UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POST-GRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE SIGRAF EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA

CASO DE ESTUDIO: UNITEC

Autor: Carlos Braganza

Tutor: Samir El Hamra Herrera

Valencia, Abril 2013

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POST-GRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE SIGRAF EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA

CASO DE ESTUDIO: UNITEC

Autor: Carlos E. Braganza C.
Trabajo presentado ante el
Área de Estudios de Postgrado
de la Universidad de Carabobo
para Optar al Título de Magister en:

Educación Matemática

Valencia, Abril 2013

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

VEREDICTO

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: **EFECTO DE SIGRAF EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS EN LA EDUCACION UNIVERSITARIA. Caso: UNITEC.** Presentado por Carlos Eduardo Braganza Carreño. Para optar por el Título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA** estimamos reúne los requisitos para ser considerado como:

____

Nombre Apellido	C.I	Firma del Jurado
___________________	C. I _____________	Firma: ___________________
___________________	C. I _____________	Firma: ___________________
___________________	C. I _____________	Firma: ___________________

Valencia, Abril 2013

AGRADECIMIENTOS

A DIOS por acompañarme en este arduo pero gratificante camino, por darme la fuerza y constancia en los momentos cuando más lo necesitaba.

A mi familia que en todo momento me apoyo.

A mi hijo José Antonio por su incondicional apoyo y colaboración en la realización de éste trabajo

Al Profesor Samir, por aceptar este compromiso, por su paciencia, colaboración y guía a lo largo de la investigación.

A Profesor Lenchisky por su apoyo en la UNITEC.

ÍNDICE GENERAL

MARCO TEORICO

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ANEXOS

Pág.

Anexos

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSGRADO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POST-GRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE SIGRAF EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA

CASO DE ESTUDIO: UNITEC

AUTOR: CARLOS BRAGANZA

TUTOR: SAMIR EL HAMRA H**.**

RESUMEN

El objetivo de esta investigación es determinar el efecto SIGRAF en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en la educación Universitaria delimitada por las secciones cónicas caso estudio Universidad Tecnológica Del Centro (UNITEC), Valencia- Guacara. El estudio se centró en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y la teoría del pensamiento matemático avanzado de Tall y Winner. La metodológica que se aplicó es de diseño cuasi-experimental de acuerdo a la clasificación de Cambell y Stanley, con pre-test y post-test, con un grupo control y otro experimental, al último se le aplicó la estrategia de aprendizaje SIGRAF. La población estuvo conformada por los alumnos de matemática I de UNITEC trimestre 2012-3 con 42 estudiantes, los grupos de la muestra fueron estudiados a partir de dos secciones completas de 20 y 22 alumnos, a cada uno se le aplicó una prueba con la finalidad de conocer los conocimientos previos que poseían, al final de la aplicación de la estrategia se le aplicó otra prueba a los dos grupos. Los datos obtenidos fueron analizados estadísticamente, para la confiabilidad de los instrumentos se aplicó la técnica de las dos mitades dando una confiabilidad de los instrumentos de 0,68 y 0,88. Para el análisis de final se utilizó la prueba de T-Student, con un nivel de significación de 0,05 revelando que las puntuaciones promedio de los estudiantes a los que se les aplicó SIGRAF tuvieron una mayor puntuación que los que se le aplicó la enseñanza tradicional, esta diferencia se deduce del tratamiento positivo de SIGRAF, por tanto se recomienda su implementación en la UNITEC.

Descriptores: Matemática, Cónicas, Simulación Gráfica, Winplot

Línea de investigación: Tecnología Educativa Aplicada a la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POST-GRADO
FACULTA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE SIGRAF EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA

CASO DE ESTUDIO: UNITEC

AUTOR: CARLOS BRAGANZA

TUTOR: SAMIR EL HAMRA H**.**

ABSTRACT

The main goal of this research is to determine the SIGRAF effect in the mathematics learning process in the university level education delimited by conic sections applied at Universidad Tecnológica del Centro (UNITEC), Valencia-Guacara. The study was focused on the meaningful learning theory of David Ausubel and the advanced mathematical theory of thought D 'Tall and Winner. The methodology applied was a quasi-experimental design according to the classification of Campbell and Stanley, with pre and post-test, with a control group and an experimental, the latter applied was the SIGRAF learning strategy. The population consisted on mathematics I students from UNITEC of the period 2012-3. Both groups were studied in two complete sections, each test were applied in order to know the background they brought, at the end of the treatment another test was applied to both groups. The data obtained was analyzed statistically with the reliability of the sample, using the technique of the two halves giving a reliability of 0.68 and 0.88 In the final analysis was use the Student t-test, with a significance level of 0.05 revealing that the average scores of students with SIGRAF were better than the score of the students to whom was applied the traditional strategy this due to the SIGRAG treatment therefore it is recommended to UNITEC its application.

keywords: Mathematics, Cónicas, Simulation, Winplot

Area of Research: Educational technology applied to teaching and learning in mathematics education.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la matemática siempre ha generado miedo e incertidumbre en los estudiantes de los diferentes subsistemas de educación, por ser una materia científica de difícil aprendizaje además de resultar monótona y aburrida, para Rodríguez (2001).”Las matemáticas se nos presentan, muy a menudo, como asignatura de rigor, formalización y cientificidad. Pero es cierto también, que para muchos alumnos se trata de una disciplina que no consigue captar su interés. Origen del fracaso escolar y causa del aburrimiento para unos” (p. 183). Por lo cual requiere urgentemente un cambio radical. Dicho en otras palabras como afirma Robinson (2001). "El desafío ahora es convertir la educación en algo más adecuado a las necesidades reales del siglo XXI. En el corazón de esta transformación tiene que haber una visión radicalmente diferente de la inteligencia humana y de la creatividad". (p. 7)

Es por ello que se introduce en esta investigación el uso de una estrategia de aprendizaje que busca mejorar la adquisición de los conocimientos matemáticos de las secciones cónicas en los estudiantes del primer trimestre de matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro (UNITEC), en este sentido la (Simulación Gráfica) SIGRAF es una estrategia que combina tres elementos importantes, como lo son: 1) la historia, 2) resolución de problemas 3) el uso del software en el aprendizaje de las matemáticas para realizar simulaciones dinámicas de las gráficas, para que de esta manera los estudiantes interactúen con el computador en la resolución de dichos problemas con las secciones cónicas, al mismo tiempo se apropien de los elementos históricos y las necesidades que dieron origen a estos descubrimientos matemáticos.

Es por lo antes expuesto que el aprendizaje con SIGRAF pretende cumplir con las expectativas que busca UNITEC de lograr encausar a sus estudiantes por la senda del aprendizaje y que éste llegue a ser significativo consiguiendo así la tan anhelada retención escolar a nivel universitario, a través de la recreación simulada de las gráficas, y la experiencia histórica de la matemática pues como menciona Lizarzaburu y Zapata (2001). “hacer matemática es resolver problemas, problemas que los matemáticos construyeron colectivamente a partir de toda suerte de cuestiones, unas nacidas de la observación de los mundos simbólicos de la imaginación y la reflexión” (p. 57). Por lo tanto el aprendizaje debe contar con la historia ya que despierta en el estudiante una motivación al saber de dónde se originan los problemas que ellos trabajan y para qué son útiles.

En éste mismo orden de ideas, se puede afirmar que la problemática en el aprendizaje de la matemática que desde hace años viene atravesando la educación en el país y por consiguiente en la UNITEC reclama cambios inmediatos en la manera de enseñar, motivar y aprender la matemática, es por ello que esta investigación está enfocada hacia estos fines.

Por lo antes expuesto, es que se aplica SIGRAF una manera distinta de aprender, en la cual el estudiante esté más motivado, al interactuar con el computador por esto se acude al software de simulación, como manera de mejorar la estimulación del aprendizaje que es el fin de establecer un aprendizaje significativo, este diseño instruccional como menciona Cabero (2007). “es un proceso tecnológico que especifica, organiza y desarrolla, los distintos elementos de la situación de enseñanza- aprendizaje de cara a la consecución de una serie de objetivos”. (p. 24)

La información referida se presenta estructurada en V capítulos como se indica a continuación; el capítulo I comprende el planteamiento del problema, formulación del problema, el objetivo general y los objetivos específicos, así como la justificación. El segundo capítulo lo conforma lo relacionado con el marco teórico que contienen los antecedentes de la investigación, las bases teóricas y la definición de términos básicos.

El tercer capítulo contiene el marco metodológico, en éste se describe el procedimiento que se siguió para desarrollar la investigación, los instrumentos y procedimientos para la recolección de datos.

El cuarto capítulo hace referencia al análisis de resultados de la investigación, presentación de los datos y planteamiento de la hipótesis estadística. Por último el capítulo V se presenta las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento

A nivel mundial la UNESCO establece lineamientos para el desarrollo de la educación superior, con el propósito de que ésta se universalice y sea accesible a todos sin distinción de edad, raza, sexo, religión o capacidad económica, es por ello que en la conferencia mundial sobre la educación superior 2009: La nueva dinámica de la Educación superior y la investigación para el cambio social y el desarrollo, se expuso lo siguiente "todo el mundo tiene derecho a estudiar, en función de su capacidad de aprender, no de pagar". (p. 1)

Así mismo, la educación se considera un potencial para el desarrollo del individuo y por ende el de los pueblos, por tanto en ésta misma conferencia mundial sobre la educación superior 2009 se menciona que "la educación superior no es solo una herramienta para el desarrollo económico, sino también un medio de fortalecer la confianza de una nación y propiciar el cambio social". (p. 1)

Ahora bien, en el ámbito nacional la Ley 0rgánica de Educación de la República Bolivariana de Venezuela (2009) en su artículo 1 establece que, "se considera como valores fundamentales: el respeto a la vida, el amor y la fraternidad, la convivencia armónica en el marco de la solidaridad, la corresponsabilidad, la cooperación, la tolerancia y la valoración del bien común, la valorización social y ética del trabajo" (p. 4).

Es por ello que en Venezuela se ha venido estableciendo una serie de acontecimientos destinados a tratar de masificar la educación y contribuir con el desarrollo del país, en ésta terea el principal actor es el educador, pues con su ayuda se producirá el cambio que la sociedad espera.

Con respecto a la tolerancia, el bien común entre otros valores, se espera sean aprendidos a través de la educación que se ofrece en las diferentes instituciones de enseñanza, al respecto Acosta y Páez (2007). Afirman que"…educar en valores es una necesidad social y personal. Social porque permite formar al ciudadano, persona integral que toda sociedad requiere para alcanzar sus metas. Personal porque esta educación conduce a la anhelada autorrealización". (p. 69)

Pero la autorrealización del individuo que estudia pasa por la satisfacción que éste tiene cuando logra sus metas, entre las cuales se encuentra la de aprender, ser exitoso en la vida, obtener un título universitario aprobando un pensum de estudios, si esto no se logra, por el contrario viene la frustración y la deserción estudiantil, es por lo antes dicho que, es necesario se produzca un aprendizaje real y significativo.

Además de lo antes expuesto, Cárdenas citado por Ramos (2011) afirma que la "educación contribuye a distribuir equitativamente los conocimientos, principios éticos y habilidades para desempeñarse en los diferentes ámbitos de la vida social". (p. 21) al cumplirse este objetivo los individuos pueden responder a los requerimientos de los procesos productivos de la nación, proceso en el cual estaría involucrada la educación universitaria.

En tal sentido, la educación busca desarrollar capacidades para que el sujeto pueda enfrentarse al futuro laboral al igual que posea una capacidad para actualizarse permanentemente y así lograr estar a la vanguardia de los nuevos retos poder tener la capacidad de aprender las nuevas tecnologías que se desarrollan en su profesión, orientarse frente a éstos cambios, para generar respuestas y asumir con creatividad la resolución de los problemas cotidianos.

En este mismo orden de ideas las nuevas tecnologías cada vez más sofisticadas, están colocando a prueba los conocimientos adquiridos por los estudiantes universitarios al igual que la capacidad matemática para enfrentar los problemas, exigiendo por ende estrategias de aprendizaje que puedan llegar a obtener altos niveles de estándares en la preparación del individuo.

En otro orden de ideas, en las industrias es frecuente ver la aparición continua de problemas pero también profesionales que con sus aportes consiguen resolverlos, día a día éstos profesionales universitarios son los que dan solución a dichos problemas ayudados por su capacidad de análisis para lo que fueron formados, y el conocimiento matemático juega un papel significativo en esta labor.

Por otro lado, se podría afirmar que las empresas de producción masiva estarían deseosas de contar con personal capacitado bajo este criterio, con una amplia visión para resolver los problemas existentes en éste mundo tecnológico, dicha tecnología por ser cambiante exige la formación de sujetos flexibles en el aprendizaje, capaces de seguir aprendiendo para toda la vida.

Por otra parte, lo establecido en el Currículo Básico Nacional (1998), en sus niveles más articulados mencionan que:

> el estudio de la matemática es una forma de razonar, de enfrentar la resolución de problemas y llegar hasta las consecuencias últimas de un supuesto, de igual manera la matemática contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, ya que considera procesos mentales para el razonamiento, el tratamiento de la información y la toma de decisiones(p. 161).

Por esta razón se puede pensar que la matemática es el fundamento de la mayoría de las disciplinas científicas y el mundo industrial, el buen aprendizaje de ella constituye el éxito del individuo en sus estudios académicos y el de su vida laboral, sin embargo no es tan fácil lograr éste aprendizaje, pero se cuenta en la actualidad con la ayuda de herramientas computacionales que lo facilitan, ellos pueden aproximar los problemas reales a un ambiente simulado en pocos instantes obteniendo la respuesta exacta que luego el estudiante analiza e interpreta, como afirma Páez y Arreaza (2005).

> “las nuevas tecnologías propician situaciones de aprendizaje activo para el participante; y, en la resolución de problemas, los errores cometidos , las dudas , dificultades y limitaciones son una ocasión propicia para que el profesor, por su condición de experto, despliegue y ponga a prueba su arsenal pedagógico o andragógico en la orientación individualizada, en la enseñanza socrática.(p. 209)

Además de todo lo antes expuesto, no se puede dejar de mencionar, la interrelación que ha tenido últimamente la educación matemática con el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC)**,** que han contribuido a facilitar la adquisición de conocimientos por medio de herramientas didácticas de simulación para la resolución de problemas, dentro de éste marco existe el Decreto Nacional 825 del año 2000 que fomenta el desarrollo de las (TIC) en la educación el cual establece en sus artículos que:

> el acceso y el uso de Internet como política prioritaria para el desarrollo cultural, económico, social y político de la República Bolivariana de Venezuela”.
> Es por eso que el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes dictarán las directrices tendientes a instruir sobre el uso de Internet, el comercio electrónico, la interrelación y la sociedad del conocimiento. Para la correcta implementación de lo indicado, deberán continuarse con los planes de mejoramiento profesional del magisterio.

Es por ello que, con la aparición de internet y las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) se ha avanzado y ganado terreno en los diferentes ámbitos de la sociedad y el área educativa no se ha quedado al margen de esta dinámica de cambio incorporándola al aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles desde el preescolar hasta las universidades.

En la actualidad existen software libres que los estudiantes pueden obtener a través de internet y que brindan la posibilidad de visualización de los fenómenos físicos y matemáticos que ocurren en el mundo de la educación, así mismo estas bondades pueden ser aprovechadas en las Universidades para desarrollar estrategias de aprendizaje que permitan entender la matemáticas.

Torres citado por Torrealba (2001). Mencionan que “la expansión de las (TIC) ha traído consigo cambios importantes en la relación convencional adultos-jóvenes-niños respecto del conocimiento, la enseñanza y el aprendizaje. Hoy, son niños y jóvenes quienes llevan la delantera en éste”. (p. 25)

Esto plantea un reto a la educación y en especial a la educación matemática que se aprende hoy día, corresponde a los docentes, como facilitadores del proceso educativo actualizarse en el uso de las (TIC) y desarrollar acciones y estrategias que hagan más coherente el proceso educativo, para minimizar el impacto de ciertos factores que pudieran estar incidiendo negativamente en el rendimiento estudiantil. Como son: 1) la no actualización de la enseñanza de los contenidos matemáticos utilizando las (TIC)**,** 2) planificación de los contenidos no teniendo en cuenta las **(**TIC), entre otros.

En otro orden de ideas, no es nada nuevo el problema que existe en el mundo con el aprendizaje de las matemáticas, y en especial los alumnos que entran a la educación superior en las carreras de ingeniería. Según Gascón, Muñoz, Sales y Segura (2004).

> En el paso de la enseñanza secundaria a la enseñanza universitaria se pone de manifiesto, de forma especialmente cruda, el problema de la Educación Matemática. Este cambio de institución hace más claramente visibles muchos de los factores que inciden de forma negativa sobre el proceso de estudio escolar de las matemáticas. (P. 1)

Actualmente en el mundo existe la preocupación de esta problemática y hay un movimiento colectivo de la educación matemática que trata de hacer más eficaz el aprendizaje de las mismas y por ende trabajan en esta dirección para hacer que la adquisición de conocimientos por parte de los alumnos, sea cada día más fácil su asimilación y significativo su aprendizaje.

Según Álvarez (2005) Estudios recientes en educación superior en la Universidad de la Laguna en España han revelado una cifra alarmante de deserción Universitaria “la mayor parte del alumnado que abandona sus estudios pertenecen a las carreras de matemáticas, 58,3% del total” (p. 19).

En Venezuela a nivel universitario la problemática de la enseñanza de la Matemática dan cuenta los siguientes indicadores: Según Linares (2009) los resultados Académicos del Centro local Trujillo de la Universidad Nacional Abierta (UNA) correspondiente a la asignatura Matemática I en los lapsos 2006-1 al 2008-1 de 421 inscritos solo aprobaron 106 lo que significa un 25% de aprobados (p. 8)

Además para Planchar citado por Quintero (2010) Los resultados de la prueba de Admisión de la universidad Simón Bolívar aplicado a 9.356 alumnos las medias obtenidas fueron de 7,95 en la habilidad cuantitativa y 4,04 en Matemática estas dos pruebas tenían 30 y 25 preguntas respectivamente, es decir que el rendimiento general de los alumnos quedó muy por debajo de la mínima aprobatoria (p. 22)

Por otra parte Carrion (2010). En un estudio en la Unidad de Informática y Estadística de la UNEG (Universidad Experimental Guayana) el rendimiento académico en Matemática I de alumnos de nuevo ingreso que no participaron en el curso introductorio para ingresar en las carreras de contaduría pública en el lapso 2006-3 en administración de empresas de 70 alumnos aprobaron 19 y reprobaron 51 para un 19% y 73% respectivamente y en contaduría pública de 74 alumnos 31 aprobaron y 41 reprobaron, para un 41% y 59% respectivamente(p. 11).

Incluso datos recientes aportados por la coordinación de Matemáticas de la Universidad Tecnológica del Centro, muestran cifras alarmantes reiterativas trimestre tras trimestre nada alentadores siendo así que, en el último trimestre 2011-1 el promedio de aprobados fue del 25% en Matemática I.

Es evidente que la situación planteada, amerita la sistemática introducción de herramientas que permitan el aprendizaje de la matemática para favorecer el rendimiento estudiantil y así disminuir el alto índice de aplazados en dicha asignatura, y por ende lograr optimizar la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes.

Se puede decir entonces que, para contribuir a mejorar el sistema de aprendizaje se han desarrollado algunas teorías por distintos autores, entre las cuales está el aprendizaje constructivista originada por Piaget, para Díaz y Hernández (2002). Afirman que "El aprendizaje constructivista surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano" (p. 25). La matemática exige este modelo constructivista debido a que la actividad profesional del futuro egresado basa su desempeño en la capacidad de construir soluciones de problemas planteados, en la vida cotidiana.

En este mismo orden de ideas para Vigotsky citado por D´Amore (2006). "El aprendizaje escolar produce la trasformación del pensamiento conceptual" (p 47). Esto significa que el estudiante que aprenda bajo un modelo de aprendizaje constructivista logrará extraer del objeto la máxima información, y forma una imagen conceptual amplia del mismo.

Otra teoría formulada en pos de mejorar el aprendizaje es la teoría de Ausubel, para Ausubel citado por Martínez (2005). "La esencia del proceso de aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe" (p. 145). En este sentido el proceso de aprendizaje necesita unos conocimientos previos del objeto a estudio en los cuales el estudiante se apoya para construir los nuevos conocimientos adquiridos.

De esta misma manera también se han desarrollado estrategias de aprendizaje entre ellas se puede destacar las analogías, así lo sostiene Díaz y Hernández (2002) cuando afirman que "una de las estrategias de aprendizaje son las analogías proposiciones que indican que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo)" (p. 142). Al establecer esta semejanza, facilita que los conceptos matemáticos tengan una vía de entrada para formar la imagen conceptual del nuevo conocimiento sobre el otro ya conocido o previo.

La estrategia denomina Simulación Gráfica (SIGRAF) se estructura en tres partes, primero una introducción a la tarea, donde se evalúa los conocimientos previos que poseen los estudiantes, se incluirán ejemplos y vivencias de la vida cotidiana donde se pueda apreciar por medio de comparaciones el fenómeno matemático que se desea recrear así como también la necesidad histórica que dio origen a este conocimiento.

Acto seguido se recrea las sección cónica por medio del computador utilizando el programa Winplot se simula dinámicamente el ejercicio formulado en la clase, por último para concretar el aprendizaje se desarrolla la técnica del problema planteado utilizando el pizarrón, con esto se logra relacionar la imagen con el desarrollo algebraico.

Es por esto que SIGRAF es la herramienta de simulación gráfica que permite al sujeto comprender una situación compleja como lo representan los problemas de resolución de cónicas a otro más simple y concreto de imagen que le permite comprender el fenómeno.

1.2. Objetivos de la investigación

1.2.1 Objetivo General

Determinar el efecto de la estrategia de aprendizaje SIGRAF para los estudiantes cursantes de la asignatura matemática I en la Universidad Tecnológica del Centro en la resolución de problemas con cónicas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar el nivel conocimientos previos de entrada del grupo de control y experimental.

- Aplicar el programa SIGRAF para el aprendizaje de las cónicas al grupo experimental.

- Comparar el rendimiento del grupo de los alumnos que se les aplicó la estrategia basada en SIGRAF para el estudio de las cónicas con el rendimiento del grupo de alumnos que se le aplicó la estrategia tradicional.

1.3. Justificación de la investigación

El objetivo fundamental de esta investigación es determinar el efecto de la Simulación Gráfica (SIGRAF) en el aprendizaje de las superficies cónicas en la asignatura matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro (UNITEC)

1) Por lo tanto esta investigación efecto de Simulación Gráfica (SIGRAF) es un aporte al campo de la educación matemática y en especial en el área de simulación gráfica con el uso del computador siendo algo novedoso en la Universidad Tecnológica del Centro (UNITEC).

2) Así mismo es un aporte a docentes y estudiantes a nivel didáctico como estrategia para motivar el estudio y aprendizaje de la matemática I en el área de las cónicas.

Por lo antes expuesto se pretende revertir el alto índice de reprobados y así evitar la deserción logrando el objetivo de este proyecto en la catedra de matemática I en la Universidad Tecnológica del centro.

Cabe destacar que, las Universidades luchan por lograr retención y la Universidad Tecnológica del Centro no escapa a esta realidad por lo tanto urge la necesidad de diseñar estrategias de aprendizaje que conlleven a tal fin.

Teórico

Para Díaz y otros (2002). “La estrategia por analogía está clasificada dentro del tipo de elaboración como proceso de aprendizaje significativo y de procesamiento complejo”. (p. 240). Por ello el empleo de innovaciones en analogías por simulación gráfica canaliza esfuerzos cognitivos orientados a interpretar los algoritmos matemáticos para un mejor aprendizaje de las matemáticas a los alumnos cursantes de la cátedra matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro.

Social

Según Angulo (2008)” El desarrollo tecnológico en los ambientes educativos no cambiará a las unidades educativas; pero, pueden suministrar al sector docente elementos de inspiración que conduzcan a transformar su propio rol en beneficio de los estudiantes” (p. 12). Por esta razón la estrategia de simulación gráfica SIGRAF busca que el docente tenga una herramienta para avanzar en el mejoramiento del aprendizaje de los alumnos cursantes de la cátedra matemática I en la Universidad Tecnológica del Centro en la resolución de problemas con cónicas.

