

# **SIMULACIÓN DE LA DISPERSIÓN DE CONTAMINANTES EN UN RÍO**

Autor: Ing. Estrella Chang

Valencia; julio de 2011

**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA AMBIENTAL**

# **SIMULACIÓN DE LA DISPERSIÓN DE CONTAMINANTES EN UN RÍO**

**Autor: Ing. Estrella Chang**

**Tutor: Dr. Sergio Pérez**

Valencia; julio de 2011

**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA AMBIENTAL**

## **SIMULACIÓN DE LA DISPERSIÓN DE CONTAMINANTES EN UN RÍO**

**Autor: Ing. Estrella Chang**

**Trabajo presentado ante el Área de Estudios de  
Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar  
al Título de Magíster en Ingeniería Ambiental**

**Valencia; julio de 2011**

**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA AMBIENTAL**

## **SIMULACIÓN DE LA DISPERSIÓN DE CONTAMINANTES EN UN RÍO**

**Autor: Ing. Estrella Chang**

**Aprobado en el Área de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo por Miembros de la Comisión Coordinadora del Programa de Maestría en Ingeniería Ambiental.**

| <b>Jurado</b>     | <b>Nombre y Apellido</b> | <b>Firma</b> |
|-------------------|--------------------------|--------------|
| <b>Presidente</b> | Judith de Fuentes        | _____        |
| <b>Miembro</b>    | Enrique Flores           | _____        |
| <b>Miembro</b>    | Jean Armando             | _____        |

Valencia; julio de 2011

**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA AMBIENTAL**

**VEREDICTO**

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado Titulado: Simulación de la dispersión de contaminantes en un río. Presentado por la Ing. Estrella Chang, para optar al Título Magíster en Ingeniería Ambiental, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: (Aprobado o Tesis Óptima).

|                   |                 |
|-------------------|-----------------|
| Judith de Fuentes | C.I. 3.612.070  |
| Enrique Flores    | C.I.            |
| Jean Armando      | C.I. 11.926.254 |

Valencia; julio de 2011

## DEDICATORIA

A Dios, por haberme guiado en todo momento y proporcionarme la suficiente inteligencia y fuerzas para culminar la maestría.

A mi esposo Ricardo, con su paciencia, conocimientos valiosos y sabiduría me llevó de la mano hasta la culminación de este documento.

A la memoria de mis padres, por sus enseñanzas y fortalezas.

A Luís, que en momentos difíciles, aportó buenos consejos y apoyó para solventar las dificultades.

A todos mis compañeros y amigos de clases que compartieron conmigo momentos de alegría o tristeza, y que de alguna u otra forma dieron un pequeño aporte para la culminación de la maestría.

## **RECONOCIMIENTO**

Quiero expresar mi agradecimiento a quienes de alguna u otra forma me ayudaron y me brindaron su apoyo en la realización de este trabajo.

Al Dr. Sergio Pérez por guiar el desarrollo de este trabajo de la maestría.

A mi esposo que estuvo a mi lado apoyándome en todo momento, desde que inicié el programa de Ingeniería Ambiental hasta la culminación de esta maestría con la tesis.

Al Ing. Héctor Chang por su valiosa colaboración y al Ing. Enrique Chang por su aporte.

## INDICE GENERAL

|                                                                                                                                              | Página |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <b>Resumen</b> .....                                                                                                                         | 12     |
| <b>1 Capítulo I. El Problema</b> .....                                                                                                       | 14     |
| <b>1.1 Planteamiento</b> .....                                                                                                               | 14     |
| <b>1.2 Formulación</b> .....                                                                                                                 | 14     |
| <b>1.3 Objetivos</b> .....                                                                                                                   | 14     |
| <b>1.3.1 Objetivo general</b> .....                                                                                                          | 14     |
| <b>1.3.2 Objetivos específicos</b> .....                                                                                                     | 15     |
| <b>1.4 Justificación del problema</b> .....                                                                                                  | 15     |
| <b>2 Capítulo II. Marco teórico</b> .....                                                                                                    | 18     |
| <b>2.1 Antecedentes</b> .....                                                                                                                | 18     |
| <b>2.2 Bases teóricas</b> .....                                                                                                              | 21     |
| <b>2.2.1 Modelación ambiental</b> .....                                                                                                      | 21     |
| <b>2.2.2 Mecanismo de transporte de contaminantes en el ambiente</b> .....                                                                   | 24     |
| <b>2.2.3 Corriente fluvial unidimensional</b> .....                                                                                          | 26     |
| <b>2.2.4 Corriente fluvial tridimensional</b> .....                                                                                          | 28     |
| <b>2.2.5 Coeficientes de difusión molecular y advectiva</b> .....                                                                            | 29     |
| <b>2.2.6 Coeficientes de dispersión turbulenta</b> .....                                                                                     | 30     |
| <b>2.2.7 Solución analítica de la ecuación de continuidad para un contaminante (ecuación de difusión advectiva y difusión molecular)</b> ... | 33     |
| <b>2.2.8 Solución analítica de la ecuación de continuidad para un contaminante (ecuación de difusión turbulenta)</b> .....                   | 35     |
| <b>3 Capítulo III. Marco Metodológico</b> .....                                                                                              | 40     |
| <b>3.1 Tipo de Investigación</b> .....                                                                                                       | 40     |
| <b>3.2 Aplicación del modelo</b> .....                                                                                                       | 40     |
| <b>3.3 Técnicas de recolección y análisis de la información</b> .....                                                                        | 40     |
| <b>3.4 Procedimiento</b> .....                                                                                                               | 41     |



|                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>4 Capítulo IV. Análisis y discusión de los resultados</b> .....                   | 45  |
| <b>4.1 Resultados obtenidos</b> .....                                                | 45  |
| <b>4.2 Discusión de los resultados.</b> .....                                        | 66  |
| <b>5 Capitulo V. Conclusiones y recomendaciones</b> .....                            | 74  |
| <b>5.1 Conclusiones</b> .....                                                        | 74  |
| <b>5.2 Recomendaciones</b> .....                                                     | 76  |
| Referencias.....                                                                     | 78  |
| Anexos .....                                                                         | 82  |
| <b>Anexo A. SDCR (Simulación de la dispersión de contaminantes en un río).</b> ..... | 84  |
| <b>Anexo B. Modelo matemático 1D (Potter, 1998)</b> .....                            | 112 |
| <b>Anexo C. Instrucciones para usuario.</b> .....                                    | 133 |

## ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

|                                                                                                                                                                         | Página |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Figura N° 1. Etapas para la modelización de sistemas ambientales.....                                                                                                   | 22     |
| Tabla N° 1. Pasos en el desarrollo y aplicación de modelos de sistemas de simulación.....                                                                               | 23     |
| Figura N° 2. Algunos mecanismos de dilución de contaminación en la atmósfera, aguas superficiales y subterráneas.....                                                   | 26     |
| Figura N° 3. Distribución gaussiana de concentración para $M=1$ y $D=1/4$ .....                                                                                         | 35     |
| Figura N° 4. Hipervínculo del índice muestra la introducción .....                                                                                                      | 47     |
| Figura N° 5. Hipervínculo del índice, direccionada a datos de entrada caso A.....                                                                                       | 48     |
| Figura N° 6. Ventana de valores constantes caso A.....                                                                                                                  | 49     |
| Figura N° 7. Ventana de cálculos variables caso A.....                                                                                                                  | 49     |
| Figura N° 8. Ventana de resumen gráficos caso A.....                                                                                                                    | 50     |
| Figura N° 9. Corrida caso A.....                                                                                                                                        | 51     |
| Figura N° 10. Ventana de gráfico N° 1. Caso A: fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la longitud X del río)..... | 52     |
| Tabla N° 2. Datos de entrada Difusión advectiva y molecular .....                                                                                                       | 53     |
| Tabla N° 3. Valores constantes Difusión .....                                                                                                                           | 54     |
| Figura N° 11. Corrida Estación A.....                                                                                                                                   | 55     |
| Figura N° 12. Corrida Estación B.....                                                                                                                                   | 55     |
| Figura N° 13. Corrida Estación C.....                                                                                                                                   | 55     |
| Tabla N° 4. Datos de entrada caso A.....                                                                                                                                | 57     |
| Tabla N° 5. Valores constantes caso A.....                                                                                                                              | 57     |

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| Tabla N° 6. Cálculos variables caso A..... | 58 |
| Tabla N° 7. Datos de entrada caso B.....   | 61 |
| Tabla N° 8. Valores constantes caso B..... | 62 |
| Tabla N° 9. Cálculos variables caso B..... | 62 |
| Figura N° 14. Corrida caso B.....          | 63 |

## **Resumen**

### **Simulación de la dispersión de contaminantes en un río**

Autor: Ing. Estrella Chang

Tutor: Dr. Sergio Pérez

El objetivo del presente trabajo es desarrollar una simulación de la dispersión de contaminantes en un río a través de una hoja EXCEL llamado Simulación de la dispersión de contaminantes en un río (SDCR). La necesidad de preservar el medio ambiente, en particular los recursos hídricos impulsa el estudio sobre la dispersión de un contaminante conservativo en la trayectoria de un río, para predecir cuál sería el impacto sobre las variables de la calidad del agua. Para la selección del modelo matemático se consultaron varios autores que plantea una solución para una fuente puntual (en una dimensión), para una fuente puntual y una fuente continua (en tres dimensiones). Los resultados en forma de gráficos del SDCR muestra las variaciones de la concentración en un río en función: del tiempo para una posición fija, de la longitud, del ancho y de la profundidad. Las conclusiones de la simulación SDCR muestran un comportamiento esperado, donde la mayor dispersión del contaminante conservativo es en el eje X, debido a su alto valor del coeficiente de dispersión en X con respecto a los ejes Y y Z. La validación del modelo matemático se hizo a través de los datos experimentales reportados por Atkinson (2000), encontrándose una desviación entre 18% a 30%.

Palabras Claves: Modelo, simulación, dispersión de contaminantes en un río.

# CAPÍTULO I

## EL PROBLEMA

## **1. Capítulo I. El Problema**

### **1.1 Planteamiento**

El incremento significativo en el aporte de los contaminantes a los recursos hídricos superficiales, como consecuencia del crecimiento de la ocupación y explotación del territorio por parte de la sociedad humana, está generando un aumento de las concentraciones de los contaminantes, capaz de llegar a producir cambios significativos en los cuerpos de agua, con resultados negativos para su utilización como recurso y mantenimiento de su biota. Por lo tanto, surge la necesidad de la búsqueda de una herramienta de cálculo que facilite el estudio del comportamiento de la dispersión de los contaminantes en un río.

En el caso de ocurrir un derrame accidental de un contaminante en un río, se podría conocer el efecto de los parámetros de la calidad del agua en un río aguas abajo, y de esta manera se tomaría medidas correctivas, para minimizar el impacto ambiental. Además esta herramienta se puede programar la ecuación matemática modelo seleccionado para realizar la modelización de la dispersión del contaminante en un río.

Existen programas donde la ecuación utilizada para la modelización no se muestra, tal como el LAC que fue diseñado por Bouazza Zoubir en 1994.

### **1.2 Formulación**

¿Cómo podríamos estudiar la dispersión de contaminantes conservativos en la trayectoria de un río, para predecir cuál sería el impacto sobre las variables de la calidad del agua?

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Desarrollar una simulación para la predicción de la dispersión de un contaminante conservativo transportado en la trayectoria de un río, con la finalidad de predecir el impacto en la calidad del agua.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- ♣ Determinar cuál es el modelo matemático que se ajusta más al fenómeno físico de la dispersión del contaminante conservativo en un río, de acuerdo a una serie de criterios preestablecidos.
- ♣ Desarrollar una simulación que permita evaluar la variación de la concentración del contaminante conservativo, en una hoja de cálculo Excel.
- ♣ Calcular la variación de la concentración del contaminante conservativo en función de: la longitud, el ancho y la profundidad del río.
- ♣ Calcular la variación de la concentración del contaminante conservativo en función del tiempo para una posición fija, en el río.

### 1.4 Justificación del problema

La modelación de la calidad del agua en un río se ha transformado en una práctica común en los últimos años, debido a la necesidad que se ha planteado la sociedad moderna de preservar el medio ambiente, en particular, los recursos hídricos. Por tal razón han surgido numerosos modelos, de diferentes alcance y complejidad que abarcan toda la gama de necesidades generales, desde el mero balance de masas hasta complejos modelos tridimensionales. Estas valiosas herramientas se vieron a su vez favorecidas por el notable avance de la informática y se hacen más accesibles para cualquier nivel de usuario, gracias a la mejora de las interfaces gráficas.

Existe un interés de la universidad, gobernaciones, empresas y comunidad en conocer la ubicación y la concentración del contaminante en un determinado espacio de tiempo, además cuantificar la capacidad de su dispersión aguas abajo, a través de un río, especialmente en los casos de descargas no intencionadas.

Existen varios programas comerciales que prometen estimar el coeficiente de la dispersión basados en evaluaciones a la capacidad de transporte de la corriente de un río, cuyas ecuaciones empleadas no están publicadas y requiere de una gran inversión. Por el contrario, la herramienta que propone este trabajo de investigación permite una evaluación preliminar sin incurrir otros costos que un programa comercial si lo exigiría. Los costos pueden disminuir considerablemente debido a que antes de aplicar una alternativa de un tratamiento o varios, se podría determinar la magnitud del alcance de la dispersión del contaminante.

