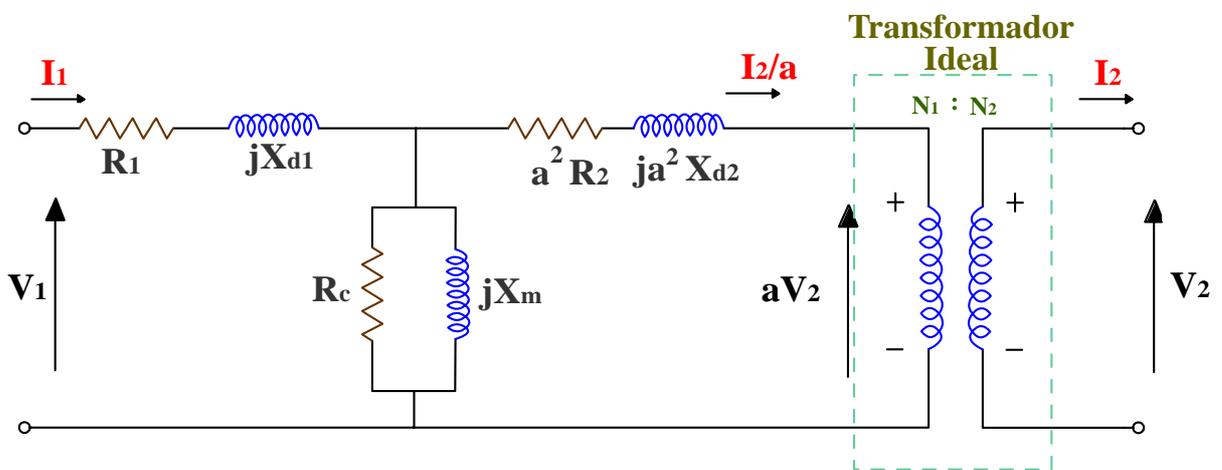


Figura 2.43. b) Circuito equivalente del transformador referido a su lado primario

Donde: 
$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

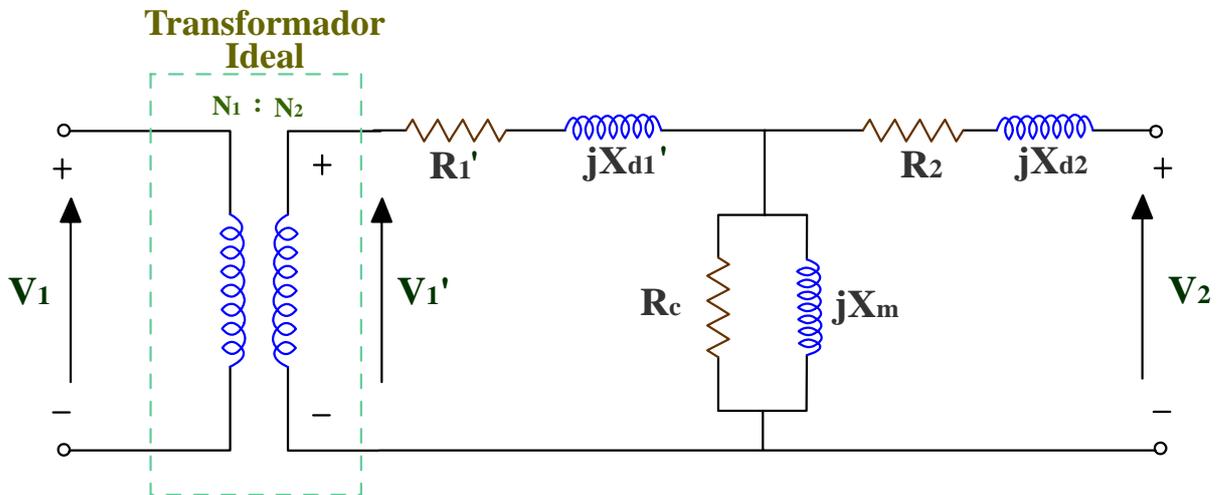


Figura 2.44. a) Representación del modelo “T” del Transformador Real (referido al lado secundario)

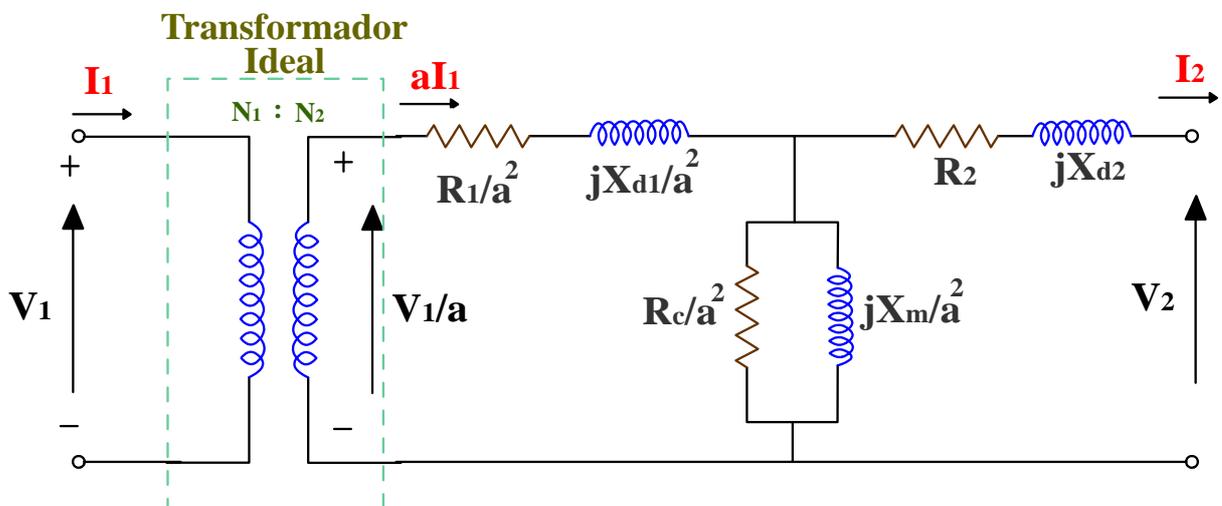


Figura 2.44. b) Circuito equivalente del transformador referido a su lado secundario

Donde: 
$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

## 2.8.- CIRCUITOS EQUIVALENTES APROXIMADOS DEL TRANSFORMADOR REAL

En muchas ocasiones según el tipo de estudio que se vaya a realizar, el modelo del transformador puede simplificarse en circuitos que permiten obtener resultados lo suficientemente precisos y en forma sencilla, para casi la mayoría de estos cálculos se utilizan los circuitos equivalentes aproximados que aparecen en las figuras 2.45 y 2.46.

Figura 2.45. Circuito equivalente aproximado referido al lado de alta

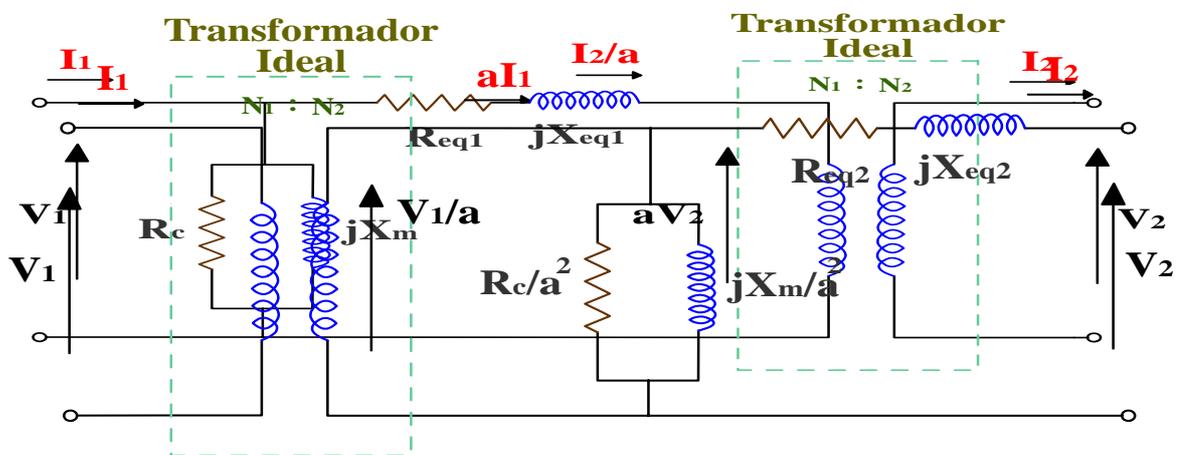


Figura 2.46. Circuito equivalente aproximado referido al lado de baja

Donde: 
$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

De la figuras 2.45, 2.46, 2.47 y 2.48. se puede notar que:

$$X_{eq2} = X_{d1}/a^2 + X_{d2} \quad (2.8.1)$$

$$R_{eq2} = R_1/a^2 + R_2 \quad (2.8.2)$$

$$R_{eq1} = R_1 + a^2 * R_2 \quad (2.8.3)$$

$$X_{eq1} = X_{d1} + a^2 * X_{d2} \quad (2.8.4)$$

En algunas aplicaciones en las que no se requieren de gran exactitud en los cálculos, la rama de excitación puede despreciarse totalmente sin causar ningún error serio. En estos casos, el circuito equivalente del transformador monofásico se reduce a los circuitos de las figuras 2.47. y 2.48.

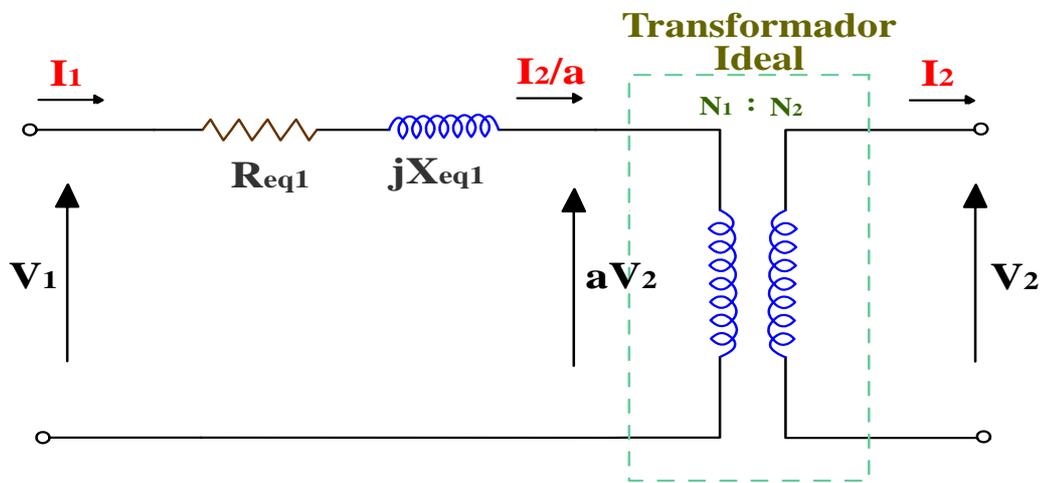
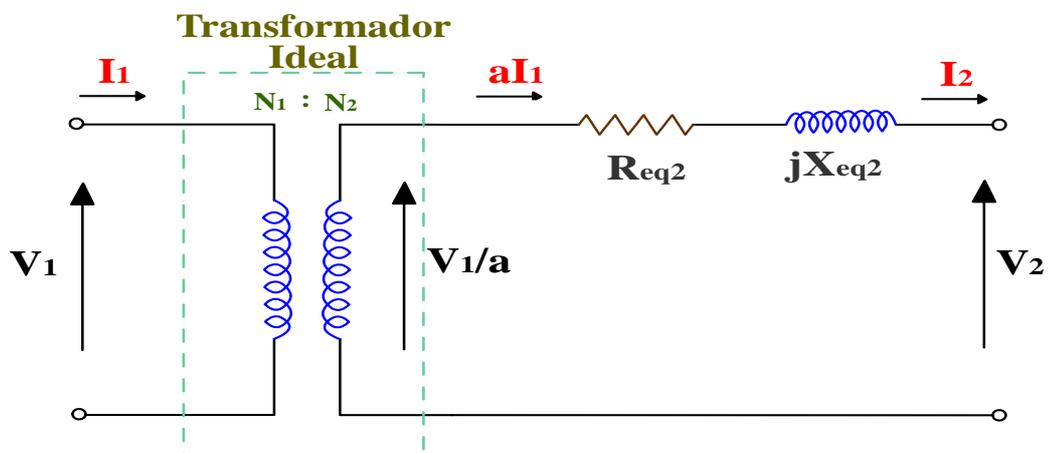


Figura 2.47. Circuito equivalente simplificado referido al lado de alta

Donde:  $a = \frac{N_1}{N_2}$



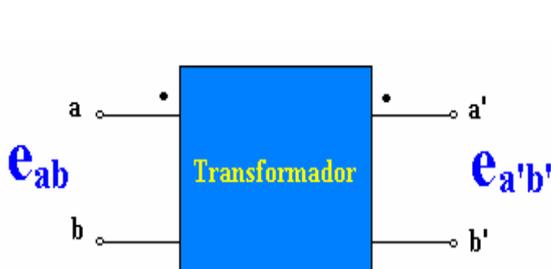
**Figura 2.48. Circuito equivalente simplificado referido al lado de baja**

En el apartado 2.10 se explicará como determinar los parámetros del circuito equivalente del Transformador, a partir de los ensayos de vacío y ensayo de cortocircuito, pero antes es necesario definir las polaridades en los transformadores.