Metodológico

Los profesores de Matemática están en el deber de mejorar las estrategias metodológicas para facilitar el aprendizaje por parte de los estudiantes cursantes de la materia matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro en el área de las secciones cónicas. En este sentido la estrategia de simulación gráfica SIGRAF estará a la disposición de los docentes que dictan matemática I para su aplicación.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Los fundamentos teóricos permiten ubicar el trabajo dentro del conjunto de teorías existentes, con el objeto de precisar en cual corriente del pensamiento se encuentra y en qué medida puede complementar o realizar aportaciones a dichas teorías. El propósito de éste marco teórico es fundamentar teórica y científicamente la investigación planteada, que es mejorar el aprendizaje de asignatura matemática I en la Universidad Tecnológica del Centro en la resolución de problemas de cálculo de cónicas como alternativa de solución

2.1. Antecedentes de la investigación

En la búsqueda de información sobre investigaciones relacionada con el punto tratado en este estudio se encontraron las siguientes investigaciones.

Dullius (2009). "Enseñanza y aprendizaje en ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico". Este trabajo de investigación se llevó a cabo a fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, en que explora el potencial de los recursos computacionales y la contribución de la interacción profesor alumno-material didáctico, con el fin de proporcionar condiciones favorables al aprendizaje significativo. Esta investigación proporciona la forma como se debe abordar la enseñanza de la Matemática universitaria desde una perspectiva gráfica y analítica.

Rodríguez (2009) “Efecto del sistema BANCUBI como estrategia didáctica para el desarrollo de conceptos matemáticos en los alumnos de la primera etapa de educación básica”. La investigación deja en evidencia que existe un desempeño significativo cuando se aplican estrategias adecuadas a los estudiantes. La implementación del Sistema Bancubi como recurso pedagógico innovador en las clases de matemática, generó en los estudiantes atención, participación activa, motivación al logro. Si bien los estudiantes en su vida diaria dan un uso de entretención a los juegos, al ser éstos utiliza dos para una función educativa provocan en ellos dos efectos; que son el de divertirlos y a la vez el de enseñarles, de tal forma que el aprendizaje que se genera es significativo, por lo cual, no será olvidado por el estudiante y perdurará a través del tiempo. Este trabajo sirvió de guía como investigación cuasiexperimental, en la cual se diseña una estrategia de aprendizaje.

Fernández (2009) “Histomat” Estrategia Epistémica de la Matemática dirigida a los alumnos de sexto grado de la segunda etapa de Educación Básica. Esta estrategia sirve como una herramienta metodología que incorporará el docente para afianzar los métodos activos en la enseñanza de la Matemática, permitiéndole al alumno descubrir el origen, como surgió cada contenido y como el entorno impulsó a formular y evolucionar esos contenidos. El aporte de esta investigación permitió el enfoque desde el punto de vista histórico que se le dio a SIGRAF, para que los estudiantes aprendan los acontecimientos históricos que dieron origen a las cónicas.

Gómez (2008) "Influencia de la estrategia Metodológica constructivista en el aprendizaje formal del cálculo de áreas y volúmenes en los alumnos del séptimo grado de educación Básica". Éste estudio significó un aporte para la propuesta de soluciones orientadas a la mejora del aprendizaje formal del cálculo en la educación matemática, especialmente en relación con las figuras planas.

Angulo (2008). Nivel de Satisfacción en los Estudiantes de Ingeniería que emplean el Sistema de Gestión Tecnológico LEMA (SGTL) para el Aprendizaje de las Integrales. Esta investigación es de suma importancia porque precisamente se quiere demostrar que las estrategias visuales utilizando las herramientas tecnológicas apropiadas brindan una fácil comprensión de los conceptos matemáticos.

2.2 Bases Teóricas

Este trabajo se fundamenta en concepciones teóricas, las cuales son sustentadas en una corriente filosófica llamada aprendizaje significativo cuyo exponente es David Ausubel (2009) así como también los procesos de pensamiento matemático avanzado desarrollados por D´ Tall y Vinner (1981).

2.2.1. Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel

Una exitosa transferencia de conocimiento se logra cuando se le brindan buenas estrategias de aprendizaje al estudiante, al cual se le facilitará el aprendizaje significativo .Para Ausubel (2009).

> …en cualquier disciplina dada se puede influir en la estructura cognitiva del estudiante:1) de una manera sustancial mediante la inclusividad, el poder expositivo y las propiedades integradoras de los conceptos y principios unificadores particulares presentados al alumno; y 2) de una manera programática mediante métodos adecuados de presentar, disponer y comprobar la adquisición significativa de una materia empleando un material de instrucción adecuadamente programado y previamente comprobado, y manipulando de forma apropiada tanto la variables cognitivas como las de carácter social y las relacionadas con la motivación y la personalidad(p. 39).

Para lograr la adquisición del conocimiento por parte de un sujeto, es necesario la existencia de conocimientos previos, en este caso es sujeto posee un bagaje (conocimientos previos) en el cual podrá anclar los nuevos conocimientos presentados, en el caso de la matemática y especialmente lo concerniente a las secciones cónicas es preciso que se muestren fenómenos de la vida real y se establezca la relación con los nuevos conocimientos, en este caso si se utilizan analogías gráficas es posible lograr encadenar el uno del otro, como lo sostiene Ausubel (2009) al referirse a los organizadores previos dice “en la mayoría de los contextos de aprendizaje significativos, las ideas pertinentes ya existentes en la estructura cognitiva son demasiado generales y carecen de un grado suficientemente particular de pertinencia y de contenido para actuar con eficiencia como ideas de anclaje”(p .40).

En este caso Ausubel establece la necesidad de utilizar medios que permitan construir un puente entre esos conocimientos muy generales y los nuevos conocimientos por aprender, como es lógico pensar aquí tiene alta relevancia el material presentado (SIGRAF) y esto queda claro cuando Ausubel (2009) afirma que “Durante el intervalo de retención, los significados que acaban de emerger se almacenan (se enlazan) con sus correspondientes ideas de anclaje”.

Esta teoría describe a cabalidad la relación que debe existir entre los conocimientos previos y los nuevos lo que se logra con el material o estrategias adecuadas caso Simulación Gráfica (SIGRAF) llamados conceptos de enlace para facilitar que las nuevas ideas sean propuestas de manera no arbitraria y no aleatoria, a fin de poder ser relacionada substantiva y no arbitrariamente con las ideas anclas existentes en la estructura cognitiva del estudiante. Para Ausubel (2009) "el aprendizaje significativo supone una interacción selectiva entre el nuevo material de aprendizaje y las ideas preexistentes en la estructura cognitiva" (p. 29).

2.2.2. Teoría del Pensamiento Matemático Avanzado

Según Álvarez, J. I., Delgado, C., Espinisa, A., Pinzon, M., Hoyos, D. and Mora, H (2004) "El concepto imagen que construye un sujeto con relación a un concepto matemático no es necesariamente coherente cuando el sujeto actúa frente a diferentes situaciones problemáticas y puede presentar además diferentes tipos de desadaptaciones matemáticas respecto a la definición institucional" (p. 1)

Por lo tanto cuando un estudiante inicia el estudio de un fenómeno matemático posee ya unos conocimientos previos que pueden ser ajustados o no al fenómeno real, en el primer caso el estudiante reforzará el concepto que trae cuando el profesor le enseña y en el segundo producirá un conflicto en él, pues se ve plagado de contradicciones. Es precisamente en este momento que una buena visualización del fenómeno le hará captar la realidad.

Existe una diferencia, muchas veces, entre lo que el estudiante conoce en el momento que inicia un aprendiza producto de los conceptos matemáticos definidos formalmente y los conocimientos que el adquiere cognitivamente, al respecto Tall y Vinner citado por Azcárate y Matías (2003). Establecen esta diferencia diciendo "entre los conceptos matemáticos definidos formalmente y los procesos cognitivos que sirven para concebirlos" (p 137). Esto significa que lo que aprende un individuo por medio de un concepto matemático formal es muy distinto a lo que ese mismo individuo capta cognitivamente por medio de una representación visual.

Es por ello que las definiciones formales muchas veces no logran fijar el concepto y entenderlo por parte del sujeto, por el contrario con una representación visual y en especial con una analogía de la realidad el estudiante puede llegar instantáneamente a concebir la "eureka" que faltaba y lograr fijar este conocimiento por el resto de su vida.

Tall y Vinner citado por Azcárate y Matías (2003) "la estructura cognitiva de un individuo asociada a un concepto matemático y que incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y los procesos asociados al concepto; se construye a lo largo de los años a través de experiencias de todo tipo y va cambiando según el individuo madura" (p 137). A este fenómeno es que ´Tall y Vinner lo define como imagen de concepto y es cuando el individuo logra concatenar el concepto con la imagen trivial que ya conoce.

Así mismo Azcárate y Matías (2003). Expresan que "Para poder integrar estas imágenes mentales que el sujeto tiene del entorno conceptual o medio donde se involucra el conocimiento es necesario que se orienten estas imágenes mediante una lógica de relación" (p 138). Por ejemplo si queremos relacionar las cónicas como lo es la elipse con los movimientos de los planetas se debe representar gráficamente la función y hacerla girar elípticamente alrededor de un punto llamado foco que representa el sol. Es en este momento que el profesor debe resaltar la analogía del ejemplo real con la representación gráfica.

En este mismo orden de ideas para Tall y Winner citado por Azcárate y Matías (2003). “se entiende por imagen mental como el conjunto de todas las imágenes asociadas al concepto en su mente, incluyendo cualquier representación del concepto, (gráfica, simbólica)” (p. 138). Cuando se toma la representación gráfica y se hace corresponder con el fenómeno abstracto no comprendido, la lógica matemática cobra sentido y se enlaza con la imagen vista por el sujeto. .

Según Piaget citado por D´Amore (2006), considera que “la imagen no debería entenderse como un constituyente del pensamiento, sino como uno de sus soportes simbólicos, un instrumento para realizar operaciones. Por lo tanto las operaciones matemáticas deben estar soportadas por las imágenes que le pertenecen pero integradas justo en su verdadero rol”. (p. 161).

Para explicar esto se presenta el mismo ejemplo de la elipse, en la resolución de problemas con cónicas aplicados a la vida real, los estudiantes de ingeniería poseen imágenes previas que relacionan las operaciones abstractas con el fenómeno concreto, pero no pueden relacionar o engranar todas estas representaciones con el nuevo conocimiento que están adquiriendo, por esto es necesario que el docente muestre el camino y el enlace de estas representaciones con el nuevo concepto enseñado, en otras palabras que lo lleve con la simulación a relacionar el algoritmo con la representación gráfica.

Es por ello que comprender es un proceso que tiene lugar en la mente del estudiante y es el resultado de una larga secuencia de actividades de aprendizaje durante las cuales ocurren e interactúan una gran cantidad de procesos mentales que relacionan las imágenes con el nuevo conocimiento enseñado y que el docente debe presentar como un hilo conductor que permita descubrir al estudiante su lógica y sencilla comprensión del constructo por aprender.

Para Tall (1991). “Un estudiante sin la experiencia del profesor puede encontrar un abordaje formal inicialmente difícil, un fenómeno que puede ser observado por el profesor como una carencia de experiencia intelectual por parte del estudiante” (p. 5).

En este mismo orden de ideas cuando el aprendizaje se lleva cabo se habla entonces de pensamiento matemático avanzado que no es más que los procesos cognitivos implicados en el pensamiento y sintetizados en una abstracción, este proceso de abstracción que consiste en la substitución de fenómenos concretos por conceptos confinados en la mente, es la culminación de un proceso de aprendizaje.

Desde otra perspectiva, una de las razones de la complejidad del conocimiento matemático superior es que, en su mayoría, los conceptos del pensamiento matemático avanzado pueden jugar el papel de procesos y de objetos, según la situación planteada o el nivel de conceptualización del estudiante.

Adquirir un concepto matemático se puede describir como construir un esquema conceptual del mismo. Saberse de memoria la definición de un concepto no garantiza en absoluto comprender su significado; en realidad, comprender quiere decir tener un esquema conceptual de forma que se asocien ciertos significados a la palabra que designa el concepto: imágenes mentales, propiedades, procedimientos, experiencias, sensaciones.

Al respecto Rodríguez (2007). “La imagen evoca la idea, como la sombra evoca la realidad. El círculo pintado no es la realidad del círculo. La realidad del círculo es la idea, pero la imagen juega un papel bien importante de evocación, es decir de recuerdo de la idea”.

Definición de términos Básicos

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: El aprendizaje significativo es, según el teórico norteamericano David Ausubel, el tipo de aprendizaje en que un estudiante relaciona la información nueva con la que ya posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso

SIGRAF: Estrategia de Simulación Gráfica. Está estructurada en tres fases primero dar a conocer al estudiante los hechos que llevaron al hombre a ese conocimiento, segundo realizar la simulación gráfica dinámica de las secciones cónicas a través de un software y tercero realizar el proceso algorítmico de desarrollo matemático.

SOFTWARE: Se conoce como software al equipamiento lógico o soporte lógico de un sistema informático, comprende el conjunto de los componentes lógicos necesarios que hacen posible la realización de tareas específicas, en contraposición a los componentes físicos, que son llamados hardware.

WINPLOT: Programa computacional para graficar funciones matemáticas.

Descripción de SIGRAF

SIGRAF se desarrollará como una estrategia de aprendizaje que consta de tres partes un desarrollo teórico histórico visualizado, consta de la explicación histórica de necesidades que inspiró al hombre a concebirla y en segundo lugar un desarrollo procedimental hasta llegar al algoritmo, en tercero y última parte se da inicio desarrollo gráfico mediante la simulación, el estudiante en el laboratorio interactúa con el programa de simulación llamado winplot el cual es un software computacional que simula las ecuaciones de las funciones cónicas en esta sección el estudiante observa cómo se forman las funciones y la trayectoria que describen de una forma animada.

El software WINPLOT es un software libre, está diseñado para representar funciones creando los gráficos en forma dinámica, el estudiante puede realizar la simulación de la gráfica cambiando a su gusto tanto el color como el tiempo de simulación, con el ratón puede cambiar los parámetros en tiempo real, pinchando la opción que elija.

Tabla N°1: Operacionalización de las Variables

OBJETIVO DE LA INVESTIVACIÓN	VARIABLE	DIMENCIÓN	INDICADORES	ITEMS
Determinar el efecto de SIGRAF en el aprendizaje de las cónicas	**Independiente:** Programa SIGRAF	conocimiento Histórico	Origen histórico de y conceptos de las cónicas	1,2
		conocimiento algebraico	Reconoce la ecuación canónica de una cónica	3,4,5,6,7
			Desarrolla de la ecuación general a la ecuación canónic	8,9,11,12,13,
			Resuelve completación de cuadrados perfectos	9,19,20
			Desarrolla producto notables	8
		conocimiento Gráfico Geométrico	Reconoce, tipo cónica, el centro, los ejes mayor y menor, vértices)	14,15,16,17,18
	Dependiente: Aprendizaje de las secciones cónicas	Rendimiento en el aprendizaje	Comprende	3,4,5,6,7,10
			Aplica	11,12,13,14,15
			Resuelve	8,9,16,17,18,19,20

Fuente: Braganza (2012)

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación que se realiza es de tipo experimental con diseño cuasiexperimental, según Tamayo (2007). Esta investigación se da cuando “el experimento es una situación provocada por el investigador para introducir determinadas variables de estudio manipuladas por él, para controlar el aumento o disminución de esas variables y su efecto en las conductas observadas (p. 47).

Las variables relacionadas en este caso, es el uso de la estrategia de Simulación Gráfica (SIGRAF) y el rendimiento académico en el aprendizaje de las cónicas en los estudiantes de Matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro de Guacara Valencia.

3.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El diseño que se seleccionó es el cuasi-experimental (según la clasificación propuesta por Campbell y Stanley 1966). Con pretest y postest, con un grupo Experimental, al cual se le aplicó la estrategia SIGRAF y cuyo efecto se analiza a través de su rendimiento, uno control, a los cuales se le aplicó la estrategia tradicional a través de las clases expositivas en el pizarrón.

Según Campbell y Stanley (1966) citado por Hernández y otros (2008). La investigación experimental “puede dividirse de acuerdo con las clásicas teorías de Campbell y Stanley (1966) en: preexperimentales, experimentos “puros” y cuasi-experimentos”

Para ésta investigación se aplicó el diseño cuasi- experimental.

El esquema es el siguiente:

Tabla Nº 2: Esquema de diseño de la investigación

GRUPO	PRE-PRUEBA	APLICACIÓN DE LA EXTRATEGIA	POST-PRUEBA
EXPERIMENTAL	X	X	X
CONTROL	X		X

Fuente: Braganza (2012)

3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población se formará por alumnos cursantes de la asignatura Matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro en Guacara Estado Carabobo, pertenecientes a la cohorte 2012-3. La cual estará conformada por dos secciones de 20 estudiantes el grupo de control y 22 estudiantes el grupo experimental, en la escuela de Ingeniería.

Se seleccionaran dos secciones A y B con grupos intactos, ya que las mismas estarán formadas antes del experimento, por las normas de la institución. La sección A se designará como grupo experimental y la sección B como grupo de control, siendo la muestra general representativa de su población de un total general de estudiantes de matemática I.

3.4. INSTRUMENTOS FORMULADOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS

Descripción y elaboración

Para elegir los instrumentos diseñados y obtener la información necesaria de esta investigación, se realizaron dos pruebas objetivas de selección simple (pre-test y pos-test), con el objetivo de medir el desempeño matemático de los estudiantes.

Los ítems de la evaluación se elaboraron de acuerdo al programa de estudios de matemática I, asignatura de carácter obligatoria para todas las carreras la Universidad Tecnológica del Centro, en relación al estudio de las cónicas.

Pre-prueba o pre-test

Esta prueba se aplicó al inicio de la investigación a todos los sujetos de la muestra y consistió en una prueba objetiva de selección simple, con la finalidad de recopilar información acerca de los conocimientos previos que tienen los alumnos de matemática I, referente a las cónicas.

Prueba final o post-test

Se aplicó el instrumento tanto al grupo de control como al experimental, éste último, después de ser sometido al tratamiento, uso de la estrategia SIGRAF para el aprendizaje de las cónicas mientras que al grupo de control recibió el método tradicional, la prueba fue objetiva de selección simple, con la finalidad de recopilar información acerca de los conocimientos adquiridos por los estudiantes respecto a las secciones cónicas.

Administración del Instrumento

El pre-test se aplicó tanto al grupo experimental como al grupo de control, antes de implementarse el uso de la estrategia SIGRAF para el aprendizaje de las cónicas, después de la implementación del mismo se aplicó a ambos grupos el pos-test.

El tiempo para la aplicación del pre-test fue de dos (2) horas, con la finalidad de dar todas las instrucciones y explicaciones, debido a su nivel y forma de cuestionario.

3.5. VALIDEZ DE LOS INSTRUMENTOS

Tomando en cuenta las exigencias del método científico se procedió a determinar la validez de cada prueba (pre-test y post- test) utilizando para ello el procedimiento de juicio de tres expertos.

Para este caso en particular se eligió un conjunto de tres (03) especialistas en la enseñanza de la matemática, los cuales analizaran las pruebas y determinarán los ajustes didácticos de los ítems en relación con los contenidos de cónicas correspondientes al programa de Matemática I, los expertos corrigieron y aprobaron los aspectos de redacción y presentación.

Todos los criterios de los expertos se tomaron en cuenta para su consideración, determinando estos que los instrumentos tienen validez.

3.6. CONFIABILIDAD

Según Hernández y otros (2008). En la confiabilidad "todos los coeficientes oscilan entre 0 y 1, donde un coeficiente 0 significa nula confiabilidad y 1 representa un máximo de confiabilidad (confiabilidad total)" (p 439).

Además, Hernández y otros (2008). Presenta la confiabilidad como el "grado en el que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes" (p. 277)

Para determinar la confiabilidad de ambas pruebas, tanto del pre-test como del post-test, se seleccionó al azar diez (10) estudiantes de la población, mas no de la muestra, a los cuales se le aplicaron los instrumentos, considerándolos como grupo piloto.

El tratamiento que se aplicó para determinar la confiabilidad fue el método de dos mitades, el cual consiste en dividir los ítems de la prueba en dos partes iguales, respuestas pares e impares correlacionar las puntuaciones totales de las dos mitades y aplicar la fórmula del coeficiente de correlación de Pearson, para Hurtado (p. 165).este coeficiente se aplica para dos eventos.

Para Hernández y otros (2008). “el método de las mitades partidas necesita sólo una aplicación de la medición. Específicamente el conjunto total de ítems se divide en dos mitades equivalentes y se comparan las puntuaciones o resultados de ambas” (p. 289)

$C = \frac{2*\gamma_{xy}}{1+\gamma_{xy}}$ Donde:

C = Coeficiente de confiabilidad de Spearman-Brown.

γ_{xy}= Coeficiente de correlación de Pearson.

x = Calificación en las pares.

y = Calificación en las preguntas impares.

Método de dos mitades.

Tabla N° 4: Confiabilidad del Pre-test

A_n	X	Y	XY	x^2	y^2
A1	7	6	42	49	36
A2	6	5	30	36	25
A3	7	5	35	49	25
A4	4	6	24	16	36
A5	6	5	30	36	25
A6	4	4	16	16	16
A7	3	4	12	9	16
A8	4	3	12	16	9
A9	3	3	9	9	9
A10	4	6	24	16	36
A∑	**48**	**47**	**234**	**252**	**233**

Fuente: Braganza (2012)

$A_{n=}$ Estudiantes

X = Calificaciones en las preguntas pares.

Y = Calificaciones en las preguntas impares.

y_{xy} = Coeficiente de correlación de Pearson

$$\gamma_{xy} = \frac{10(234) - (48)(47)}{\sqrt{[(10 * 252) - (49)^2] * [(10 * 233) - (46)^2]}}$$

$$\gamma_{xy} \frac{56}{\sqrt{(119)(214)}} = \frac{84}{159} = 0{,}52$$

C = Coeficiente de confiabilidad de Spearman-Brown.

$$C = \frac{2 * y_{xy}}{1 + y_{xy}} => C = \frac{2 * 0.52}{1 + 0.52} => C = 0.68$$

Tabla N° 5: Confiabilidad del Post-test

A_n	X	Y	XY	x^2	y^2
A1	5	7	35	25	49
A2	8	8	64	64	64
A3	6	7	42	36	49
A4	6	4	24	36	16
A5	3	1	3	4	4
A6	4	4	16	16	16
A7	8	6	48	64	36
A8	6	5	30	36	25
A9	5	3	15	25	9
A10	2	2	4	4	4
A∑	**53**	**47**	**281**	**310**	**272**

Fuente: Braganza (2012)

$A_{n=}$ Estudiantes

X = Calificaciones en las preguntas pares.

Υ = Calificaciones en las preguntas impares.

γ_{xy} = Coeficiente de correlación de Pearson

C = Coeficiente de confiabilidad de Spearman-Brown.

$$\gamma_{xy} = \frac{10(281) - (53)(47)}{\sqrt{[(10 * 310) - (53)^2] * [(10 * 272) - (47)^2]}}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{319}{\sqrt{(291)(511)}} = \frac{319}{386} = 0.82$$

$$C = \frac{2 * \gamma_{xy}}{1 + \gamma_{xy}} => C = \frac{2 * 0.8}{1 + 0.8} => C = 0.88$$

El resultado arrojado se acercó a uno (1) el instrumento es altamente confiable.

Tabla N°6: Referencia para el coeficiente de confiabilidad

COEFICIENTE	GRADO
1	PERFECTA
0,8-0,99	MUY ALTA
0,60- 0,79	ALTA
0,40-0,59	MODERADA
0,20-0,39	BAJA
0,01-0,19	MUY BAJA
0	NULA

Fuente: Pinto y Pernalete (2007).

De los valores anteriores se deduce que los instrumentos mostraron una confiabilidad alta para reproducir los resultados muy semejantes al aplicarlos al mismo grupo en condiciones similares, ya que en el pre-test se obtuvo un coeficiente de confiabilidad de 0,68 alto y en el pos-test de 0,88 muy alto.

Esto significa que al aplicarse este instrumento bajo las mismas condiciones se obtendrá los resultados aproximadamente de 68% y 88% respectivamente.

3.7 TÉCNICA Y ÁNALISIS DE DATOS

Técnica de recolección de datos

Los datos que se obtuvieron en ésta investigación, fueron registrados y tabulados a través de las técnicas de inferencia estadística.

a) Aplicación a los dos grupos
b) Evaluación del rendimiento estudiantil inicial a través de la corrección de la pre-prueba para ambos grupos.
c) Aplicación de SIGRAF al grupo experimental.
d) Aplicación de la la enseñanza tradicional al grupo control.
e) Aplicación de la post- prueba a ambos grupos

Análisis de datos

Los datos obtenidos en esta investigación, fueron registrados, tabulados y analizados a través de técnicas de inferencia estadística, la comparación del grupo de control y el grupo experimental se realizó por el contraste de hipótesis de la diferencia entre medias de la t student, este análisis permitió, establecer la diferencia en el rendimiento académico de los alumnos del grupo experimental, es decir, los alumnos sometidos al uso de SIGRAF, con el rendimiento académico del grupo presentado por los alumnos del grupo de control, instruidos por el método tradicional.