Esta herramienta para la simulación beneficiaría a las entidades gubernamentales, a las empresas que descargan contaminantes al cuerpo de agua y a la comunidad aledaña al río.

Este trabajo de investigación aporta una herramienta para predecir cuál es la dispersión del contaminante en un río. Además las variables involucradas no son típicas del río en estudio, y usualmente son determinadas empíricamente, como por ejemplo los coeficientes de dispersión, o son estimadas. A pesar de que estos coeficientes de dispersión no están disponibles en la literatura, se puede estimar con el modelo de la dispersión, hasta obtener valores de la concentración esperada.

Cuando se disponen de datos experimentales de la concentración de un trazador, se puede estimar el coeficiente de dispersión, hasta se puede ajustar la ecuación para ese caso particular en que se dispone de los datos experimentales. Existen otros datos como el promedio del ancho y la profundidad del río, la velocidad promedio del flujo del río, etc., que permiten una aproximación en el cálculo de los coeficientes de dispersión, empíricamente. La validación de la ecuación matemática del modelo se determina por el error establecido entre las concentraciones estimadas por la ecuación y los datos experimentales.



# CAPÍTULO II

## MARCO TEÓRICO

## **2. Capítulo II. Marco teórico**

### **2.1 Antecedentes**

La síntesis conceptual de las investigaciones previas relacionadas con el estudio planteado, sirvieron de base para el desarrollo de este trabajo especial de grado. Algunos trabajos demostraron la utilización de programas de simulación y obtuvieron valores cercanos a la realidad, sin embargo el modelo numérico tridimensional empleado es menos exacto que el método analítico. En relación a los modelos matemáticos algunos autores han demostrado que pueden simular el transporte y la dispersión de contaminantes en un río.

La investigación bibliográfica acerca de las simulaciones de la dispersión de los contaminantes se dificulta, debido a que los trabajos documentados son escasos, siendo el trabajo de investigación de Atkinson (2000) y los aportes teóricos de Thérien (1998), los que han contribuido para el presente trabajo. También se encontraron otras investigaciones que a continuación se describen.

La investigación realizada en el río Ohio por Bedford (1983), señala como objetivo presentar un modelo de calidad de agua, donde se mostraron los efectos de la turbulencia sobre la biodegradación del plancton, sedimentación y difusión de materiales bentónicos. Las conclusiones a mencionar son: 1) El modelo hidrodinámico además de ser eficiente y no lineal, puede predecir el transporte y contaminación del agua durante los eventos de inundaciones del río; 2) Calibrar el modelo mediante dos ensayos: el primero se refiere a la propagación de la onda Gausiana, donde se demostró la necesidad de un tratamiento de orden superior para un método analítico de calidad de agua y el segundo ensayo fue un método de comparación entre el modelo de calidad de agua en estado estacionario y los datos obtenidos del Río Olentangy.

Otro desarrollo de investigación realizado por Sukhodolov (1997), donde señala como objetivo un estudio del transporte de los contaminantes en corrientes naturales con trazadores en un río ubicado en Moldavia. Las conclusiones más destacadas tratan de un modelo con un error del 15 al 20 %, respecto a datos experimentales tomados en el río, el modelo se aproxima en comportamiento a la Ley Fick para distancias mayores de 80 a 100 veces el ancho del río.

Unas mediciones se llevaron a cabo por Atkinson y Davis (2000), utilizando un trazador colorante experimental: Rhodamine WT, para medir la dispersión longitudinal en 14 km del tramo del río Severn en Gales del Reino Unido. La descarga al río fue medida en 6 puntos de muestreos (Estaciones: A, B, C, D, E, F y G). La profundidad, el ancho y el área de la sección transversal se midieron en 86 puntos a lo largo del tramo del estudio. La geometría del canal se consideró uniforme, la descarga y la velocidad se consideraron constantes. Obtuvieron registros de las concentraciones del trazador en las estaciones ubicadas desde 210 metros hasta 13.775 metros aguas abajo de la inyección. El trazador fue inyectado a lo largo de un intervalo corto como una fuente lineal casi uniforme a través del canal.

Mestres (2002), expone como objetivo desarrollar y validar un modelo numérico tridimensional para el transporte de contaminantes en aguas costeras. Como conclusión se obtienen las distribuciones de la concentración al final de la simulación por la aplicación del método de malla y se obtienen partículas discretas. También se validó el modelo de transporte por varias pruebas de casos de solución analítica conocida y que han sido aplicados a casos reales con resultados numéricos que pueden ser comparados por evidencia de observación (tales como datos experimentales, grabaciones de video e imágenes satelitales). La comparación produce una buena aproximación entre la evidencia de la observación y los datos modelados, y revela que el modelo se puede aplicar a una amplia gama de los problemas del transporte en varios ambientes.

Otra evidencia la demuestra Baselice (2002), donde señala como objetivo desarrollar un modelo numérico computarizado que permite simular la contaminación por mercurio en la zona del Bajo Caroní y la conclusión más relevante de la investigación consiste en que se pudo observar en los escenarios de contaminación simulados, que el aumento del caudal líquido circulante en el tramo en estudio, favorece la resuspensión del contaminante adsorbido como un sedimento en el fondo del río, aumentando su concentración en la columna de agua, asimismo el aumento del caudal sólido de sedimento en suspensión favorece de manera importante la fase de mercurio particulado.

En la investigación realizada por López (2002), presentó como objetivo la determinación del estado ecológico de las aguas superficiales receptoras de contaminantes y su conclusión más resaltante fue presentar un modelo matemático desarrollado para simular la dispersión de contaminantes en cauces receptores en régimen no permanente y se demostró la capacidad del modelo a través de la calibración, aproximándose los resultados de la simulación a la realidad del fenómeno físico.

Menéndez (2010) presenta una recopilación de los conocimientos básicos generales del problema de la contaminación de los recursos hídricos, haciendo énfasis en la cuantificación del proceso de contaminación, a través de diferentes herramientas de cálculo, para los ecosistemas acuáticos y su problemática de los vertidos (fuentes puntuales) y los lavados (fuentes no puntuales). También describe los mecanismos de transporte, de dilución, de la transformación de los contaminantes; y sus correspondientes modelos matemáticos. Plantea métodos de estimación de la contaminación por fuentes no puntuales de origen rural y urbano.

En referencia al Programa LAC desarrollado por Bouazza Zoubir (1994), calcula la difusión de un agente contaminante emitido por varias fuentes localizadas en un río para un régimen de flujo unidimensional. Este programa permite calcular la variación de la concentración de un

contaminante conservativo o no conservativo, en un río en estado estacionario. También el programa es capaz de obtener perfiles de concentración en función: a) del tiempo para una posición fija; de la longitud para un tiempo fijo; b) para un incremento asignado de longitud o tiempo; del ancho del río para un tiempo fijo; c) y de la profundidad para un tiempo fijo.

Las limitantes del programa LAC son: a) supone que la sección transversal del río es un rectángulo en toda su longitud y que su profundidad es constante a lo largo y ancho del río; b) calcula la concentración de un solo contaminante generado por varias fuentes en cada corrida del programa; c) la suposición de una constante de velocidad de reacción de primer orden.

## **2.2 Bases teóricas**

### **2.2.1 Modelación ambiental.** (Kiely, G. 1999).

La modelación de los procesos ambientales y de transporte de contaminantes se ha convertido en una labor esencial para el ingeniero y el científico moderno. La variedad de problemas de ingeniería que pueden abordarse mediante la modelización es infinita. Existen modelos diseñados o paquetes de programas para casi cada tarea que se pueda plantear, ya sea en el tratamiento de aguas residuales, la optimización de las rutas para los camiones municipales de transporte de residuos sólidos, la identificación de una localización óptima para el vertido de aguas residuales (con objeto de maximizar la mezcla y la dilución) o la modelización de la calidad del aire.

Los modelos físicos tradicionales de sistemas acuáticos se han sustituido mayoritariamente por modelos computacionales, principalmente debido a su bajo costo, a la facilidad y a la gran velocidad con la que los problemas se pueden solucionar a partir de diferentes datos. La modelización se puede simplificar generalmente como se muestra en la Figura N° 1.

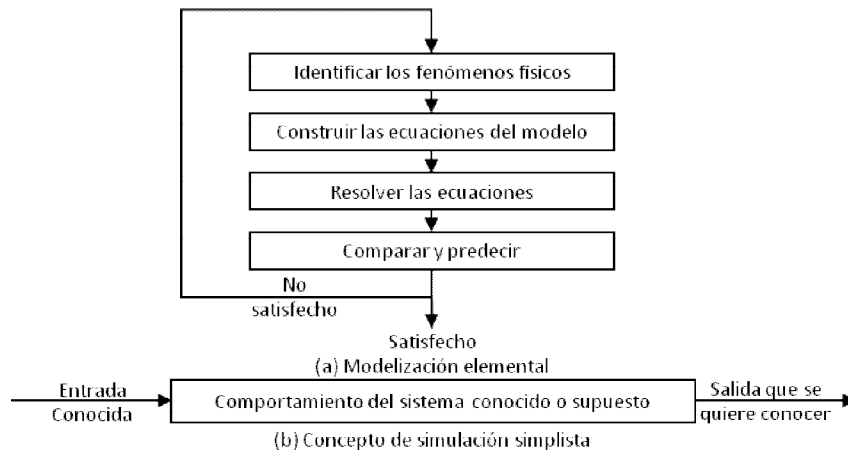


Figura Nº 1. Etapas para la modelización de sistemas ambientales.

Fuente: (Kiely, G. 1999).

Suponiendo que nuestra tarea es la modelización de un río. Los datos de partida pueden ser la precipitación, la topografía del terreno, los niveles del fondo del río, la batimetría del estuario, etc., mientras que los resultados esperados podrían ser los niveles del agua o la calidad de ésta. La tarea de la modelización es, por tanto, determinar los resultados o predecir lo que podría ocurrir a partir de un conjunto de datos de entrada. El nivel de sofisticación puede variar considerablemente. Desde los conocidos y sencillos modelos de caja (usados aun en el ambiente atmosférico) a la sofisticada modelización tridimensional.

No obstante, la sofisticación del modelo dependerá del nivel de comprensión y entendimiento del sistema. Por ejemplo, para modelar la hidrodinámica del flujo del río, los modelos usados más comúnmente son unidimensionales (son unidimensionales debido a que la velocidad a lo largo del río es predominante, frente a las velocidades en otras direcciones), es decir, modelos que dan un único valor a la velocidad en cada corte transversal. En el extremo más sofisticado se encuentra la solución numérica completa de las ecuaciones tridimensionales de St Venant que describen el flujo totalmente.

Algunas veces no se comprende de forma completa la definición del problema o del sistema. Por ejemplo, el proceso de lodos activados en el tratamiento de aguas residuales es un proceso bioquímico bastante complicado y no totalmente comprendido, dando lugar a que el conocimiento y manejo del sistema de simulación sea incompleto. Esta es la situación de muchos problemas reales en el mundo.

Por ejemplo, el movimiento de un contaminante en las aguas subterráneas queda inhibido debido a un conocimiento incompleto de los parámetros de campo, tales como la conductividad hidráulica tridimensional. Muchos de los problemas de los libros de texto de ingeniería se resuelven analíticamente para condiciones en régimen estacionario (es decir, condiciones del problema que no varían con el tiempo). En realidad, muchos problemas presentan condiciones que cambian con el tiempo y tales modelos, requieren técnicas de soluciones numéricas. Los pasos esquematizados por Tanji (1994) para el desarrollo y aplicación de modelos de simulación de sistemas se muestran en la Tabla 1:

Tabla Nº 1. Pasos en el desarrollo y aplicación de modelos de sistemas de simulación.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Situación del problema y objetivos del estudio.</p> <p>Reconocimiento de una situación problemática concreta.</p> <p>Identificación de los objetivos de la modelización.</p> <p>Análisis del sistema.</p> <p>Aislar el sistema de interés del entorno de dicho sistema.</p> <p>Evaluación de los datos existentes.</p> <p>Conceptualización del modelo.</p> <p>Formulación del modelo matemático.</p> <p>Síntesis del sistema.</p> <p>Modelización en ordenador, programación.</p> <p>Verificación del esquema numérico.</p> <p>Calibración del modelo.</p> <p>Sensibilidad del análisis.</p> <p>Validación del modelo usando otros conjuntos de datos.</p> <p>Puesta en marcha del modelo.</p> <p>Análisis de la simulación</p> <p>Evaluación e interpretación de los resultados simulados.</p> <p>Nuevo estudios de los análisis y síntesis del sistema.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fuente: Tanji. 1994.

### **2.2.2 Mecanismo de transporte de contaminantes en el ambiente.** (Kiely, G. 1999).

El transporte de una masa de contaminante que se introduce en un sistema acuático se define como la distribución y concentración de ese contaminante desde su origen hasta su destino.

Sería interesante rastrear el cambio en la concentración de ese contaminante desde el punto de vertido hasta su recorrido aguas abajo. Así como también, se podría determinar la distribución lateral del contaminante, a través del río para un determinado tramo, y la distribución vertical a lo largo de la profundidad del río en diferentes secciones del tramo, longitudinalmente.

Esto describe una distribución tridimensional del contaminante en diferentes momentos a lo largo de su recorrido.

Otros ejemplos del transporte de contaminantes, aplicados en la ingeniería ambiental son:

- Contaminantes de chimeneas vertidos a la atmósfera.
- Contaminantes conservativos vertidos en un sistema acuático.
- Contaminantes no-conservativos vertidos en un sistema acuático.
- Agua residual cruda dentro de un reactor biológico.
- Fuentes de ruido emitidas en un ambiente urbano.
- Contaminantes agrícolas dispersos en un acuífero.
- Aguas residuales industriales vertidas por medio de un emisario marino.