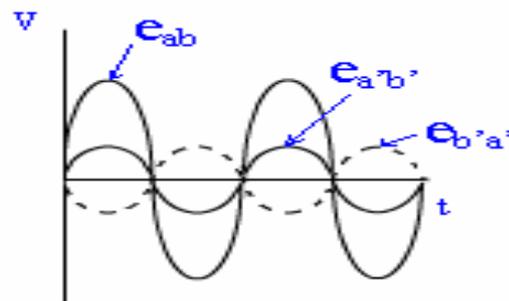
**2.9.- POLARIDAD EN LOS TRANSFORMADORES.**

La tensión inducida en el primario puede estar en fase o en contrafase con la tensión inducida en el secundario, dependiendo del sentido en que se consideran dichas tensiones. Hay que recordar que ambas tensiones son inducidas por el mismo flujo, por lo que es posible la existencia de un desfase de cero grados ( $0^\circ$ ) o de ciento ochenta grados ( $180^\circ$ ).

Para indicar con qué polaridad deben señalarse las tensiones que están en fase, se utiliza en los esquemas, un punto ya presentado anteriormente como **puntos correspondientes** que se colocan en un terminal de cada devanado. Se puede observar en la figura 2.49.a, que la tensión  $e_{ab}$  está en fase con  $e_{a'b'}$  y en contrafase con  $e_{b'a'}$ , como lo indican los puntos correspondientes. La figura 2.49.b muestra las ondas de tensión en función del tiempo.

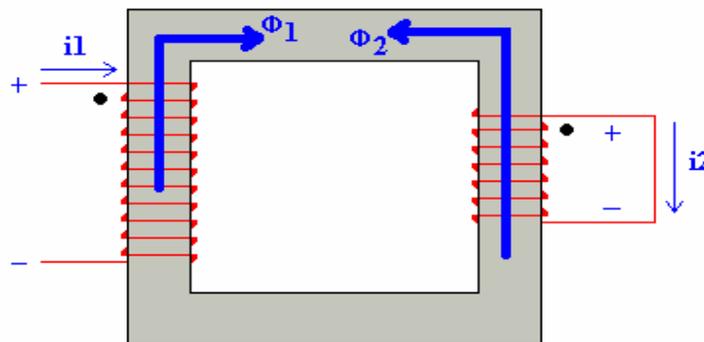


**Figura 2.49.a Representación de las polaridades de tensión.**



**Figura 2.49.b Tensiones inducidas en función del tiempo.**

Cuando se conoce el sentido en que están arrolladas las bobinas sobre el núcleo como se muestra en la figura 2.50, los terminales marcados (puntos correspondientes) pueden determinarse usando el siguiente procedimiento teórico:



**Figura 2.50. Sentido de arrollamiento de las bobinas en el núcleo**

- Se coloca un punto sobre cualquiera de los terminales del primario y se inyecta una corriente por ese terminal marcado, el cual en ese instante es positivo respecto al otro terminal.
- La corriente que entra por el punto señalado producirá un flujo que crecerá en un sentido que se determina con la regla de la mano derecha.
- En el otro devanado se inducirá una tensión que de estar cerrado dicho devanado, hará circular una corriente tal que produzca un flujo opuesto al crecimiento del flujo del devanado primario. La tensión inducida en el secundario tiene el mismo sentido que la corriente. El terminal que sea instantáneamente positivo respecto al otro, será correspondiente con el que se marcó primero.

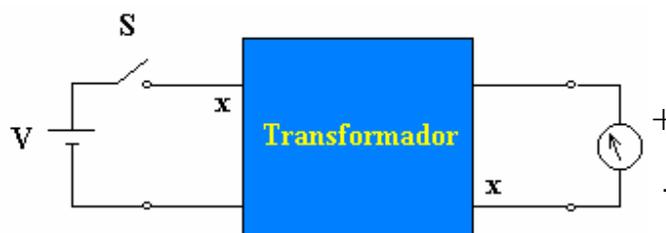
Normalmente no se conoce el sentido de los arrollamientos, por lo tanto se deben determinar los puntos correspondientes mediante una sencilla prueba, usando el montaje de laboratorio mostrado en la figura 2.51, que a continuación se describirá el procedimiento:

- El primario del transformador será conectado a una batería de corriente continua por medio de un interruptor “S”. Deberá marcarse el terminal que quedará conectado al borne positivo de la batería (en este momento se asume como punto o terminal correspondiente del devanado primario, sin tomar en cuenta al devanado secundario).
- En el secundario se colocará un galvanómetro o milivoltímetro DC que pueda deflectar a la derecha o la izquierda según sea la polaridad de la tensión que se aplique a sus bornes.
- Al cerrarse el interruptor “S”, el flujo pasa desde cero a un cierto valor constante después de un transitorio. Mientras el flujo está creciendo, se inducirá en el secundario una tensión de cierta polaridad que hará deflectar el galvanómetro en uno de los sentidos. Si deflecta hacia la derecha (terminal positivo “+” del galvanómetro) el terminal correspondiente del secundario será el conectado al borne (+) del galvanómetro (estos terminales señalados en la figura 2.51).



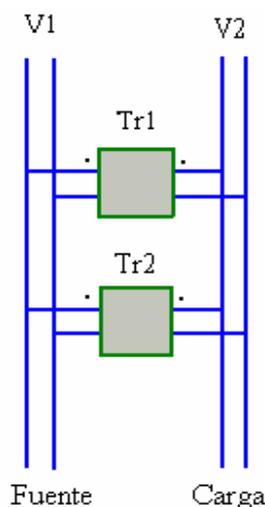
**Figura 2.51. Montaje de laboratorio usado para la determinación de los puntos correspondientes de un transformador.**

- Si el galvanómetro defleca hacia la izquierda, el terminal correspondiente del secundario será conectado al borne (-) del galvanómetro (terminales señalados están señalados en la figura con cruz en la figura 2.52).



**Figura 2.52. Montaje de laboratorio usado para la determinación de los puntos correspondientes de un transformador.**

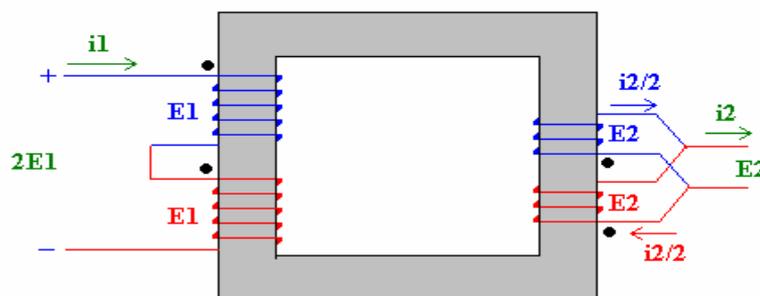
La importancia de conocer los terminales correspondientes es cuando se conectan dos o más transformadores en paralelo, donde quedarán todos los primarios conectados en paralelo entre sí. La correcta conexión se consigue uniendo a un terminal común los terminales marcados y uniendo a otro terminal común los terminales no marcados, como se ve en la figura 2.53.



**Figura 2.53. Conexión en Paralelo de dos Transformadores Monofásicos.**

Igualmente cuando en un solo transformador se tienen dos devanados primarios de igual número de espiras y/o dos devanados secundarios, también de igual número de espiras, los primarios se pueden conectar en serie o en paralelo, según la tensión de la fuente y para ello es necesario conocer los terminales correspondientes entre ellos. Del mismo modo, los secundarios pueden conectarse en serie o en paralelo, según la tensión de salida requerida y se precisa saber sus terminales correspondientes.

La conexión en paralelo siempre se realiza conectando los terminales marcados entre sí y los terminales no marcados entre sí, ya que si se conectan indebidamente se producirían corrientes elevadas que destruirían al transformador debido a que se produciría un cortocircuito franco. La conexión en serie debe realizarse uniendo un terminal marcado con uno no marcado y tomando los otros dos como salidas.



**Figura 2.54. Conexiones en serie (primario) y en paralelo (secundario) de los devanados de un transformador monofásicos.**



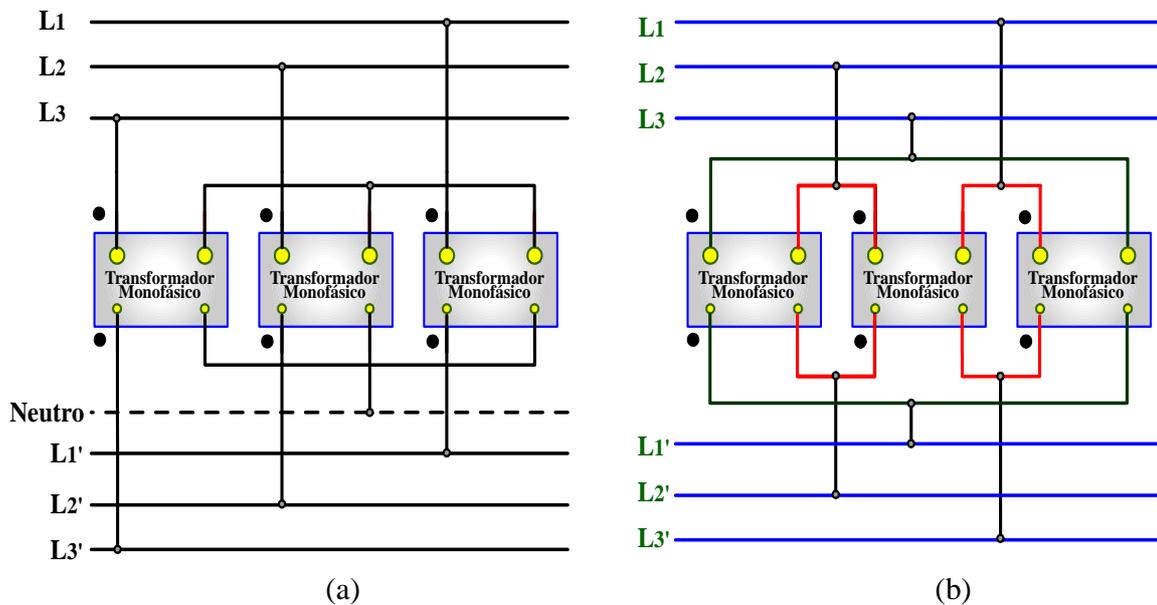
En la figura 2.54 aparece un transformador monofásico que tiene dos devanados primarios (alta tensión) conectados en serie correctamente y dos devanados secundarios (baja tensión) conectados en paralelo correctamente. (observar puntos correspondientes)

Se podrá notar que según la conexión realizada en los primarios, las fuerzas magnetomotrices de ambas secciones del primario llevan el mismo sentido con lo cual suman sus efectos. De hacerse una conexión en serie incorrecta en el primario, uniendo dos terminales marcados para hacer puente de serie, las fuerzas magnetomotrices de las secciones se oponen y el flujo en el circuito se anula. Cuando el flujo es nulo, las tensiones inducidas valen cero y lo único que se opone a la circulación de la corriente primaria es la resistencia efectiva de los devanados primarios la cual es relativamente baja, produciendo la circulación de una corriente muy elevada que puede dañar los devanados. El mismo fenómeno ocurriría si los devanados primarios se conectaran en paralelo en forma incorrecta.

Si en los devanados secundarios se hiciera una conexión en paralelo incorrecta, quedarían dos tensiones en fase conectadas en serie en un circuito cerrado de muy baja impedancia, lo cual equivale a cortocircuitar los secundarios, produciéndose corrientes muy elevadas en los devanados primarios y secundarios del transformador lo que produciría la destrucción de los devanados.

Una conexión serie incorrecta en los secundarios solo produciría una tensión de salida nula.