Codificación

Según Hernández y otros (2008). “esta tarea la efectúan los codificadores, a quienes se les proporciona el libro de códigos. Así, cada codificador vacía las respuestas en la matriz de datos”. (p. 394)

A continuación la codificación de datos.

1) Se identificaron los elementos del grupo experimental y se procedió a la notación en donde $1 \leq n \leq 20$
2) Se identificaron los elementos del grupo de control y se estableció la notación Cn donde $1 \leq n \leq 22$
3) Para registrar los resultados de las pruebas se establecieron las siguientes categorías de respuestas.

Tabla N°6: Codificación

ITEMS	CATEGORIA	CODIGO
1…20	CORRECTA	1
1….20	INCORRECTA O NO CONTESTÓ	0

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Este capítulo describe los resultados de la investigación, análisis de los datos, hipótesis, es decir todo el aspecto estadístico concerniente a la tesis "Efecto SIGRAF en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en la educación universitaria"

Las calificaciones obtenidas en la prueba inicial por los alumnos que conforman la muestra en estudio.

Análisis estadístico.

Hipótesis Nula (H_0):

El redimiendo promedio de los alumnos de ambos grupos antes del tratamiento no difiere significativamente. No existen diferencias significativas entre los niveles de aprendizaje de ambos grupos en la pre-prueba.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Hipótesis Alternativa (H_1)**:**

Existen diferencias significativas entre los promedios obtenidos en el pre-test, entre grupo experimental y control.

$$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$$

Tabla N°7: Resultados del Pre-test.

GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL	
Estudiantes	SECCIÓN "A"	Estudiantes	SECCIÓN "B"
E1	08	C1	14
E2	12	C2	02
E3	10	C3	12
E4	07	C4	04
E5	02	C5	08
E6	02	C6	05
E7	13	C7	11
E8	07	C8	07
E9	12	C9	10
E10	13	C10	05
E11	01	C11	10
E12	08	C12	05
E13	08	C13	01
E14	03	C14	05
E15	03	C15	10
E16	11	C16	04
E17	12	C17	06
E18	12	C18	05
E19	06	C19	06
E20	07	C20	03
		C21	05
		C22	12

Fuente: Braganza (2012).

Análisis estadístico Homogeneidad de los grupos.

Nomenclatura.

$\acute{X}_1$ = Promedio aritmético grupo control pos-test.

$\acute{Y}_1$ = Promedio aritmético grupo experimental pos-test.

S_{C1} = Desviación estándar del grupo de control pre-test.

S_{E1} = Desviación estándar del grupo experimental pre-test.

n_C = Tamaño de la muestra del grupo de control.

n_E = Tamaño de la muestra del grupo experimental.

α = Nivel de significación.

gl= Grados de libertad.

Cálculos estadísticos de la muestra en estudio pre-test.

Tabla N° 8**:** Cálculos estadísticos de la muestra en estudio experimental.

xi	$\boldsymbol{fi}$	$\boldsymbol{xi(fi)}$	$\boldsymbol{xi(fi)^2}$
01	1	1	1
02	2	4	8
03	2	6	18
06	1	6	36
07	3	21	147
08	3	24	192
11	1	11	121
12	4	48	576
13	2	26	338
	20	**157**	**1537**

Fuente: Braganza (2012)

Grupo Experimental

$\acute{Y}_1 = 7.8$

$S_{E1} = 3.9$

$n_E = 20$

Tabla N° 9: Cálculos estadísticos de la muestra en el grupo control.

xi	$\boldsymbol{fi}$	$\boldsymbol{xi(fi)}$	$\boldsymbol{xi(fi)^2}$
01	1	1	1
02	1	2	4
03	1	3	9
04	2	8	32
05	6	30	150
06	2	12	72
07	1	7	49
08	1	8	64
10	3	30	300
11	1	11	121
12	2	24	288
14	1	14	196
	22	**150**	**1282**

Fuente: Braganza (2012)

Grupo Control

$\acute{\bar{X}}_1 = 6.8$

$S_{C1} = 3.4$

$n_{C1} = 22$

Como se desconoce la varianza a nivel de la población, las muestras son pequeñas e independientes, no correlacionadas, y el contraste es bilateral es indispensable realizar la prueba F, con la finalidad de determinar si las varianzas poblacionales presentan alguna diferencia significativa.

Para Pinto y Pernalete (2007). La razón critica como es un valor teórico es necesario ubicarlo en las tablas, para ello se utiliza la distribución F donde se trabaja con el nivel de confianza con grados de libertad. (p. 114)

$$F = \frac{{s_{C1}}^2}{{S_{E1}}^2} = \frac{(3.9)^2}{(3.4)^2} = 1{,}3$$

m=gl=Nc-1=22-1=21

n=gl=Ne-1=20-1=19

$F_{\propto} = 2{,}14$(Tabla de Fisher)

$\mathrm{F} = 1{,}3$

Según la distribución Fisher

Regla de decisión como F=1,3< $F_{\propto} = 2{,}14$ se concluye que no existe diferencia significativa a nivel de las varianzas poblacionales.

Prueba T student

Para Pérez (2003). “La prueba T para muestras independientes compara las medias de dos grupos de caso. Para esta prueba, idealmente los sujetos deben asignarse aleatoriamente a dos grupos, de forma que cualquier diferencia en la respuesta sea debida al tratamiento” (p 257).

$$tc = \frac{\left[\acute{Y}_1 - \acute{X}_1\right]}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1){s_{E1}}^2 + S_{C1}(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$tc = \frac{\left[7.8 - 6.8\right]}{\sqrt{\frac{289 + 243}{20 + 22 - 2}\left[\frac{42}{440}\right]}} = 1.12$$

Interpretando los resultados obtenidos se puede concluir que para una confianza de $\alpha=0.05$ correspondiente a investigaciones de ciencias sociales según Pérez (2003) y con 40 grados de libertad la $t\alpha=2.02$, lo cual implica que $t\alpha>tc$, por lo tanto permite aseverar que el grupo de control así como el experimental son grupos homogéneos, esto quiere decir que en cuanto a diferencias del grupo de control como el experimental del pre-test no son significativas en relación de los conocimientos previos que poseen.

Tabla N°10: Resultados del Pos-test

GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL	
Estudiantes	SECCIÓN “A”	Estudiantes	SECCIÓN “B”
E1	12	C1	13
E2	16	C2	08
E3	13	C3	12
E4	17	C4	08
E5	04	C5	13
E6	08	C6	11
E7	14	C7	04
E8	11	C8	11
E9	08	C9	13
E10	17	C10	05
E11	07	C11	08
E12	17	C12	13
E13	17	C13	13
E14	08	C14	13
E15	17	C15	08
E16	07	C16	04
E17	17	C17	06
E18	11	C18	08
E19	17	C19	05
E20	07	C20	03
		C21	05
		C22	12

Fuente: Braganza (2012).

Análisis estadístico.

Hipótesis nula (H_0):

El redimiendo promedio de los alumnos de ambos grupos después del tratamiento no difiere significativamente. No existen diferencias significativas entre los niveles de aprendizaje de ambos grupos en la pre-prueba.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Hipótesis Alternativa (H_1)**:**

La media obtenida en el Pos-test por los estudiantes del grupo experimental, es mayor a la obtenida en la misma prueba por el grupo control. $H_0: \mu_1 \neq \mu_2$

Análisis estadístico Homogeneidad de los grupos.

El tratamiento estadístico denominado prueba "t-Student" permitió demostrar la homogeneidad de los grupos; en virtud de los datos suministrados por las calificaciones provenientes de la Tabla N° 8.

Nomenclatura.

$\acute{X}_2$ = Promedio aritmético grupo control pos-test.

$\acute{Y}_2$ = Promedio aritmético grupo experimental pos-test.

S_{C2} = Desviación estándar del grupo de control pos-test.

S_{E2} = Desviación estándar del grupo experimental pos-test.

n_C = Tamaño de la muestra del grupo de control.

n_E = Tamaño de la muestra del grupo experimental.

Cálculos estadísticos de la muestra en estudio pos-test.

Tabla N° 11: Cálculos estadísticos de la muestra en estudio experimental.

xi	$\boldsymbol{fi}$	$\boldsymbol{xi(fi)}$	$\boldsymbol{xi(fi)^2}$
4	1	4	16
7	3	28	144
8	3	24	192
11	2	22	242
12	1	12	144
13	1	13	169
14	1	14	196
16	1	16	256
17	7	119	2023
	20	**252**	**3382**

Fuente: Braganza (2012)

Grupo Experimental

$\acute{Y} = \frac{xi(fi)E}{n_1}$ $\quad n_E = 20 \quad$ $\acute{Y} = \frac{252}{20}$ $\quad \acute{Y} = 12.6 \quad S_{E2} = 3.21$

Tabla N° 12: Cálculos estadísticos de la muestra en estudio control.

xi	fi	$xi(fi)$	$fi(xi)^2$
03	1	3	9
04	2	8	32
05	3	15	75
06	1	6	36
08	5	40	320
11	2	22	242
12	2	24	288
13	6	78	1014
	22	**196**	**1866**

Fuente: Braganza (2012)

Grupo Control

$\acute{Y} = \frac{xi(fi)C}{n_c}$ $n_C = 22$ $\acute{Y} = \frac{196}{22}$ $\acute{X} = 8{,}9$ $S_{C2} = 2.36$

Como se desconoce la varianza a nivel de la población, las muestras son pequeñas e independientes, no correlacionadas, y el contraste es bilateral es indispensable realizar la prueba F, con la finalidad de determinar si las varianzas poblacionales presentan alguna diferencia significativa.

$$F = \frac{{s_{E2}}^2}{{s_{C2}}^2} = \frac{(3{,}21)^2}{(2{,}36)^2} = 1{,}8$$

Como $F = 1{,}8 < F_{\propto} = 2{,}14$ se concluye que no existe diferencia significativa a nivel de las varianzas poblacionales.

$$tc = \frac{\left[\acute{Y}_1 - \acute{X}_1\right]}{\sqrt{\frac{(n_1-1){s_{E1}}^2 + S_{C1}(n_2-1)}{n_1+n_2-2}\left[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$tc = \frac{[12.6 - 8.9]}{\sqrt{\frac{196+117}{20+22-2}\left[\frac{42}{440}\right]}} = 4.29$$

Según Pérez (2003) “para una confianza de α=0.05 que corresponde a investigaciones de ciencias sociales. Interpretando resultados obtenidos se puede concluir que: con 40 grados de libertad la tα=2.02, lo cual implica que tc > tα, significa que se rechaza la hipótesis nula, esto permite aseverar que los dos grupos tienen diferente nivel de aprendizaje, por lo tanto el grupo experimental que aprendió por medio de SIGRAF es significativamente mayor que los estudiantes que aprendieron por el método tradicional.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Según los planteamientos formulados en esta investigación, se considera que la implementación de la estrategia de aprendizaje SIGRAF arroja resultados positivos en la Universidad Tecnológica del Centro. (UNITEC), evaluándose de esta forma al interpretar los resultados positivos que mejoran el rendimiento de los estudiantes del primer semestre de matemática I en el área de las secciones cónicas, dicho incremento en el rendimiento pudo materializarse entre otros aspectos gracias, al entusiasmo que despertó el uso de SIGRAF en el aprendizaje de esta materia.

Se pudo observar que el uso del software de simulación al recrear los ejercicios planteados y ver la forma como se construían dinámicamente las gráficas, despertó en el grupo interés, esto trajo como resultado aplicación y concentración en la realización de los problemas planteados por parte de los participantes que de esta manera consiguieron una solución correcta de los ejercicios.

Así mismo, pudieran tomar decisiones apropiadas a la hora de darle soluciones a los problemas planteados, al ver en la pantalla la gráfica y de esta forma conseguir los parámetros solicitados como vértices, foco, ejes, asíntotas entre otros, otro de los logros de SIGRAF fue la visión Histórica acerca del origen de las cónicas, que despertó un interés, por parte de los alumnos, al estudiar los personajes matemáticos que influyeron en su creación, en algunos casos los llevó a investigar más de la materia fuera de la clase, contribuyendo a mejorar su rendimiento. Por lo antes expuesto se pueden enumerar los beneficios, que surgieron con la implementación de la estrategia:

1- Concentración y entusiasmo por parte de los participantes
2- Interés por el conocimiento histórico
3- Emotividad al visualizar la simulación dinámica de la sección cónica
4- Creatividad para hallar los distintos parámetros, requeridos por el problema, utilizando el software.
5- Motiva a algunos estudiantes a investigar fuera de sus horas de clase, tanto en la parte histórica como las de aplicaciones a la vida real.

Recomendaciones

1) Implementar la estrategia SIGRAF al resto del contenido del programa de matemática I de la Universidad Tecnológica del Centro.
2) Implementar SIGRAF en el resto del pensum de estudios de Matemáticas de la Universidad Tecnológica del Centro con sus correspondientes adaptaciones.
3) Añadir otros softwares de simulación al desarrollo de SIGRAF para diversificar sus aplicaciones en el aprendizaje de la matemática.
4) Realizar cursos a los profesores para el manejo de Winplot.
5) Realizar un taller para la enseñanza de SIGRAF al profesorado.

Referencias Bibliográficas

Acosta, M y Páez H (2007)"Educar en valores. Revista Educación en Valores. Universidad de Carabobo. Julio -Diciembre 2007 Vol. 2 Nº 8

Álvarez, P. (2005). Causas del abandono y prolongación de los estudios Universitarios. Revista Paradigma, volumen XXVII, Nº 1. Maracay.

Álvarez, J. I., Delgado, C., Espinisa, A., Pinzon, M., Hoyos, D. and Mora, H (2004). Superando la problemática en la enseñanza del concepto de función con la ayuda de Matemática. Documento en línea disponible en: http://www.allacademic.com/meta/p_mla_apa_research_citation/1/1/7/7/0/p117704_index.html.[Consultado:2009 mayo,15]

Angulo, P (2008). Nivel de Satisfacción en los Estudiantes de Ingeniería que emplean el Sistema de Gestión Tecnológico LEMA (SGTL) para el Aprendizaje de las Integrales Curvilíneas caso: Centro Local Carabobo. UNA. Valencia.

Ausubel D. (2009). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Paidós. España.

Azcárate y Matías (2003). Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2. Documento disponible en línea en: www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/matias-carmen.pdf[Consultado: 2009 ,Enero10]

Cabero, J (2007).Tecnología Educativa. Mc Graw Hill. México.

Corrion, J. (2010). Modelo para la organización y desarrollo de las claves de matemática I, utilizando como estrategias metodológicas la didáctica centrada en proceso y la resolución de problemas. Tesis de Grado de Maestría no publicada. Universidad Nacional Experimental de Guayana.

Currículo Básico Nacional (1998). Programa de estudio de educación Básica. Segunda etapa. Quinto Grado. Ministerio de Educación. UCEP. Caracas.

Currículo Nacional Bolivariano (2007). Documento en línea: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S131649102007000400020&lng=pt&nrm=iso&tlng=es. [Consultado:2012,Enero 12]

D´Amore, B. (2006). Didáctica de la Matemática. Bogotá

Decreto Nacional 825 (2000). Gaceta Oficial Nº 36.955. 22 de mayo de 2000.

Díaz, F. y Hernández, G. (2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Mc Graw Hill. Segunda Edición. México.

Dullius, M.(2009). "Enseñanza y aprendizaje en ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico". Tesis Doctoral Publicada. Universidad de Burgos. España.

Fernández J (2009)."Histomat" Estrategia Epistémica de la Matemática dirigida a los alumnos de sexto grado de la segunda etapa de Educación Básica. ". Tesis de Grado de Maestría no publicada. Universidad de Carabobo. Venezuela. Valencia.

Gallardo, J.(2004). Aportes del análisis didáctico a la investigación sobre comprensión del conocimiento matemático. Disponible: en la World Wide Web: cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GallardoJ05-2796.PDF. [Consultado: 2009, Mayo 9]

Gascón, Muñoz, Sales y Segura. (2004).Matemáticas en secundaria y universidad: razones y sinrazones de un desencuentro. Documento en línea.http://lem.usach.cl/biblioteca/BD/gascon.paso%20sec%20a%20%20universidad.pdf. [Consultado: 2011,Mayo 20]

Gómez, J. (2008) "Influencia de la estrategia Metodológica constructivista en el aprendizaje formal del cálculo de áreas y volúmenes en los alumnos del séptimo grado de educación Básica". Tesis de Grado de Maestría no publicada. Universidad de Carabobo. Venezuela. Valencia.

Hernández, Fernández y Batista (2008). Metodología de la Investigación. Mc Graw Hill. Mexico.

Ley Orgánica de Educación (2009). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela. Extraordinaria 5929. 15 Agosto del 2009. Caracas.

Ley Orgánica de Telecomunicaciones. (2007). Documento en línea Disponible en: http://www.analitica.com/Bitblio/conatel/decreto_internet.asp. Decreto Nº 825, sobre Internet como prioridad. [Consultado: 2009,Mayo 21].

Linares (2009). Propuesta de un Diseño de Guía Instruccional Complementaria al Módulo I de la Asignatura de Matemática I de la. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Nacional Abierta

Lizarzaburo, A y Zapata, G (2001). Pluriculturidad y Aprendizaje de la Matemática en América Latina. Morata. Madrid.

Martínez, H. (2005). Enfoques Pedagógicos y Didácticos Contemporáneos. Fundación Internacional de pedagogía conceptual Alberto Merani. Colombia.

Páez, H y Arreaza, E (2005). Uso de una plataforma virtual de Aprendizaje en Educación Superior. Caso NICENET. ORG. Revista Paradigma. (UPEL). Volumen XXVI, Nª1

Pérez, C. (2003). Técnicas Estadísticas con SPSS. Prentice Hall. España

Quintero, J (2010). Hacia un Programa de Autorregulación del pensamiento lógico- formal en el Aprendizaje de las Matemáticas. Tesis Doctoral Publicada. Universidad de Burgos. España.

Pinto, A y Pernalete, N (2007).Apuntes de Estadística con Aplicación de Procesadores. Guía práctica de estadística. Universidad de Carabobo.

Ramos, M. (2011) Programa para Educar en Valores Desarrollo de estrategias para educar y enseñar a educar en valores. Trabajo Presentado como requisito para optar la Categoría de Profesor Agregado. Universidad de Carabobo. Venezuela. Valencia.

Robinson, K (2001). Out of our Minds .first edition. Documento en línea Disponible en: books.google.es/books?isbn=1907312471. [Consultado: .2012 Octubre 5]

Rodríguez, M (2001). La educación matemática en el 2000. Universidad de Castilla la Mancha. España.

Rodríguez, M (2009)"Efecto del sistema BANCUBI como estrategia didáctica para el desarrollo de conceptos matemáticos en los alumnos de la primera etapa de educación básica". Tesis de Grado de Maestría no publicada. Universidad de Carabobo. Venezuela. Valencia.

Rodríguez, E. (comp.) (2007). Universidad Nacional Abierta. Caracas.

Tamayo, M. (2007). El Proceso de la Investigación Científica. Limusa. . México

Tall y Winner (1981) Esquema Conceptual y Definición de Concepto. Universidad Nacional Abierta.

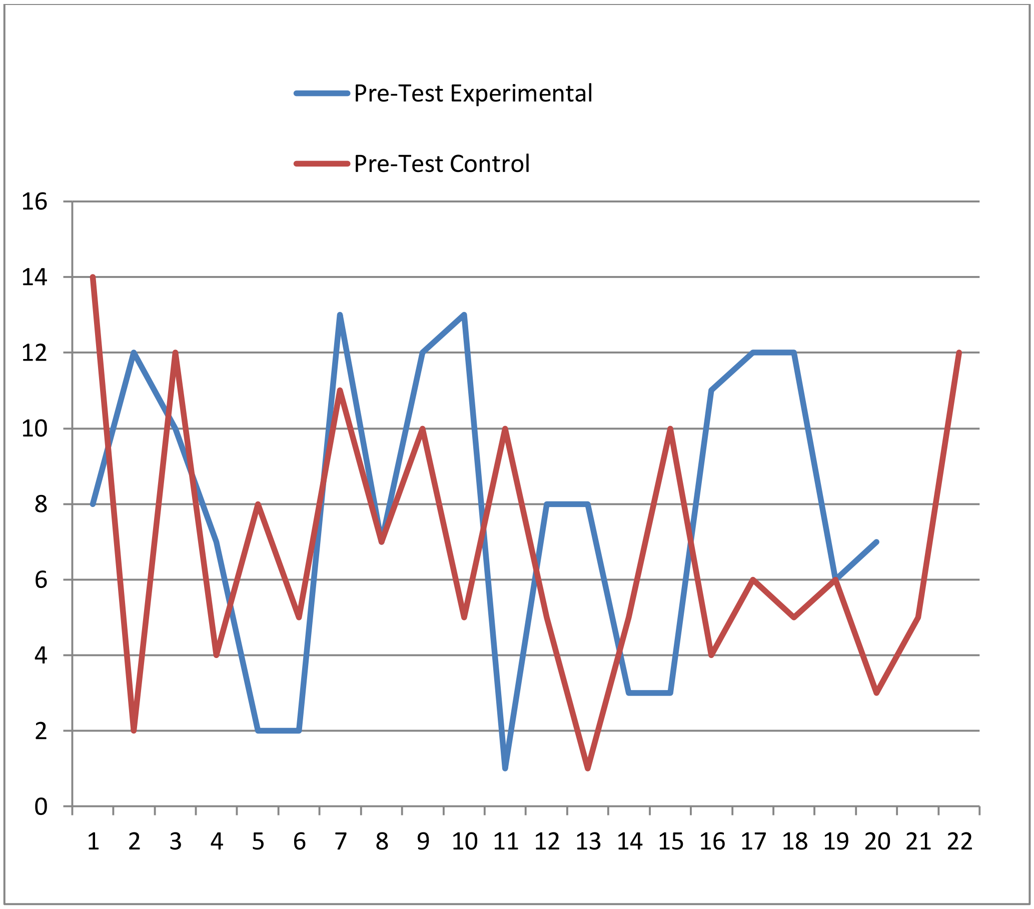
Tall (1991).Pensamiento Matemático avanzado. La psicología del pensamiento matemático avanzado. Universidad Nacional Abierta

Torrealba, G. (2008) Las TIC y la metodología de proyectos de aprendizaje: Algunas experiencias en formación docente. Educere. [Online]. mar. 2008, vol.12, no.40 [Consultado: 2009, Marzo 23], p.71-78.

UNESCO (2009). Conferencia Mundial sobre la Educación Superior. Documento en línea: www.unesco.org/es/wche2009/single...is.../9712/.[Consultado: 2012 Agosto 16]

ANEXO A

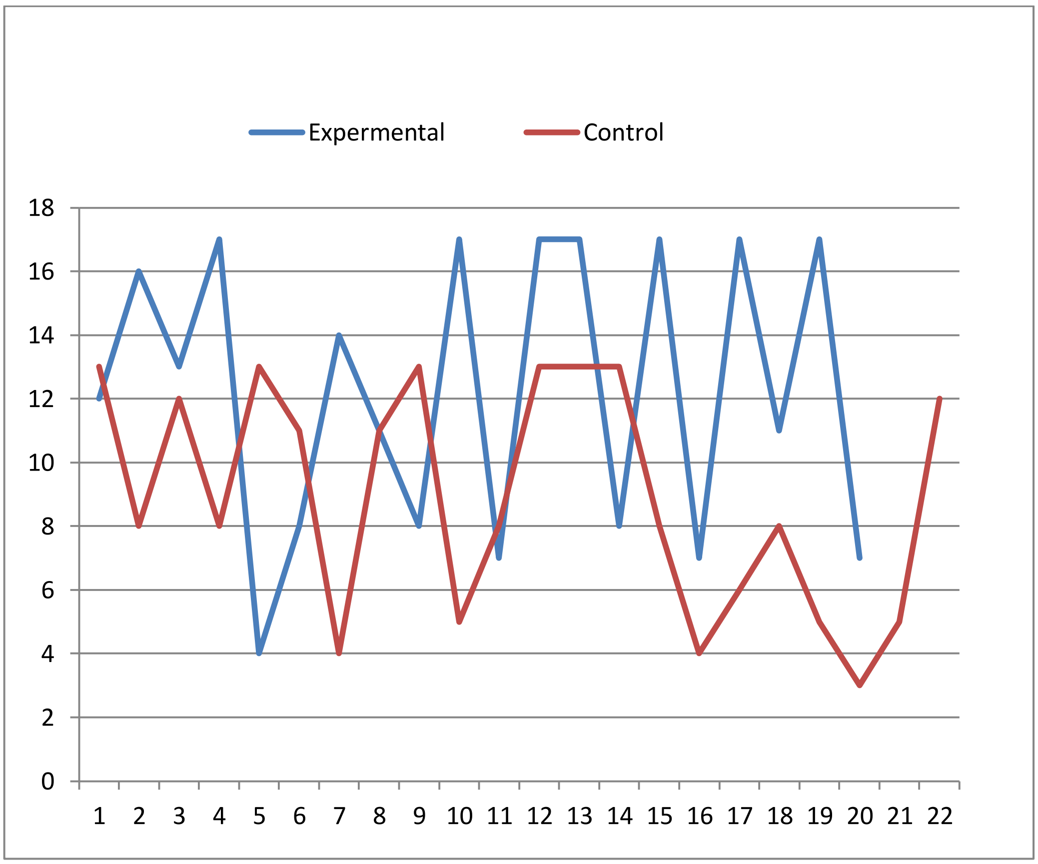
Gráfico Nº1: Pre-Test



Interpretación

El gráfico muestra que no existe una diferencia significativa entre los estudiantes del grupo experimental sobre los del grupo de control ya que las puntuaciones son similares, de acuerdo con los datos obtenidos en la tabla Nº 7 descritas anteriormente.