El transporte de los contaminantes en cuerpos fluidos tiene tres mecanismos físicos básicos:

1. Advección, originado por el movimiento en masa del fluido y es una propiedad dinámica.
2. Difusión, (no advectivo) debido a:
  - a) movimiento molecular o browniano (a escala microscópica) y
  - b) movimiento turbulento (en todas las escalas).
3. Flotabilidad, debido a un gradiente vertical de temperatura.

En los sistemas acuáticos, el mecanismo dominante es la advección y la difusión (molecular) no impacta significativamente. La flotabilidad tiene una mayor influencia cuando existen gradientes de temperatura en cuerpos líquidos casi estáticos, por ejemplo, en lagos, estuarios u océanos, o algunas veces en el ambiente atmosférico. La difusión es más significativa en los sistemas inactivos si el gradiente de concentración del contaminante es significativo. Existen otros mecanismos físicos, químicos o biológicos, que también contribuyen al transporte de un contaminante, las cuales se mencionan a continuación:

- Volatilización
- Absorción
- Adsorción
- Evaporación
- Transformación bacteriana
- Sedimentación

Por ejemplo, el transporte de un contaminante en las aguas subterráneas puede depender de la adsorción realizada por las partículas del suelo, de la adsorción de las rocas del subsuelo o de la descomposición bacteriana debida a reacciones biológicas de la microfauna del suelo. El transporte de los contaminantes en los diferentes entornos con algunos de sus procesos específicos queda reflejado en la Figura 2. Es también importante destacar que hay bastante interacción entre la atmósfera, el agua superficial (ambas agua dulce y salada) y los entornos de las aguas subterráneas.

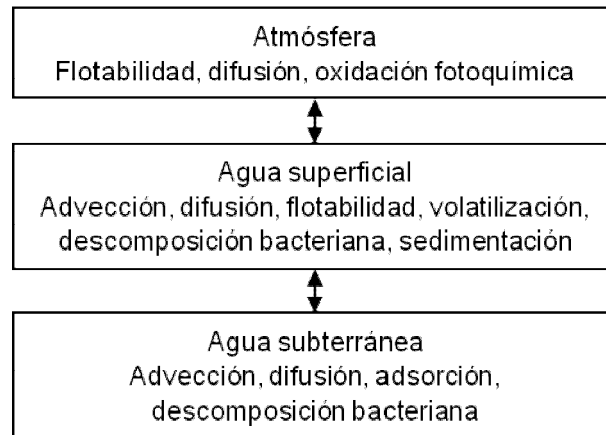


Figura 2. Algunos mecanismos de dilución de contaminación en la atmósfera, aguas superficiales y subterráneas.

Fuente: (Kiely, G. 1999).

### 2.2.3 Corriente fluvial unidimensional. (Potter, M 1998).

Para conocer el cambio de la concentración de masa con el tiempo en un punto fijo de un dominio de flujo, a lo largo del eje de las  $x$ , se puede inyectar un trazador conservativo, a un canal infinitamente largo lleno de agua estancada, en un instante  $t=0$ . La difusión va ocurriendo debido al gradiente de la concentración a lo largo del eje  $x$ . este movimiento se debe al transporte advectivo que se puede expresar en términos de un vector de flujo

a lo largo de un eje dado por unidad de área perpendicular a ese eje:  $J=uC$  (Potter, M 1998) donde  $u$  es la velocidad del fluido en la dirección  $X$  y  $C$  es la concentración de la sustancia.

El flujo total de transporte de masa como resultado de la advección y difusión molecular es:  $J=uC-D\partial C/\partial X$  (Potter, M 1998). Por otro lado, la ecuación fundamental de transporte diferencial de masa en una dimensión es:  $\partial C/\partial t + \partial J/\partial X = r$  (Potter, M 1998). El flujo de difusión molecular se superpone en el flujo en movimiento quedando la ecuación unidimensional de transporte de masa que incluye tanto advección como difusión molecular (Potter, M 1998), en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X}(uC) = D \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + r. \quad (1)$$

donde:

$u$ : Velocidad de difusión, [L/T]

$r_i$ : Variación de la concentración del contaminante  $i$ , debido a reacciones químicas,  $r_i=0$  para este caso

Una forma más fácil para obtener una solución analítica según Potter, 1998 es la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} \quad (2)$$

donde:

$\frac{\partial C}{\partial t}$ : Variación de la concentración del trazador, en función del tiempo, [M/(VT)]

$C$ : Concentración del trazador, [M/V]

$D$ : Coeficiente de dispersión del trazador, [L<sup>2</sup>/T]

$\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}$ : Variación de la concentración del trazador a lo largo del eje  $x$ , [(M/V)<sup>2</sup>/L<sup>2</sup>]

### 2.2.4 Corriente fluvial tridimensional. (Thérien, N. 1998).

Para la utilización de la ecuación diferencial que representa la evolución temporal y espacial del contaminante  $i$  en el medio acuático, que describe para una corriente fluvial tridimensional, se debe considerar lo siguiente:

- Las características incomprensibles del agua
- Cada componente  $i$  del curso del agua será una cantidad muy pequeña
- Un flujo turbulento

y lo representa la ec. 3:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = - \left\{ u \frac{\partial C_i}{\partial X} + v \frac{\partial C_i}{\partial Y} + w \frac{\partial C_i}{\partial Z} \right\} + r_i \quad (3)$$

$$+ \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ D_{ix}^t \frac{\partial C_i}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ D_{iy}^t \frac{\partial C_i}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ D_{iz}^t \frac{\partial C_i}{\partial Z} \right] \right\}$$

donde:

$\frac{\partial C_i}{\partial t}$ : Variación de la concentración del contaminante  $i$ , en función del tiempo,

[M/(VT)]

$- \left\{ u \frac{\partial C_i}{\partial X} + v \frac{\partial C_i}{\partial Y} + w \frac{\partial C_i}{\partial Z} \right\}$ : Variación de la concentración del contaminante  $i$ ,

debido al flujo convectivo en las direcciones  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , con velocidades  $u$ ,  $v$ ,  $w$  respectivamente, [M/(VT)]

$r_i$ : Variación de la concentración del contaminante  $i$ , debido a reacciones químicas,  $r_i=0$  para este caso.

$\left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ D_{ix}^t \frac{\partial C_i}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ D_{iy}^t \frac{\partial C_i}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ D_{iz}^t \frac{\partial C_i}{\partial Z} \right] \right\}$ : Variación de la concentración

debido a la dispersión, [M/(VT)]

$C_i$ : Concentración del contaminante  $i$ , [M/V]

$D_{ix}^t, D_{iy}^t, D_{iz}^t$ : Coeficiente de dispersión turbulenta en la dirección  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , [ $L^2/T$ ]

$u, v, w$ : Velocidad del río en las direcciones  $X, Y, Z$  respectivamente,  $[L/T]$

En general, en movimiento turbulento los coeficientes de dispersión turbulenta son de órdenes de magnitud mayores que los coeficientes de difusión molecular ( $D^t \gg D^M$ ). Por esta razón en la mayoría de las aplicaciones prácticas se desprecian los términos de difusión molecular.

### **2.2.5 Coeficientes de difusión molecular y advectiva. (Potter M., 1998).**

En un sistema unidimensional, el transporte de masa incluye tanto advección como difusión. El transporte de sustancias por difusión molecular a escala microscópica, es extremadamente lenta, aplicado solo para distancias cortas o durante tiempos largos, se observan en lagos, océanos, ríos y mantos acuíferos subterráneos. Sin embargo, hay un mecanismo dominante, que es instantáneo y más rápido, denominado advección (Potter M., 1998).

Kiely (1999) señala que inicialmente se asume que la difusión molecular es la misma difusión advectiva  $D$  para todas las direcciones y que la velocidad que apunta a favor de la corriente se supone constante. No obstante, Potter (1998) refiere que en muchos casos se puede estimar el coeficiente de dispersión a partir de las mediciones hechas en el canal de estudio. Por otro lado, Menéndez (2010), indica que en una situación de una evaluación preliminar de contaminación o en ausencia de datos de campo, el coeficiente de dispersión puede ser estimado en base a expresiones empíricas publicadas en la literatura.

Una de las expresiones más utilizadas es:  $D_L = e_L h u_*$ , donde  $u_* = f r^{1/2} U$  es la velocidad de corte (relacionada con la tensión de corte contra el fondo  $f r$  [adim],  $U$  [L/T] es la velocidad longitudinal del flujo promedio de la sección transversal),  $e_L$  [adim] es el coeficiente adimensional de dispersión,  $h$  [L] es la profundidad promedio del río y  $D_L$  [L<sup>2</sup>/T] es el coeficiente de dispersión longitudinal.

Según Menéndez (2010), para una evaluación más precisa de contaminación es necesario conocer datos experimentales. El método más confiable es encontrar valores que puedan producir el mejor ajuste de la

solución (ver ec. (24) en el punto 2.2.7) a las curvas medidas de concentración vs. tiempo. Esto puede ser llevado a cabo de dos maneras diferentes:

- Utilizando la serie de concentración-tiempo de un evento dinámico real.
- Realizando estudio con trazadores.

Cuando no se dispone de datos experimentales para la estimación del coeficiente de dispersión, y se tienen las muestras tomadas a un tiempo consecutivo, será asignada valores al coeficiente de dispersión hasta encontrar una curva de concentración vs. tiempo que se ajuste, esto es, una comparación entre los valores experimentales y los valores calculados.

#### **2.2.6 Coeficientes de dispersión turbulenta.** (Thérien, N. 1998).

Los coeficientes de dispersión turbulenta son parámetros característicos de un medio acuático dado y es clave para definir como se distribuye la concentración a lo largo, ancho y profundidad del río. Dependiendo del valor asignado se produce o no un impacto de los vertidos. Si se obtuviera valores experimentales de concentración del contaminante (o del trazador), en estación de verano, para los lagos, los ríos y los océanos, se podría calcular los coeficientes de dispersión (longitudinal, transversal y de profundidad), mediante fórmulas empíricas.

La dispersión en la dirección de la corriente es el componente de dos efectos, la turbulencia creada por las superficies sólidas y la turbulencia que resulta de la variación de la velocidad con la posición.

En calidad de ejemplo, para un derrame en la dirección de X, Glover (1964) propone las siguientes formas para los coeficientes de dispersión turbulenta en los ríos y permiten tener en cuenta la turbulencia creada por la influencia de la superficie sólida mojada.

$$D_{X0} = C_X R_H v^* \quad (4)$$

$$D_{Y0} = C_Y R_H v^* \quad (5)$$

$$D_{Z0} = C_Z R_H v^* \quad (6)$$

donde:

$R_H$ : es el radio hidráulico en el canal rectangular, [L]

$v^*$ : es la velocidad de fricción definida por la relación  $v^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  donde  $\tau_0$  es el

corte medio en la pared y  $\rho$  es la densidad del agua, [L/T].

$C_X$ ,  $C_Y$  y  $C_Z$ : son las constantes de los coeficientes de dispersión turbulenta para las direcciones de los ejes  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$ , [Adim].

Las cantidades son definidas por:

$$R_H = HL / (2H + L) \quad (7)$$

$$v^* = u \sqrt{g} / N_c \quad (8)$$

$$N_c = \frac{u}{\sqrt{R_H S g}} \quad (9)$$

$$N_m = \frac{R_H^{2/3} S^{1/2}}{u g^{1/2}} \quad (10)$$

donde:

$H$ : es la profundidad del curso del agua, [L]

$L$ : es el ancho del curso del agua, [L]

$u$ : es la velocidad de la corriente en la dirección  $x$ , [L/T]

$g$ : es la constante gravitacional, [L/T<sup>2</sup>]

$N_m$ : es el coeficiente de Manning de un río o un canal abierto, [L<sup>1/6</sup>]

$N_c$ : es el coeficiente de Chezy, [Adim]

$S$ : es la pendiente del río, [Adim]

Los valores característicos reportados por Glover (1964) de las constantes de los coeficientes de dispersión turbulenta para  $C_X$ ,  $C_Y$  y  $C_Z$ , son 500, 0.72 y 0.067 respectivamente.

Los coeficientes de dispersión turbulenta varían con la posición debida a la influencia de pasar por una capa de agua a medida que se aleja de la posición inicial  $(X_0, Y_0, Z_0)$ , y de su encuentro con turbulencias cada vez más grandes, hasta una frontera física o una distancia que corresponde a un tamaño característico máximo, para las turbulencias que pueden existir en este medio.

Con la finalidad de proporcionar un ejemplo, Hill (1966) demostró que los coeficientes de dispersión longitudinales y transversales varían con la profundidad  $Z$ , según la siguiente relación:

$$\frac{\partial D_x / \partial Z}{D_{X-\text{superficie}}} = \frac{\partial D_y / \partial Z}{D_{Y-\text{superficie}}} = -\alpha \quad (11)$$

donde:

$\alpha$ : Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ , [adim]

con:

$$\frac{\partial D_R}{\partial Z} = \frac{(D_R - D_{R-\text{superficie}})}{Z} \quad (12)$$

Por otra parte, Hill (1966) y Ozmidov (1958) demostraron que los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal en la superficie aumentan con el alejamiento de la fuente hasta algún límite impuesto por la magnitud de turbulencias existentes en este medio:

$$D_{X-\text{superficie}} = D_{Y-\text{superficie}} = C_s \cdot r^{4/3} \quad (13)$$

donde:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (14)$$

$D_{X-\text{superficie}} = D_{Y-\text{superficie}} = D_k$ ; siendo  $D_{X-\text{superficie}}$  el coeficiente de dispersión turbulento longitudinal;  $D_{Y-\text{superficie}}$  el coeficiente de dispersión turbulento transversal y  $D_k$  el coeficiente de dispersión turbulento en la superficie, unidades de longitud<sup>2</sup>/tiempo.