Los terminales correspondientes de los transformadores monofásicos también son necesarios cuando se conectan tres transformadores monofásicos para formar un banco trifásico de transformación, tomando en cuenta las diversas conexiones, como lo son estrella-estrella ( $Y-Y$ ), estrella-delta ( $Y-\Delta$ ), delta-estrella ( $\Delta-Y$ ), delta-delta ( $\Delta-\Delta$ ). En las figuras 2.55.a. y 2.55.b. se representan bancos trifásicos formados a base de transformadores monofásicos, indicando a los transformadores monofásicos como una caja negra, de modo de facilitar su entendimiento. La figura 2.55.a. indica la conexión  $Y-Y$  de los transformadores monofásicos y la figura 2.55.b. indica la conexión  $\Delta-\Delta$ . ( ver anexos para diferentes tipos de conexiones de transformadores )



**Figura 2.55. a) Conexión Y-Y de Transformadores Monofásicos para formar Bancos de Transformación Trifásico. b) Conexión  $\Delta-\Delta$  de Transformadores Monofásicos**

En general se requiere conocer los puntos correspondientes para realizar cualquier aplicación de los transformadores en sistemas donde la fase de la tensión de salida tenga importancia.



### 2.10.- DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR REAL.

Los parámetros del circuito equivalente aproximado se pueden determinar fácilmente mediante dos ensayos:

- El ensayo de vacío o de circuito abierto que permite determinar a “**Rc**” y “**Xm**”.
- El ensayo de cortocircuito que permite obtener “**Req**” y “**Xeq**”.

#### 2.10.1.- ENSAYO DE VACÍO.

Este ensayo consiste en dejar un devanado del transformador en circuito abierto y alimentar por el otro devanado con su tensión nominal o de diseño. Generalmente se prefiere alimentar por el lado de baja tensión, con lo cual se obtiene una lectura más significativa de la corriente de excitación que es muy baja cuando el transformador está en vacío. Bajo estas condiciones toda la corriente de alimentación debe estar fluyendo a través de la rama de magnetización del transformador, con lo cual se puede determinar las pérdidas nominales en el núcleo.

La conexión del ensayo de vacío se muestra en la figura 2.56, en el cual se aplica la tensión nominal al devanado de baja y se toman lecturas de voltaje “**V<sub>o</sub>**”, corriente de alimentación “**I<sub>o</sub>**” y potencia activa de entrada al transformador “**P<sub>o</sub>**”.

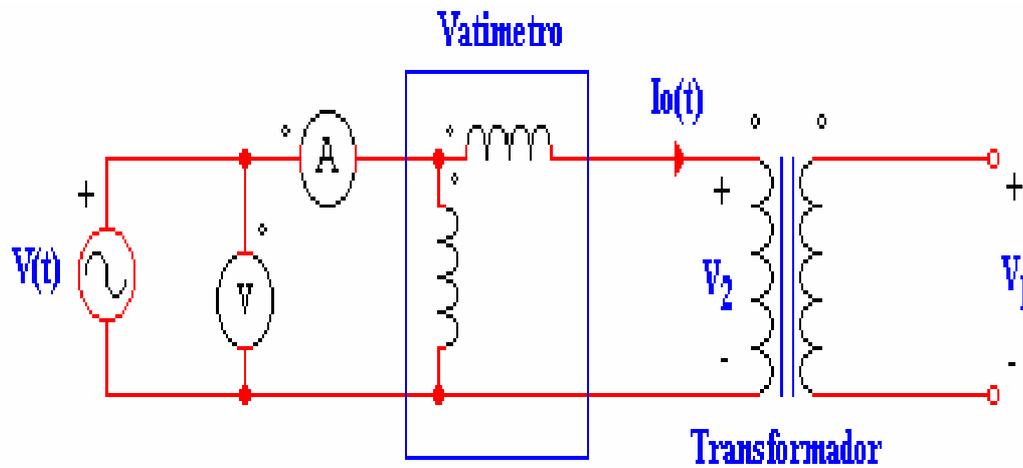


Figura 2.56. Conexión para realizar el ensayo en vacío

La potencia de entrada medida por el vatímetro se puede considerar igual a las pérdidas totales en el núcleo, producida por la histéresis y las corrientes parásitas, ya que como la corriente de excitación es muy pequeña, las perdidas por efecto Joule son despreciables.

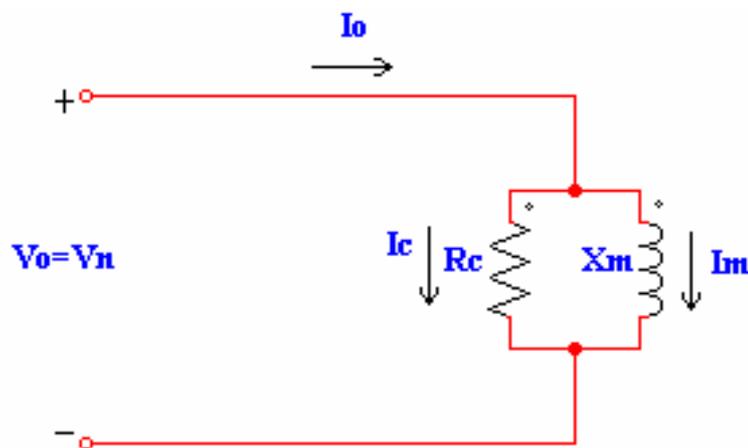


Figura 2.57. Circuito equivalente del transformador en vacío



En la figura 2.57 se muestra el circuito equivalente del transformador en vacío donde se ha despreciado las impedancias series del circuito equivalente para calcular y obtener los valores de “**R<sub>c</sub>**” y “**X<sub>m</sub>**” de la siguiente manera:

$$\mathbf{R_c} = \frac{(\mathbf{V_o})^2}{\mathbf{P_o}} \quad (2.10.1.1)$$

$$\mathbf{X_m} = \frac{\mathbf{V_o}}{\mathbf{I_m}} = \frac{\mathbf{V_o}}{\sqrt{(\mathbf{I_o})^2 + \left(\frac{\mathbf{V_o}}{\mathbf{R_c}}\right)^2}} \quad (2.10.1.2)$$

Estos valores de “**R<sub>c</sub>**” y “**X<sub>m</sub>**” están referidos al lado por donde se ha alimentado el transformador que fue por el lado de baja.

A manera de presentar un ejemplo genérico del cálculo de los parámetros del ensayo en vacío se realizan los siguientes pasos con la ayuda de la figura 2.58.

1.- Determinación de la resistencia **R<sub>c</sub>**, donde se disipan las pérdidas del núcleo.

Dado que la potencia de entrada es prácticamente igual a las pérdidas en el núcleo:

$$\mathbf{P_o} = \mathbf{V_o} * \mathbf{I_o} = \frac{\mathbf{V_o}^2}{\mathbf{R_c}} = \mathbf{I_o}^2 * \mathbf{R_c} \quad (2.10.1.3)$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{R_c} = \frac{\mathbf{V_o}^2}{\mathbf{P_o}} \quad (2.10.1.4)$$

2.- Determinación del factor de potencia en circuito abierto:



$$\cos\theta_o = \frac{P_o}{V_o * I_o} ; \theta_o = \cos^{-1}\left(\frac{P_o}{V_o * I_o}\right) \quad (2.10.1.5)$$

Donde  $\theta_o$  es el ángulo entre  $V_o$  e  $I_o$

3.- Determinación de la corriente de pérdida en el núcleo ( $I_c$ ):

$$I_c = \frac{P_o}{V_o} \quad (2.10.1.6)$$

4.- Determinación de la corriente de magnetización ( $I_m$ ):

Debido a que  $I_o = I_c + I_m$

Se tiene que:

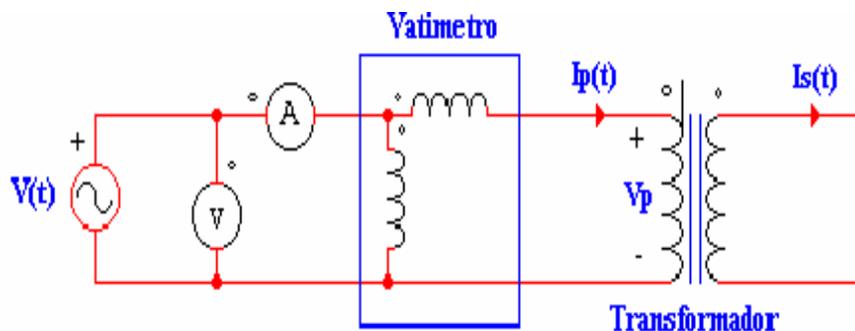
$$I_m = \sqrt{(I_o)^2 - (I_c)^2} \quad (2.10.1.7)$$

5.- Determinación de la reactancia de magnetización ( $X_m$ ):

$$X_m = \frac{V_o}{I_m} \quad (2.10.1.8)$$

## 2.10.2.- ENSAYO DE CORTOCIRCUITO

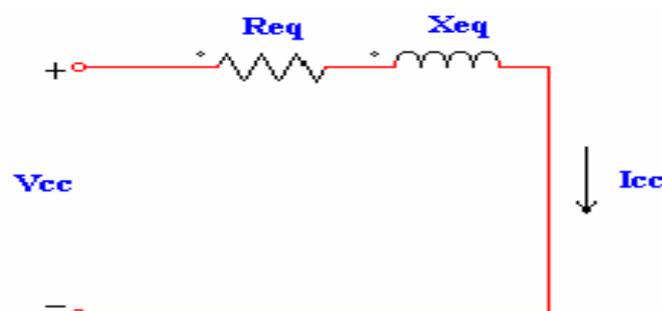
Este ensayo consiste en cortocircuitar un devanado del transformador y alimentar por el otro devanado con una fuente de voltaje, tal como se ilustra en la figura 2.58. El voltaje de alimentación se va aumentando hasta que la corriente en la bobina cortocircuitada sea igual a su valor nominal. A la tensión que hay que aplicar por el lado de alimentación se le llama Tensión de cortocircuito.



**Figura 2.58. Conexión para realizar el ensayo en cortocircuito**

Se toman las lecturas de voltaje “ $V_{cc}$ ”, la corriente “ $I_{cc}$ ” y la potencia activa de entrada en cortocircuito “ $P_{cc}$ ”. Como la tensión de cortocircuito es tan baja durante el ensayo entonces fluye una corriente muy baja a través de la rama de magnetización que hace a las pérdidas en el núcleo despreciables en comparación con las pérdidas por efecto Joule, esto quiere decir, que la potencia que se mide en el vatímetro son las pérdidas que ocurren en los devanados.

Puede decirse que la corriente que circula por la rama de magnetización es tan pequeña con respecto a la que circula por los devanados, entonces la rama de magnetización se ignora, tal como lo muestra la figura 2.59.



**Figura 2.59. Circuito equivalente del transformador cuando se aplica el ensayo de cortocircuito**



Los parámetros mostrados en la figura 2.59. se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\mathbf{Req}_1 = \frac{\mathbf{Pcc}}{\mathbf{Icc}^2} \quad (2.10.2.1)$$

$$\mathbf{Xeq}_1 = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{Vcc}}{\mathbf{Icc}}\right)^2 + (\mathbf{Req}_1)^2} \quad (2.10.2.2)$$

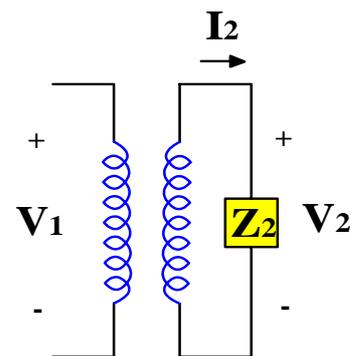
Los parámetros “**Req<sub>1</sub>**” y “**Xeq<sub>1</sub>**” que se obtienen están referidos al lado por donde se está alimentando al transformador monofásico, es por eso que se le colocan los subíndices “**1**”.

Generalmente se alimenta por al lado de alta donde la corriente es más baja y fácil de medir y por donde la tensión de cortocircuito es más significativa. Por razones de diseño se supone que las reactancias de dispersión de ambos devanados son iguales cuando se refieren a un mismo lado y que también la resistencia efectiva de los devanados es la misma cuando se refieren al mismo lado.