Gráfico Nº 2: Post-Test



Interpretación

El gráfico muestra que existe una diferencia significativa entre los estudiantes del grupo experimental en el post-test como los del grupo de control post-test ya que las puntuaciones son mayores en el experimental, de acuerdo con los datos obtenidos en la tabla Nº 10 descritas anteriormente.

ANEXO B

REPÚBLICA BOLIBARIANA DE VENEZUELA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL CENTRO

Apellidos y Nombres:___________________________________ CI:_______________

Sección:_______ Fecha:_________________

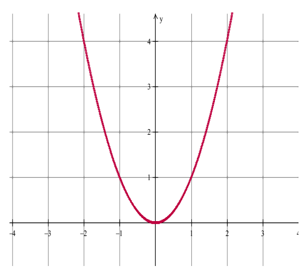
PRUBA DE PRE- TEST

Recomendaciones

1) Lea cuidadosamente las recomendaciones
2) Suministre los datos que se solicitan
3) Realice una revisión general de la prueba antes de responderla.
4) Esta prueba consta de 20 preguntas de selección simple con un valor de un punto cada una
5) Cada pregunta consta de un planteamiento y de cuatro (5) opciones de las cuales una sola es correcta
6) Encierre en un círculo la alternativa que exprese la palabra correcta.
7) El tiempo es de ciento veinte (120) minutos

1) Cuál es el nombre correcto de la gráfica seleccione la respuesta.

a.) Elipse
b.) Parábola
c.) Circunferencia
d.) Hipérbola
e.) Ninguna de las anteriores



2) Cuál es el nombre correcto de la gráfica seleccione la respuesta.

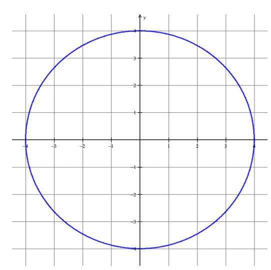
a) Elipsoide

b) Hipérbola

c) circunferencia

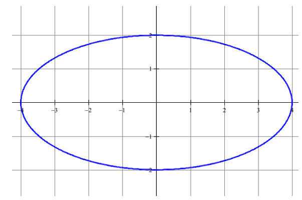
d) Parábola

e) Ninguna de las anteriores



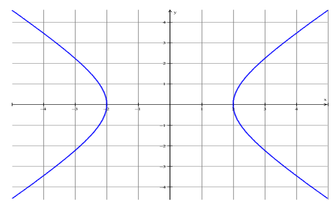
3) Cuál es el nombre correcto de la gráfica seleccione la respuesta.

a) Elipse
b) Paraboloide
c) Circunferencia
d) Hipérbola
e) cilíndrica
f) Ninguna de las anteriores



4) Cuál es el nombre correcto de la gráfica seleccione la respuesta

a) Hiperboloide
b) Parábola
c) Circunferencia
d) Hipérbola
e) Paraboloide
f) Ninguna de las anteriores



5) Cuál es la ecuación correcta de la gráfica seleccione la respuesta

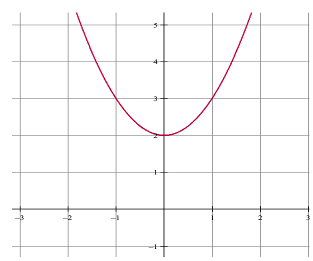
a.) $y = x^2$

b.) $y = x^2 + 4$

c) $y = x^2$+2

d) $y = x + x^2$

e) Ninguna de las anteriores



6) Cuál es la ecuación correcta de la gráfica seleccione la respuesta

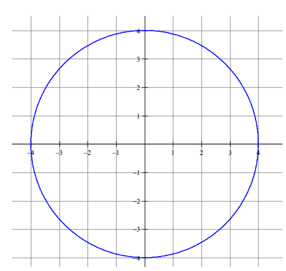
a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

b) $x^2 - y^2 = 4^2$

c) $x^2 + y^2 = 4^2$

d) $y^2 = 4x^2$

e) Ninguna de las anteriores



7) Cuál es la ecuación correcta de la gráfica seleccione la respuesta

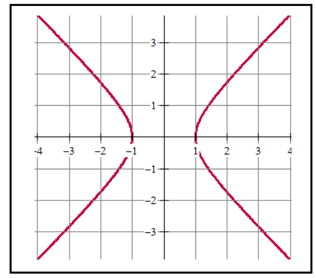
a) $x^2 - y^2 = 1$

b) $x^2 + y^2 = 1$

c) $x^2 - y^2 = 4^2$

d) $x^2 + y^2 = 8^2$

e) Ninguna de las anteriores



8) Cuál es la ecuación correcta de la gráfica seleccione la respuesta

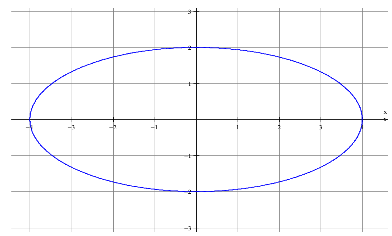
a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 4$

c) $x^2 + y^2 = 8^2$

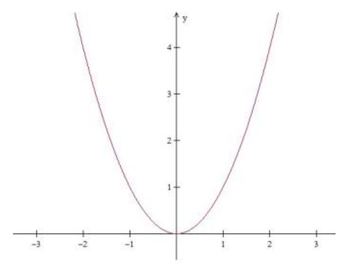
d) $x^2 - y^2 = 4^2$

e) Ninguna de las anteriores



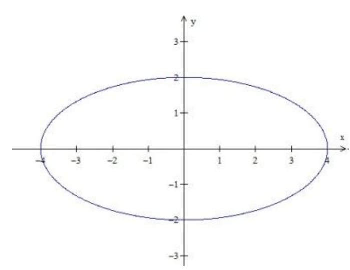
9) Cuál es la ecuación correcta de la gráfica seleccione la respuesta

a) $y = x^2 + 1$
b) $y = x^2 + 4$
c) $y = x^2$
d) $x = y^2$
e) Ninguna de las anteriores



10) Cuál son las longitudes de los ejes mayor y menor en la gráfica.

a) $4 \text{ y } 2$
b) $4\ y\ 4$
c) $16\ y\ 4$
d) $9\ y\ 3$
e) Ninguna de las anteriores



11) Es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a una misma

distancia dada un punto fijo se llama:

a) Elipse

b) Circunferencia

c) Esfera

d) Circulo

e) Ninguna de las anteriores

12) Es el lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos dados, es constante.

a) Elipse

b) Circunferencia

c) Esfera

d) Circulo

e) Ninguna de las anteriores

13) Es el lugar geométrico del plano cuya distancia a un punto fijo F es igual a su distancia a una recta fija d, que no contiene el punto F.

a) Elipse

b) Circunferencia

c) Esfera

d) Circulo

e) Ninguna de las anteriores

14) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura

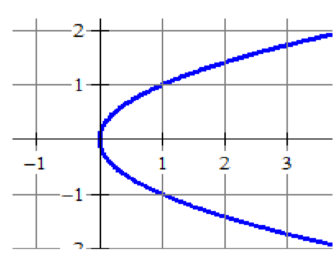
a) $y = x^2$

b) $y = x^2 + 4$

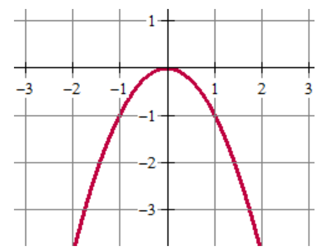
c) $x = y^2$

d) $y = x^2 + 1$

e) Ninguna de las anteriores



15) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a) $y = x^2$

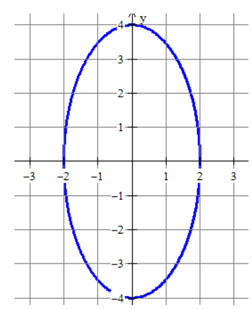
b) $y = -x^2$

c) $x = y^2$

d) $y = x^2 + 2$

e) Ninguna de las anteriores

16) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2)}{4} = 1$

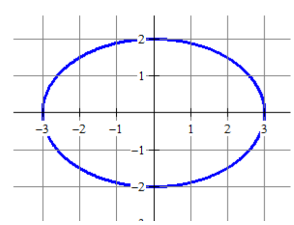
b.) $\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{16} = 1$

c) $y = x^4$

d) $y = x + x^2$

e) ninguna de las anteriores

17) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.) $x^2 - y^2 = 1$

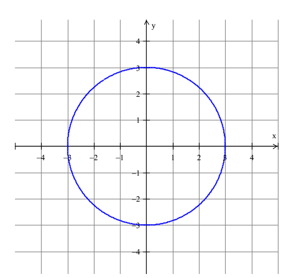
b.) $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{1} = 1$

c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{1} = 1$

e) Ninguna de las anteriores

18) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2)}{4} = 1$

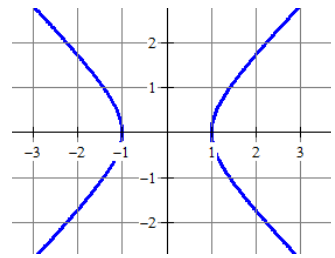
b.) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{1} = 1$

c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=1$

d) $x^2+\ y^2=9$

e) Ninguna de las anteriores

19) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.) $x^2-y^2=1$

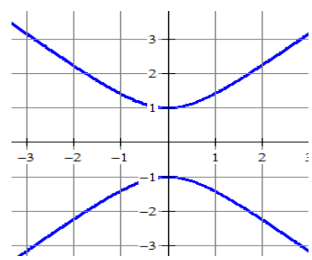
b.) $y^2-x^2=1$

c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=1$

d) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{1}=1$

e) Ninguna de las anteriores

20) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.) $x^2-y^2=1$

b.) $x^2+y^2=1$

c) $y^2-x^2=1$

d) $x^2-y^2=1$

e) Ninguna de las anteriores

ANEXO C

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL CENTRO

PRUBA DE POST- TEST

Apellidos y Nombres: ___________________________________ CI: _______________

Sección: _______ Fecha: _________________

Recomendaciones

8) Lea cuidadosamente las recomendaciones
9) Suministre los datos que se solicitan
10) Realice una revisión general de la prueba antes de responderla.
11) Esta prueba consta de 20 preguntas de selección simple con un valor de un punto cada una
12) Cada pregunta consta de un planteamiento y de cuatro (5) opciones de las cuales una sola es correcta
13) Encierre en un círculo la alternativa que exprese la palabra correcta.
14) El tiempo es de ciento veinte (120) minutos

Preguntas

1) Quien desarrollo el primer tratado de las cónicas

a) Arquímedes, b) Menecmo, c) Pitágoras d) Apolonio

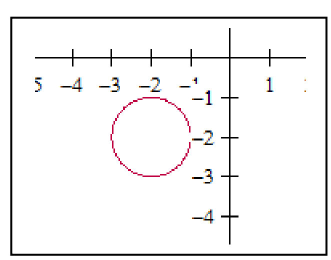
2) Se denominan cónicas porque:

a) Se encuentra un mano escrito en el cono sur
b) Porque Apolonio estudió el cono
c) Se forman cuando un cono es cortado por un plano en distintas formas
d) Son figuras que representan las constelaciones
e) Ninguna de las anteriores

3) Seleccione la ecuación canónica que corresponde a la siguiente gráfica.

a.) $(y-2)^2-(x-2)^2=4$

b.) $(y+2)^2-(x+2)^2=1$



c) $(y-2)^2+(x-2)^2=4$

d) $(y-2)^2+(x-2)^2=1$

e) ninguna de las anteriores

4) Seleccione la ecuación canónica que corresponde a la siguiente gráfica.

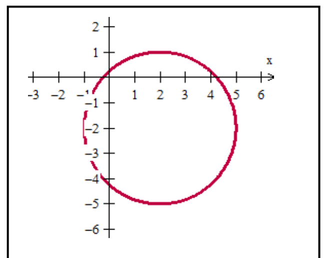
a) $(x+2)^2+(y-2)^2=9$

b) $(x-2)^2+(y+2)^2=9$

c) $(x)^2+(y-3)^2=9$

d) $(x+2)^2+(y-2)^2=9$

e) ninguna de las anteriores



5) Seleccione la ecuación canónica que corresponde a la siguiente gráfica.

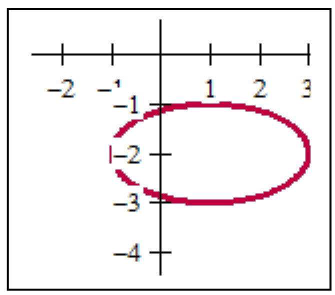
a.) $(x-2)^2/4+y^2/16=1$

b.) $(x-1)^2/4+(y+2)^2/1=1$

c) $(x-1)^2/4-(y+2)^2/16=1$

d) $(x-2)^2/4+y^2/16=4$

e) ninguna de las anteriores



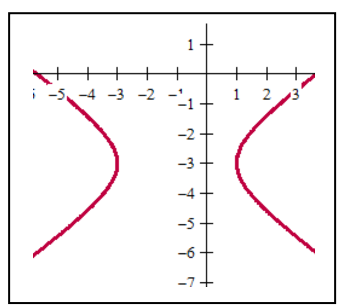
6) Seleccione la ecuación canónica que corresponde a la siguiente gráfica

a.) $(x+1)^2/4-(y+3)^2/2=1$

b.) $(x-1)^2/4-(y-3)^2/2=1$

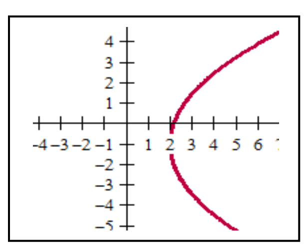
c) $(x+1)^2/16-(y+3)^2/4=1$

d) ninguna de las anteriores



7) Seleccione la ecuación canónica de la que corresponde a siguiente gráfica

a.) $(y-1)^2=6(x-2)$



b.) $(\mathrm{y}+1)^2 = 6(\mathrm{x}-2)$
b) $(\mathrm{y}-1)^2 = 6(\mathrm{x}+2)$
c) $(\mathrm{y}+1)^2 = 6(\mathrm{x}-2)$
d) ninguna de las anteriores

8) Seleccione la ecuación general a partir de la ecuación canónica $(x-1)^2/9 - (y+2)^2/4 = 1$

a) $x^2 - 8x - 9y^2 - 36y = 68$

b) $4x^2 - 8x + 9y^2 - 36y = 68$

c) $4x^2 + 8x - 9y^2 - 36y = 68$

d) $4x^2 - 8x - 9y^2 - 36y = 68$

e) Ninguna de las anteriores

9) La ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ tiene como centro y radio

a) $(1,-2)$ y $\mathrm{r} = 2$

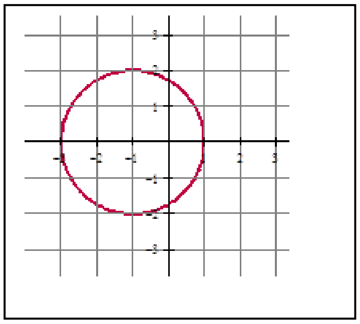
b) $(1,-2)$ y $\mathrm{r} = \sqrt{2}$

c) $(-1,2)\ y\ \ r = 4$

d) $(1,-2)\ y\ \ r = 16$

e) Ninguna de las anteriores

10) La ecuación general de la circunferencia de la figura es:



a) $\frac{x^2}{16}x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

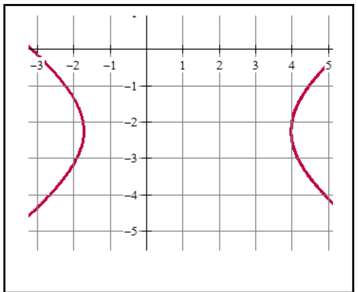
b) $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

d) $x^2 - y^2 = 4^2$

e) Ninguna de las anteriores

11) La ecuación general de la hipérbola es:

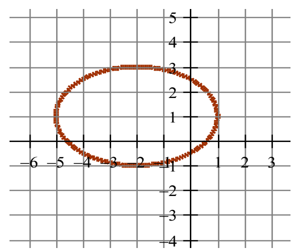


a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

b) $4x^2 - 8y^2 - 9x - 36y - 68 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$
e) Ninguna de las anteriores

12) La ecuación general de la elipse de la figura es:

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
b) $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$
e) Ninguna de las anteriores



13) La ecuación de la elipse $4x^2 + 16y^2 = 576$ cuyas las longitudes de los ejes mayor y menor son

a) $81 \; y \;\; 36$

b) $9 \;\; y \;\; 16$

c) $8 \;\; y \;\; 6$

d) $64 \;\; y \;\; 36$

e) Ninguna de las anteriores

14) La ecuación de la elipse la figura cuyas longitudes de los ejes mayor y menor son

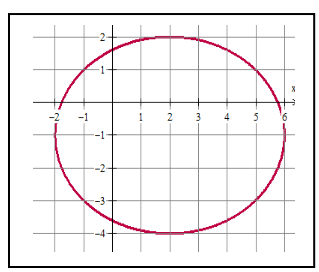
a) $16 \;\; y \;\; 25$

b) $16 \;\; y \;\; 9$

c) $36 \;\; y \;\; 9$

d) $49 \;\; y \;\; 16$

e) Ninguna de las anteriores



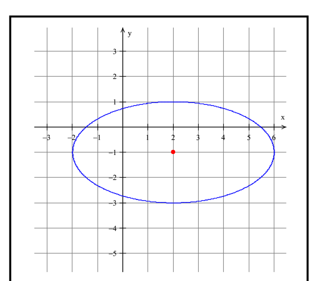
15) Seleccione la ecuación de la gráfica de la siguiente figura

a.) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$

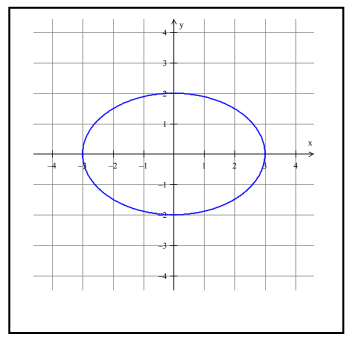
b.) $\frac{(y-2)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{1} = 1$

c) $\frac{(y-2)^2}{16} + \frac{(x+2)^2}{1} 1$

d) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{1} = 1$



16) Seleccione la ecuación que representa la gráfica de la figura



a.)$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = = 1$

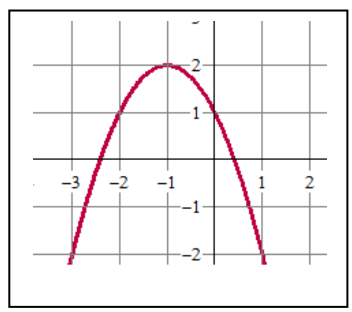
b.) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{1} = 1$

c) $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{1} = 1$

d) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

e) Ninguna de las anteriores

17) Seleccione el centro y radio ecuación de la figura



a.) $(1,1)$ $r = 9$

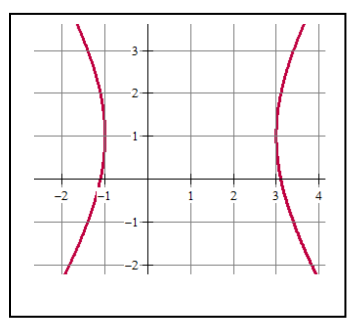
b.) $(0,0)$ $r = 3$

c) $(0,0)$ $r = 1$

d) $(-1,-1)$ $r = 3$

e) Ninguna de las anteriores

18) Seleccione el centro y la distancia del eje a de la hipérbola



a.) $(1,1)$ $a = 9$

b.) $(0,0)$ $a = 3$

c) $(0,0)$ $a = 1$

d) $(1,1)$ $a = 2$

e) Ninguna de las anteriores

19) Seleccione la ecuación canónica que representa $3y^2 - x^2 + 6x - 12y = 0$

a.) $\frac{(y-2)^2}{1} - \frac{(x-3)^2}{3} = 1$

b.) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{1} = 1$

c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1$

d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{1} = 1$

e) Ninguna de las anteriores

20) Seleccione la ecuación canónica que representa $3x^2 + 4y^2 - 2x - 8y - 92 = 0$

a.) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$

b.) $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{27} = 1$

c) $16x^2 - 9y^2 = 144$

d) $9x^2 - 16y^2 = 144$

e) Ninguna de las anteriores

ANEXO D

INTRODUCCIÓN A WINPLOT.

WinPlot es un generador de funciones gráficas especialmente diseñado para el estudio visual de ecuaciones matemáticas.

Con WinPlot es posible generar gráficas de ecuaciones explicitas, paramétricas, implícitas y cilíndricas, generar curvas simples, cilindros e inclusive representar ecuaciones diferenciales tanto en dos como en tres dimensiones.

WinPlot permite personalizar los parámetros de todas las ecuaciones. Es posible modificar el valor de los ejes X, Y y Z; en número de divisiones, los puntos de corte y definir la calidad de la presentación.

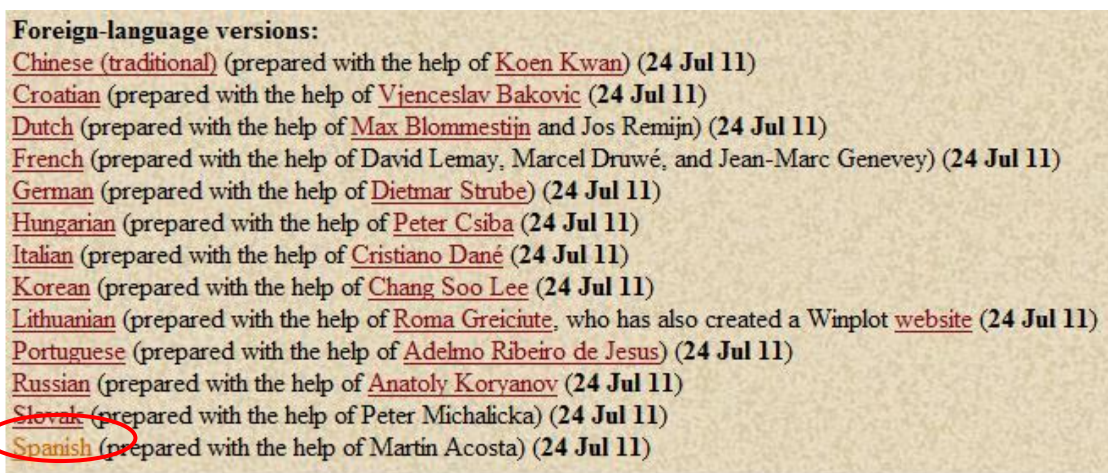
En esta práctica se llevarán a cabo una serie de actividades para graficar funciones, establecer el ambiente de visualización así como variar los parámetros de las funciones.

1. Instalación de WinPlot.

Si ya tiene instalado el programa WinPlot en su computador, descarte esta actividad y vaya a la actividad 2.

Descargue el programa WinPlot en la página http*://math.exeter.edu/rparris/winplot.html*.

Seleccione la versión en español.