En el caso del lago Michigan, por ejemplo, la longitud característica de grandes turbulencias de 244 m, distancia más allá de los cuales los coeficientes de dispersión de la superficie no varían significativamente con el alejamiento.

El coeficiente de dispersión global puede ser expresado de la siguiente forma:

$$D_k^t = D_{k0} + D_k \quad k \in (X, Y) \quad (15)$$

donde:

$D_k^t$ : Coeficiente de difusión turbulento global, en las direcciones  $X, Y$ .

$D_{k0}$ : Coeficiente en el plano de la superficie del río  $X, Y$ .

$D_k$ : Coeficiente en el plano de la superficie del río  $X, Y$  variando la profundidad  $Z$ .

La expresión anterior del coeficiente de dispersión global viene dada por las relaciones:

$$D_X^t = D_{X0} + C_s \cdot r^{4/3} \cdot (1 - \alpha \cdot Z) \quad (16)$$

$$D_Y^t = D_{Y0} + C_s \cdot r^{4/3} \cdot (1 - \alpha \cdot Z) \quad (17)$$

$$D_Z^t = C_z \cdot V^* \cdot H \quad (18)$$

Los valores reportados por Hill (1966) para  $\alpha$  y  $C_s$  son:

$$\alpha \approx 0.0046 (1/\text{pie})$$

$$0.0001 < C_s < 0.0025 \quad (\text{pie}^{2/3} / \text{seg})$$

$Z$ : profundidad del río, (pie)

**2.2.7 Solución analítica de la ecuación de continuidad para un contaminante (ecuación de difusión advectiva y difusión molecular).** (Potter, 1998).

La solución analítica para la ecuación (2) de advección y difusión que plantea Potter (1998) desde un punto de vista lagrangiano, que consiste en unas coordenadas cuyo origen  $X_m$  se mueve a una velocidad  $u$ . La distancia  $\tilde{X}$  relativa al origen móvil es:

$$\tilde{X} = X - X_m = X - u\tilde{t} \quad (19)$$

donde:

$$t = \tilde{t} \quad (20)$$

$$X = \tilde{X} + u\tilde{t} \quad (21)$$

$$r=0 \quad (22)$$

Sustituyendo  $x$  y  $r$  en la ec. (1), se obtiene:  $\frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial \tilde{X}} \frac{\partial \tilde{X}}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial \tilde{X}} 1 + 0 = \frac{\partial}{\partial \tilde{X}}$  y  $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tilde{X}} \frac{\partial \tilde{X}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} (-u) + \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} 1 = -u \frac{\partial}{\partial \tilde{X}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{t}}$ . El resultado que se obtiene es la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial C}{\partial \tilde{t}} = D \frac{\partial^2 C}{\partial \tilde{X}^2} \quad (23)$$

que es idéntico a la ecuación (2). Por lo tanto, la ecuación para la difusión advectiva y difusión molecular para un punto fijo, es la misma que para el caso donde solo hay difusión en un fluido estancado, referido a un sistema de coordenadas que se mueve con la velocidad  $u$ , y lo representa la siguiente ecuación:

$$C(X, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(X-ut)^2}{4Dt}\right]} \quad (24)$$

donde:

A: sección transversal donde se difunde el contaminante,  $[L^2]$ .

Las limitantes de esta solución son:

- El tiempo  $t_0 \geq 0$ .
- La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .

- c. La descarga simulada es para un solo contaminante.
- d. La velocidad en dirección al río es constante.
- e. El coeficiente de difusión advectiva y molecular es constante para cualquier dirección donde esté el trazador.

La solución para la ec. (24) es de tipo gaussiano. Por ejemplo: para un caso cuando  $M=1$  y  $D=1/4$ , el gráfico de la distribución de la concentración se puede observar en la figura N° 3:

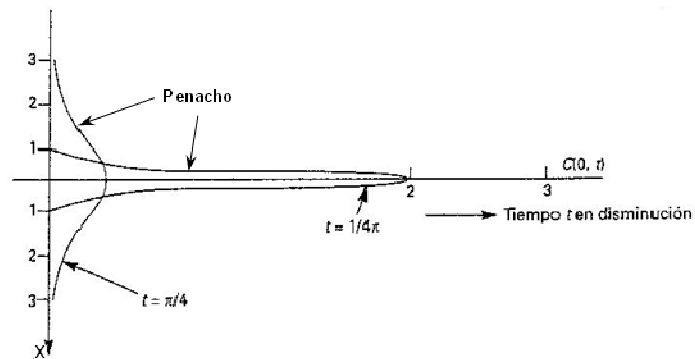


Figura N° 3. Distribución gaussiana de concentración para  $M=1$  y  $D=1/4$ .

Fuente: (Kiely, G. 1999)

A lo largo de la línea central del penacho, con  $X=0$  y tiempo  $t=0$ , la concentración es máxima. Cuando transcurre el tiempo, la difusión advectiva molecular se desarrolla, para un  $t=\pi/4$  se observa una propagación significativa, reduciéndose la distribución en forma de punta de lanza. Esto significa que a medida que las distancias aguas abajo se incrementa la concentración pico en la línea central disminuye.

#### 2.2.8 Solución analítica de la ecuación de continuidad para un contaminante (ecuación de difusión turbulenta). (Thérien, N. 1998)

La solución para la dispersión en un medio infinitesimal a partir de una fuente de contaminante localizada a  $(X_o, Y_o, Z_o)$  y en tiempo  $t_o$ , las condiciones de borde son las siguientes:

$$X = \pm\infty \quad C_i = (Y, Z) = 0$$

$$Y = \pm\infty \quad C_i = (X, Z) = 0$$

$$Z = \pm\infty \quad C_i = (X, Y) = 0$$

Cuando tiende a  $X = \pm\infty$ , la concentración del contaminante  $i$  para cualquier posición en  $Y, Z$  es igual a 0.

Cuando tiende a  $Y = \pm\infty$ , la concentración del contaminante  $i$  para cualquier posición en  $X, Z$  es igual a 0.

Cuando tiende a  $Z = \pm\infty$ , la concentración del contaminante  $i$  para cualquier posición en  $X, Y$  es igual a 0.

**a. Caso A: “Fuente Puntual de Contaminación”. (Thérien, N. 1998)**

El caso A se refiere a un derrame accidental de una cantidad de masa  $M$  de un contaminante conservativo relacionada a un tiempo  $t_o$ , y esta cae en la corriente del río para una posición dada  $(X_o, Y_o, Z_o)$ , dispersándose en las direcciones de la corriente del río.

La solución analítica de la ecuación (3), para este caso es:

$$C_i(X', Y', Z', t') = \frac{M e^{-kt'}}{8(\pi t')^{3/2} \sqrt{D_X^t D_Y^t D_Z^t}} \exp(-\gamma) \quad (25)$$

donde:

$M$ : masa del contaminante, [kg].

con:

$$\gamma = \left\{ \frac{(X' - ut')^2}{4D_X^t t'} + \frac{(Y' - vt')^2}{4D_Y^t t'} + \frac{(Z' - wt')^2}{4D_Z^t t'} \right\} \quad (26)$$

y:

$$t' = t - t_o \quad (27)$$

$$X' = X - X_o \quad (28)$$

$$Y' = Y - Y_o \quad (29)$$

$$Z' = Z - Z_o \quad (30)$$

Las limitantes de esta solución son:

- a. El tiempo  $t_0 \geq 0$ .
- b. La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .
- c. La descarga simulada es para un solo contaminante.

**b. Caso B: “Fuente continua de contaminación”.** (Thérien, N. 1998)

El caso B aplica cuando existe una descarga de efluentes con un caudal y un contaminante conservativo relacionada a un tiempo  $t \geq t_o$  conocidos, para una posición dada  $(X_o, Y_o, Z_o)$ , dispersándose en las direcciones de la corriente del río.

Las soluciones analíticas de la ecuación (3), para este caso son:

1. Considerando que el agente contaminante es introducido a un caudal de efluente constante  $Q$  para  $t \geq t_o$ , entonces la solución obtenida es:

$$C_i(X', Y', Z', t') = \frac{Q \cdot \exp(\theta)}{16\pi \sqrt{a \cdot D_X^t D_Y^t D_Z^t}} \cdot \tau \quad (31)$$

donde:

$Q$ : Caudal de efluente constante para  $t \geq t_o$ .

con:

$$\theta = \left\{ \frac{X' u}{2 D_X^t} + \frac{Y' v}{2 D_Y^t} + \frac{Z' w}{2 D_Z^t} \right\} \quad (32)$$

$$\tau = \left\{ \exp(-2\sqrt{\beta}) \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \underbrace{\sqrt{\frac{a}{t'}} + \sqrt{\frac{\beta t'}{a}}}_{w_1} \right) \right] + \exp(-2\sqrt{\beta}) \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \underbrace{\sqrt{\frac{a}{t'}} - \sqrt{\frac{\beta t'}{a}}}_{w_2} \right) \right] \right\} \quad (33)$$

$$\operatorname{erf} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^n \exp(-w^2) \cdot dw \quad (34)$$

donde:

$\operatorname{erf}$ : Función error

$$\beta = a * b \quad (35)$$

$$a = \left\{ \frac{D_Y^t \cdot D_Z^t \cdot X'^2 + D_X^t \cdot D_Z^t \cdot Y'^2 + D_X^t \cdot D_Y^t \cdot Z'^2}{4 \cdot D_X^t \cdot D_Y^t \cdot D_Z^t} \right\} \quad (36)$$

$$b = \left\{ \frac{u^2}{4 \cdot D_X^t} + \frac{v^2}{4 \cdot D_Y^t} + \frac{w^2}{4 \cdot D_Z^t} \right\} + k \quad (37)$$

donde:

$k=0$ , constante de velocidad de reacción, para contaminante conservativo.

Las limitantes de la solución son:

- a. El tiempo  $t_0 \geq 0$ .
  - b. El caudal se considera constante para un tiempo  $t$ .
  - c. La descarga simulada es para un solo contaminante.
  - d. La constante de reacción  $k$  es igual a 0, cuando el contaminante es conservativo.
2. Considerando que la descarga está en estado estacionario, tenemos que cuando  $t \rightarrow \infty$ ,  $\text{erf}(+\infty) = +1$  y  $\text{erf}(-\infty) = -1$ , la relación (31), se reduce a la siguiente expresión de equilibrio:

$$C_i(X', Y', Z') = \frac{Q \cdot \exp(\theta - 2\sqrt{\beta})}{8\pi \sqrt{a \cdot D_X^t \cdot D_Y^t \cdot D_Z^t}} \quad (38)$$

### 2.2.9 Modelo matemático

El modelo matemático para la simulación de la difusión advectiva y molecular a utilizar es la ec. (24), en una dimensión.

El modelo matemático para la simulación de la dispersión para el caso A: contaminación por una fuente puntual lo representan las ecuaciones (25) y (26), para el caso B: contaminación por una fuente continua se consideran las ecuaciones desde (31) hasta (37), ambos casos en tres dimensiones.

# CAPÍTULO III

## MARCO METODOLÓGICO

### **3. Capítulo III. Marco Metodológico**

#### **3.1 Tipo de Investigación**

En función de los objetivos planteados, el presente trabajo se puede clasificar como una investigación proyectiva, también llamado “proyecto factible”. De acuerdo a la metodología de investigación holística de Hurtado (1998), la investigación proyectiva involucra una hoja de cálculo Excel, para simular la dispersión de un contaminante en un río.

#### **3.2 Aplicación del modelo**

Es un caso particular del fenómeno natural en estudio, donde se elabora una hoja de cálculo que simula la dispersión de un contaminante conservativo (no hay reacción química del contaminante, con otros elementos), solo existe dispersión del contaminante a través de un río.

Se puede simular tanto la difusión advectiva y molecular (unidimensional), como la dispersión turbulenta (tridimensional) de un contaminante conservativo, emitido por una fuente localizada en un río, permitiendo calcular la variación de su concentración, en estado estacionario y transitorio.

Además la hoja de cálculo es capaz de obtener perfiles de concentración en función: del tiempo para una posición fija, de la longitud del río para un tiempo fijo, del ancho del río para un tiempo fijo y de la profundidad del río para un tiempo fijo, según sea el caso.

Las limitantes de esta hoja de cálculo son: supone que la sección transversal del río es un paralelepípedo rectangular en toda su longitud y que su profundidad es constante a lo largo y ancho del río; calcula la concentración de un solo contaminante generado por una fuente en cada corrida del programa.

#### **3.3 Técnicas de recolección y análisis de la información**

La información de los datos de entrada al programa de simulación, proviene de una fuente secundaria, como por ejemplo los datos publicados de una investigación de campo y los resultados obtenidos a través del programa de simulación. Por ejemplo, para la corrida en una dimensión se



tomaron los datos reportados por Atkinson (2000), para validar el modelo, como lo señala Tanji, 1994 (ver Tabla N° 1. Pasos en el desarrollo y aplicación de modelos de sistemas de simulación).