La impedancia de la carga se puede expresar como  $\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2}$  y sustituyendo a  $\mathbf{V}_2$  e  $\mathbf{I}_2$ , donde  $\mathbf{V}_2 = \frac{\mathbf{N}_2}{\mathbf{N}_1} * \mathbf{V}_1$  e  $\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{N}_1}{\mathbf{N}_2} * \mathbf{I}_1$  resulta que:

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\frac{\mathbf{N}_2}{\mathbf{N}_1} * \mathbf{V}_1}{\frac{\mathbf{N}_1}{\mathbf{N}_2} * \mathbf{I}_1} = \left(\frac{\mathbf{N}_2}{\mathbf{N}_1}\right)^2 * \mathbf{Z}_1 = \left(\frac{1}{\mathbf{a}}\right)^2 * \mathbf{Z}_1$$

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{a}^2 * \mathbf{Z}_2$$



Entonces

$$\frac{\mathbf{R}_1}{\mathbf{R}_2} = \mathbf{a}^2 \quad (2.10.2.3)$$



$$\frac{X_1}{X_2} = a^2 \quad (2.10.2.4)$$

Se sabe que:

$$R_{eq1} = R_1 + a^2 * R_2 = R_1 + R_1 = 2 * R_1 \quad (2.10.2.5)$$

$$X_{eq1} = X_1 + a^2 * X_2 = X_1 + X_1 = 2 * X_1 \quad (2.10.2.6)$$

Resulta lo siguiente:

$$R_1 = \frac{R_{eq1}}{2} \quad (2.10.2.7)$$

$$R_2 = \frac{R_1}{a^2} \quad (2.10.2.8)$$

$$X_1 = \frac{X_{eq1}}{2} \quad (2.11.2.9)$$

$$X_2 = \frac{X_1}{a^2} \quad (2.10.2.10)$$

A manera de presentar un ejemplo genérico del cálculo de los parámetros del ensayo en cortocircuito se realizan los siguientes pasos con la ayuda de la figura 2.59.

En este ensayo no se obtiene por separado a los valores de  $R_1$ ,  $X_1$ ,  $R_2$  y  $X_2$ . por lo tanto se obtiene una buena aproximación si se considera que  $R_1 = R_2$  y  $X_1 = X_2$ . con lo cual:

$$R_1 = R_2 = \frac{R_{eq}}{2} \quad (2.10.2.11)$$

$$X_1 = X_2 = \frac{X_{eq}}{2} \quad (2.10.2.12)$$



En el ensayo de cortocircuito la potencia de entrada se consume en la resistencia equivalente referida al primario, entonces se tiene que:

$$P_{cc} = R_{eq} * I_{cc}^2 \quad ; \quad R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \quad (2.10.2.13)$$

El factor de potencia en cortocircuito es:

$$\cos\theta_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{cc} * I_{cc}} \quad ; \quad \theta_{cc} = \cos^{-1} \frac{P_{cc}}{V_{cc} * I_{cc}} \quad (2.10.2.14)$$

Donde  $\theta_{cc}$  es el ángulo entre  $V_{cc}$  e  $I_{cc}$ .

Del circuito equivalente de la figura 2.59. se obtiene que:

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = |Z_{eq}| \theta_{cc} \quad (2.10.2.15)$$

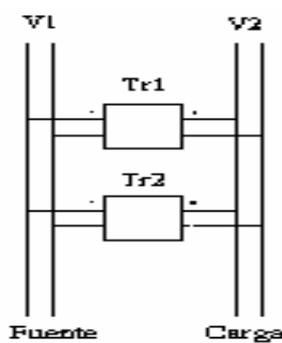
$$|Z_{eq}| = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.10.2.16)$$

$$X_{eq} = \sqrt{|Z_{eq}|^2 - R_{eq}^2} \quad (2.10.2.17)$$

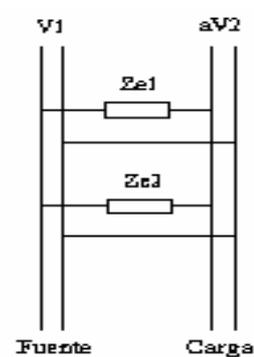
Los ensayos se realizaron por lados distintos del transformador pero a la hora de formar el circuito equivalente todos los parámetros deberán estar referidos al mismo lado ya sea de alta o de baja.

## 2.11.- CONEXIÓN DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS EN PARALELO

La conexión en paralelo de dos transformadores monofásicos se realiza de la siguiente forma: Los primarios se conectan a la red suministro eléctrico y sus secundarios se conectan a la red que alimenta la carga tal como se muestra en la figura 2.60.a.



**Figura 2.60.a. Transformadores monofásicos conectados en paralelo.**



**Figura 2.60.b. Circuitos equivalentes referido al primario de dos transformadores en paralelo.**

Antes de hacer estas conexiones se debe tener presente que los dos transformadores monofásicos deben estar diseñados para las mismas tensiones nominales en el primario y las mismas tensiones nominales en el secundario, por consiguiente sus relaciones de transformación deben ser iguales.

En la figura 2.60.b. se han sustituido los dos transformadores por sus circuitos equivalentes aproximados referidos al primario (despreciando la impedancia de magnetización), cabe destacar que ahora la tensión en la carga es “ $aV2$ ” y no “ $V2$ ” como en la figura 2.60.a. Entonces se observa que los dos transformadores se comportan como dos impedancias que quedan en paralelo siempre y cuando sus relaciones de transformación sean iguales, porque de no ser así, se produciría la circulación de corriente en los secundarios de los transformadores que originarían a



su vez corrientes primarias estando en vacío, lo cual representaría una condición indeseada. Además si tuvieran relaciones de transformación distintas no se puede representar como en la figura 2.60.b., ya que, este modelo no acepta la circulación de corrientes secundarias sin carga conectada a la red, en este caso se representaría con una fuente de tensión adicional que produciría la corriente indeseada.

Otro punto importante es que para poder conectar en paralelo a dos transformadores se debe tomar en cuenta las polaridades, conectando los primarios según sus puntos correspondientes, igualmente con los secundarios para así asegurar que las tensiones queden en fase y no se produzca un cortocircuito.

Con la puesta en paralelo de transformadores se obtiene una mayor potencia que se puede suministrar a la carga. Normalmente se usan dos o tres transformadores en paralelo lo cual permite la continuidad del servicio prestado en caso de que uno falle.

### 2.11.1.- CONEXIÓN CON LA CARGA

Con la conexión de transformadores en paralelo se desea que por cada uno de ellos circule su corriente nominal, logrando que la potencia disponible del banco sea la suma algebraica de las potencias individuales, esto se logra si todos los transformadores a conectar tienen la misma tensión de cortocircuito.

Como las impedancias equivalentes de los transformadores quedan en paralelo, entonces tienen la misma tensión en bornes, resultando la siguiente ecuación:

$$I_{n_1} * Z_{eq_1} = I_{n_2} * Z_{eq_2} \quad (2.11.1.1)$$



En forma de proporción queda:

$$\frac{Z_{eq1}}{Z_{eq2}} = \frac{I_{n1}}{I_{n2}} \quad (2.11.1.2)$$

En el ensayo de cortocircuito se aplica la tensión de cortocircuito a la impedancia equivalente, circulando la corriente nominal. Es decir:

$$V_{cc} = I_n * Z_{eq} \quad (2.11.1.3)$$

Según esto, sustituyendo 2.11.1.3 en 2.11.1.1, se puede concluir que:

$$I_{n1} * \frac{V_{cc}}{I_{n1}} = I_{n2} * \frac{V_{cc2}}{I_{n2}} \quad (2.11.1.4)$$

$$V_{cc1} = V_{cc2} \quad (2.11.1.4)$$

Entonces para que los transformadores conectados en paralelo trabajen con sus respectivas corrientes nominales es necesario que tengan las mismas tensiones de cortocircuito ( $V_{cc}$ ).

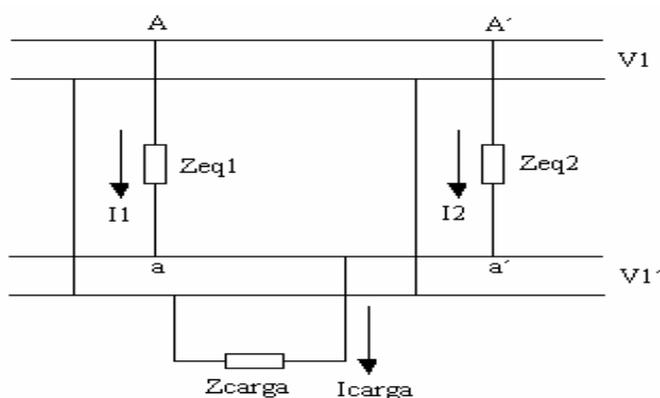


Figura 2.61. Transformadores en paralelo alimentando una carga



Para entender mejor esto se supone que los transformadores cumplen con la siguiente condición:

$$V_{cc1} < V_{cc2}$$

Si se asume que la corriente de carga (**I<sub>carga</sub>**) va aumentando de valor, lo que origina a su vez que la tensión aplicada a las impedancias equivalentes (**V<sub>Aa</sub>**) aumente, hasta que llegue un momento que esta tensión se iguale a la tensión de cortocircuito del transformador #1 (**V<sub>cc1</sub>**), en este momento por el mismo circula su corriente nominal, mientras el transformador #2 será inferior a la nominal. Si se sigue aumentando la corriente de carga, el transformador #1 se sobrecargará.

Entonces se concluye que cuando las tensiones de cortocircuito de los transformadores conectados en paralelo son distintas y además si no se quiere sobrecargar ninguno de ellos, la corriente de carga podrá sólo aumentarse hasta que la tensión aplicada a las impedancias equivalentes sea igual a la tensión de cortocircuito menor, quedando a plena carga el transformador que tenga dicha tensión de cortocircuito, en cambio los demás quedarán funcionando aliviados, con lo cual el banco de transformadores disminuirá su capacidad de entregar potencia.

### **2.11.2.-TRANSFORMADORES EN PARALELO CON TENSIONES DE CORTOCIRCUITO DISTINTAS**

Hay ocasiones en las que se tienen que conectar en paralelo transformadores con distintas tensiones de cortocircuito, a continuación se calcula en forma práctica la capacidad del banco, utilizando como referencia la figura 2.61.

Como las impedancias equivalentes quedan en paralelo se cumple que:



$$I_1 * Zeq_1 = I_2 * Zeq_2 \quad (2.11.2.1)$$

El índice de carga se define como la relación que existe entre la corriente real del transformador (**I**) y la corriente nominal o de diseño del mismo (**In**), esto expresado en ecuaciones es:

$$C = \frac{I}{I_n} \quad (2.11.2.2)$$

Si en la ecuación (2.11.2.1) utilizamos los índices de carga, resulta que:

$$C_1 * I_n * Zeq_1 = C_2 * I_n * Zeq_2 \quad (2.11.2.3)$$

$$C_1 * Vcc_1 = C_2 * Vcc_2 \quad (2.11.2.4)$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Vcc_1}{Vcc_2} \quad (2.11.2.5)$$

Esta ecuación indica que cuando las tensiones de cortocircuito son iguales, los índices de carga también lo son, con lo cual si **C1=1** entonces **C2=1** y los transformadores estarían trabajando a plena carga. Pero si las tensiones de cortocircuito son distintas los índices de carga también lo serán, es decir si **C1=1** entonces **C2≠1**.

Supóngase que se tienen tres transformadores conectados en paralelo que cumplen lo siguiente:

$$Vcc1 < Vcc2 < Vcc3$$

Si se suponen las tres corrientes están en fase se cumple que:



$$\mathbf{KVA}_T = C_1 * \mathbf{KVA}_{n_1} + C_2 * \mathbf{KVA}_{n_2} + C_3 * \mathbf{KVA}_{n_3} \quad (2.11.2.6)$$

Si además se supone que no se sobrecargará a ningún transformador y la corriente de carga alcanza un valor tal que la tensión existente entre las impedancias equivalentes es igual a  $\mathbf{Vcc}_1$ , entonces se cumple que:

$$C_1 = 1 \quad (2.11.2.7)$$

$$C_2 = C_1 * \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_2} = \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_2} \quad (2.11.2.8)$$

$$C_3 = C_1 * \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_3} = \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_3} \quad (2.11.2.9)$$

Sustituyendo (2.11.2.9); (2.11.2.8); (2.11.2.7) en (2.11.2.6) queda:

$$\mathbf{KVA}_T = \mathbf{KVA}_{n_1} + \mathbf{KVA}_{n_2} * \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_2} + \mathbf{KVA}_{n_3} * \frac{\mathbf{Vcc}_1}{\mathbf{Vcc}_3} \quad (2.11.2.10)$$

Esta ecuación demuestra que si las tensiones de cortocircuito son iguales la capacidad del banco es la suma de los **KVA totales**, en cambio si las tensiones de cortocircuito son distintas y además no se quiere sobrecargar a ningún transformador la capacidad del banco se ve reducida según la ecuación (2.11.2.10).