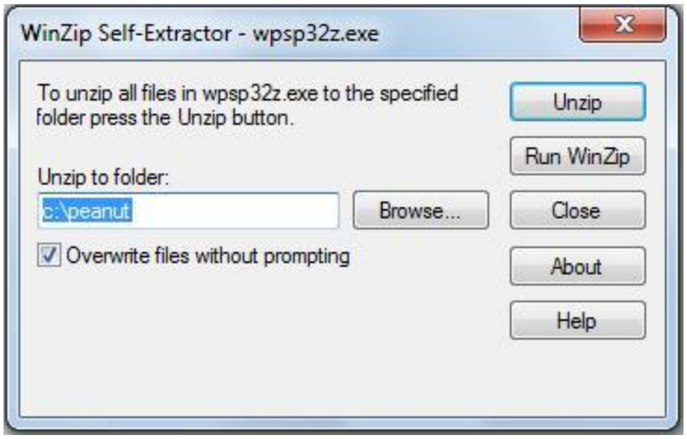


Foreign-language versions:
Chinese (traditional) (prepared with the help of Koen Kwan) (**24 Jul 11**)
Croatian (prepared with the help of Vjenceslav Bakovic (**24 Jul 11**)
Dutch (prepared with the help of Max Blommestijn and Jos Remijn) (**24 Jul 11**)
French (prepared with the help of David Lemay, Marcel Druwé, and Jean-Marc Genevey) (**24 Jul 11**)
German (prepared with the help of Dietmar Strube) (**24 Jul 11**)
Hungarian (prepared with the help of Peter Csiba (**24 Jul 11**)
Italian (prepared with the help of Cristiano Dané (**24 Jul 11**)
Korean (prepared with the help of Chang Soo Lee (**24 Jul 11**)
Lithuanian (prepared with the help of Roma Greiciute, who has also created a Winplot website (**24 Jul 11**)
Portuguese (prepared with the help of Adelmo Ribeiro de Jesus) (**24 Jul 11**)
Russian (prepared with the help of Anatoly Koryanov (**24 Jul 11**)
Slovak (prepared with the help of Peter Michalicka) (**24 Jul 11**)
Spanish (prepared with the help of Martín Acosta) (**24 Jul 11**)

Gráfica N° 1: WinPlot en español.

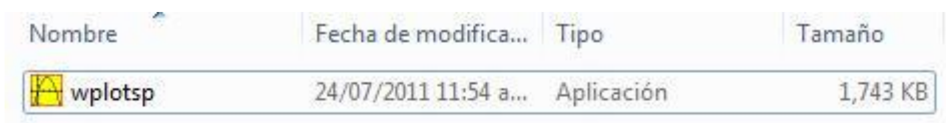
El archivo que será descargado se denomina **wpsp32z** con 793 kb de tamaño.

El archivo descargado está comprimido, proceda a descomprimirlo en alguna carpeta de su conveniencia. Por defecto, es creada la carpeta **c:/peanut** para colocar el archivo descomprimido.



Gráfica N° 2: WinZip para descomprimir wpsp32z.

El archivo descomprimido que corresponde al archivo de WinPlot ejecutable se muestra a continuación.



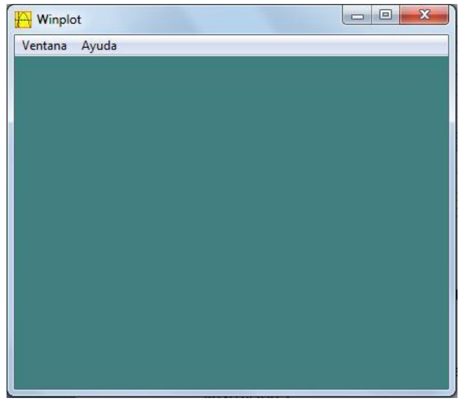
Gráfica N° 3: WinPlot descomprimido.

Con este último paso finaliza la instalación de WinPlot en su computadora.

2. Inicio de WinPlot y gráficas de funciones.

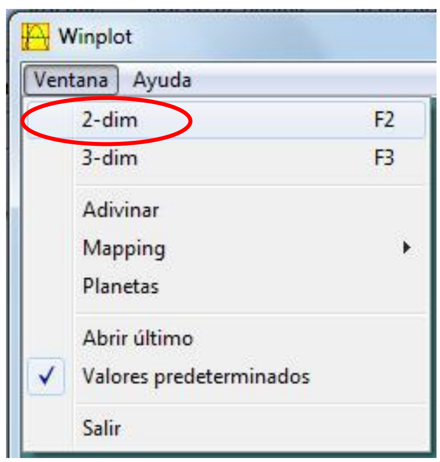
Haga doble-click con el ratón sobre el archivo ejecutable **wplotsp** mostrado en la **Gráfica N°** 2.

WinPlot entra en actividad desplegando la ventana de trabajo que se muestra.



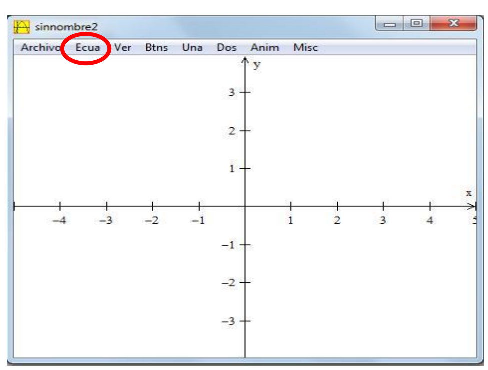
Gráfica N° 4: Ventana de inicio de WinPlot.

Seleccione **Ventana** y **2-dim**.



Gráfica N°5: Selección de dos dimensiones.

Aparece la ventana para graficar como se muestra a continuación,

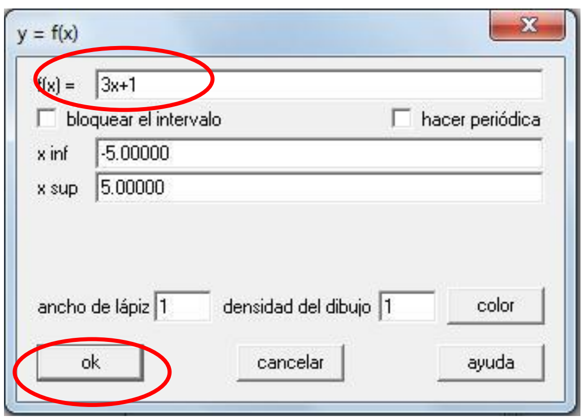


Gráfica N° 6: Ventana para gráficas en dos dimensiones.

Seleccione *Ecua -> Explícita…*

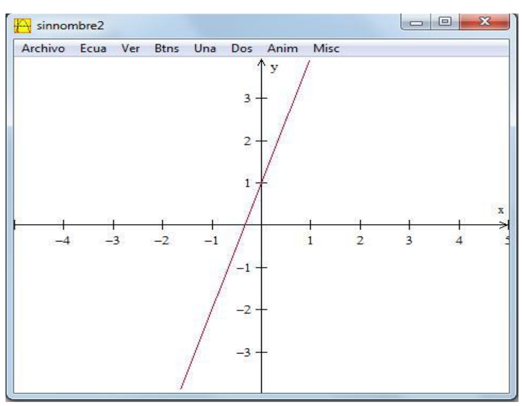
Gráfica N° 7: Ecuación explicita.

Escriba la ecuación de la recta **f(x)=3x + 1** como se muestra a continuación y seleccione **ok**.



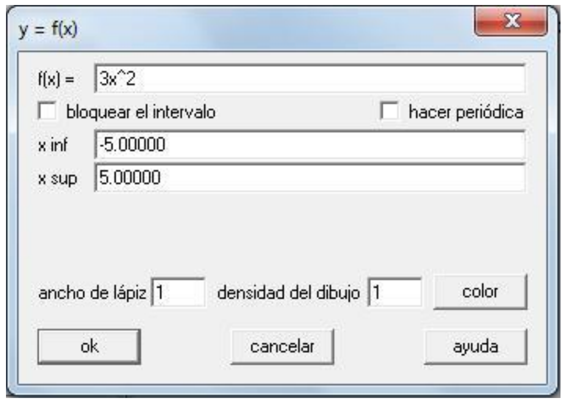
Gráfica N°8: Función f(x) = 3x + 1.

Obtendrá como resultado la gráfica de la recta,



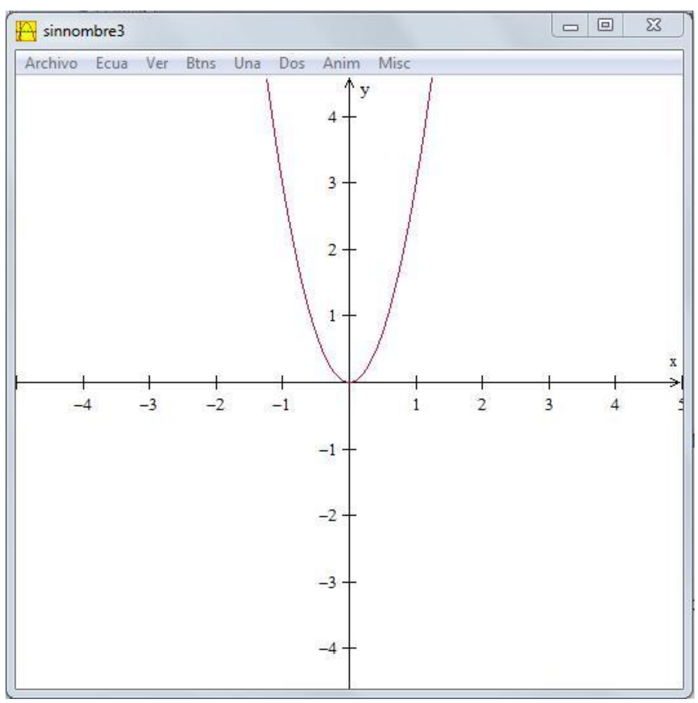
Gráfica N° 9: Gráfica de f(x) = 3x + 1.

Para graficar **$y = 3x^2$**, introduzca la ecuación como se muestra a continuación, utilice el símbolo **^** para representar la exponenciación.



Gráfica N° 10: Función $y = 3x^2$.

Obtendrá la gráfica de la función como se muestra a continuación,



Gráfica N° 11: Gráfica de la función $y = 3x^2$.

3. Selección Btns (botones).

Este menú controla la funcionalidad de los botones del ratón. Solamente una opción puede ser seleccionada en todo momento. Si por ejemplo, desea colocar etiquetas en la gráfica, coloque una marca en el renglón **Texto** de la opción **Btns**.

Gráfica N° 12: Opción Btns.

Algunas de las opciones disponibles en la ventana Btns son:

BI Caja – Permite con un click al botón izquierdo y arrastrando el rectángulo que aparece con el ratón, modificar el área visible de la gráfica.

BD recentrar – Permite con un click derecho del ratón, restablecer el tamaño original de la gráfica.

Texto – Permite colocar etiquetas o texto en la gráfica utilizando el ratón. También permite desplazar el texto colocado en la gráfica. El texto se puede editar haciendo click derecho en el ratón.

BI xycoords – Haciendo click izquierdo en el ratón, presenta las coordenadas x, y de la posición del puntero del ratón sobre la gráfica.

BD recentrar – Al hacer click derecho con el ratón, reubica las coordenadas de la gráfica con respecto a la posición del puntero del ratón.

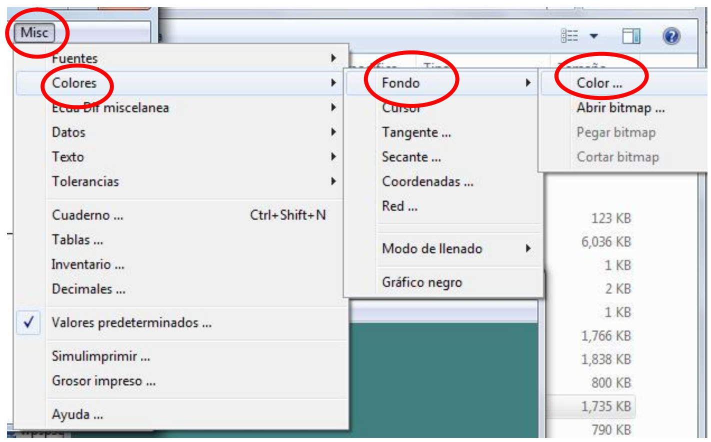
Pegar – Al hacer click sobre los botones del ratón, el contenido del "clipboard" es colocado en la gráfica.

Experimente con cada una de las opciones disponibles en **Btns**.

4. Formato de la gráfica.

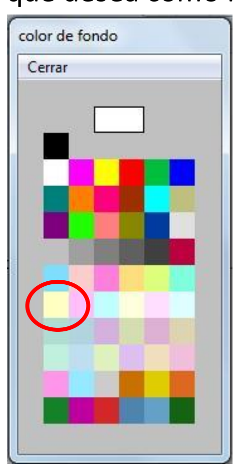
Color de fondo.

Seleccione en *Misc. -> Colores -> Fondo -> Color…*



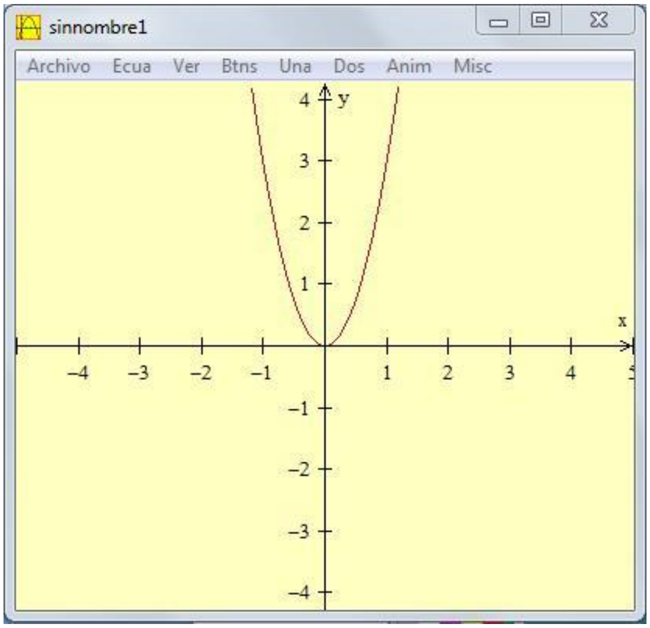
Gráfica N° 13: Color de fondo.

Seleccione el color que desea como fondo de la gráfica,



Gráfica N° 14: Selección del color de fondo.

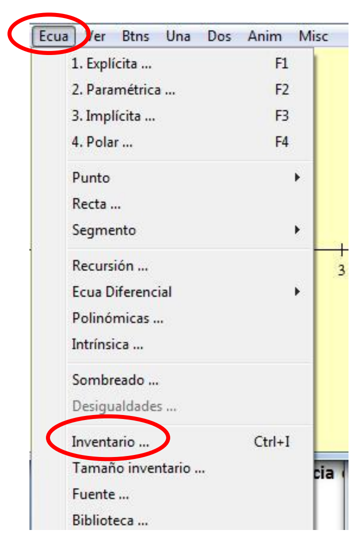
La gráfica muestra como fondo el color seleccionado,



Gráfica N° 15: Gráfica con color de fondo beige.

Apariencia de la gráfica.

Seleccione *Ecua -> Inventario*.

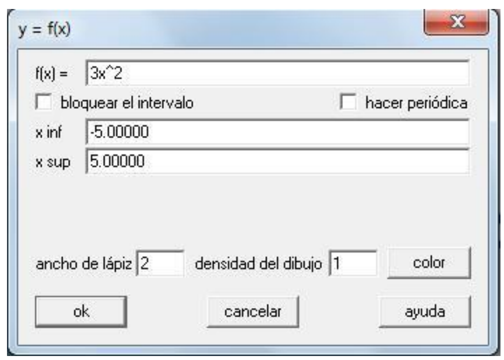


Gráfica N° 16: Abrir el inventario.

Aparece la ventana de Inventario,

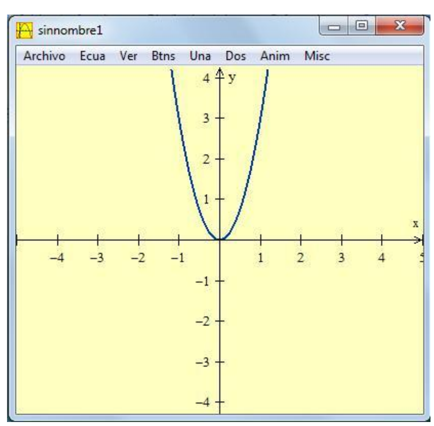
Gráfica N° 17: Ventana de Inventario.

Seleccione la opción **editar**, cambie el ancho de lápiz de 1 a 2, seleccione color y cambie el color de la curva correspondiente a la función, finalmente **ok**.



Gráfica N° 18: Nuevo ancho y color de la función.

Podrá observar el nuevo grosor y color de la función.



Gráfica N°19: Función con ancho 2 y color azul

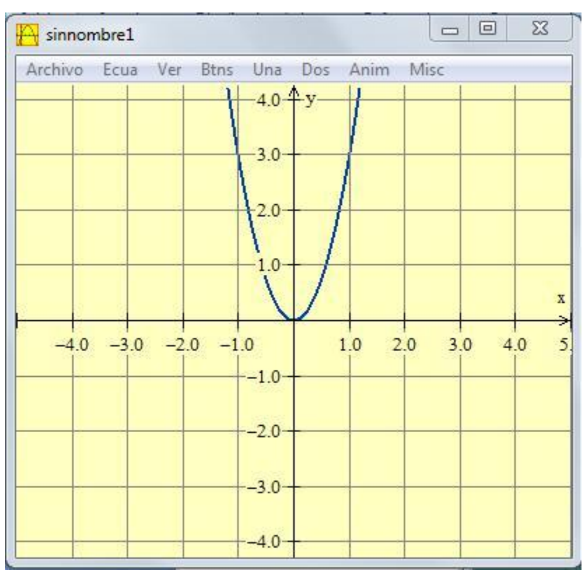
Selección de escala, ejes, etiquetas y cuadrícula.

Seleccione *Ver -> Cuadrícula…*

Marque decimales en los ejes x, y. Marque **rectangular** y finalmente **aplicar**.

Gráfica N° 20: Cuadrícula.

Observe los cambios en la gráfica,



Gráfica N° 21: Gráfica con cuadrícula.

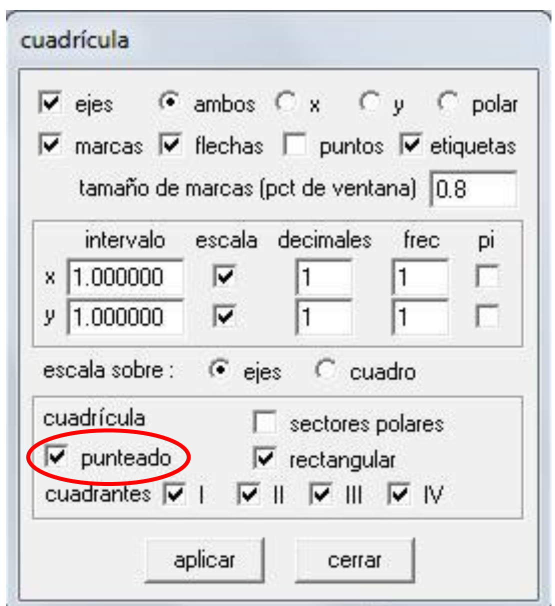
5. Apariencia de la gráfica.

- Seleccione *Ver -> Ejes -> Flechas solidas*.
- Seleccione *Ver -> Ejes -> Etiquetas*.

Puede colocar cualquier etiqueta en los ejes por ejemplo: Eje X, Eje Y.

Gráfica N° 22: Etiquetas en los ejes.

- Seleccione *Ver -> Cuadrícula*. Marque **punteado**.

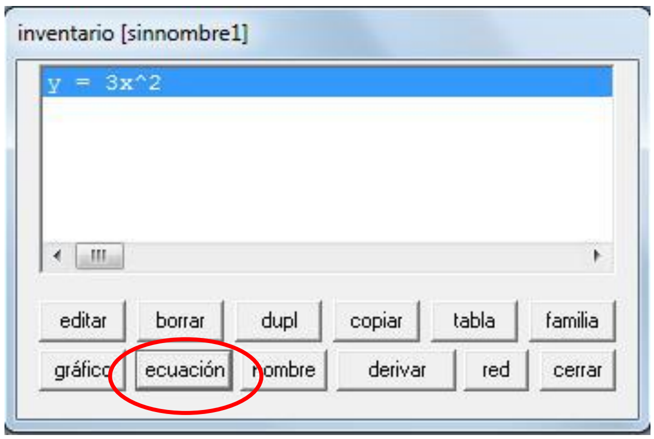


Gráfica N° 23: Cuadrícula punteado.

-Seleccione *Ver -> Atributos de cuadrícula -> Color*.
Seleccione el color que más le agrade.

-Seleccione *Misc -> Fuentes -> Coordenadas…*
 Seleccione 12 como tamaño de fuente.

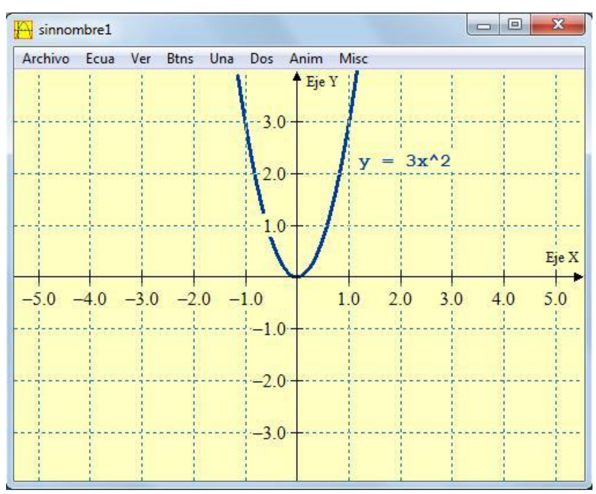
-Seleccione *Ecua -> Inventario*.
 Para que aparezca la ecuación de la función en la gráfica, seleccione **ecuación**.



Gráfica N° 24: Ecuación.

-Seleccione *Btns -> Texto*. Con el botón izquierdo del ratón mueva el texto a donde le resulte más apropiado.

Finalmente la apariencia de la gráfica se muestra a continuación,



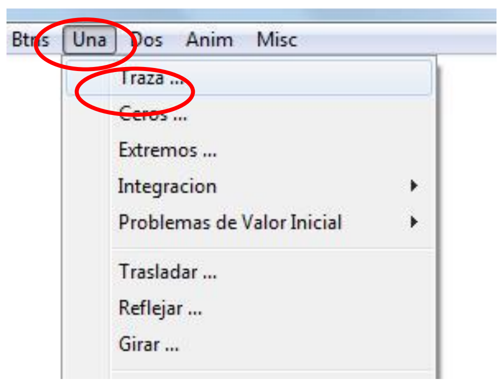
Gráfica N° 25. Apariencia de la gráfica.

6. Interactuando con la gráfica.

Cierre la gráfica obtenida en los pasos previos. No es necesario guardarla.

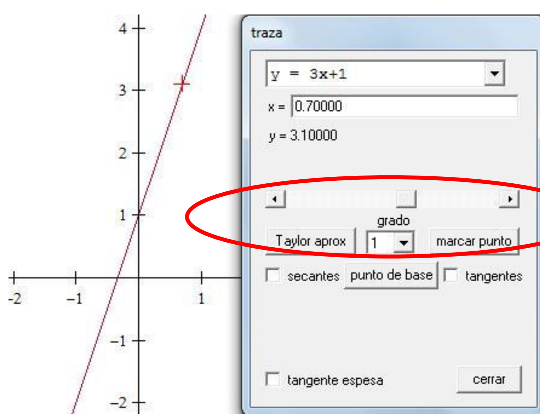
Seleccione *Ventana -> 2-dim*.
Seleccione *Ecua -> Explicita*.
Escriba la ecuación f(x) = *3x + 1*

a. Barra deslizante.
Seleccione *Una -> Traza...*



Gráfica N° 26: Una -> Traza...

En la ventana que aparece a continuación desplace la barra deslizante y observe como aparecen las coordenadas x, y que se encuentran sobre la gráfica de la función, indicados por el símbolo +.



Gráfica N° 27: Barra deslizante.

b. Tabla.

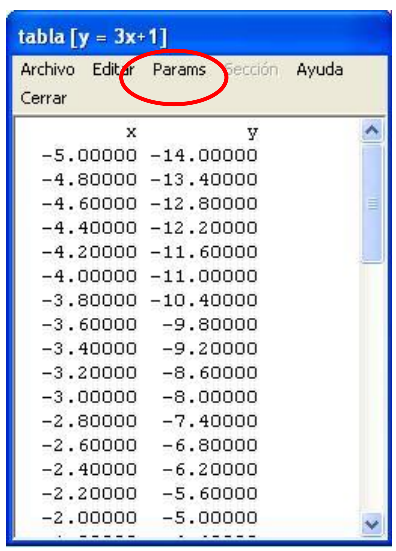
Para obtener una tabla con los valores x, y de la función, seleccione

Ecua -> Inventario.

En la ventana de inventario seleccione **Tabla**.

Gráfica N° 28: Tabla.