### 3.4 Procedimiento

Esta sección contiene un resumen en forma secuencial de la metodología a seguir para la recolección de datos y técnicas para su posterior análisis, lo cual es necesario para resolver el problema planteado.

3.4.1 Para establecer cuál es el modelo matemático que se ajusta más al fenómeno físico de la dispersión y la difusión del contaminante conservativo en un río a estudiar, se siguieron una serie de criterios preestablecidos que se tomaron en consideración (Lozano, 2003) son:

- La observación de las características de la corriente del río considera una forma paralelepípeda rectangular.
- Las características generales del modelo de simulación son:
  - ✓ El tipo de proceso que interviene es físico.
  - ✓ El método de solución es analítico.
  - ✓ El tipo de cuerpo de agua es un río.
  - ✓ De una dimensión y de tres dimensiones, según el caso a estudiar.
  - ✓ El estado es transitorio o estacionario.
  - ✓ Los tipos de transportes son: advección, difusión y dispersión.
  - ✓ Contaminante conservativo (no reacciona, la constante de velocidad de reacción es cero).
  - ✓ La capacidad de satisfacer la simulación de: la concentración del contaminante en función del tiempo, para una posición fija, en una dimensión y en tres dimensiones.
  - ✓ La flexibilidad para la adaptación de diferentes condiciones: longitud, ancho y profundidad del río, masa del contaminante, concentración del contaminante, tiempo transcurrido después del derrame, velocidad de la corriente del río.

✓ La aplicabilidad del modelo para simular casos de fuente puntual y continua de un contaminante.

✓ La simplicidad y ejecución de los datos, con un error aproximado hasta 30%, (Atkinson, 2000), (para un modelo de una dimensión).

✓ La viabilidad es económica debido a que es una hoja de cálculo Excel y funciona en cualquier computadora personal.

El modelo seleccionado para la *difusión advectiva y molecular* (Potter, M. 1998):

$$C_{(x,t)} = \frac{M}{a\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right]}$$

Las limitantes para la ecuación (24) son:

El tiempo  $t_0 \geq 0$ .

La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .

La descarga simulada es para un solo contaminante.

Considerar un vertido de un contaminante conservativo

$D$ : inicialmente es constante en cualquier dirección

$u$ : se asume constante en la dirección de la corriente del flujo.

$r=0$  (contaminante conservativo, no hay reacción).

El modelo matemático que se ajusta más al fenómeno físico de la dispersión turbulenta del contaminante conservativo en un río (Thérien, N. 1998), para el caso A (fuente puntual de contaminación) lo representa la ecuación (25):

$$C_i(x', y', z', t') = \frac{M \cdot e^{-K^* t'}}{8(\pi t')^{3/2} \sqrt{D_x^T D_y^T D_z^T}} \cdot \exp(-\gamma)$$

Las limitantes para las ecuaciones (25 a la 30) son las siguientes:

El tiempo  $t_0 \geq 0$ .

La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .

La descarga simulada es para un solo contaminante.

Y para el caso B (fuente continua de contaminación) la ecuación (31) es la que representa este fenómeno de la dispersión:

$$C_i(x', y', z', t') = \frac{Q \cdot \exp(\theta)}{16\pi \sqrt{a \cdot D_x^T D_y^T D_z^T}} \cdot \tau$$

Las limitantes para las ecuaciones (31 al 37) son las siguientes:

El tiempo  $t_0 \geq 0$ .

El caudal se considera constante para un tiempo  $t$ .

La descarga simulada es para un solo contaminante.

La constante de reacción  $k$  es igual a 0, cuando el contaminante es conservativo.

- 3.4.2 Con los criterios determinados y las ecuaciones identificadas, se desarrolla una simulación que permite evaluar la variación de la concentración del contaminante conservativo, basado en un libro de cálculo Excel, llamado SDCR (Simulación de la difusión y la dispersión del contaminante en un río).
- 3.4.3 El SDCR permite calcular la variación de la concentración del contaminante conservativo en función de la longitud, el ancho y la profundidad del río para: el caso A de una fuente puntual de un contaminante conservativo y el caso B de una fuente continua de un contaminante conservativo.
- 3.4.4 También el SDCR puede calcular la variación de la concentración del contaminante conservativo en función del tiempo para una posición fija en el río, para: una difusión advectiva y molecular con una masa de un contaminante conservativo, el caso A de una fuente puntual de un contaminante conservativo y el caso B de una fuente continua de un contaminante conservativo.
- 3.4.5 A partir de los datos experimentales reportados por Atkinson (2000), y siguiendo lo señalado por Tanji (1994), permite la validación del modelo propuesto por Potter (1998). Se puede observar en las corridas de las estaciones A, B, C y la desviación entre la concentración calculada con la concentración experimental en el SDCR.

# CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

## **4. Capítulo IV. Análisis y discusión de los resultados**

### **4.1 Resultados obtenidos**

Para la selección del modelo matemático se consultaron con varios autores, donde todos proponen las mismas ecuaciones, sin embargo para facilitar las referencias se mencionarán algunos de ellos. Potter (1998), presentó una solución analítica para la ecuación (2) para una difusión advectiva y molecular, con una masa de un contaminante conservativo (fuente puntual), representados en las ecuaciones (19) al (23). Por otro lado, Thérien (1998); presentó las soluciones analíticas de la ecuación (3), para el caso A de una fuente puntual de un contaminante conservativo, representados en las ecuaciones (25) al (30) y para el caso B de una fuente continua de un contaminante conservativo representados en las ecuaciones (31) al (37). Las limitaciones para la aplicación de estas ecuaciones, tanto para la difusión advectiva y molecular, como el caso A y el caso B están descritas en los puntos 2.2.7 y 2.2.8 respectivamente. Existen consideraciones establecidas que afectan a cada caso, enumerándose a continuación:

*i)* El tramo del río en estudio es de sección transversal rectangular es constante.

*ii)* La velocidad promedio en la dirección de la corriente del río es constante.

*iii)* La fuente de contaminación tiene un solo componente.

iv) El contaminante es conservativo, es decir no reacciona químicamente.

v) Los fenómenos de transportes que ocurren son la dispersión turbulenta, la difusión advectiva y molecular.

vi) Las dimensiones promedios del río se consideran constantes en el tramo de estudio: longitud, profundidad y ancho.

vii) En las direcciones X, Y, Z las constantes de dispersión turbulentas no varían en el tramo de estudio.

Además se consideraron los criterios establecidos por Lozano (2003) para una buena selección del modelo matemático que mejor representa el fenómeno de la dispersión del contaminante conservativo (ver punto 3.4).

Con los modelos matemáticos seleccionados, las limitaciones, las consideraciones y los criterios establecidos se desarrolló el SDCR (Simulación de la dispersión del contaminante en un río), que es una hoja de cálculo de Excel con hipervínculos direccionados para cada caso, en los siguientes temas: introducción, datos de entrada, valores constantes, cálculos variables, resumen gráficos, corrida (difusión o caso A o caso B), gráfico: C vs. X, C vs. Y, C vs. Z, C vs.  $t$  y 3D (para el caso A y el caso B).

Con los datos experimentales aportados por Atkinso (2000), se pudo comparar con las concentraciones calculadas a partir de la ecuación (24), para las estaciones A, B y C con diferencia que varía desde 18% a 30% aproximadamente. Según Tanji (1994) la validación a través de estos datos experimentales se aproxima al error igual al 30% reportado por Atkinson (2000).

A continuación se ilustra el SDCR con ejemplos del Índice con sus vínculos y una breve orientación al usuario.



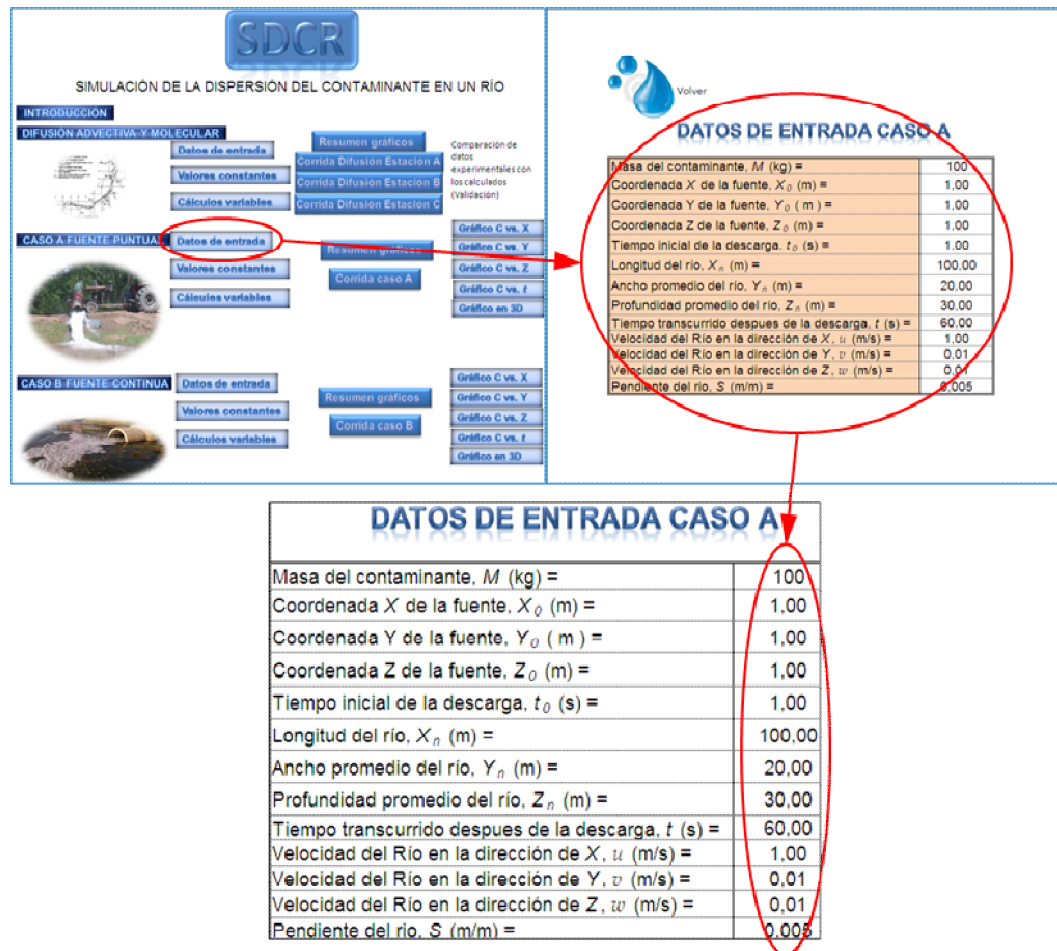
Figura N° 4. Hipervínculo del índice muestra la introducción.

Fuente: elaboración propia

En la introducción (ver Figura N° 4) se informa al usuario del objetivo de la hoja de cálculo de Excel, que es evaluar la variación de la concentración de un contaminante conservativo en función de la longitud, del ancho, de la profundidad del río y, además, evaluar para un punto fijo la variación de la concentración en función del tiempo. También se señala los criterios que se tomaron en consideración para la selección del modelo matemático, ya mencionados en el punto 3.4.1, las ecuaciones utilizadas para los cálculos pertinentes en el programa SDCR y los resultados expresados en forma de gráficos.

El índice muestra la difusión advectiva y molecular (Fuente puntual de un contaminante conservativo), los casos: A (Fuente puntual de un contaminante conservativo) y B (Fuente continua del contaminante conservativo), donde tiene hipervínculos (ver figura N° 5) que facilita la ubicación del tema, según el usuario requiera. A continuación se ilustra un ejemplo con el Índice el vínculo de datos de entrada para el caso A:

✓ Datos de entrada: el usuario puede introducir los datos requeridos con sus respectivas unidades.



**SDCR**  
SIMULACIÓN DE LA DISPERSIÓN DEL CONTAMINANTE EN UN RÍO

**INTRODUCCIÓN**  
DIFUSIÓN ADVECTIVA Y MOLECULAR

**CASO A: FUENTE PUNTUAL**

**Datos de entrada** (highlighted with a red circle)

**Resumen graficos**

**Comparación de datos**  
experimentales con  
los calculados  
(Validación)

**DATOS DE ENTRADA CASO A**

|                                                       |        |
|-------------------------------------------------------|--------|
| Masa del contaminante, $M$ (kg) =                     | 100    |
| Coordenada X de la fuente, $X_0$ (m) =                | 1.00   |
| Coordenada Y de la fuente, $Y_0$ (m) =                | 1.00   |
| Coordenada Z de la fuente, $Z_0$ (m) =                | 1.00   |
| Tiempo inicial de la descarga, $t_0$ (s) =            | 1.00   |
| Longitud del río, $X_n$ (m) =                         | 100.00 |
| Ancho promedio del río, $Y_n$ (m) =                   | 20.00  |
| Profundidad promedio del río, $Z_n$ (m) =             | 30.00  |
| Tiempo transcurrido despues de la descarga, $t$ (s) = | 60.00  |
| Velocidad del Río en la dirección de X, $u$ (m/s) =   | 1.00   |
| Velocidad del Río en la dirección de Y, $v$ (m/s) =   | 0.01   |
| Velocidad del Río en la dirección de Z, $w$ (m/s) =   | 0.01   |
| Pendiente del río, $S$ (m/m) =                        | 0.005  |

**DATOS DE ENTRADA CASO A**

|                                                       |        |
|-------------------------------------------------------|--------|
| Masa del contaminante, $M$ (kg) =                     | 100    |
| Coordenada X de la fuente, $X_0$ (m) =                | 1.00   |
| Coordenada Y de la fuente, $Y_0$ (m) =                | 1.00   |
| Coordenada Z de la fuente, $Z_0$ (m) =                | 1.00   |
| Tiempo inicial de la descarga, $t_0$ (s) =            | 1.00   |
| Longitud del río, $X_n$ (m) =                         | 100.00 |
| Ancho promedio del río, $Y_n$ (m) =                   | 20.00  |
| Profundidad promedio del río, $Z_n$ (m) =             | 30.00  |
| Tiempo transcurrido despues de la descarga, $t$ (s) = | 60.00  |
| Velocidad del Río en la dirección de X, $u$ (m/s) =   | 1.00   |
| Velocidad del Río en la dirección de Y, $v$ (m/s) =   | 0.01   |
| Velocidad del Río en la dirección de Z, $w$ (m/s) =   | 0.01   |
| Pendiente del río, $S$ (m/m) =                        | 0.005  |

Figura N° 5. Hipervínculo del índice, direccionada a datos de entrada caso A.  
Fuente: elaboración propia.