## 2.12.- RENDIMIENTO DEL TRANSFORMADOR

Los transformadores también se comparan y valoran de acuerdo a su rendimiento o eficiencia. El rendimiento al igual que en los motores y generadores se conoce por medio de la siguiente ecuación:

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} * 100 = \frac{P_{salida}}{P_{salida} + P_{perdidas}} * 100 \quad (2.12.1)$$

Donde:  $\eta$ : Rendimiento

**Psalida**: Potencia activa de salida

**Pentrada**: Potencia activa de entrada

**Pérdidas**: Pérdidas totales ( $P_{cu} + P_{fe}$ )

Para efectos prácticos del cálculo del rendimiento las pérdidas en el núcleo se consideran fijas debido a que el valor de  $B_{max}$  no cambia apreciablemente cuando el transformador pasa de vacío a plena carga.

El rendimiento será:

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{salida} + P_{fe} + P_{cu}} \quad (2.12.2)$$

La potencia de salida se conoce como:

$$P_{salida} = V_2 * I_2 * \cos\Phi_2 \quad (2.12.3)$$

Donde  $\cos\Phi_2$  es el factor de potencia de la carga.

Sustituyendo la ecuación (2.12.3) en (2.12.2) queda:



$$\eta = \frac{V_2 * I_2 * \cos\Phi_2}{V_2 * I_2 * \cos\Phi_2 + P_{fe} + P_{cu}} \quad (2.12.4)$$

En términos de índice de carga la expresión (2.12.4) queda:

$$\eta = \frac{C * V_2 * I_2 * \cos\Phi_2}{C * V_2 * I_2 * \cos\Phi_2 + P_{fe} + C^2 * P_{cun}} \quad (2.12.5)$$

Donde: **P<sub>cun</sub>** son las pérdidas en el cobre con corriente nominal en los devanados.

Si se divide numerador y denominador por el índice de carga (C) se obtiene:

$$\eta = \frac{V_2 * I_2 * \cos\Phi_2}{V_2 * I_2 * \cos\Phi_2 + \left( \frac{P_{fe}}{C} + C * P_{cun} \right)} \quad (2.12.6)$$

Para que la expresión (2.12.6) alcance su valor máximo el término denominador entre paréntesis debe alcanzar su valor mínimo. Este término si se deriva con respecto al índice de carga y se iguala a cero se obtiene el valor de C que hace mínimo este término.

$$\frac{d\left(\frac{P_{fe}}{C} + C * P_{cun}\right)}{dC} = 0 \quad (2.12.7)$$

$$-\frac{P_{fe}}{(C_{max})^2} + P_{cun} = 0 \quad (2.12.8)$$



$$P_{\text{cun}} = \frac{P_{\text{cu}}}{C^2} \quad (2.12.9)$$

Si se sustituye la ecuación 2.12.9 en la ecuación 2.12.8 se obtiene:

$$P_{\text{cu}} = P_{\text{fe}} \quad (2.12.10)$$

Esto quiere decir que el rendimiento se hace máximo cuando las pérdidas en el cobre y las pérdidas del núcleo se igualan.

Al despejar **C<sub>máx</sub>** de la expresión 2.12.8 se obtiene el índice de carga que permite un máximo rendimiento.

$$C_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P_{\text{fe}}}{P_{\text{cun}}}} \quad (2.12.11)$$

### 2.12.1.- CURVAS DE RENDIMIENTO

Si se analiza la ecuación (2.12.5) se nota las siguientes características:

- Para un índice de carga constante, el rendimiento empeora con el factor de potencia de la carga.
- Para un factor de potencia fijo, el rendimiento varía en función del índice de carga.

La variación del rendimiento en función del índice de carga se muestra en las gráficas de la figura 2.62.

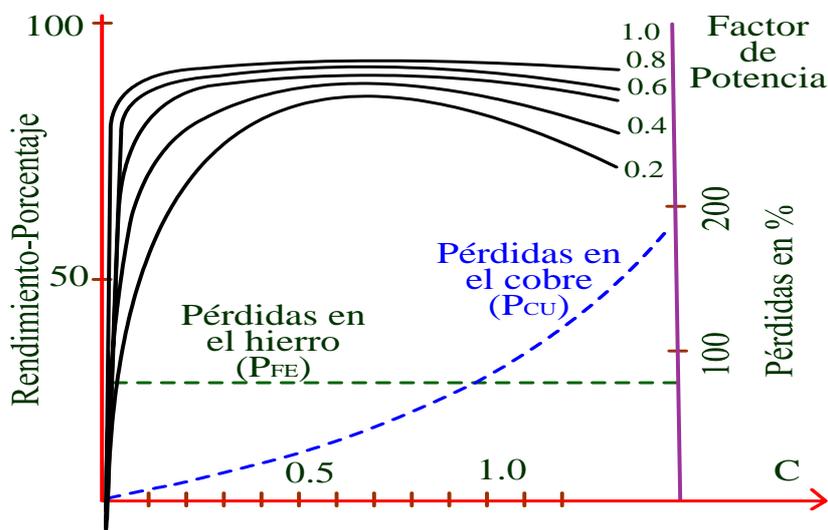


Figura 2.62. Curvas de rendimiento en función del índice de carga

En las gráficas se observa que para cualquier índice de carga se obtiene un rendimiento mayor a factor de potencia unitario.

Otro punto importante es que todas las gráficas alcanzan su máximo valor para el mismo índice de carga.

Si se conoce el índice de carga con que ha de trabajar un transformador es recomendable que la relación entre perdidas fijas y perdidas variables sea tal que origine un rendimiento máximo.

En la práctica los transformadores no suelen trabajar con una carga fija, en estos casos, si se conoce su gráfica de carga, el fabricante hace el diseño con la media cuadrática de las cargas. En el caso de los transformadores de distribución el índice de carga de diseño generalmente es de 0,6 por lo que la relación entre perdidas varía entre 0,4 y 0,5. En el caso de los transformadores de



potencia los índices de carga varían entre 0,7 y 0,9 por lo que la relación entre pérdidas varía entre 0,6 y 0,8.

## 2.13.-REGULACIÓN DE TENSION

La regulación permite determinar como varía la tensión secundaria en bornes del transformador, cuando la carga varía desde plena carga a vacío (sin carga), manteniendo constante la tensión primaria. Esta variación se expresa en porcentaje de la tensión secundaria nominal de la siguiente manera:

$$\%R = \frac{|V_{2o}| - |V_{2n}|}{|V_{2n}|} * 100 \quad (\text{Con } V_1 \text{ constante}) \quad (2.13.1)$$

Donde:

**%R**: Porcentaje de Regulación.

**|V<sub>2o</sub>|**: Módulo de voltaje secundario en vacío (sin carga).

**|V<sub>2n</sub>|**: Módulo de voltaje secundario a plena carga y factor de potencia dado.

La regulación de tensión es muy importante en una máquina eléctrica debido a que ésta influye en su rendimiento el cual varía aproximadamente con el cuadrado de la tensión aplicada. Generalmente se considera conveniente tener una regulación de voltaje tan pequeña como sea posible, para un transformador ideal la regulación es cero. No siempre es aconsejable tener una regulación de voltaje muy baja, ya que, las corrientes de cortocircuito serán muy elevadas.

La regulación de voltaje de un transformador depende tanto de la magnitud de las impedancias como del ángulo de fase de la corriente que circula por el transformador. La forma más fácil de



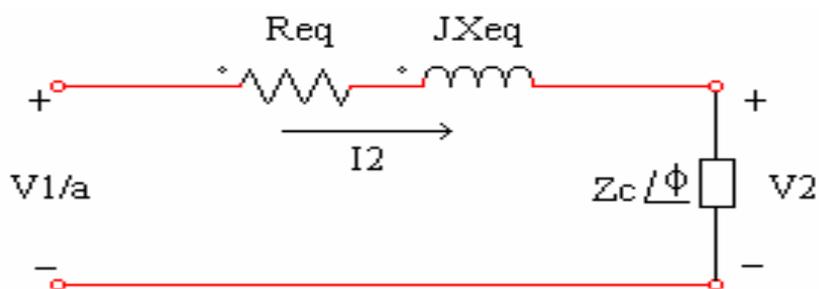
determinar el efecto de las impedancias y de los ángulos de fase de la corriente circulante en la regulación de voltaje del transformador es analizar el Diagrama Fasorial.

La tensión secundaria varía debido a la caída de tensión en las resistencias de los devanados y también al flujo disperso, éste último es el que tiene una mayor influencia en la variación, ya que la resistencia efectiva es de menor valor comparada con la reactancia de dispersión del devanado.

### 2.13.1.-DETERMINACIÓN DE LA REGULACIÓN

La regulación se debería determinar cargando primero el transformador y ajustando la impedancia de carga y la tensión primaria hasta tener en el secundario la tensión nominal con un valor de corriente que puede ser la nominal. Luego manteniendo la tensión primaria constante, se desconecta la carga y se mide la tensión que aparece en bornes en el secundario, la cual será  $V_{20}$ , y luego se aplica la ecuación (2.13.1).

Si se utiliza el circuito equivalente también se puede determinar la regulación, pero ahora en forma teórica. A continuación se determinará la regulación utilizando el circuito equivalente referido al secundario, en el cual se desprecia la rama de magnetización y se conecta una carga  $Z_c$ , (ver figura 2.63).



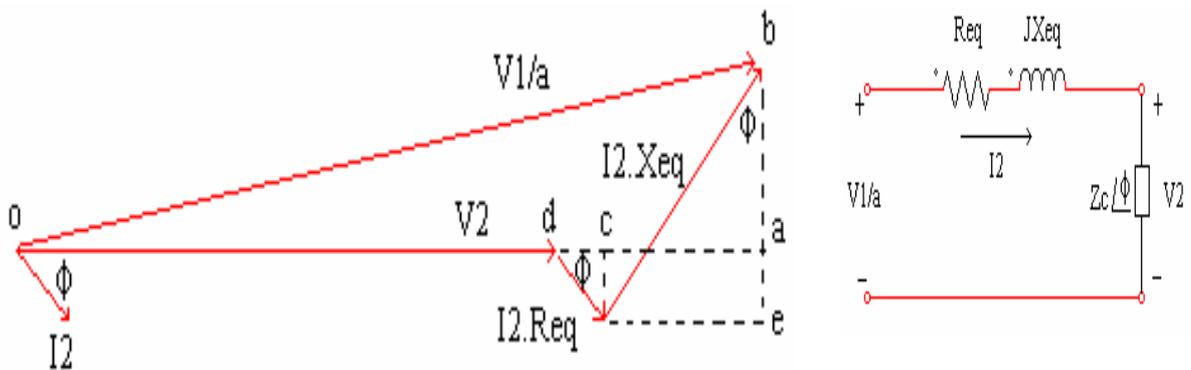
**Figura 2.63. Circuito equivalente simplificado referido al secundario del transformador.**



Si se aplica la ley de voltajes de Kirchhoff al circuito equivalente de la figura 2.64, el voltaje primario se halla:

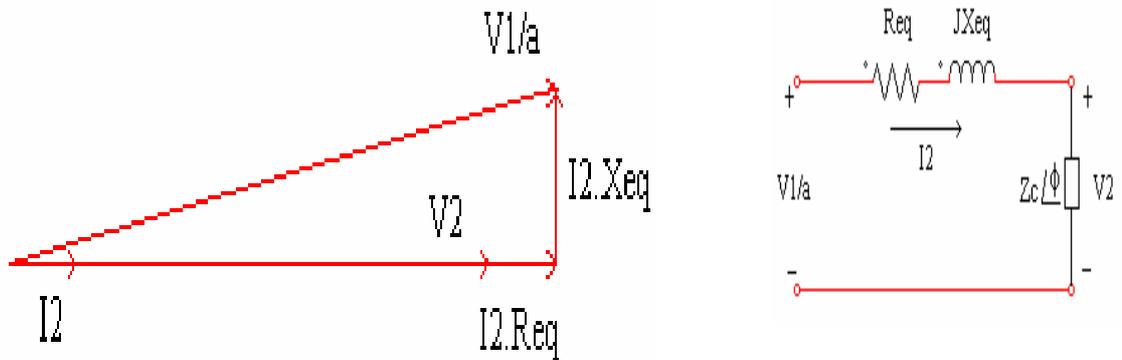
$$V_{1/a} = V_2 + R_{eq} \cdot I_2 + jX_{eq} \cdot I_2 \quad (2.13.1.1)$$

La figura 2.64 muestra el diagrama fasorial de un transformador que trabaja con un factor de potencia atrasado (Corriente Resistiva-Inductiva). Se puede ver que  $V_{1/a}$  es mayor que  $V_2$  en módulos, así que la regulación de voltaje de un transformador con tales cargas debe ser mayor que cero.