Podrá observar los valores y, x de la función **f(x) = 3x +1** como se muestra parcialmente a continuación,



x	y
-5.00000	-14.00000
-4.80000	-13.40000
-4.60000	-12.80000
-4.40000	-12.20000
-4.20000	-11.60000
-4.00000	-11.00000
-3.80000	-10.40000
-3.60000	-9.80000
-3.40000	-9.20000
-3.20000	-8.60000
-3.00000	-8.00000
-2.80000	-7.40000
-2.60000	-6.80000
-2.40000	-6.20000
-2.20000	-5.60000
-2.00000	-5.00000

Ilustración 29: Tabla de valores.

En la tabla puede seleccionar **Params** para establecer el rango de valores así como su cantidad en la tabla.

Gráfica N° 30: Parámetros de la tabla.

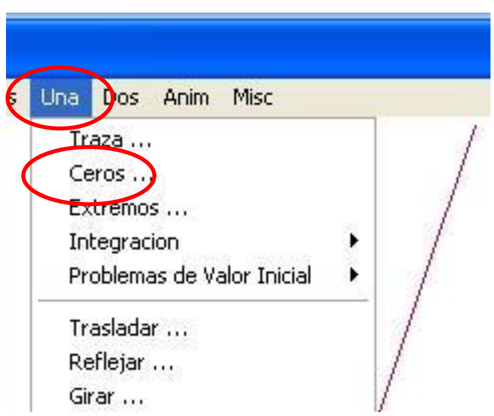
Establezca **min en -10**, **max en 10** y **num pasos en 100**. Observe como se reflejan estos parámetros en la tabla.

c. Ceros de una función.

Para demostrar esta opción que obtiene los ceros de una función, en la misma gráfica incluya la función **f(x) = 2x^2 -1**.

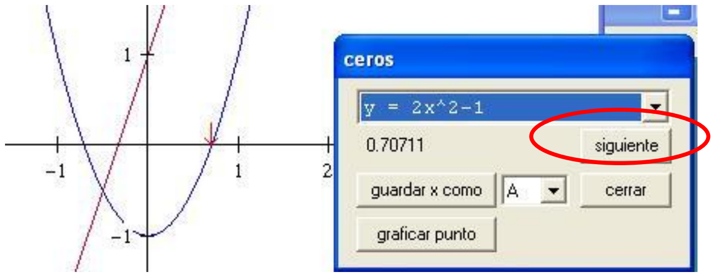
Recuerde que esto se logra seleccionando *Ecua -> Explícita… -> f(x) = 2x^2 -1.*

Luego seleccione Una -> Ceros…



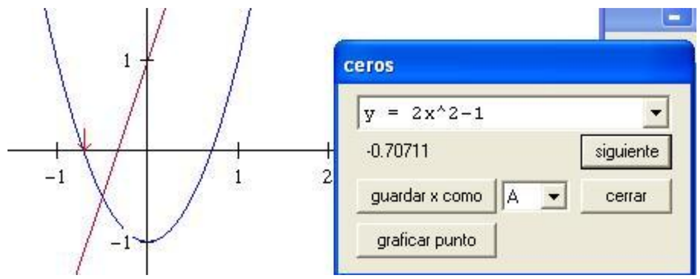
Gráfica N° 31: Ceros de la función.

Aparece el primer cero de la función **f(x) = 2x^2 -1** ,



Gráfica N° 32: Primer cero de la función.

Seleccione siguiente en la ventana de ceros y aparece el siguiente cero,

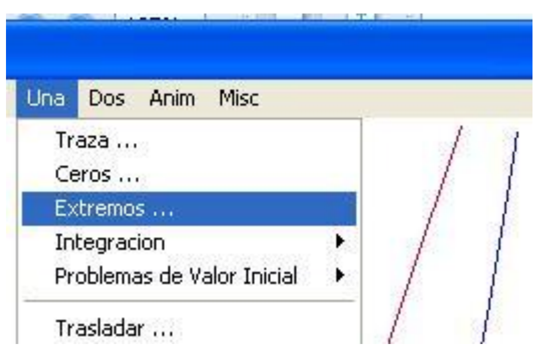


Gráfica N° 33: Siguiente cero de la función.

Esta opción solo muestra los ceros que se encuentran en la ventana visible de la gráfica.

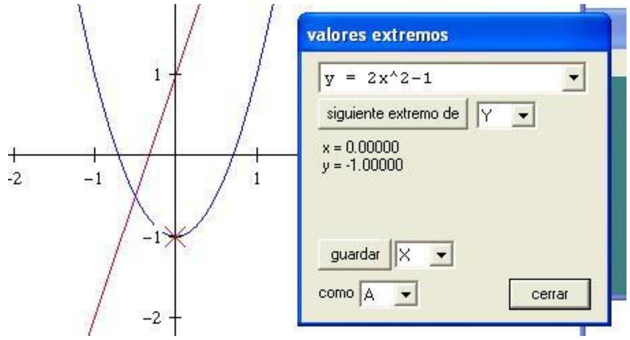
d. Valores extremos de una función.

Seleccione *Una -> Extremos…*



Gráfica N° 34: Extremos de una función.

Se observa el valor extremo de la función *f(x) = 2x^2 -1*.



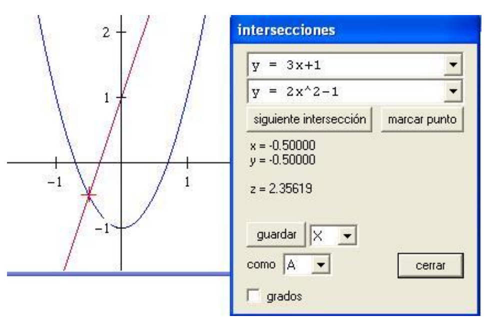
Gráfica N° 35: Extremos de una función.

e. Puntos de intersección.

Seleccione *Dos -> Intersección…,*

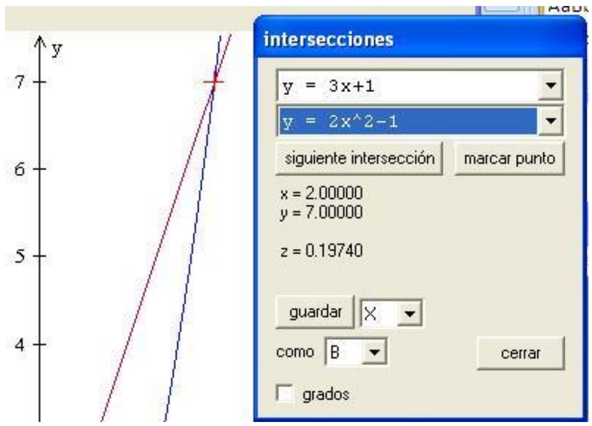
Gráfica N° 36: Selección de intersección.

Podrá observar la primera intersección entre curvas, **f(x) = 3x + 1** y **f(x) = 2x^ - 1**.



Gráfica N° 37. Primera intersección.

Seleccione siguiente intersección y podrá observar la segunda intersección. Desplace la gráfica hacia abajo para que aparezca la segunda intersección entre las dos curvas, puede utilizar la tecla con flecha hacia abajo para desplazar las curvas.



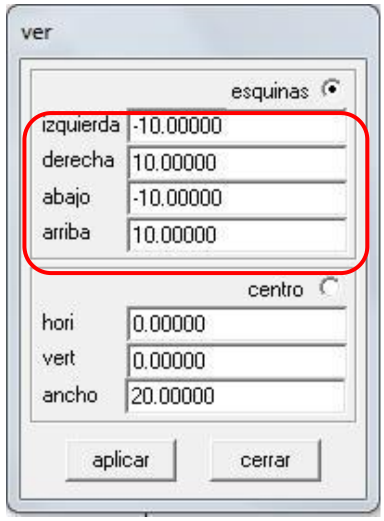
Gráfica N° 38: Segunda intersección.

f. Ventana de visualización.

-Puede desplazar la posición de las funciones en la gráfica con las teclas ← → ↓ ↑.
-Puede establecer la ubicación de las funciones seleccionando *Ver -> Ver…*

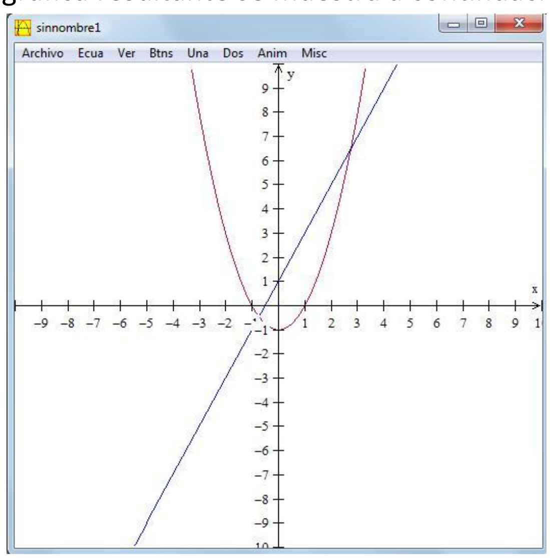
Gráfica N° 39: Posición de las funciones.

Coloque los siguientes valores en la ventana emergente, estos son los valores extremos que tendrán los ejes x, y en la gráfica.



Gráfica N° 40: Posición por valores en los extremos de los ejes.

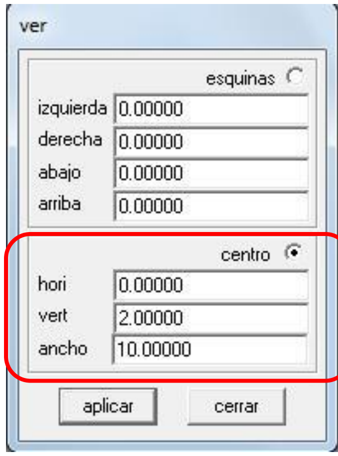
La gráfica resultante se muestra a continuación,



Gráfica N° 41: Gráfica con posición por esquinas.

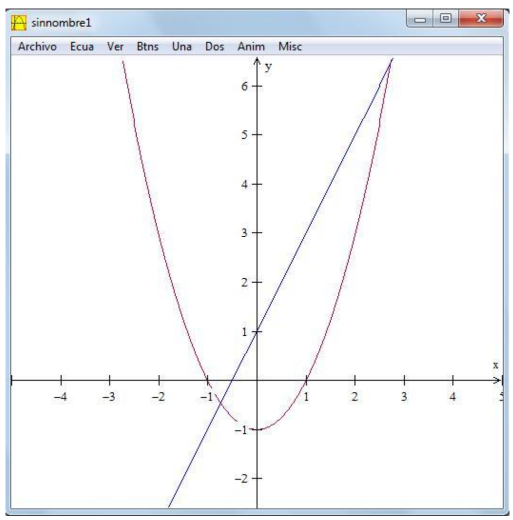
-También se puede establecer el punto en los ejes x, y para que sea el centro de la gráfica.

Seleccione *Ver -> Ver…* y coloque los siguientes valores en la ventana emergente,



Gráfica N° 41: Posición por punto en ejes x, y.

El resultado se muestra a continuación,



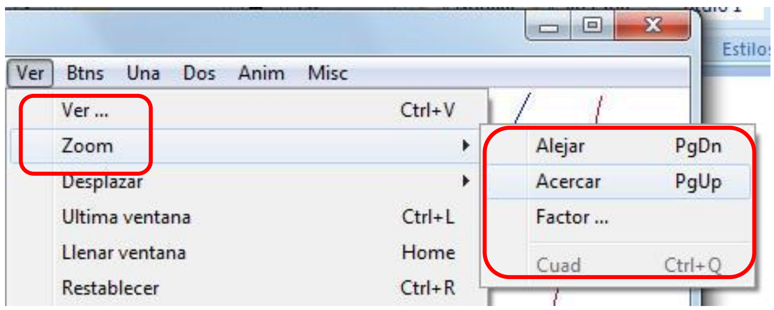
Gráfica N° 43: Posición de funciones por punto x, y.

-Se pueden alejar o acercar las funciones en la gráfica con las opciones

Ver -> Zoom -> Alejar

Ver -> Zoom -> Acercar

Ver -> Zoom -> Factor…



Gráfica N° 43: Alejar, acercar, factor…

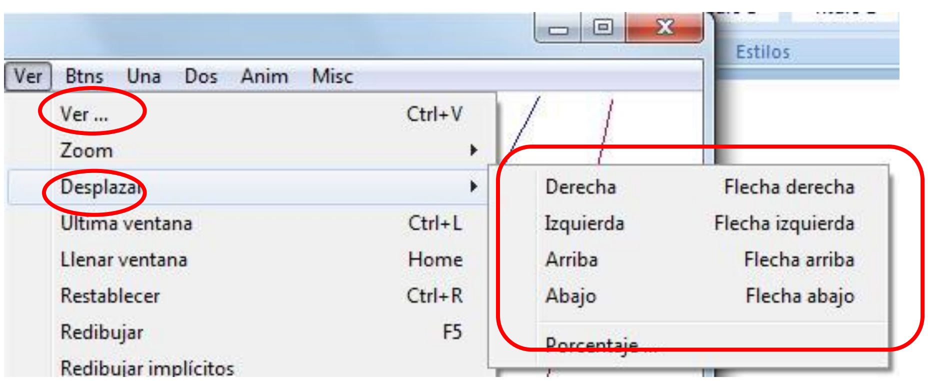
-Es posible desplazar las funciones en la gráfica con las opciones

Ver -> Desplazar -> Arriba

Ver -> Desplazar -> Abajo

Ver -> Desplazar -> Derecha

Ver -> Desplazar -> Izquierda



Gráfica N° 44: Desplazar.

-Para restablecer la posición original de las funciones seleccione

Ver -> Restablecer

-La Opción Llenar ventana ajusta el eje y con el valor máximo o mínimo de la función. La efectividad de esta opción depende de la función en la gráfica.

Ver -> Llenar ventana

-Para seleccionar manualmente un área a ser visualizado en la gráfica, seleccione

Btns -> BI Caja

Luego, con el ratón y el botón izquierdo, seleccione el área que aparecerá llenando la

ventana de la gráfica

Gráfica N° 45: BI Caja.

Fin de la práctica 1.

ANEXO E

Cónicas.
En esta práctica serán resueltos problemas sobre la circunferencia, la parábola y la elipse. Las soluciones serán visualizadas con WinPlot.

Problema 1.
Encuentre la ecuación de la circunferencia de *radio 5* y de *centro (1, -5).* Halle también las coordenadas de los puntos de la circunferencia donde el valor de *x* es *2*.

Solución.
Con los datos suministrados, la ecuación de la circunferencia se muestra a continuación,

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 25$$

Para obtener las coordenadas donde el valor de *x* es 2 sustituimos este valor en la ecuación de la circunferencia.

$$(2 - 1)^2 + (y + 5)^2 = 25 \longrightarrow (1)^2 + (y^2 + 10y + 25) = 25$$

$$y^2 + 10y + 26 = 25 \longrightarrow y^2 + 10y + 1 = 0$$

La solución a esta ecuación cuadrática es de la forma

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \longrightarrow y = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4}}{2}$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{96}}{2}$$

$$y1 = \frac{-10 + \sqrt{96}}{2} \approx \frac{-10 + 9{,}8}{2} \approx \frac{-0{,}2}{2} \approx -0{,}1$$

$$y2 = \frac{-10 - \sqrt{96}}{2} \approx \frac{-10 - 9{,}8}{2} \approx \frac{-19{,}8}{2} \approx -9{,}9$$

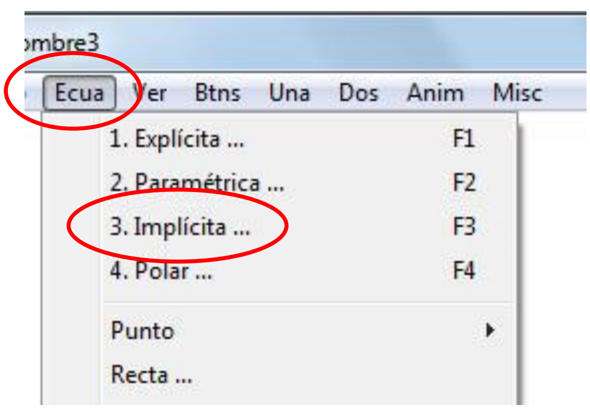
Por lo tanto sobre la circunferencia se encuentran los puntos (2, -0.1) y (2, -9,9).

Procedemos a graficar la circunferencia y verificar la ubicación de los puntos recién determinados.

Para colocar los puntos sobre la circunferencia,
seleccione *Ecua -> Punto -> (x, y)…*

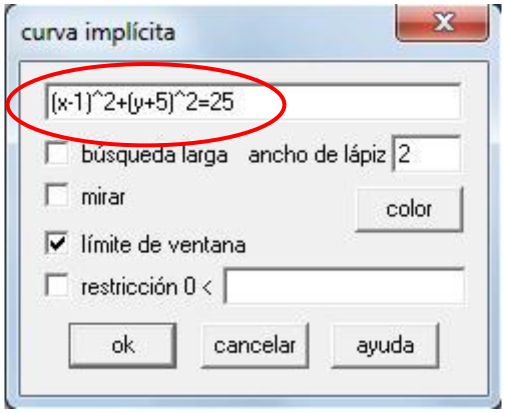
Selección en WinPlot *Ventana – 2-dim*

Luego seleccione ecuación implícita.



Gráfica N° 1: Ecuación Implícita.

En la ventana correspondiente a ecuación implícita, introduzca la ecuación de la circunferencia,

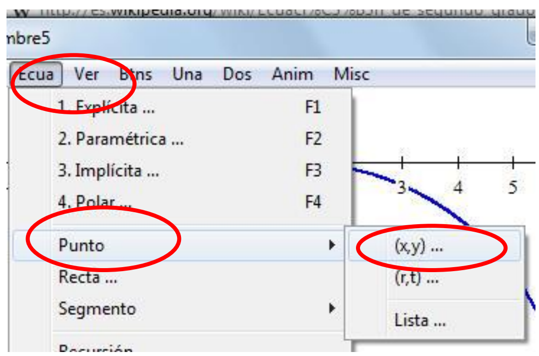


Gráfica N°2: Ecuación de la circunferencia.

La gráfica de la circunferencia se mostrará a continuación,

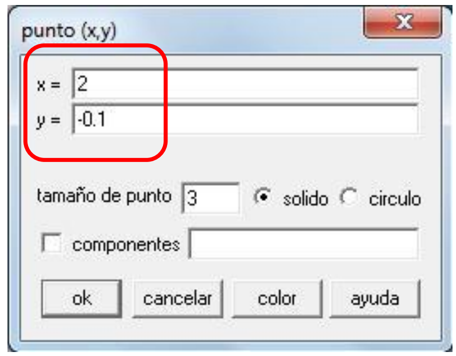
Para colocar los puntos sobre la circunferencia, seleccione

Ecua -> Punto -> (x, y)…



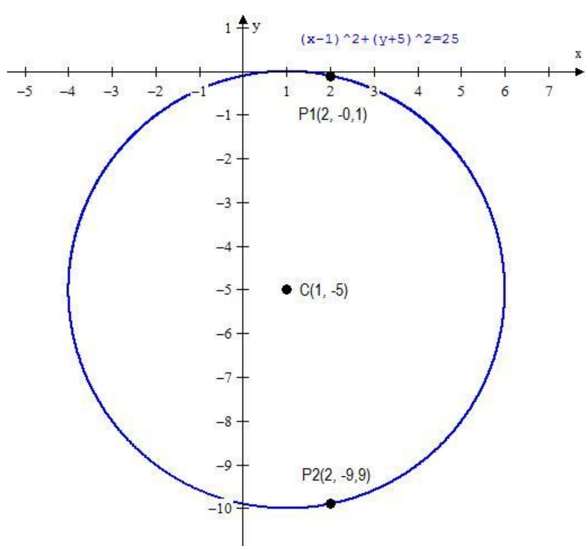
Gráfica N°3: Colocar un punto.

Proceda a colocar el primer punto,



Gráfica 4: Primer punto.

Coloque el segundo punto de la misma manera y podrá verificar su ubicación sobre la circunferencia.



Gráfica N° 5: Circunferencia $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

Problema 2.

Hallar la ecuación canónica, centro y radio de la circunferencia cuya expresión en forma general es: $4x^2 + 4y^2 + 20x - 16y + 37 = 0$.

Solución.

Los coeficientes de los términos x^2 y y^2 deben ser llevados a 1. Por lo tanto la ecuación debe ser dividida por 4.

$$\frac{4}{4}x^2 + \frac{4}{4}y^2 + \frac{20}{4}x - \frac{16}{4}y + \frac{37}{4} = 0 \qquad x^2 + y^2 + 5x - 4y + \frac{37}{4} = 0$$

Reagrupando términos, se obtiene

$$(x^2 + 5x + \quad) + (y^2 - 4y \quad) = -\frac{37}{4}$$

Proceda a completar cuadrados.

Una expresión cuadrática $(x + a)^2$ se expande a $x^2 + 2ax + a^2$

De la expresión para la circunferencia obtenemos

$$5 = 2a \longrightarrow a = 5/2\ , \quad a^2 = 25/4$$

La expresión $(x - a)^2$ se expande a $x^2 - 2ax + a^2$

De la expresión para la circunferencia obtenemos

$$-4 = 2a \longrightarrow a = -4/2 = -2, \quad a^2 = 4$$

Con lo cual tenemos la expresión canónica de la circunferencia,

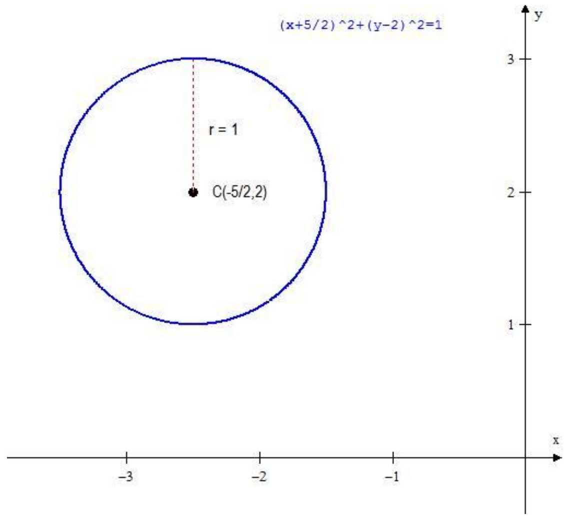
$$\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) + (y^2 - 4y + 4) = -\frac{37}{4} + \frac{25}{4} + 4$$

$$(x + \tfrac{5}{2})^2 + (y - 2)^2 = \frac{-37+25+16}{4}$$

$$(x + \tfrac{5}{2})^2 + (y - 2)^2 = 1$$

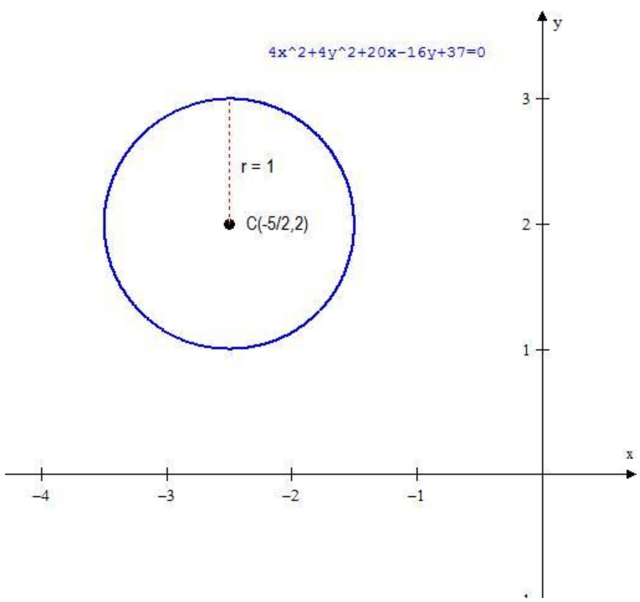
Concluimos que esta circunferencia tiene el centro en $(-\frac{5}{2}, 2)$ y el radio es 1.

Para verificar los resultados obtenidos, obtenga las correspondientes graficas. En primer lugar la grafica para $(x + \frac{5}{2})^2 + (y - 2)^2 = 1$ se muestra continuación.



Gráfica N° 6: Circunferencia $(x+\frac{5}{2})^2 + (y-2)^2 = 1.$

La grafica para la ecuación general de la circunferencia se muestra a continuación,



Gráfica N° 7: $4x^2 + 4y^2 + 20x - 16y + 37 = 0$.

Problema 3.
Determine la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos: *A(-1,1)*, *B(3,5)*, *C(5,-3).*

Solución.
La ecuación general para la circunferencia es: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$.