✓ Valores constantes: el usuario puede introducir los valores constantes en las unidades señaladas (ver fig. N° 6).



## VALORES CONSTANTES CASO A

|                                                                                                                                     |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Aceleración de la gravedad, $g$ ( $m/s^2$ ) =                                                                                       | 9,80     |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_x$ (adim) =                                                                                  | 500,00   |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_y$ (adim) =                                                                                  | 0,72     |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_z$ (adim) =                                                                                  | 0,067    |
| Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad $Z$ , $\alpha$ ( $m^{-1}$ ) = | 0,01509  |
| Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (X,Y), $C_s$ ( $m^{2/3}/s$ ) =                                       | 0,000589 |
| Constante de velocidad de reacción, $K$ ( $seg^{-1}$ ) =                                                                            | 0        |

Figura N° 6. Ventana de Valores constantes caso A.

Fuente: Therien, Norman (1998).

✓ Cálculos de las variables de salida: el usuario podrá ver el cálculo de cada valor y podrá evaluar si sus datos son lógicos y la tendencia de los resultados (ver fig. N° 7).

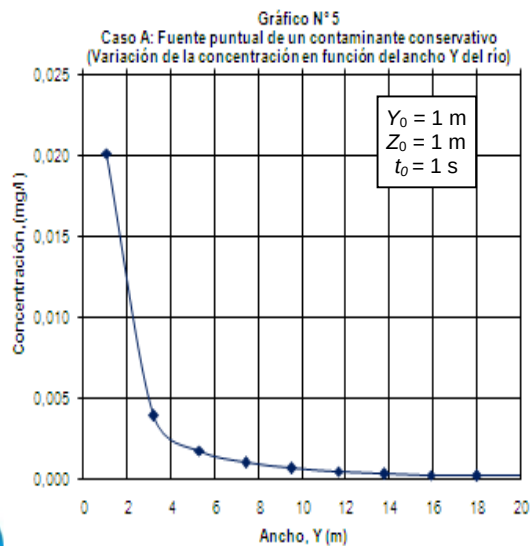
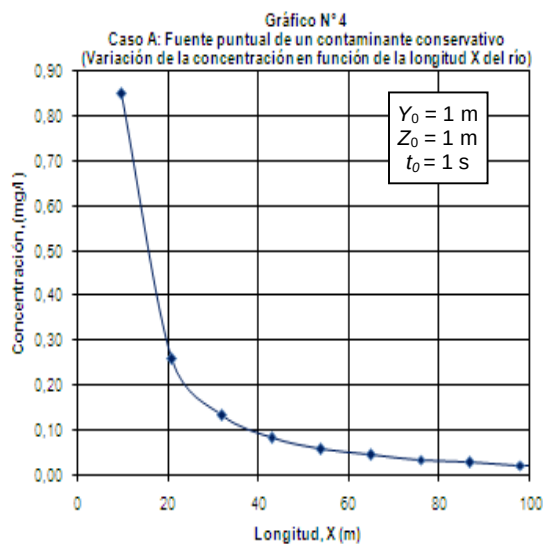
## CÁLCULOS VARIABLES CASO A

|                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| Radio hidraulico, $R_H$ (m) =                                        | 7,5       |
| Ángulo de inclinación del río, $\phi$ (grado) =                      | 0,2865    |
| Coeficiente de Manning, $N_m$ ( $m^{1/6}$ ) =                        | 0,0865    |
| Coeficiente de Chézy, $N_C$ (adim) =                                 | 1,6496    |
| Velocidad de fricción, $v^*$ (m/s) =                                 | 0,6062    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie X, $D_{x0}$ ( $m^2/s$ ) = | 2273,3167 |
| Coeficiente de dispersión plano superficie Y, $D_{y0}$ ( $m^2/s$ ) = | 3,2736    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie Z, $D_{z0}$ ( $m^2/s$ ) = | 0,3046    |

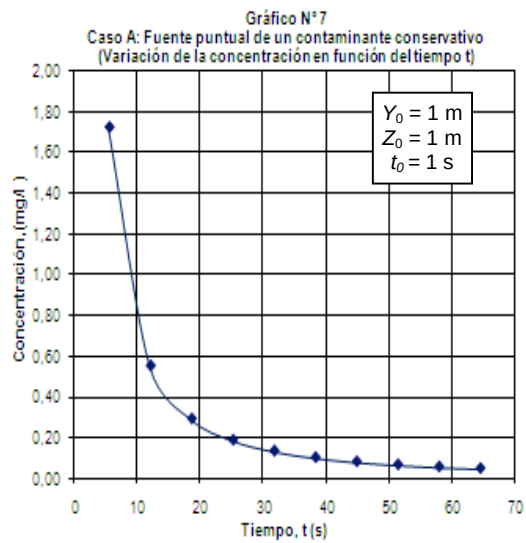
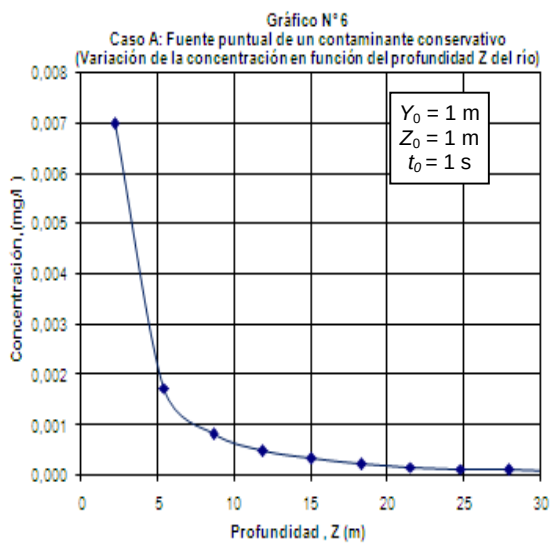
Figura N° 7. Ventana de los cálculos de las variables de salida del caso A.

Fuente: elaboración propia.

✓ Resumen gráficos: el usuario podrá darle una vista rápida a los gráficos de la variación de la concentración en función de: la longitud, del ancho, de la profundidad y para un punto fijo la variación de la concentración en función del tiempo (ver fig. N° 8).



Volver



## RESUMEN GRÁFICOS CASO A

Figura N° 8. Ventana de resumen gráficos caso A.  
Fuente: elaboración propia.

✓ Corrida: el usuario puede observar en detalle los valores que van resultando de cada ecuación (ver fig. N° 9).