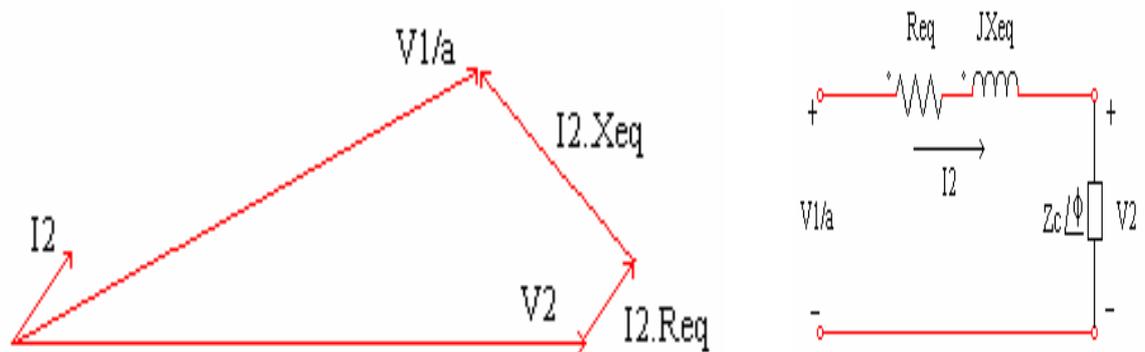
**Figura 2.64. Diagrama fasorial de un transformador que trabaja con factor de potencia atrasado y su respectivo circuito equivalente**

En la figura 2.65 puede verse un diagrama fasorial con un factor de potencia igual a uno (Carga Resistiva Pura). Aquí nuevamente se ve que el voltaje secundario es menor que el de vacío. Sin embargo, en este caso la regulación de voltaje es un número más pequeño que el que tenía con una corriente en atraso.



**Figura 2.65. Diagrama fasorial de un transformador con factor de potencia unitario y su respectivo circuito equivalente**

Si la corriente secundaria está adelantada, el voltaje secundario del transformador con carga es realmente mayor que el voltaje secundario cuando el transformador está en vacío. Si esto sucede, el transformador tiene una regulación negativa como se ilustra en la figura 2.66.



**Figura 2.66. Diagrama fasorial de un transformador con factor de potencia en adelanto y su respectivo circuito equivalente**



Para determinar la regulación debemos conocer los módulos de los vectores  $V1/a$  y  $V2$ , para luego aplicar la ecuación:

$$\%R = \frac{V1/a - V2}{V2} * 100 \quad (2.13.1.2)$$

Si se utiliza el diagrama fasorial de la figura 2.64 se puede afirmar por trigonometría que:

$$\begin{aligned} eb &= ea + ab \\ ab &= eb - ea \\ ab &= I2 * Xeq * \cos \Phi - I2 * Req * \sin \Phi \\ |V1/a| &= \sqrt{(oa)^2 + (ab)^2} \\ oa &= V2 + dc + ca \\ oa &= V2 + I2 * Req * \cos \Phi + I2 * Xeq * \sin \Phi \end{aligned} \quad (2.13.1.3)$$

Para una mayor simplicidad se utilizará la siguiente relación matemática:

$$(r+s)^n = r^n + n * r^{n-1} * s + \frac{n * (n-1) * r^{n-2} * s^2}{2} + \frac{n * (n-1) * (n-2) * r^{n-3} * s^3}{2 * 3} + \dots \quad (2.13.1.4)$$

Aplicándola a:

$$[(oa)^2 + (ab)^2] = [(oa)^2]^{1/2} + \frac{1}{2} * [(oa)^2]^{1/2} * (ab)^2 + \frac{(1/2) * (-1/2) * [(oa)^2]^{3/2} * [(ab)^2]^2}{2} + \dots \quad (2.13.1.5)$$

$$[(oa)^2 + (ab)^2] = oa + \frac{1}{2} * \frac{(ab)^2}{oa} \quad (2.13.1.6)$$

Se despreciaron los demás términos, debido a que:  $oa \gg ab$



Lo cual resulta que:

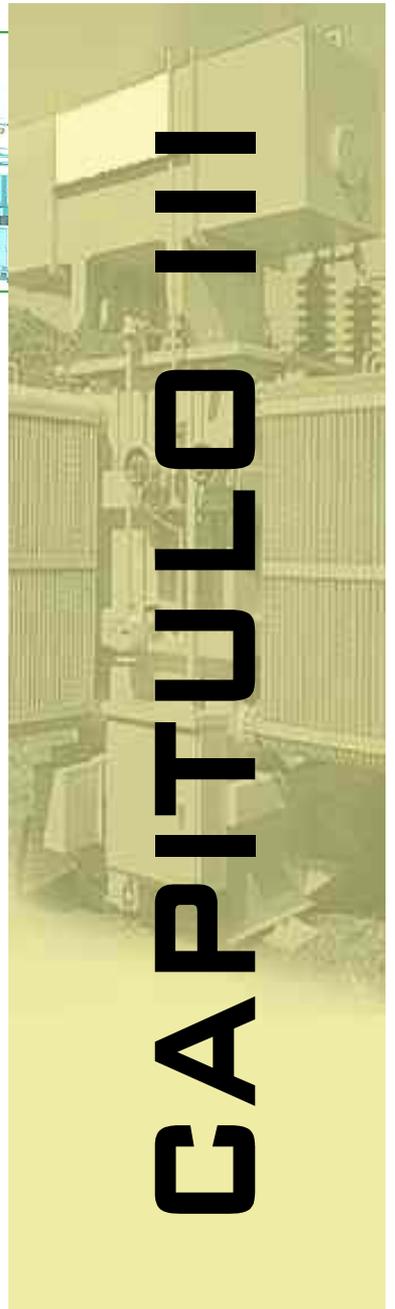
$$|V1/a| = (V2 + I2 * (Req * \cos\Phi + Xeq * \sin\Phi)) + \frac{[(I2 * (Xeq * \cos\Phi - Req * \sin\Phi))]^2}{2 * (V2 + I2 * (Req * \cos\Phi + Xeq * \sin\Phi))} \quad (2.13.1.7)$$

Se concluye que la regulación en forma teórica es:

$$\%R = \frac{I2 * (Req * \cos\Phi + Xeq * \sin\Phi)}{V2} + \frac{(I2 * (Xeq * \cos\Phi - Req * \sin\Phi))^2}{2 * V2 * (V2 + I2 * (Req * \cos\Phi + Xeq * \sin\Phi))} * 100 \quad (2.13.1.8)$$

En general se puede resumir que el Transformador si se considera ideal, este no presenta ningún tipo de pérdida, los voltajes están relacionados de forma directa a la relación de transformación “a”, las corrientes están en relación inversa a la relación de transformación “a”, la potencia de entrada al primario es igual a la potencia de salida del secundario, lo que indica que un rendimiento del 100% y no tiene regulación ( $\%R=0$ ). En cambio el Transformador cuando se considera Real, este presenta imperfecciones, como lo son las pérdidas en el núcleo de material ferromagnético y en los devanados, provocando que tenga un rendimiento menor del 100% y una regulación de voltaje diferente a cero. Generalmente se considera conveniente que la regulación de voltaje sea lo más pequeña posible, excepto para circuitos que presenten corrientes de falla, en donde la regulación de voltaje alta se usa deliberadamente para reducir dichas corrientes.

# MARCO METODOLÓGICO





## MARCO METODOLÓGICO

### 3.1.- CRITERIO UTILIZADO

El criterio utilizado para desarrollar el programa TRANSFORMADOR MULTIMEDIA se basó en el principio de crear para el usuario una herramienta audiovisual, con la cual se logre un entendimiento de manera más sencilla sobre el tema tratado, utilizando colores vivos, movimientos, sonidos, etc.

### 3.2.- METODOLOGÍA

Para realizar el presente Trabajo de Grado se siguió la siguiente metodología:

- Revisión de los programas de las asignaturas Máquinas Eléctricas I y Electrotecnia de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo a fin de identificar los aspectos más importantes del tema referente a los Transformadores Monofásicos.
- Observación de otros software educativos realizados en la Universidad de Carabobo para buscar la mejor forma de presentar el contenido del Trabajo de Grado realizado.
- Recopilación bibliográfica referente a los Transformadores Monofásicos, se contó con la ayuda de libros reconocidos, clases de profesores, páginas Web, etc.
- Revisión de programas que permiten lograr la interactividad entre el usuario y el computador, estos programas fueron: Macromedia Flash 5, Macromedia Dreamweaver, Macromedia Fireworks y Visual Basic.



- Se seleccionó el Programa Macromedia Flash 5 debido a que presenta un grado de complejidad menor en cuanto al lenguaje de programación (Lenguaje Action Script), también permite crear escenas animadas, insertar interactividad, e incluso puede publicar la película para reproducirla en la Web.
- Elaboración de presentaciones con Macromedia Flash 5 de los aspectos más importantes de los Transformadores Monofásicos usando técnicas pedagógicas.
- Realización del Test de Evaluación, el cual consta de diez (10) preguntas extraídas del mismo Programa Transformador Multimedia, cada pregunta tiene cuatro opciones de respuesta.
- Elaboración de la Guía Práctica del Programa Transformador Multimedia, la cual explica su manejo en forma sencilla.

### 3.3.- ALCANCE

El programa TRANSFORMADOR MULTIMEDIA ha sido desarrollado con la finalidad de ofrecer una nueva alternativa de enseñanza de los transformadores monofásicos a través de presentaciones interactivas en multimedia, en la cual se hace uso de sonido, animaciones, etc., que facilitan la comprensión de los mismos.

Este trabajo sólo cubre los aspectos básicos de los transformadores monofásicos, si el usuario quiere profundizar más en el tema, deberá consultar otras fuentes bibliográficas.

Con las presentaciones interactivas realizadas no se persigue suministrar una herramienta de cálculo, sino más bien una herramienta didáctica y pedagógica que permita visualizar los aspectos básicos concernientes a los transformadores monofásicos.



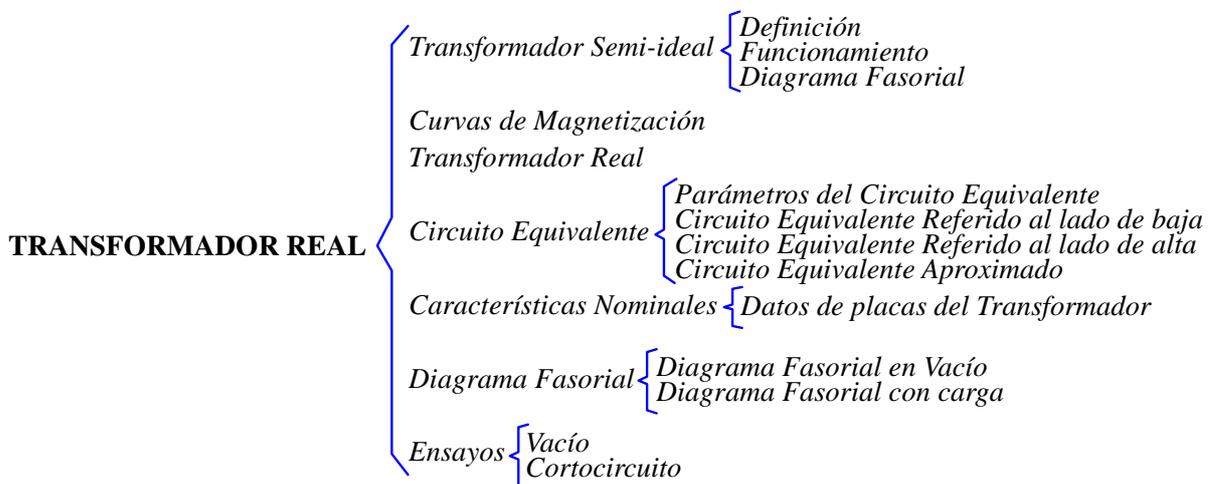
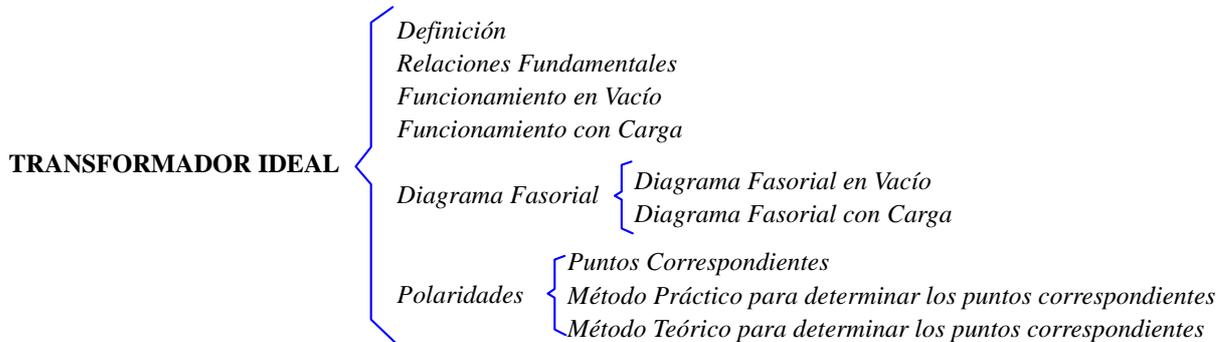
Entre los aspectos básicos de los transformadores monofásicos que se estudian en el presente programa Transformador Multimedia están:

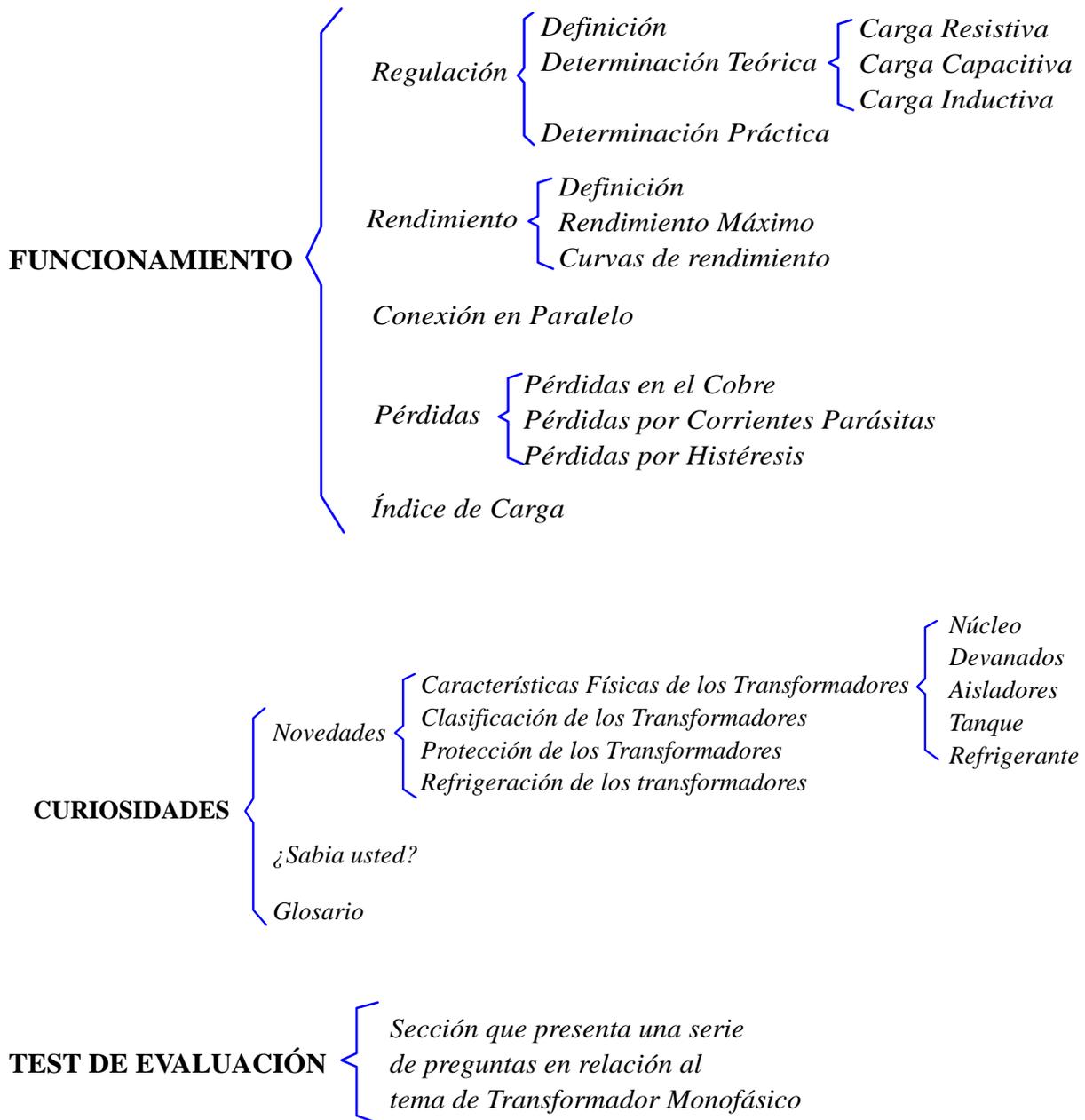
- Principios básicos de funcionamiento. Transformador ideal. Flujo disperso. Diagramas fasoriales. Relaciones fundamentales. Polaridad en transformadores.
- Transformador real. Imperfecciones. Diagramas fasoriales del transformador real en vacío y con carga. Características nominales de los transformadores.
- Circuito equivalente. Ensayo de vacío y cortocircuito. Regulación de tensión. Rendimiento y pérdidas. Índice de carga. Curvas de rendimiento. Rendimiento máximo.
- Conexión en paralelo de transformadores monofásicos.
- Todos estos puntos están especificados en los programas de las asignaturas: Electrotecnia y Máquinas Eléctricas I, los cuales se encuentran en los anexos A y B.

### 3.4.- DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA

El programa TRANSFORMADOR MULTIMEDIA se encuentra estructurado en seis (6) secciones diferentes las cuales son: Generalidades, Transformador Ideal, Transformador Real, Funcionamiento, Curiosidades y Test de Evaluación. Hay que tener en cuenta que cada sección está a su vez sub-dividida en diferentes tópicos, la estructura total del programa se muestra en el siguiente esquema:

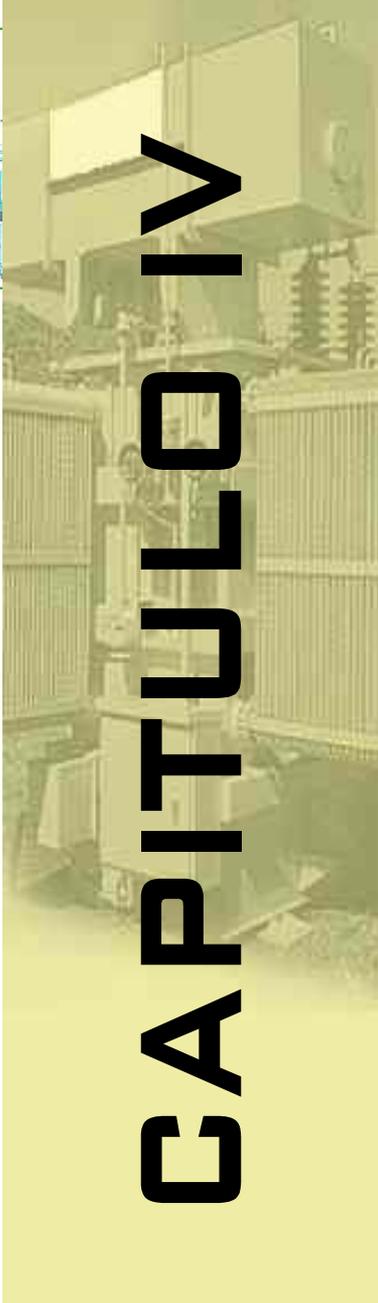
**GENERALIDADES** { *Introducción*  
*Funcionamiento*  
*Principios Básicos*  
*Transformador Elemental*







# GUÍA PRÁCTICA



# CAPITULO IV

- 
- 4.1** *Fundamentos del Transformador Multimedia*
  - 4.2** *Requerimientos del sistema*
    - 4.2.1** *Recursos de Software*
    - 4.2.2** *Recursos de Hardware*
  - 4.3** *Instalación del Programa Transformador Multimedia*
  - 4.4** *Cómo se Utiliza el Programa Transformador*





## GUÍA PRÁCTICA DEL PROGRAMA

### 4.1.- Fundamentos del Transformador Multimedia

El programa Transformador Multimedia, es un software didáctico y multimedia destinado a la enseñanza de los transformadores Monofásicos. Este programa permite conocer todos los aspectos básicos tanto teóricos como de funcionamiento de los Transformadores monofásicos.

La estructura del programa será definida en varias secciones que permitan conocer al Transformador Monofásico en sus distintos esquemas. Estas secciones son las que se presentan a continuación:

- ✧ Generalidades.
- ✧ Transformador Ideal.
- ✧ Transformador Real.
- ✧ Funcionamiento.
- ✧ Curiosidades.
- ✧ Test de Evaluación.



### 4.2.- Requerimientos del Sistema

El programa Transformador Multimedia está diseñado bajo el formato del programa “Macromedia FLASH 5”, y por lo tanto para su correcto funcionamiento es necesario y recomendado tener grabado este software en el computador.

#### NOTA:

Una característica importante y formidable de este software “Macromedia FLASH 5”, es que permite publicar cualquier documento o trabajo de investigación bajo este formato, (en este caso el programa Transformador Multimedia) en un archivo del tipo ejecutable (.exe), es decir, un archivo que no necesita un programa para su apertura, o en pocas palabras que realmente no es necesario instalar o tener instalado el software “Macromedia FLASH 5” en el computador.

Básicamente, para la normal ejecución del programa Transformador Multimedia se requerirá los siguientes recursos:

#### 4.2.1.- Recursos de Software

- Microsoft Windows 95, 98, NT o superior.
- Microsoft Internet Explorer 5.0 (Si se desea ver los enlaces en la red).



### 4.2.2.- Recursos de Hardware

- Procesador Pentium III 800 MHz o superior.
- Monitor a color con una resolución de 800 por 600.
- 64 MB de memoria RAM (preferiblemente mayor).
- Unidad de CD-ROM.
- Mouse (ratón).
- Tarjeta de Sonido.
- Impresora (opcional).
- Acceso a Internet (opcional).

Nota: En caso de no cumplir con estos requerimientos (Recursos de Hardware) el programa Transformador Multimedia tenderá a verse un poco más lento de lo normal.

### 4.3.- Instalación del Programa Transformador Multimedia

Por lo explicado anteriormente y por la sencillez del programa, la secuencia de pasos para instalar manualmente el programa Transformador Multimedia en su computador, es el siguiente:

1. Inserte el disco compacto del programa “Transformador Multimedia” en la unidad de CD-ROM del PC.
2. Haga doble clic sobre el programa: “Explorador de Windows”
3. Ubique la carpeta que representa la unidad de C.D. del PC.
4. Ubique la carpeta con el nombre: Transformador Multimedia
5. Si desea trabajar con el disco compacto directamente, solamente haga doble clic en la carpeta: Transformador Multimedia.
6. Si desea trabajar desde su disco duro, seleccione la carpeta: Transformador Multimedia y deberá copiarla en su disco duro, recomendablemente en una nueva carpeta.

## 4.4.- Cómo se utiliza el Programa Transformador Multimedia

El Programa Transformador Multimedia se ejecutará al hacer doble click en el icono TM ubicado en el Disco Compacto o en el Disco Duro.

Al inicio del Programa aparecerá una pantalla como la que se muestra en la figura 4.1.



Figura 4.1. Pantalla de Bienvenida

En la pantalla de bienvenida se muestra un botón que permite acceder al menú principal el cual se muestra en la figura 4.2.



Figura 4.2. Pantalla del Menú Principal

Desde esta pantalla la navegación será muy sencilla, ya que, con sólo posicionar el cursor sobre el tópico de interés y hacer clic con el ratón (cuando el cursor cambie su forma a una mano y el título del tema cambie de color) tal como lo muestra la figura 4.2.

Cuando el usuario se encuentre explorando un tema de interés aparecerá en la parte inferior los iconos y barra de navegación tal como se observa en la figura 4.3.