Es necesario determinar los valores de *D, E* y *F.* Esto lo puede lograr implementando un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Los valores *x, y* de los tres puntos dados por el problema los puede utilizar para obtener las tres ecuaciones.

$$\begin{matrix} (-1,1) \\ (3,5) \\ (5,-3) \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 1 + 1 - D + E + F = 0 \\ 9 + 25 + 3D + 5E + F = 0 \\ 25 + 9 + 5D - 3E + F = 0 \end{matrix} \right\}$$

Resuelva el sistema

$$\left\{ \begin{matrix} -D + E + F = -2 \\ 3D + 5E + F = -34 \\ 5D - 3E + F = -34 \end{matrix} \right\}$$

Mediante determinantes,

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (-5 + 5 - 9) - (25 + 3 + 3) = -9 - 31 = -40$$

$$D = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -34 & 5 & 1 \\ -34 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{-40} = \frac{(-10 - 34 + 102) - (-170 - 34 + 6)}{-40} = \frac{58 - (-198)}{-40}$$
$$= \frac{256}{-40}$$

$$D = -\frac{32}{5}$$

$$E = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & -34 & 1 \\ 5 & -34 & 1 \end{vmatrix}}{-40} = \frac{(34-10-102)-(-170-6+34)}{-40} = \frac{-78-(-142)}{-40}$$

$$= \frac{64}{-40}$$

$E = -\frac{8}{5}$

$$F = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & -34 \\ 5 & -3 & -34 \end{vmatrix}}{-40} = \frac{(170-170+18)-(-50-102-102)}{-40} = \frac{18-(-254)}{-40}$$

$F = -\frac{272}{40} = -\frac{34}{5}$

Incorpore los valores obtenidos para *D, E* y *F* en la ecuación

$x^2 + y^2 - \frac{32}{5}x - \frac{8}{5}y - \frac{34}{5} = 0$

Para obtener la forma canónica de la circunferencia, proceda a completar cuadrados,

$(x^2 - \frac{32}{5}x \qquad) + (y^2 - \frac{8}{5}y \qquad) = \frac{34}{5}$

La expresión $(x - a)^2$ se expande a $x^2 - 2ax + a^2$

Tenemos $-\frac{32}{5} = -2a \qquad a = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}, \quad a^2 = \frac{256}{25}$

$-\frac{8}{5} = -2a \qquad a = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \quad a^2 = \frac{16}{25}$

$\longrightarrow$

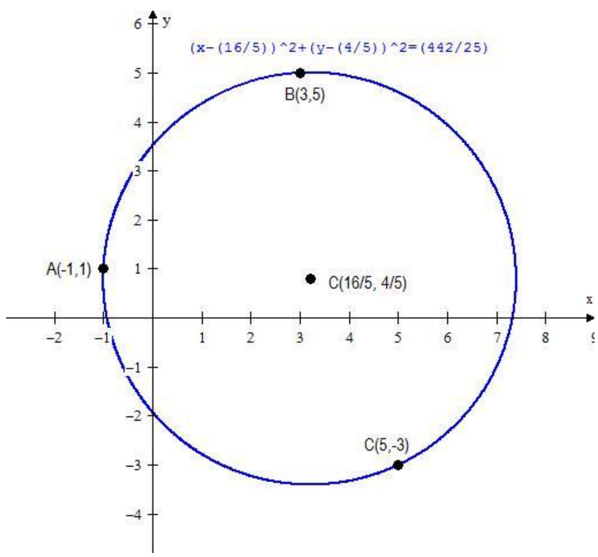
Con los valores obtenidos, obtenga la forma canónica

$$(x^2 - \frac{32}{5}x + \frac{256}{25} \quad) + \left(y^2 - \frac{8}{5}y + \frac{16}{25} \quad \right) = \frac{34}{5} + \frac{256}{25} + \frac{16}{25}$$

$$(x^2 - \frac{16}{5})^2 + (y^2 - \frac{2}{5})^2 = \frac{442}{25}$$

El centro de la circunferencia se encuentra en $(\frac{16}{5}, \frac{2}{5})$ y radio $\sqrt{\frac{442}{25}}$

Verifique con una grafica la ubicación de los puntos sobre la circunferencia obtenida en este problema.



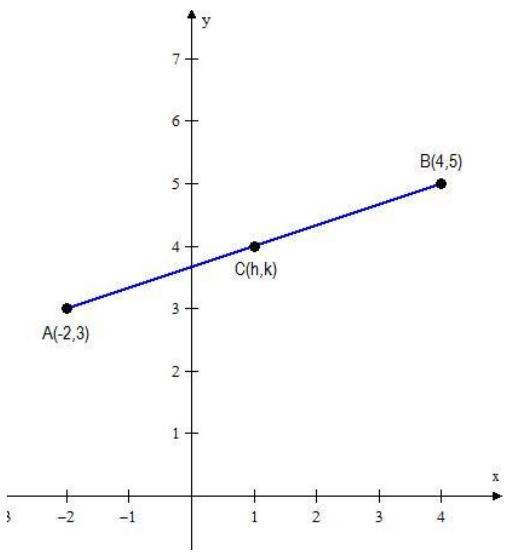
Gráfica N° 8: Circunferencia que pasa por tres puntos.

Problema 4.

Obtenga la ecuación de la circunferencia que tiene un diámetro con extremos en

A(-2,3) y *B(4,5)*. Grafique la circunferencia.

Solución.
El punto medio del segmento *A* a *B* es el centro de la circunferencia. Si el centro de la circunferencia es $\boldsymbol{C}_{(h,\,k)}$, entonces



Gráfica N° 9:. Segmento *A* a *B*.

Por lo tanto, el centro de la circunferencia es $\boldsymbol{C}_{(1,4)}$.

El radio de la circunferencia puede determinarse por $\overline{|CA|}$ o $\overline{|CB|}$. Si $r = \overline{|CA|}$, entonces

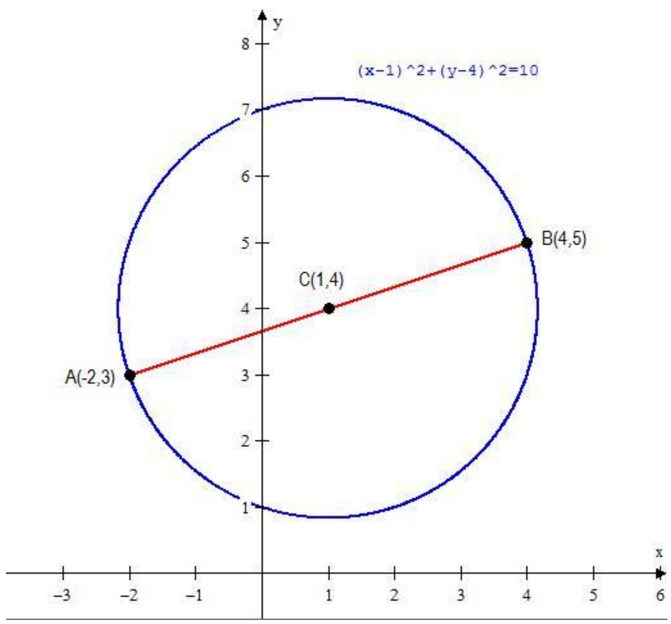
$$r = \sqrt{(1+2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$$

El segmento *A* a *B* se muestra a continuación,

Con los datos obtenidos, la ecuación de la circunferencia se puede escribir de la siguiente manera,

$$(x – 1)^2 + (y – 4)^2 = 10$$

Para verificar los resultados obtenidos, grafique la ecuación de la circuferencia y el segmento *AB.*



Gráfica N° 10: Circunferencia con centro y dos puntos dados.

Problema 5.
Encuntre la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto *A(7,-5)* y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas: $7x – 9y – 10 = 0$ y $2x – 5y + 2 = 0$.

Solución.
Debe determinar el punto de intersección para las dos rectas, resuelva el sistema de dos ecuaciones y dos incognitas.

$$7x – 9y = 10 \qquad 2x – 5y = -2$$

Por medio de determinantes,

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -9 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = -35 + 18 = -17$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -9 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{-50 - 18}{-17} = \frac{68}{17} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 10 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{-14 - 20}{-17}$$
$$= \frac{-34}{-17} = 2$$

El centro de la circunferencia es el punto C(4,2).

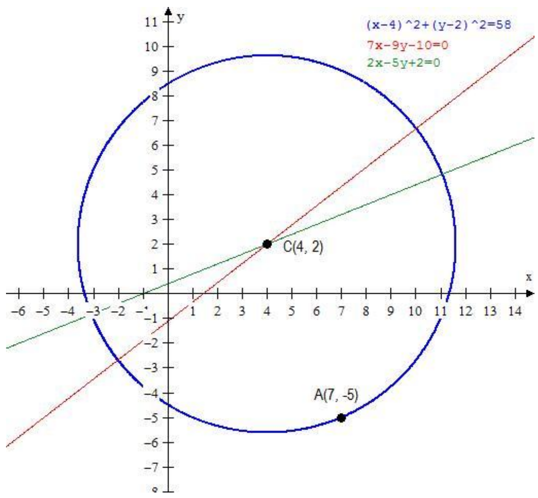
Determine el radio considerando la longitud entre el punto medio C(4,2) y el punto A(7,-5).

$$r = \sqrt{(4-7)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$$

Escriba la ecuación de la circunferencia con los valores obtenidos,

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 58$$

Verifique sus resultados graficando la ecuación de la circunferencia.



Gráfica N° 11: Circunferencia definida por su centro y un punto.

Problema 6.

Una circunferencia pasa por los puntos *A(-3, 5)* y *B(1, 4)* y su centro está sobre la recta: $3x - 2y - 23 = 0$. Encuentre la ecuación de la circunferencia y verifique su resultado graficando la función.

Solución.

Para resolver este problema debe determinar la ecuación de la recta que establece puntos equidistantes entre *A* y *B*. Seguidamente debe determinar la intersección de la recta previamente determinada con la recta $3x - 2y - 23 = 0$. La intersección de las dos rectas es el centro de la circunferencia.

P(x,y) : A(-3,3) : B(1,4) $\overline{PA} = \overline{PB}$

$$\overline{PA} = \sqrt{(-3-x)^2 + (3-y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 6y + 18}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(1-x)^2 + (4-y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17}$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 18 = x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17$$

$8x + 2y + 1 = 0$ es la recta entre los puntos *A* y *B* sobre la cual los puntos están a la misma distancia de *A* y *B*.

Determine la intersección entre la recta $8x + 2y + 1 = 0$ y la recta $3x - 2y - 23 = 0$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -16 - 6 = -22$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 23 & -2 \end{vmatrix}}{-22} = \frac{2-46}{-22} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 3 & 23 \end{vmatrix}}{-22} = \frac{184+3}{-22} = -\frac{17}{2}$$

El centro de la circunferencia se encuentra en C(2, -17/2)

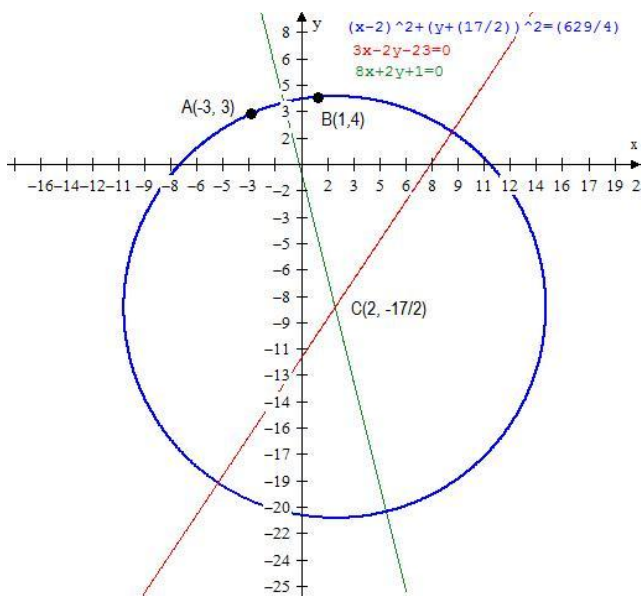
El radio de la circunferencia es la distancia entre cualquiera de los puntos
A o B y el centro de la circunferencia. Seleccione el punto A.

$$r = \sqrt{(-3-2)^2 + (3+\frac{17}{2})^2} = \sqrt{-5^2 + (\frac{23}{2})^2} = \sqrt{\frac{629}{4}}$$

Con los datos obtenidos, escriba la ecuación de la circunferencia

$$(x-2)^2 + (y+\frac{17}{2})^2 = \frac{629}{4}$$

Verifique sus resultados graficando las ecuaciones.



Gráfica N° 12: Circunferencia $(x-2)^2 + (y+\frac{17}{2})^2 = \frac{629}{4}$.

Problema 7.
Dada la parábola descrita por la ecuación

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 6$$

Determine el vértice, una ecuación del eje, el foco y los extremos del lado recto. Dibuje la parábola a partir de estas propiedades.

Solución.
La ecuación dada es equivalente a

$$4y = -x^2 + 4x + 24$$
$$x^2 - 4x = -4y + 24$$

Complete el cuadrado del lado izquierdo sumando 4 a cada miembro de la ecuación

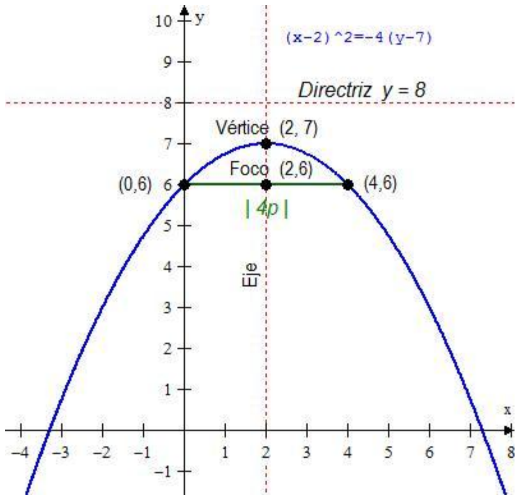
$$x^2 - 4x + 4 = -4y + 24 + 4$$
$$(x-2)^2 = -4y + 28$$
$$(x-2)^2 = -4(y-7)$$

Esta ecuación es de la forma

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Donde *h = 2, k = 7* y *p = -1*. Por lo tanto, la gráfica es una parábola con vértice en (*2, 7*), y su eje es vertical. El eje tiene la ecuación *x = 2*.
Como p < 0, la parábola abre hacia abajo.
El foco es el punto del eje a 1 unidad debajo del vértice; por lo tanto el foco se encuentra en (*2, 6*). Debido a que la longitud del lado recto es | 4p | = 4, sus extremos están a 2 unidades a la derecha e izquierda del foco, por lo que se encuentran en (*4, 6*) y (*0, 6*).

Proceda a obtener la gráfica de la parábola.



Gráfica N° 13: Parábola $(x-2)^2 = -4(y-7)$.

Problema 8.
Dada la parábola por la ecuación

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 6$$

determine el vértice, la ecuación del eje, el foco y los extremos del lado recto. Dibuje la parábola a partir de estas propiedades.

Solución.
Reordene los términos de la ecuación para obtener

$$2y^2 + 8y = x - 11$$
$$2(y^2 + 4y) = x - 11$$

Para completar el cuadrado de la expresión del término izquierdo de la ecuación, sume 4 en ambos lados.

$$2(y^2 + 4y + 4) = x - 11 + 8$$
$$2(y+2)^2 = x - 3$$
$$(y+2)^2 = \frac{1}{2}(x-3)$$

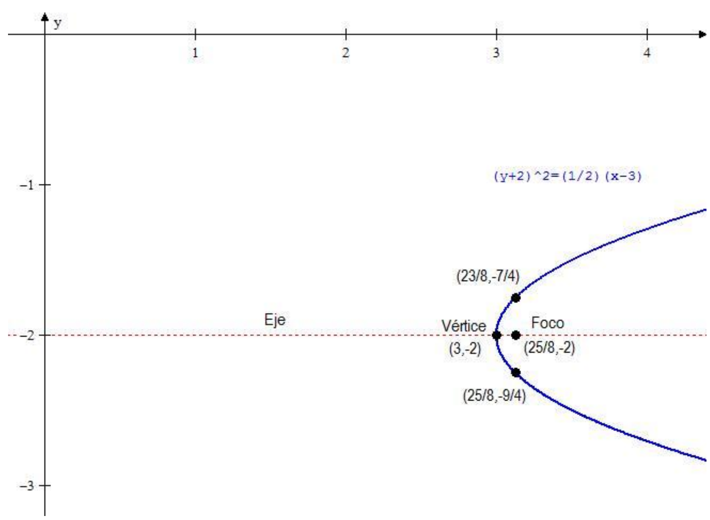
Esta ecuación es de la forma

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

con *h = 3, k = -2* y *p =* $\frac{1}{8}$. Por lo tanto, la parábola tiene su vértice en (*3, -2*), su eje en la línea horizontal *y = -2*, y como *p > 0*, la parábola abre hacia la derecha.

Debido a que el foco está a $\frac{1}{8}$ de unidad a la derecha del vértice, dicho foco se encuentra en el punto ($\frac{25}{8}$, *-2*). La longitud del lado recto es | 4p | = $\frac{1}{2}$. Por lo tanto los extremos del lado recto están a $\frac{1}{4}$ de unidad por arriba y debajo del foco, se encuentran en ($\frac{25}{8}, -\frac{7}{4}$) y ($\frac{25}{8}, -\frac{9}{4}$).

Proceda a graficar la parábola.



Gráfica N° 14: Parábola $(y+2)^2 = \frac{1}{2}(x-3)$.

Problema 9.
Determine la ecuación de la parábola y luego grafíquela cuando el vértice se encuentra en el punto *(-1, 2*) y el foco en el punto *(-1, 0*).

Solución.
Como el vértice se encuentra en el punto (*-1, 2*) entonces

h = -1 y *k = 2*

Como el foco se encuentra en *(-1, 0)*, la parábola es vertical abriendo hacia abajo. Además *p = -2.*

Por lo tanto la ecuación de la parábola es

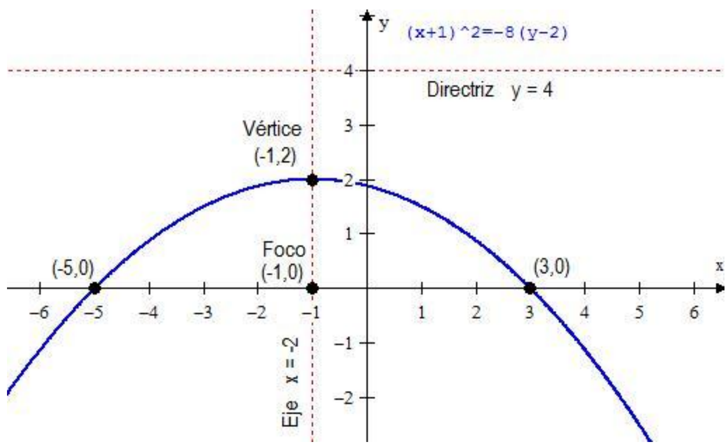
$$(x+1)^2 = -8(y-2)$$

El eje de la parábola es la recta *x = -1*.

La directriz es la recta *y = 4.*

Los puntos a la izquierda y la derecha del foco se encuentran a *2p*, por lo tanto son (*-5, 0*) y (*3, 0*).

Proceda a graficar la ecuación y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 15: Parábola $(x+1)^2 = -8(y-2)$.

Problema 10.
Determine la ecuación de la parábola y grafíquela para verificar sus resultados. La parábola tiene su vértice en el punto (*0, 4*) y la directriz es la recta *y = -2*.

Solución.
La parábola tiene su vértice en el punto (*0, 4*) por lo tanto

h = 0 y *k = 4*

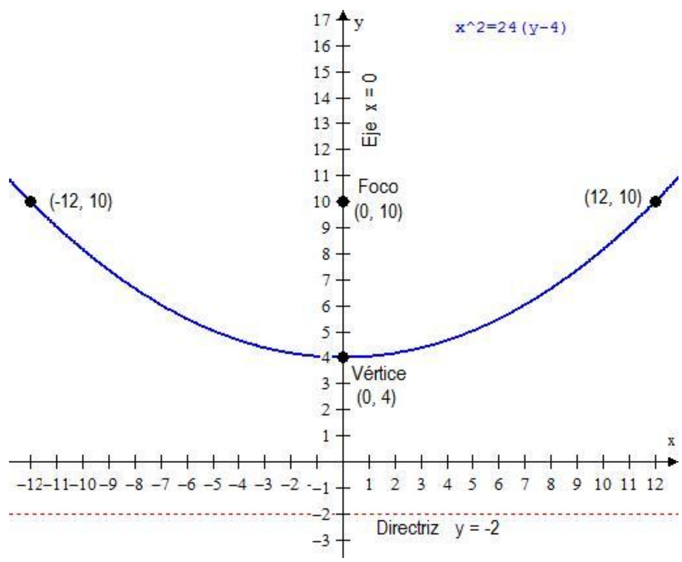
Además como la directriz es *y = -2*, la distancia del vértice a la directriz es 6 por lo tanto *p = 6*. Como la directriz está por debajo del vértice, la parábola se abre verticalmente hacia arriba.

La ecuación de la parábola es

$$(x)^2 = 24(y-4)$$

El foco se encuentra a p unidades del vértice, por lo tanto el foco está en el punto
(0, 10).
Los puntos a los lados del foco se encuentran a 2p, por lo tanto los puntos son
(-12, 10) y (12, 10).

Proceda a graficar la parábola y verifique sus resultados.



Gráfica N° 16: Parábola $(x)^2 = 24(y-4)$.

Problema 11.
Determine el centro, los focos, las vértices y la excentricidad de la siguiente elipse, grafique la ecuación para verificar sus resultados.

$$25x^2 + 16y^2 + 150x - 128y - 1119 = 0$$

Solución.
Proceda a completar cuadrados para representar la ecuación en su forma estándar o canónica.

$$25(x^2 + 6x \qquad) + 16(y^2 - 8y \qquad) = 1119$$

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$2a = 6 \longrightarrow a = 3, \quad a^2 = 9$$

$$(y - b)^2 = y^2 - 2by + b^2$$

$$-2b = -8 \longrightarrow b = 4, \quad b^2 = 16$$

$25(x^2 + 6x + 9) + 16(y^2 - 8y + 16) = 1119$ +25*9 + 16*16

$25(x^2 + 6x + 9) + 16(y^2 - 8y + 16) = 1119$ + 225 + 256

$$25(x + 3)^2 + 16(y - 4)^2 = 1600$$

$$\frac{25(x+3)^2}{1600} + \frac{16(y-4)^2}{1600} = 1$$

$$\frac{(x+3)^2}{64} + \frac{(y-4)^2}{100} = 1$$

Esta ecuación representa la forma canónica vertical

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 \qquad (a > b) \qquad a^2 = b^2 + c^2$$

Determine los vértices de la elipse
$V_1 = (h, k + a) = (-3, 4 + 10) = (-3, 14)$

$V_2 = (h, k - a) = (-3, 4 - 10) = (-3, -6)$

$V_3 = (h - b, k) = (-3 - 8, 4) = (-11, 4)$

$V_4 = (h + b, k) = (-3 + 8, 4) = (5, 4)$

Determine los focos de la elipse

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$

$F_1 = (h, k - c) = (-3, 4 - 6) = (-3, -2)$

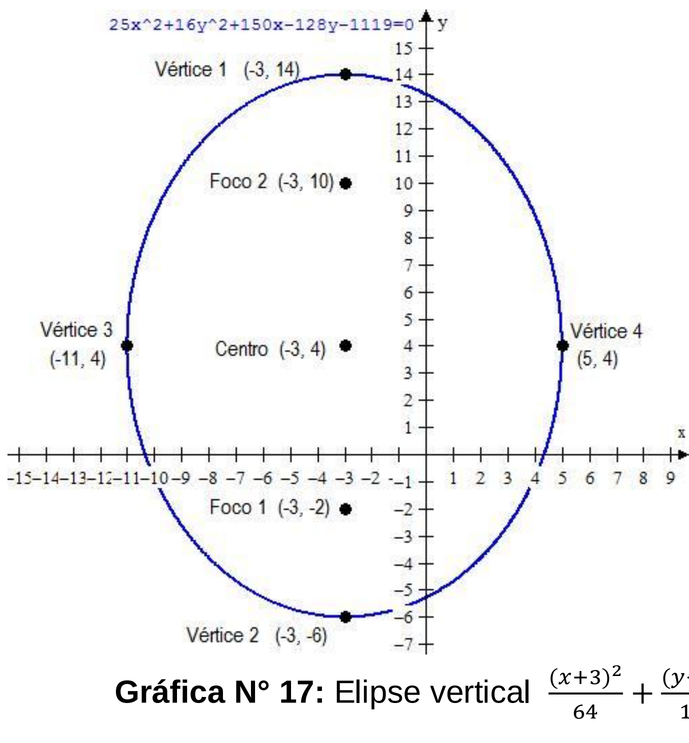
$F_2 = (h, k + c) = (-3, 4 + 6) = (-3, 10)$

La excentricidad

$e = \frac{c}{a} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

Proceda a graficar la elipse y verifique los resultados obtenidos. Utilice la

ecuación general de elipse para obtener la grafica..