|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | $\gamma_x$ | $\gamma_y$ | $\gamma_z$ | $\gamma_r$ | $\exp(-\gamma_r)$ | r        | Dx        | Dy     | Dz     | Raiz(Dx,Dy,Dz) | C(x,y,z,t) (Kg/m <sup>3</sup> ) | C(x,y,z,t) (mg/L) |
|----|----------|----------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|----------|-----------|--------|--------|----------------|---------------------------------|-------------------|
| 1  | 1,00E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 9,00E+00   | 1,2219E-05 | 6,9999E-03 | 1,8878E-02 | 2,5890E-02 | 9,7444E-01        | 1,00E+01 | 2273,3293 | 3,2862 | 1,2185 | 9,54E+01       | 8,4916E-04                      | 0,8492            |
| 2  | 2,10E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,00E+01   | 5,4985E-06 | 2,4189E-03 | 6,5655E-03 | 8,9899E-03 | 9,9105E-01        | 2,10E+01 | 2273,3503 | 3,3072 | 1,2185 | 9,57E+01       | 2,5987E-04                      | 0,2599            |
| 3  | 3,20E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 3,10E+01   | 3,5474E-06 | 1,1521E-03 | 3,1510E-03 | 4,3067E-03 | 9,9570E-01        | 3,20E+01 | 2273,3758 | 3,3325 | 1,2185 | 9,61E+01       | 1,3478E-04                      | 0,1348            |
| 4  | 4,30E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 4,20E+01   | 2,6183E-06 | 5,9578E-04 | 1,6433E-03 | 2,2417E-03 | 9,9776E-01        | 4,30E+01 | 2273,4041 | 3,3610 | 1,2185 | 9,65E+01       | 8,5282E-05                      | 0,0853            |
| 5  | 5,40E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 5,30E+01   | 2,0748E-06 | 3,0719E-04 | 8,5514E-04 | 1,1644E-04 | 9,9884E-01        | 5,40E+01 | 2273,4351 | 3,3920 | 1,2185 | 9,69E+01       | 5,9950E-05                      | 0,0599            |
| 6  | 6,50E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 6,40E+01   | 1,7182E-06 | 1,4780E-04 | 4,1547E-04 | 5,6499E-04 | 9,9944E-01        | 6,50E+01 | 2273,4683 | 3,4252 | 1,2185 | 9,74E+01       | 4,4986E-05                      | 0,0450            |
| 7  | 7,60E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 7,50E+01   | 1,4662E-06 | 6,0207E-05 | 1,7098E-04 | 2,3265E-04 | 9,9977E-01        | 7,60E+01 | 2273,5034 | 3,4603 | 1,2185 | 9,79E+01       | 3,5292E-05                      | 0,0353            |
| 8  | 8,70E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 8,60E+01   | 1,2786E-06 | 1,0292E-05 | 4,6760E-05 | 6,4331E-05 | 9,9994E-01        | 8,70E+01 | 2273,5403 | 3,4971 | 1,2185 | 9,84E+01       | 2,8595E-05                      | 0,0286            |
| 9  | 9,80E+01 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 9,70E+01   | 1,1336E-06 | 6,5807E-07 | 1,9036E-06 | 3,6933E-06 | 1,0000E+00        | 9,80E+01 | 2273,5787 | 3,5356 | 1,2185 | 9,90E+01       | 2,3743E-05                      | 0,0237            |
| 10 | 1,09E+02 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,08E+02   | 1,0181E-06 | 4,1434E-06 | 1,2158E-05 | 1,7320E-05 | 9,9998E-01        | 1,09E+02 | 2273,6186 | 3,5755 | 1,2185 | 9,95E+01       | 2,0096E-05                      | 0,0201            |
|    |          |          |          |            |            |            |            |            |                   |          |           |        |        |                |                                 |                   |
|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | $\gamma_x$ | $\gamma_y$ | $\gamma_z$ | $\gamma_r$ | $\exp(-\gamma_r)$ | r        | Dx        | Dy     | Dz     | Raiz(Dx,Dy,Dz) | C(x,y,z,t) (Kg/m <sup>3</sup> ) | C(x,y,z,t) (mg/L) |
| 1  | 1,00E+00 | 1,11E+00 | 1,00E+00 | 1,10E+02   | 1,1890E-02 | 6,9335E-08 | 1,9049E-05 | 1,1909E-02 | 9,8816E-01        | 1,49E+00 | 2273,3177 | 3,2746 | 1,2185 | 9,52E+01       | 2,0158E-05                      | 0,0202            |
| 2  | 1,00E+00 | 3,22E+00 | 1,00E+00 | 3,21E+02   | 3,5106E-02 | 2,3753E-08 | 3,1258E-03 | 3,8232E-02 | 9,6249E-01        | 3,37E+00 | 2273,3196 | 3,2765 | 1,2185 | 9,53E+01       | 3,9394E-06                      | 0,0039            |
| 3  | 1,00E+00 | 5,33E+00 | 1,00E+00 | 5,32E+02   | 5,8322E-02 | 1,4322E-08 | 7,2039E-03 | 6,5526E-02 | 9,3658E-01        | 5,43E+00 | 2273,3222 | 3,2791 | 1,2185 | 9,53E+01       | 1,7961E-06                      | 0,0018            |
| 4  | 1,00E+00 | 7,44E+00 | 1,00E+00 | 7,43E+02   | 8,1538E-02 | 1,0246E-08 | 1,1426E-02 | 9,2963E-02 | 9,1123E-01        | 7,51E+00 | 2273,3252 | 3,2821 | 1,2185 | 9,53E+01       | 1,0563E-06                      | 0,0011            |
| 5  | 1,00E+00 | 9,56E+00 | 1,00E+00 | 9,55E+02   | 1,0475E-01 | 7,9716E-09 | 1,5896E-02 | 1,2045E-01 | 8,0652E-01        | 9,61E+00 | 2273,3285 | 3,2854 | 1,2185 | 9,54E+01       | 7,0735E-07                      | 0,0007            |
| 6  | 1,00E+00 | 1,17E+01 | 1,00E+00 | 1,17E+03   | 1,2797E-01 | 6,5208E-09 | 1,9989E-02 | 1,4796E-01 | 8,6247E-01        | 1,17E+01 | 2273,3321 | 3,2890 | 1,2185 | 9,54E+01       | 5,0967E-07                      | 0,0005            |
| 7  | 1,00E+00 | 1,38E+01 | 1,00E+00 | 1,38E+03   | 1,5119E-01 | 5,5146E-09 | 2,4293E-02 | 1,7548E-01 | 8,3906E-01        | 1,38E+01 | 2273,3359 | 3,2928 | 1,2185 | 9,56E+01       | 3,8606E-07                      | 0,0004            |
| 8  | 1,00E+00 | 1,59E+01 | 1,00E+00 | 1,59E+03   | 1,7440E-01 | 4,7756E-09 | 2,8605E-02 | 2,0301E-01 | 8,1627E-01        | 1,59E+01 | 2273,3399 | 3,2968 | 1,2185 | 9,56E+01       | 3,0304E-07                      | 0,0003            |
| 9  | 1,00E+00 | 1,80E+01 | 1,00E+00 | 1,80E+03   | 1,9782E-01 | 4,2098E-09 | 3,2921E-02 | 2,3054E-01 | 7,9411E-01        | 1,80E+01 | 2273,3441 | 3,3010 | 1,2185 | 9,56E+01       | 2,4432E-07                      | 0,0002            |
| 10 | 1,00E+00 | 2,01E+01 | 1,00E+00 | 2,01E+03   | 2,2083E-01 | 3,7627E-09 | 3,7240E-02 | 2,5807E-01 | 7,7254E-01        | 2,01E+01 | 2273,3485 | 3,3053 | 1,2185 | 9,57E+01       | 2,0110E-07                      | 0,0002            |
|    |          |          |          |            |            |            |            |            |                   |          |           |        |        |                |                                 |                   |
|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | $\gamma_x$ | $\gamma_y$ | $\gamma_z$ | $\gamma_r$ | $\exp(-\gamma_r)$ | r        | Dx        | Dy     | Dz     | Raiz(Dx,Dy,Dz) | C(x,y,z,t) (Kg/m <sup>3</sup> ) | C(x,y,z,t) (mg/L) |
| 1  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,22E+00 | 2,21E+02   | 2,4109E-02 | 5,0715E-04 | 9,2744E-08 | 2,4618E-02 | 9,7568E-01        | 1,41E+00 | 2273,3178 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 6,9894E-06                      | 0,006989369       |
| 2  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 5,44E+00 | 5,43E+02   | 5,9544E-02 | 2,7627E-03 | 3,7754E-08 | 6,2306E-02 | 9,3960E-01        | 1,41E+00 | 2273,3175 | 3,2744 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,7482E-06                      | 0,001748166       |
| 3  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 8,67E+00 | 8,66E+02   | 8,4979E-02 | 5,1706E-03 | 2,3701E-08 | 1,0015E-01 | 9,0470E-01        | 1,41E+00 | 2273,3175 | 3,2744 | 1,2185 | 9,52E+01       | 8,3725E-07                      | 0,000837254       |
| 4  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,19E+01 | 1,19E+03   | 1,3041E-01 | 7,6069E-03 | 1,7272E-08 | 1,3802E-01 | 8,7108E-01        | 1,41E+00 | 2273,3175 | 3,2743 | 1,2185 | 9,52E+01       | 5,0150E-07                      | 0,000501505       |
| 5  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,51E+01 | 1,51E+03   | 1,6585E-01 | 1,0054E-02 | 1,3586E-08 | 1,7590E-01 | 8,3870E-01        | 1,41E+00 | 2273,3174 | 3,2743 | 1,2185 | 9,52E+01       | 3,3688E-07                      | 0,000336881       |
| 6  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,83E+01 | 1,83E+03   | 2,0128E-01 | 1,2505E-02 | 1,1197E-08 | 2,1379E-01 | 8,0752E-01        | 1,41E+00 | 2273,3174 | 3,2743 | 1,2185 | 9,52E+01       | 2,4268E-07                      | 0,000242679       |
| 7  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,16E+01 | 2,15E+03   | 2,3672E-01 | 1,4959E-02 | 9,5226E-09 | 2,5168E-01 | 7,7749E-01        | 1,41E+00 | 2273,3173 | 3,2742 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,8325E-07                      | 0,000183253       |
| 8  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,48E+01 | 2,48E+03   | 2,7215E-01 | 1,7415E-02 | 8,2838E-09 | 2,8957E-01 | 7,4859E-01        | 1,41E+00 | 2273,3173 | 3,2742 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,4315E-07                      | 0,000143154       |
| 9  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,80E+01 | 2,80E+03   | 3,0759E-01 | 1,9672E-02 | 7,3301E-09 | 3,2746E-01 | 7,2075E-01        | 1,41E+00 | 2273,3172 | 3,2741 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,1473E-07                      | 0,00011473        |
| 10 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 3,12E+01 | 3,12E+03   | 3,4303E-01 | 2,2330E-02 | 6,5734E-09 | 3,6536E-01 | 6,9395E-01        | 1,41E+00 | 2273,3172 | 3,2741 | 1,2185 | 9,52E+01       | 9,3008E-08                      | 9,3008E-05        |
|    |          |          |          |            |            |            |            |            |                   |          |           |        |        |                |                                 |                   |
|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | $\gamma_x$ | $\gamma_y$ | $\gamma_z$ | $\gamma_r$ | $\exp(-\gamma_r)$ | r        | Dx        | Dy     | Dz     | Raiz(Dx,Dy,Dz) | C(x,y,z,t) (Kg/m <sup>3</sup> ) | C(x,y,z,t) (mg/L) |
| 1  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 5,58E+00   | 4,1080E-04 | 1,2258E-02 | 3,2941E-02 | 4,5610E-02 | 9,5541E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,7199E-03                      | 1,719772671       |
| 2  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,21E+01   | 1,1210E-03 | 4,8694E-03 | 1,3086E-02 | 1,9078E-02 | 9,8110E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 5,4867E-04                      | 0,548686251       |
| 3  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,87E+01   | 1,8387E-03 | 2,7056E-03 | 7,2709E-03 | 1,1815E-02 | 9,8825E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 2,8883E-04                      | 0,288827851       |
| 4  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 2,52E+01   | 2,5581E-03 | 1,6926E-03 | 4,5486E-03 | 8,7993E-03 | 9,9124E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,8445E-04                      | 0,184448014       |
| 5  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 3,18E+01   | 3,2762E-03 | 1,1182E-03 | 3,0050E-03 | 7,4014E-03 | 9,9263E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 1,3061E-04                      | 0,130608323       |
| 6  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 3,83E+01   | 3,9855E-03 | 7,5739E-04 | 2,0354E-03 | 6,7912E-03 | 9,9323E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 9,8641E-05                      | 0,098640721       |
| 7  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 4,49E+01   | 4,7190E-03 | 5,1658E-04 | 1,3882E-03 | 6,6238E-03 | 9,9340E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 7,7855E-05                      | 0,077854829       |
| 8  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 5,14E+01   | 5,4396E-03 | 3,4909E-04 | 9,4027E-04 | 6,7298E-03 | 9,9329E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 6,3451E-05                      | 0,063451236       |
| 9  | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 5,80E+01   | 6,1603E-03 | 2,3220E-04 | 6,2400E-04 | 7,0165E-03 | 9,9301E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 5,2988E-05                      | 0,05298846        |
| 10 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 1,00E+00 | 6,46E+01   | 6,8810E-03 | 1,4858E-04 | 3,9928E-04 | 7,4288E-03 | 9,9260E-01        | 1,41E+00 | 2273,3176 | 3,2745 | 1,2185 | 9,52E+01       | 4,5107E-05                      | 0,04510688        |

Figura N° 9. Corrida caso A.

Fuente: elaboración propia.

También, el Índice tiene hipervínculos con los gráficos para cada situación, el usuario puede ubicarse en la hoja de cálculo correspondiente al gráfico, para evaluar en detalle los resultados. A continuación solo se ilustra un gráfico, para los otros gráficos se procede de la misma forma:

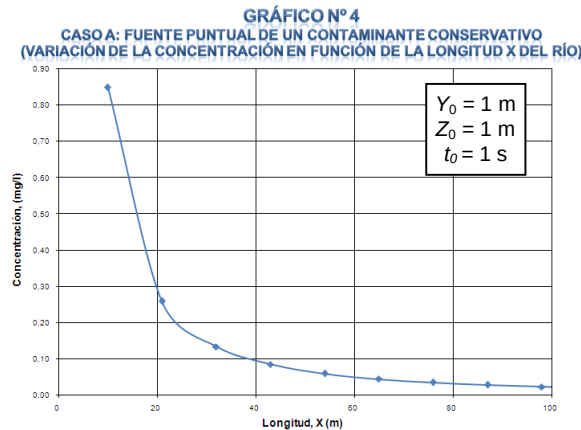


Figura N° 10. Ventana de gráfico N° 4. Caso A: fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la longitud X del río).

Fuente: elaboración propia.

Cada una de las hojas de cálculo direccionadas con el hipervínculo, tiene otro vínculo hacia el índice, permitiendo moverse dentro de la hoja fácilmente. De la misma forma se puede observar los mismos vínculos para el caso B y la difusión advectiva y molecular. Para el cálculo de la variación de la concentración del contaminante conservativo, se describirán por casos a continuación.

#### 4.1.1 Difusión advectiva y molecular: Fuente puntual de un contaminante conservativo

Se debe disponer para la simulación los datos experimentales: la masa  $M$  del contaminante, la longitud  $X$  del tramo del río, el ancho promedio  $Y$  del tramo del río, la profundidad promedio  $Z$  del tramo del río, la velocidad promedio  $u$  del tramo del Río en la dirección de  $X$ , el tiempos  $t$  de tomas de muestras después de la descarga.

Los datos de entrada para iniciar la corrida son los siguientes:

Tabla N° 2  
Datos de entrada difusión advectiva y molecular

|                                                                    |                           |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------|
| Masa del contaminante, $M$ (kg) =                                  |                           |                                                                 |                           |                                                                 | 1                         |
| Ancho promedio del río, $Y$ (m) =                                  |                           |                                                                 |                           |                                                                 | 0,53                      |
| Profundidad promedio del río, $Z$ (m)=                             |                           |                                                                 |                           |                                                                 | 19,89                     |
| Concentración del colorante y tiempos de muestreo (Atkinson, 2000) |                           |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| Estación de muestreo A                                             |                           | Estación de muestreo B                                          |                           | Estación de muestreo C                                          |                           |
| Velocidad promedio del Río en la dirección de $X$ , $u$ (m/s) =    | Longitud de muestreo: (m) | Velocidad promedio del Río en la dirección de $X$ , $u$ (m/s) = | Longitud de muestreo: (m) | Velocidad promedio del Río en la dirección de $X$ , $u$ (m/s) = | Longitud de muestreo: (m) |
| 0,69                                                               | 210                       | 0,73                                                            | 1.175                     | 0,71                                                            | 2.875                     |
| Tiempo, $t$ (s)                                                    | Concentración, $C$ (ppb)  | Tiempo, $t$ (s)                                                 | Concentración, $C$ (ppb)  | Tiempo, $t$ (s)                                                 | Concentración, $C$ (ppb)  |
| 60                                                                 | 0,21                      | 1.320                                                           | 3                         | 3.480                                                           | 19,50                     |
| 180                                                                | 0,44                      | 1.440                                                           | 126                       | 3.660                                                           | 47                        |
| 240                                                                | 500                       | 1.560                                                           | 225                       | 3.780                                                           | 77                        |
| 300                                                                | 1.050                     | 1.740                                                           | 140                       | 3.900                                                           | 96                        |
| 330                                                                | 810                       | 1.980                                                           | 58                        | 4.020                                                           | 110                       |
| 360                                                                | 550                       | 2.280                                                           | 31                        | 4.140                                                           | 110                       |
| 390                                                                | 365                       | 2.580                                                           | 10                        | 4.440                                                           | 88                        |
| 420                                                                | 260                       | 2.820                                                           | 5                         | 4.740                                                           | 60                        |
| 450                                                                | 147                       | 3.180                                                           | 2,65                      | 5.040                                                           | 38                        |
| 540                                                                | 32                        | 4.080                                                           | 0,92                      | 5.640                                                           | 15                        |
| 570                                                                | 26                        | 4.980                                                           | 0,40                      | 6.540                                                           | 4,80                      |
| 600                                                                | 19,50                     | 6.180                                                           | 0,20                      | 7.440                                                           | 2,20                      |
| 630                                                                | 11,70                     | 7.380                                                           | 0,20                      | 6.840                                                           | 0,38                      |
| 660                                                                | 8,10                      | 8.580                                                           | 0,10                      | 12.360                                                          | 0,10                      |
| 690                                                                | 5,40                      |                                                                 |                           | 13.560                                                          | 0,10                      |
| 720                                                                | 4,50                      |                                                                 |                           | 16.560                                                          | 0,32                      |
| 780                                                                | 2,30                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 840                                                                | 1,50                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 900                                                                | 1,40                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.020                                                              | 0,32                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.080                                                              | 0,10                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.140                                                              | 0,13                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.200                                                              | 0,13                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.800                                                              | 0,21                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.860                                                              | 0,17                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 1.920                                                              | 0,13                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 2.340                                                              | 0,24                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 2.400                                                              | 0,13                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 3.270                                                              | 1,70                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 3.870                                                              | 0,67                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 4.170                                                              | 0,75                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 4.480                                                              | 0,55                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 5.010                                                              | 0,28                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |
| 5.310                                                              | 0,40                      |                                                                 |                           |                                                                 |                           |

Fuente: Atkinson y Davis (2000)

También se debe disponer de los siguientes valores constantes: aceleración de la gravedad  $g$  y constante de velocidad de reacción  $r$ , en la Tabla N° 3.