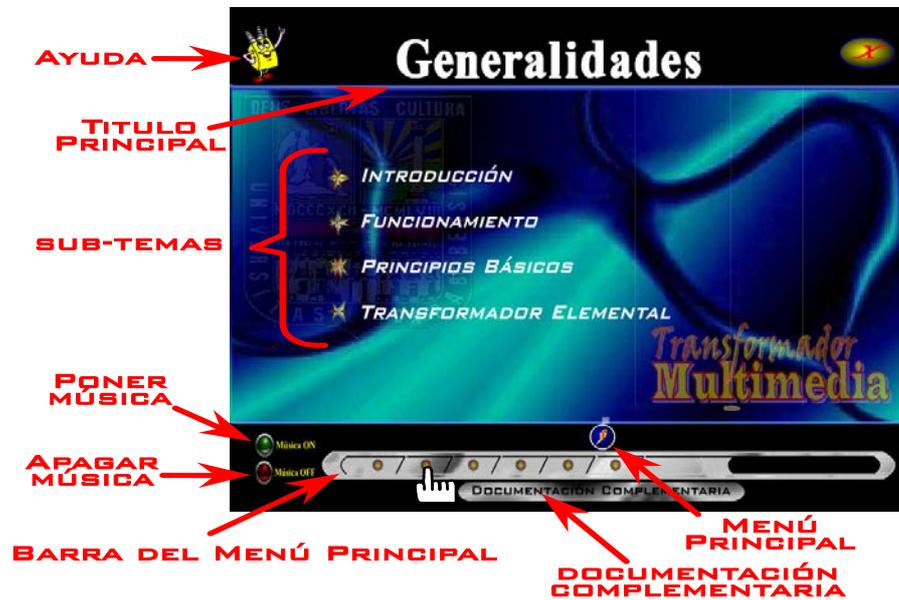


Figura 4.3. Iconos y Barra de Navegación

La Barra de Menú Principal consta de seis (6) botones circulares que permiten visualizar y tener acceso al menú principal, tal como lo muestra la figura 4.3.

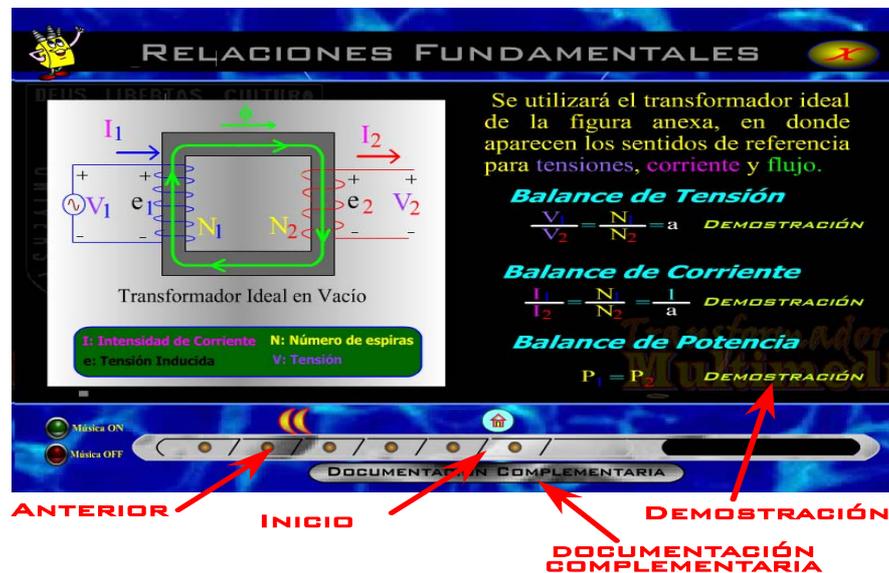


Figura 2.44. Página de contenido de sub-tema



En la figura 2.44 se muestra una página de contenido de un sub-tema donde se indican los botones que la conforman, los cuales serán se describen a continuación.

Los iconos de navegación son:



**BOTÓN SIGUIENTE:** Permite adelantar a la siguiente página o tema de submenú.



**BOTÓN ANTERIOR:** Permite retroceder a la página anterior.



**BOTÓN INICIO:** Permite regresar a la página principal del submenú.

Cuando la información correspondiente a un tema específico ocupa más de una página se utilizan los indicadores internos “Atrás” y “Sigue” para navegar dichas páginas.



**BOTÓN ATRÁS:** Permite regresar a la página antes vista.



**BOTÓN SIGUE:** Permite avanzar a la página siguiente.

El usuario tiene la opción de salir del programa en cualquier momento, lo puede hacer dando un click en el botón Salir.



**BOTÓN SALIR:** Permite abandonar el programa.

El botón ayuda permite encontrar información referente al uso del multimedia para así familiarizar al usuario en el manejo del programa. Para lograr esto se elaboró una página de ejemplo en la que se puede observar las herramientas de navegación, a través de ella se puede



obtener información de cualquier tópico señalado con sólo hacer click en el mismo, este icono se encuentra en todas las páginas del programa.



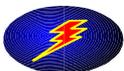
**BOTÓN AYUDA:** Permite obtener una ayuda del programa



**BOTÓN MÚSICA ON:** Este botón permite escuchar una música de fondo.



**BOTÓN MÚSICA OFF:** Este botón permite deshabilitar la música de fondo.



**BOTÓN MENÚ PRINCIPAL:** Este Botón permite ubicarse en la página de menú principal.

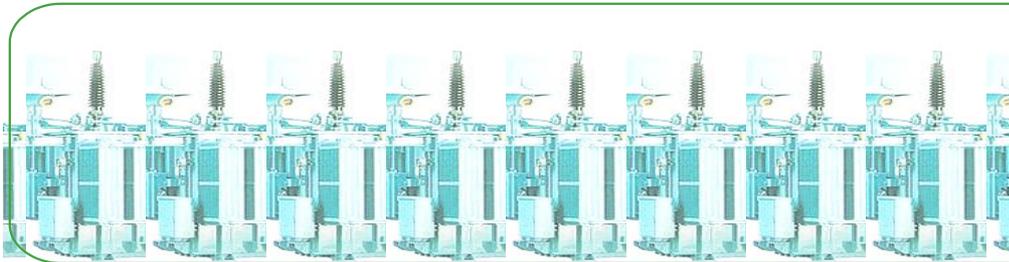


**BOTÓN LINKS Y ENLACES:** Este botón permite hacer el llamado a la página que contiene los links (páginas web) y enlaces (tesis multimedia).



**BOTÓN DOCUMENTACIÓN COMPLEMENTARIA:**

Permite tener acceso a la información del sub-tema a través de un documento de Word, lo cual permite la impresión del mismo.



DEUS LIBERTAS CULTURA

**CONCLUSIONES  
Y  
RECOMENDACIONES**

MDCCLXII - MCMLVIII

UNIVERSITAS CARABOBENSIS

The logo of Universidad Carabobensis is a shield-shaped emblem. At the top, it features the motto "DEUS LIBERTAS CULTURA". Below this, there are two panels: the left one shows a figure holding a torch, and the right one shows a sun rising over a landscape with a monument. Below these panels is the date "MDCCLXII - MCMLVIII" and a depiction of a university building. The words "UNIVERSITAS" and "CARABOBENSIS" are written vertically on the left and right sides of the shield, respectively.



## CONCLUSIONES

Los recursos multimedia ofrecen un gran atractivo en comparación con otros medios. Las características positivas se multiplican frente a los medios "tradicionales" donde se pueden aprovechar aisladamente. Pero no hay que olvidar que el ordenador es otro recurso más dentro de todos los medios posibles. La utilidad de las actividades multimedia depende de la calidad de los ejercicios y obtiene su sentido en la adecuada integración a las clases.

El ambiente multimedia propicia una experiencia sensorial más completa que los medios pasivos. A diferencia del video, por ejemplo, el mensaje audiovisual puede reforzarse con textos y animaciones explicativas, que el usuario puede repetir al instante si es preciso.

La realización del programa **Transformador Multimedia** se logró gracias a la disponibilidad de software para desarrollo multimedia y un hardware acorde para la realización de este.

A través del programa **Transformador Multimedia**, la persona que lo utilice conocerá y verá la teoría del funcionamiento de un transformador monofásico por medio de animaciones, fotos y dibujos.

Este programa nos permitió obtener mejores conocimiento en cuanto al tema de Transformadores Monofásicos, el cual era un poco confuso para nosotros antes de realizar este proyecto. Además, por medio de este trabajo llegamos a fortalecer el manejo y uso de la computadora y de los programas interactivos, tales como el Macromedia flash 5, Fireworks 3, entre otros, que en realidad son muy útiles como herramienta de aprendizaje y de diseño de páginas web, ya que esto se puede considerar como lo más nuevo en lo que respecta a métodos de enseñanza.



Esta herramienta es de mucha utilidad en la explicación de los fenómenos que ocurren en el transformador, sobre todo para la facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, donde se dictan asignaturas tales como “Electrotecnia” y “Máquinas Eléctricas I”, cuyos contenidos y objetivos requieren de mucha imaginación e interpretación para su entendimiento. A su vez esta herramienta trata de llenar el vacío existente de la materia “Transformadores Eléctricos” anteriormente dictada en la escuela de Ingeniería Eléctrica.

## RECOMENDACIONES



Las recomendaciones generales para el estudio de Transformadores Monofásicos, son principalmente:

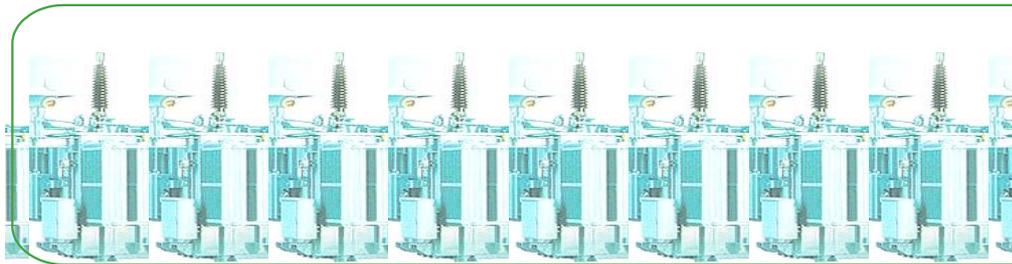
Repasar los conocimientos sobre la Ley de Ampere, Ley de Coulomb, Ley de Faraday, Ley de Lenz, y Ley de Ohm, obtenidos en cátedras anteriores, tales como Física II y Circuitos Eléctricos.

Refrescar los conocimientos obtenidos en los estudios de las Máquinas Eléctricas tales como Principios Básicos y Circuitos Magnéticos, dictados en las cátedras de Maquinas Eléctrica I y Electrotecnia.

Es recomendable que esta herramienta multimedia, al igual que otras presentadas se le faciliten y muestren a los estudiantes, con el fin de que este se familiarice con su utilización.

Para la utilización del sistema multimedia se recomienda leer la Guía Práctica del programa Transformador Multimedia y cumplir con los requerimientos básicos para manejar el mismo.

Por último, es necesario que estos tipos de proyectos sean complementados con trabajos posteriores referidos al mismo tema, como también que les sean presentado y facilitado a los estudiantes, ya que estos hacen uso cada vez más del computador, resultando esto una herramienta de trabajo perfecta para tanto para el docente como para el estudiante.



# BIBLIOGRAFÍA



## BIBLIOGRAFÍA

- CLAMENS M. Eduardo, **Máquinas eléctricas de corriente alterna**, Universidad de Carabobo, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica. Valencia Venezuela, Enero 1998
- E.E.STAFF-M.I.T. **“Circuitos magnéticos y Transformadores”**, Editorial Reverté. Buenos Aires, Argentina, 1980.
- MUÑOZ CANDIA, José Luis. **“Transformadores”** Universidad de Carabobo. Valencia Venezuela, 1977.
- **Normas para la elaboración y presentación del trabajo especial de grado**, Universidad de Carabobo, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica. Valencia Venezuela, Noviembre 1999.
- LAYA H, Nelson J. **“Máquinas Eléctricas I Por Objetivos”**, Universidad de Carabobo, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica. Valencia Venezuela, Abril 1986.
- **Programa de la asignatura Máquinas Eléctricas I**. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Carabobo, 2001.
- **Programa de la asignatura Electrotecnia**. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Carabobo, 2001.
- RAMOS Eliéser e MENDEZ Hidalgo, **“Aplicaciones interactivas asistidas por el computador para la enseñanza de máquinas eléctricas, segunda parte: flujo**



**magnético y campos magnéticos giratorios**”, Tesis de grado, Universidad de Carabobo, Valencia Venezuela, 1998.

- RAS, Enrique. **“Transformadores de potencia, de medida y de protección”**. Editorial Boixareu. Barcelona España. 1978, 4<sup>ta</sup> Edición.
- STEPHEN J. Chapman, **Máquinas Eléctricas**, (2<sup>o</sup> edición) Editorial McGraw-Hill, España 1993
- URBINA Jesús y BRITO Carlos, **“Aplicaciones interactivas asistidas por el computador para la enseñanza de máquinas eléctricas”**, Tesis de grado, U.C. , Valencia Venezuela, 1999.