Gráfica N° 17: Elipse vertical $\frac{(x+3)^2}{64} + \frac{(y-4)^2}{100} = 1.$

Problema 12.

Obtenga la ecuación de la elipse que tiene focos en (*-8, 2*) y (*4, 2*), para la cual la distancia entre los vértices sobre el eje de mayor longitud es igual a 18. Grafique la elipse y verifique los resultados obtenidos.

Solución.
La distancia entre los focos es *2c*. Como los focos están en (*-8, 2*) y (*4 ,2*)

$2c = 12$ y $c = 6$

La distancia entre los vértices de mayor longitud es 18, por lo tanto

$2a = 18$ y $a = 9$

$b^2 = a^2 - c^2$ $\longrightarrow$ $b = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 * 5} = 3\sqrt{5}$

Por la ubicación de los focos, el centro de la elipse se encuentra en el punto

C(-2, 2)

Por la ubicación de los focos la elipse es horizontal y su ecuación

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{(x+2)^2}{81} + \frac{(y-2)^2}{45} = 1$$

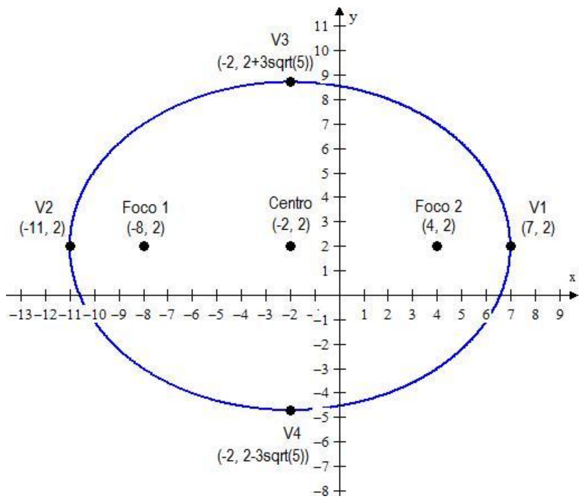
Los vértices son

$V_1 = (h + a, k) = (-2 + 9, 2) = (7, 2)$
$V_2 = (h - a, k) = (-2 -9, 2) = (-11, 2)$
$V_3 = (h, k + b) = (-2, 2 + 3\sqrt{5})$
$V_4 = (h, k - b) = (-2, 2 - 3\sqrt{5})$

La excentricidad

$$e = \frac{c}{a} = \frac{6}{9} = 0{,}67$$

Proceda a grafica la elipse y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 18: Elipse horizontal $\frac{(x+2)^2}{81} + \frac{(y-2)^2}{45} = 1$.

Problema 13.
Determine la ecuación de la elipse cuyos vértices son (2, 0) y (-2,0) y pasa por el punto (-1, $\frac{1}{2}\sqrt{3}$). Grafique la elipse para comprobar los resultados obtenidos.

Solución.
Dados los vértices (2, 0) y (-2, 0), el centro se encuentra en el punto (0, 0). Asumiendo que la elipse es horizontal, la ecuación se muestra a continuación

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad a > b$$

La distancia entre los vértices en el eje mayor es *2a,* por lo tanto

$$2a = 4, \qquad a = 2 \qquad \text{y} \qquad a^2 = 4$$

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Reemplace el valor del punto $(-1, \frac{1}{2}\sqrt{3})$ en la ecuación de la elipse para obtener el valor de *b*.

$$\frac{(-1)^2}{4}+\frac{(\frac{1}{2}\sqrt{3})^2}{b^2}=1$$

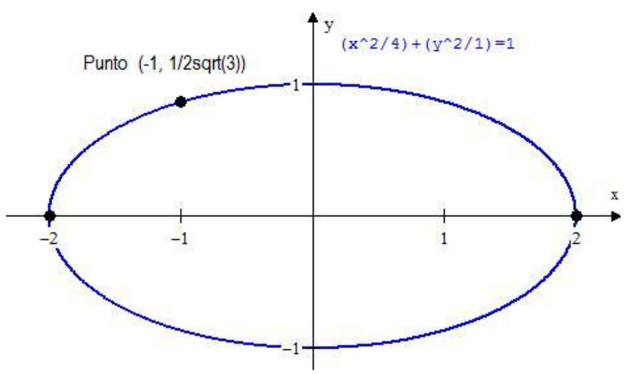
Resuelva para *b* y obtener el resultado

b = 1

La ecuación de la elipse es

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$$

Grafique la elipse y verifique la ubicación del punto $(-1, \frac{1}{2}\sqrt{3})$.



Gráfica N° 19: Elipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Problema 14.
Determinar la ecuación general de la elipse que tiene un foco en el punto (*-1, 1*), un vértice principal en el punto (*-4, 1*) y la distancia del centro al foco es *3*. Grafique la elipse y verifique los resultados obtenidos.

Solución.
Un foco y un vértice se encuentran sobre la recta *y = 1.* Por lo tanto el centro también se encuentra sobre esta recta y la elipse es horizontal.

Como la distancia del centro al foco es 3, entonces considerando el foco (-*1, 1*) tenemos dos alternativas para el centro (*-4, 1*) y (*2, 1*). La primera opción es descartada porque es un vértice. El centro se encuentra en (*2, 1*).

Si el centro se encuentra en (*2, 1*) entonces la distancia *a* del centro al vértice es
6.
La distancia c del centro de la elipse a un foco es *3*.

$$b^2 = a^2 - c^2 \qquad\qquad b = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27}$$

Con los datos encontrados, la ecuación de la elipse es

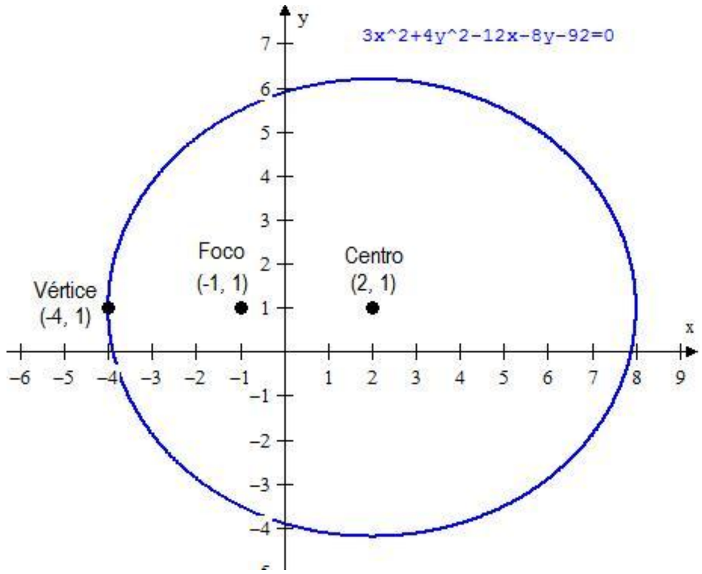
$$\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{27} = 1$$

Para encontrar la ecuación general de la elipse

$$\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{27} = \frac{3x^2 - 12x + 12 + 4y^2 - 8y + 4}{108} = \frac{3x^2 + 4y^2 - 6x - 8y + 16}{108} = 1$$

$$3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y + 16 = 108$$

$$3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 92 = 0$$



Gráfica N° 20: Elipse $3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 92 = 0$.

Hipérbolas

En esta práctica serán resueltos problemas sobre la hipérbola. Las soluciones serán visualizadas con WinPlot.

Problema 15.

Determine el centro, los focos y los vértices de la hipérbola. Trace las asíntotas para estimar la orientación de los brazos de la hipérbola. Verifique sus resultados graficando la hipérbola con WinPlot.

$$y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$$

Solución.

Observe que la ecuación canónica de una *hipérbola vertical* es

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

En este problema, $k = 0$, $h = 0$. Por lo tanto el centro de la hipérbola es

C(0, 0)

También $a = 1$ y $b = 2$. Como los vértices se encuentran a ***a*** unidades del centro, los vértices para esta hipérbola vertical son

V₁(0, 1) y ***V₂***(0, -1)

Los focos se encuentran a ***c*** unidades del centro, como $c^2 = a^2 + b^2$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

por lo tanto los focos de la hipérbola vertical se encuentran en

$F_1(0, +\sqrt{5})$ y $F_2(0, -\sqrt{5})$

Las asíntotas para una hipérbola vertical vienen dadas por

$$y = k + \frac{a}{b}(x - h) \qquad \text{y} \qquad y = k - \frac{a}{b}(x - h)$$

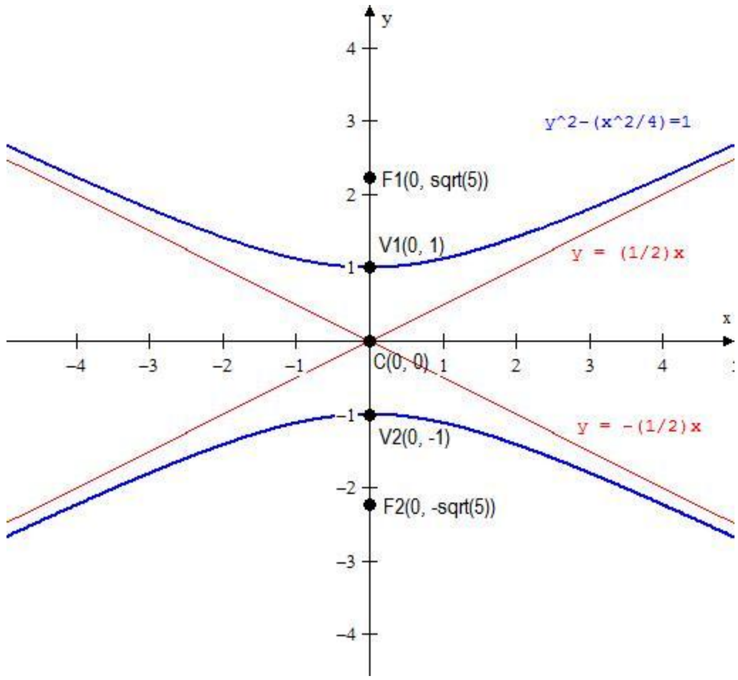
por lo tanto tenemos

$$y = 0 + \frac{1}{2}(x - 0) \longrightarrow y = \frac{1}{2}x$$

$$y = 0 - \frac{1}{2}(x - 0) \longrightarrow y = -\frac{1}{2}x$$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{1} = 2{,}24$

Grafique las asíntotas lo cual le dará una indicación de cómo será la hipérbola vertical y luego grafique la hipérbola, verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 21: Gráfica de la hipérbola $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$.

Problema 16.

Determine el centro, los focos y los vértices de la hipérbola. Trace las asíntotas para estimar la orientación de los brazos de la hipérbola. Verifique sus resultados graficando la hipérbola con WinPlot.

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$$

Solución.

Observe la ecuación canónica para una hipérbola horizontal,

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

De la ecuación, obtenga que $h = 1$ y $k = -2$. Por lo tanto el centro de la hipérbola es

C(1, -2)

De la ecuación se obtenga igualmente que $a = 2$ y $b = 1$.
Como $c^2 = a^2 + b^2$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$.

Como los vértices se encuentran a ***a*** unidades del centro de esta hipérbola horizontal, obtenga

$V_1(3, -2)$ y $V_2(-1, -2)$

Los focos de la hipérbola se encuentran a ***c*** unidades del centro, por lo tanto obtenga

$F_1(1+\sqrt{5}, -2)$ y $F_2(1-\sqrt{5}, -2)$

Las ecuaciones para las asíntotas de una hipérbola horizontal son

$y = k + \frac{b}{a}(x-h)$ y $y = k - \frac{b}{a}(x-h)$

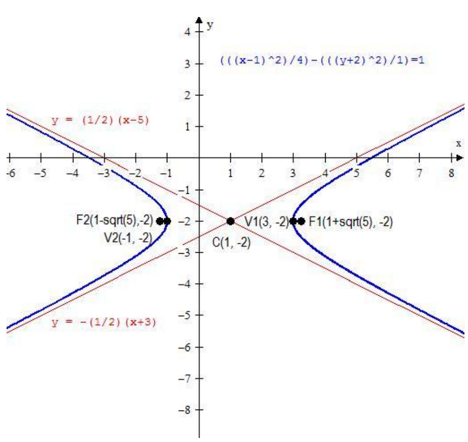
Por lo tanto

$$y = -2 + \frac{1}{2}(x-1) = -2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x-5)$$

$$y = -2 - \frac{1}{2}(x-1) = -2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}(x+3)$$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}12$

Grafique la hipérbola y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 22: Gráfica de la hipérbola $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$.

Problema 17.
Determine el centro, los focos y los vértices de la hipérbola. Trace las asíntotas para estimar la orientación de los brazos de la hipérbola. Determine la excentricidad de la hipérbola. Verifique sus resultados graficando la hipérbola con WinPlot.

$$y^2 - 9x^2 + 36x - 72 = 0$$

Solución.
La ecuación de la hipérbola se encuentra en su forma general. Proceda a completar cuadrados para obtener su forma canónica.
Primero, divida la ecuación por 9 y reagrupe términos.

$$\frac{y^2}{9} - (x^2 - 4x \quad) = 8$$

Observe que $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ por lo tanto, sume 4 a ambos lados de la ecuación.

$$\frac{y^2}{9} - (x^2 - 4x + 4) = 8 - 4 \quad \text{y} \quad \frac{y^2}{9} - (x - 2)^2 = 4$$

Finalmente, divida por 12.

$$\frac{y^2}{36} - \frac{(x+2)^2}{4} = 1$$

De la forma canónica de la hipérbola, proceda a obtener sus características.

En primer lugar, observe que la ecuación se refiere a una hipérbola vertical de la forma

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

En la cual el centro se encuentra en $h = 2$ y $k = 0$.

C(2, 0)

$a^2 = 36$ por lo tanto $a = 6$

$b^2 = 4$ por lo tanto $b = 2$

Los vértices se encuentran a ***a*** unidades del centro, por lo tanto obtenga los vértices considerando que la hipérbola es vertical.

$V_1(2, 6)$ y $V_2(2, -6)$

Los focos se encuentran a ***c*** unidades del centro. $c^2 = a^2 + b^2$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Los focos se encentran en $F_1(2, 2\sqrt{10})$ y $F_2(2, -2\sqrt{10})$

Las asíntotas para la hipérbola vertical son

$$y = k + \frac{a}{b}(x - h) \qquad \text{y} \qquad y = k - \frac{a}{b}(x - h)$$

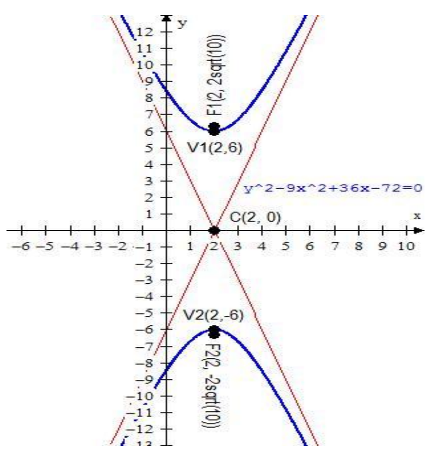
Por lo tanto

$$y = k + \frac{a}{b}(x - h) = 0 + \frac{6}{2}(x - 2) = 3x - 6$$

$$y = k - \frac{a}{b}(x - h) = 0 - \frac{6}{2}(x - 2) = -3x + 6$$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{10}}{6} = 1{,}054$

Grafique la ecuación general de la hipérbola dada en el problema y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 23: Gráfica de la hipérbola $y^2 - 9x^2 + 36x - 72 = 0$.

Problema 18.
Determine el centro, los focos y los vértices de la hipérbola. Trace las asíntotas para estimar la orientación de los brazos de la hipérbola. Determine la excentricidad de la hipérbola. Verifique sus resultados graficando la hipérbola con WinPlot.

$$3y^2 - x^2 + 6x - 12y = 0$$

Solución.
Proceda a determinar la forma canónica de la ecuación completando cuadrados sobre la ecuación general.

$$3(y^2 - 4y \qquad) - (x^2 - 6x \qquad) = 0,$$

$$3(y^2 - 4y + 4 - 4) - (x^2 - 6x + 9 - 9) = 0,$$

$$3(y^2 - 4y + 4) - (x^2 - 6x + 9) = 12 - 9,$$

$$3(y-2)^2 - (x-3)^2 = 3$$

$$\frac{(y-2)^2}{1} - \frac{(x-3)^2}{3} = 1$$

Esta forma canónica representa a una hipérbola vertical.
Obtenga el centro de la hipérbola con $k = 2$ y $h = 3$.

$\boldsymbol{C}(3, 2)$

De la ecuación obtenga $a = 1$ y $b = \sqrt{3}$.
$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+3} = 2.$

Los vértices de la hipérbola se encuentran a $\boldsymbol{a}$ unidades del centro.

$V_1(3,3)$ y $V_2(3,1)$

Los focos de la hipérbola se encuentran a $\boldsymbol{c}$ unidades del centro.

$F_1(3, 5)$ y $F_2(3, -1)$

Las asíntotas para la hipérbola vertical son

$$y = k + \frac{a}{b}(x - h) \qquad \text{y} \qquad y = k - \frac{a}{b}(x - h)$$

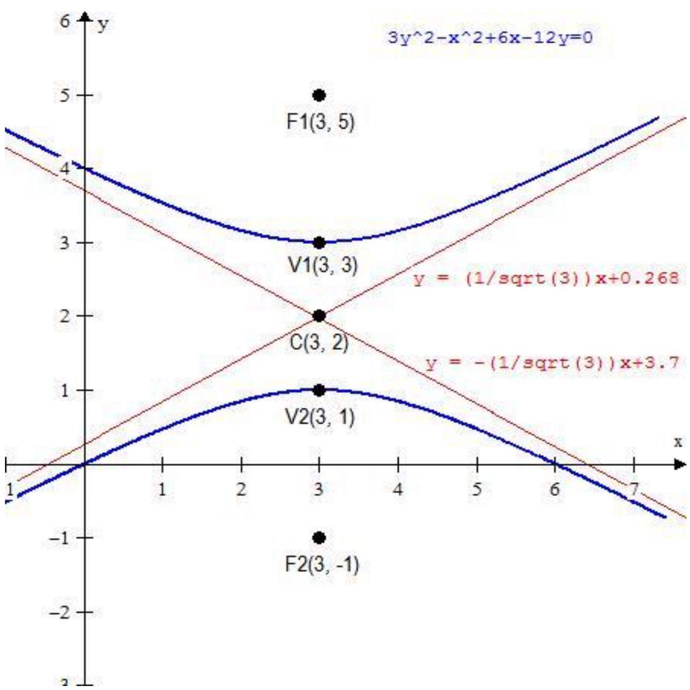
Por lo tanto

$$y = k + \frac{a}{b}(x - h) = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 3) = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 0{,}27$$

$$y = k - \frac{a}{b}(x - h) = 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 3) = -\frac{1}{\sqrt{3}} + 3{,}7$$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{10}}{6} = 1{,}054$

Grafique la hipérbola utilizando la ecuación general y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 24: Gráfica de la hipérbola *3y² – x² + 6x – 12y = 0.*

Problema 19.

Determine la ecuación de la parábola dados los datos a continuación, grafique la parábola para verificar sus resultados.

Vértices: ($\pm 1, 0)$ Asíntotas: $y = \pm 3x$

Solución.

Observe los vértices, el eje de la hipérbola se encuentra sobre el eje *x*, por lo tanto la hipérbola es horizontal.

La ecuación canónica para la hipérbola horizontal es

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Los vértices se encuentran a igual distancia ***a*** del centro. Por lo tanto, el centro se encuentra en

C(0, 0) y *a* = 1.

Las ecuaciones de las asíntotas para la hipérbola horizontal son

$$y = k + \frac{b}{a}(x-h) \quad \text{y} \quad y = k - \frac{b}{a}(x-h)$$

Como el enunciado del problema establece que las asíntotas son $y = \pm 3x$.

Puede obtener al conocer *a,* que *b* = 3.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

Con los datos obtenidos, desarrolle la ecuación de la hipérbola

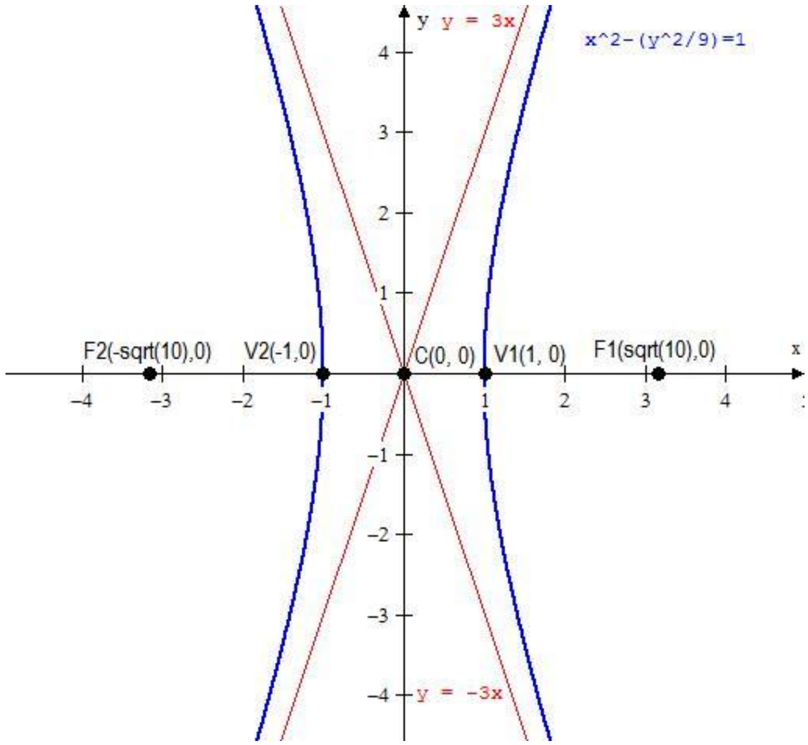
$$\frac{(x-0)^2}{1^2} - \frac{(y-0)^2}{3^2} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Los focos de la hipérbola son

$F_1(\sqrt{10}, 0)$ y $F_2(-\sqrt{10}, 0)$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{10}}{1} = 3{,}16$

Grafique la hipérbola y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 25: Gráfica de la hipérbola $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Problema 20.

Determine la ecuación de la parábola dados los datos a continuación, grafique la parábola para verificar sus resultados.

Vértices: (0, 2), (6, 2)

Asíntotas: $y = \frac{2}{3}x$, $y = 4 - \frac{2}{3}x$

Solución.

Observe por los vértices que la hipérbola es horizontal, el eje es *y* = 2.

Por lo tanto la ecuación canónica de la hipérbola es de la forma

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

En el eje horizontal, los vértices están en los puntos 0 y 6. El punto intermedio entre los tres es 3. Por lo tanto el centro de la hipérbola es

C(3, 2) y *a* = 3, *k* = 2

Las ecuaciones para las asíntotas de una hipérbola horizontal son

$y = k + \frac{b}{a}(x - h)$ y $y = k - \frac{b}{a}(x - h)$

El problema plantea que las asíntotas son

$y = \frac{2}{3}x$, $y = 4 - \frac{2}{3}x$

como *a = 3* entonces *b = 2.*

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

Los focos están en

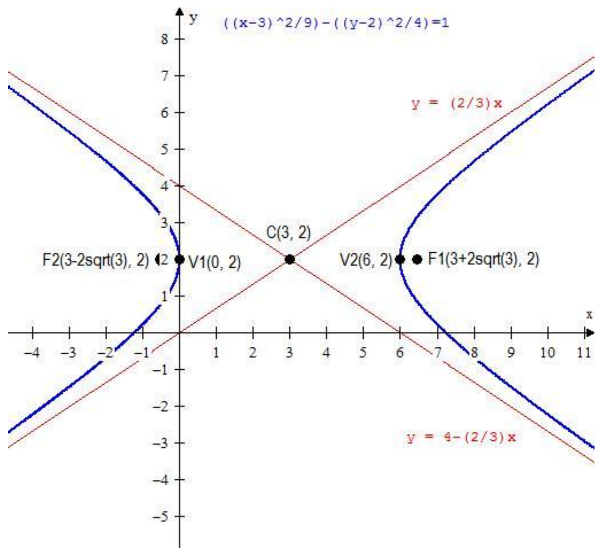
F_1(3+2$\sqrt{3}$, 2) y F_2(3-2$\sqrt{3}$, 2)

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{13}}{4} = 1{,}8$

Con todos los datos obtenidos la ecuación canónica de la hipérbola la puede escribir como

$$\frac{(x-3)^2}{3^2} - \frac{(y-2)^2}{2^2} = 1, \qquad \frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

Grafique la hipérbola y verifique los resultados obtenidos.



Gráfica N° 26: Gráfica de la hipérbola $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1.$

Fin de la práctica