Tabla N° 3  
Valores constante Difusión

| Nombre de la Constante             | Símbolo | Unidad              | Valor |
|------------------------------------|---------|---------------------|-------|
| Aceleración de la gravedad         | $g$     | (m/s <sup>2</sup> ) | 9,80  |
| Constante de velocidad de reacción | $k$     | (s <sup>-1</sup> )  | 0     |

Fuente: elaboración propia

Inicialmente se trató de estimar el coeficiente de difusión advectivo y molecular por la expresión:  $D_{x0}=C_x R_H V^*$ . En la literatura la constante de dispersión superficial  $C_x$  indica que depende del perfil característico de circulación en los tramos del río en estudio.

Debido a que no se encontró valores adecuados del coeficiente adimensional de dispersión para las características del río Severn (caso de estudio de Atkinson, 2000, donde se utilizó los datos para las corridas del modelo unidimensional), se optó por asignar valores al coeficiente de difusión advectivo y molecular.

Para la corrida del cálculo de las concentraciones a partir de la ec. (24) se asumieron varios valores del coeficiente de difusión advectivo y molecular, hasta encontrar un ajuste. En este caso el valor del coeficiente de difusión advectivo y molecular, es el que mejor ajusta al modelo unidimensional, por ejemplo para la estación B,  $D= 19,64 (m^2/s)$  con un error relativo al 18,94%.

Los resultados de los cálculos se puede observar en la Figura N° 10, 11, 12 y 13 correspondiente a las corridas para las estaciones A, B y C. La validación en cada corrida lo representa el error en porcentaje. Algunos valores muy pequeños se despreciaron.

| Tiempo, $t$<br>(s)            | Dato experimental<br>(ppb) | Concentración<br>Modelo 1D, C<br>(ppb) | Error relativo |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------------------|----------------|
| 60                            | 0,21                       | 0,00                                   |                |
| 180                           | 0,44                       | 0,44                                   | 0,00%          |
| 240                           | 500,00                     | 293,24                                 | 41,35%         |
| 300                           | 1.050,00                   | 1385,09                                | 31,91%         |
| 330                           | 810,00                     | 1095,45                                | 35,24%         |
| 360                           | 550,00                     | 553,13                                 | 0,57%          |
| 390                           | 365,00                     | 197,82                                 | 45,80%         |
| 420                           | 260,00                     | 53,97                                  |                |
| 450                           | 147,00                     | 11,86                                  |                |
| 540                           | 32,00                      | 0,05                                   |                |
| 570                           | 26,00                      | 0,01                                   |                |
| 600                           | 19,50                      | 0,00                                   |                |
| 630                           | 11,70                      | 0,00                                   |                |
| 660                           | 8,10                       | 0,00                                   |                |
| 690                           | 5,40                       | 0,00                                   |                |
| 720                           | 4,50                       | 0,00                                   |                |
| 780                           | 2,30                       | 0,00                                   |                |
| 840                           | 1,50                       | 0,00                                   |                |
| 900                           | 1,40                       | 0,00                                   |                |
| 1.020                         | 0,32                       | 0,00                                   |                |
| 1.080                         | 0,10                       | 0,00                                   |                |
| 1.140                         | 0,13                       | 0,00                                   |                |
| 1.200                         | 0,13                       | 0,00                                   |                |
| 1.800                         | 0,21                       | 0,00                                   |                |
| 1.860                         | 0,17                       | 0,00                                   |                |
| 1.920                         | 0,13                       | 0,00                                   |                |
| 2.340                         | 0,24                       | 0,00                                   |                |
| 2.400                         | 0,13                       | 0,00                                   |                |
| 3.270                         | 1,70                       | 0,00                                   |                |
| 3.870                         | 0,67                       | 0,00                                   |                |
| 4.170                         | 0,75                       | 0,00                                   |                |
| 4.480                         | 0,55                       | 0,00                                   |                |
| 5.010                         | 0,28                       | 0,00                                   |                |
| 5.310                         | 0,40                       | 0,00                                   |                |
| Error promedio (Validación) = |                            |                                        | 25,81%         |

Figura N° 11. Corrida Estación A  
Fuente: elaboración propia

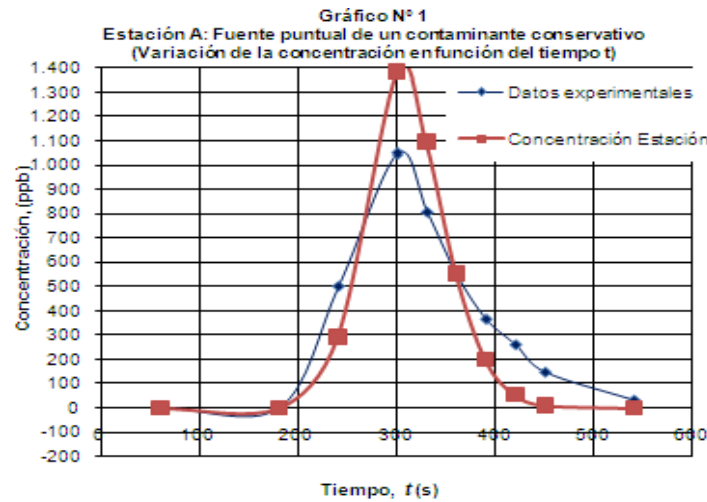
| Tiempo, $t$<br>(s)            | Dato experimental<br>(ppb) | Concentración<br>Modelo 1D, C<br>(ppb) | Error relativo |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------------------|----------------|
| 1.320                         | 3,00                       | 108,03                                 |                |
| 1.440                         | 126,00                     | 138,98                                 | 10,30%         |
| 1.560                         | 225,00                     | 151,27                                 | 32,77%         |
| 1.740                         | 140,00                     | 135,48                                 | 3,23%          |
| 1.980                         | 58,00                      | 84,82                                  | 46,24%         |
| 2.280                         | 31,00                      | 33,21                                  | 7,14%          |
| 2.580                         | 10,00                      | 10,00                                  | 0,00%          |
| 2.820                         | 5,00                       | 3,35                                   | 32,93%         |
| 3.180                         | 2,65                       | 0,56                                   |                |
| 4.080                         | 0,92                       | 0,00                                   |                |
| 4.980                         | 0,40                       | 1,63E-05                               |                |
| 6.180                         | 0,20                       | 8,50E-09                               |                |
| 7.380                         | 0,20                       | 3,60E-12                               |                |
| 8.580                         | 0,10                       | 1,36E-15                               |                |
| Error promedio (Validación) = |                            |                                        | 18,94%         |

Figura N° 12. Corrida Estación B  
Fuente: elaboración propia

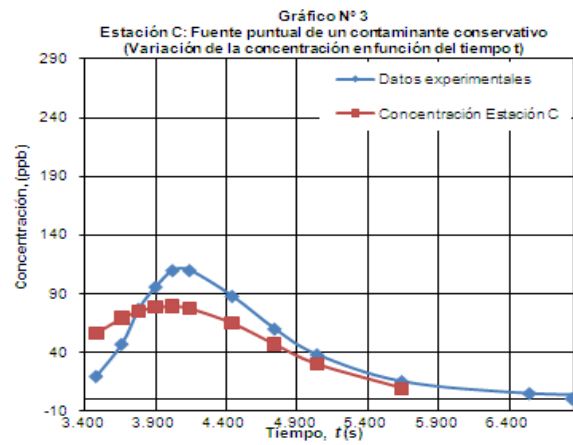
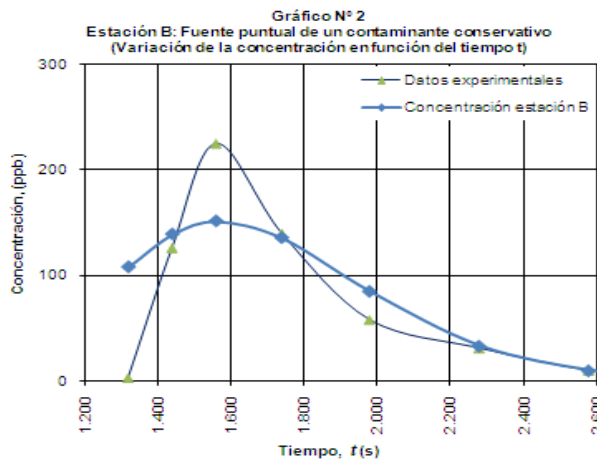
| Tiempo, $t$<br>(s)            | Dato experimental<br>(ppb) | Concentración<br>Modelo 1D, C<br>(ppb) | Error relativo |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------------------|----------------|
| 3.480                         | 19,50                      | 56,34                                  |                |
| 3.660                         | 47,00                      | 69,18                                  | 47,20%         |
| 3.780                         | 77,00                      | 75,16                                  | 2,38%          |
| 3.900                         | 96,00                      | 78,58                                  | 18,15%         |
| 4.020                         | 110,00                     | 79,32                                  | 27,89%         |
| 4.140                         | 110,00                     | 77,55                                  | 29,50%         |
| 4.440                         | 88,00                      | 64,81                                  | 26,35%         |
| 4.740                         | 60,00                      | 46,68                                  | 22,20%         |
| 5.040                         | 38,00                      | 29,76                                  | 21,68%         |
| 5.640                         | 15,00                      | 9,1E+00                                | 39,54%         |
| 6.540                         | 4,80                       | 9,1E-01                                |                |
| 7.440                         | 2,20                       | 5,9E-02                                |                |
| 6.840                         | 0,38                       | 3,8E-01                                | 0,00%          |
| 12.360                        | 0,10                       | 6,9E-10                                |                |
| 13.560                        | 0,10                       | 5,2E-12                                |                |
| 16.560                        | 0,32                       | 2,0E-17                                |                |
| Error promedio (Validación) = |                            |                                        | 23,49%         |

Figura N° 13. Corrida Estación C  
Fuente: elaboración propia

El resultado de la simulación de la variación de la concentración del trazador conservativo en función del tiempo y los datos experimentales (Atkinson, 2000), son graficados en los siguientes gráficos:



Fuente: elaboración propia



Para estimar el coeficiente de difusión advectiva y molecular se utilizó una función complemento de la hoja de cálculo EXCEL llamado Solver, para la: estación A  $D=1,23 \text{ (m}^2/\text{s)}$ , estación B  $D=19,64 \text{ (m}^2/\text{s)}$  y estación C  $D=28,27 \text{ (m}^2/\text{s)}$ .

Se pueden obtener diferentes resultados considerando las características de un río diferente al que está planteado y al comparar los resultados de la variación de la concentración del río obtenidos por: el modelo matemático de una dimensión vs. los valores experimentales de las muestras, deben ser aceptables. Para este trabajo se tomaron los datos de Atkinson, 2000.



#### 4.1.2 Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo

Se deben conocer los siguientes datos para la corrida de la simulación: la masa  $M$  del contaminante conservativo, las coordenadas de la ubicación de la fuente en las direcciones X, Y, Z, el tiempo  $t_n$  transcurrido después del derrame. Los datos de entrada para iniciar la corrida son los siguientes:

Tabla N° 4  
Datos de entrada caso A

| Parámetros                                   | Variable | Unidad | Valor |
|----------------------------------------------|----------|--------|-------|
| Masa del contaminante                        | $M$      | kg     | 100   |
| Coordenada X de la fuente                    | $x_0$    | m      | 1     |
| Coordenada Y de la fuente                    | $y_0$    | m      | 1     |
| Coordenada Z de la fuente                    | $z_0$    | m      | 1     |
| Tiempo inicial de la descarga                | $t_0$    | s      | 1     |
| Longitud del tramo del río                   | $X_n$    | m      | 100   |
| Ancho promedio del río                       | $Y_n$    | m      | 20    |
| Profundidad promedio del río                 | $Z_n$    | m      | 30    |
| Tiempo transcurrido después de la descarga   | $t_n$    | s      | 60    |
| Velocidad promedio del río en la dirección X | $u$      | m/s    | 1     |
| Velocidad promedio del río en la dirección Y | $v$      | m/s    | 0,01  |
| Velocidad promedio del río en la dirección Z | $w$      | m/s    | 0,01  |
| Pendiente del río                            | $S$      | m/m    | 0,005 |

Fuente: elaboración propia

Los valores asumidos de las constantes consultadas según el punto 2.2.6 del capítulo II Marco teórico, son señalados en la Tabla N° 5.

Tabla N° 5  
Valores constantes caso A

| Nombre de la Constante                                                                                  | Símbolo  | Unidad              | Valor                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------------|------------------------|
| Aceleración de la gravedad                                                                              | $g$      | $\frac{m}{s^2}$     | 9,8                    |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje X                                                          | $C_x$    | Adm                 | 500                    |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje Y                                                          | $C_y$    | Adm                 | 0,72                   |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje Z                                                          | $C_z$    | Adm                 | 0,067                  |
| Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad z | $\alpha$ | $m^{-1}$            | 0,0151                 |
| Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (X,Y)                                    | $C_s$    | $\frac{m^{2/3}}{s}$ | $5,8878 \cdot 10^{-4}$ |
| Constante de velocidad de reacción                                                                      | $k$      | $s^{-1}$            | 0                      |

Fuente: Thérien Norman (1998)

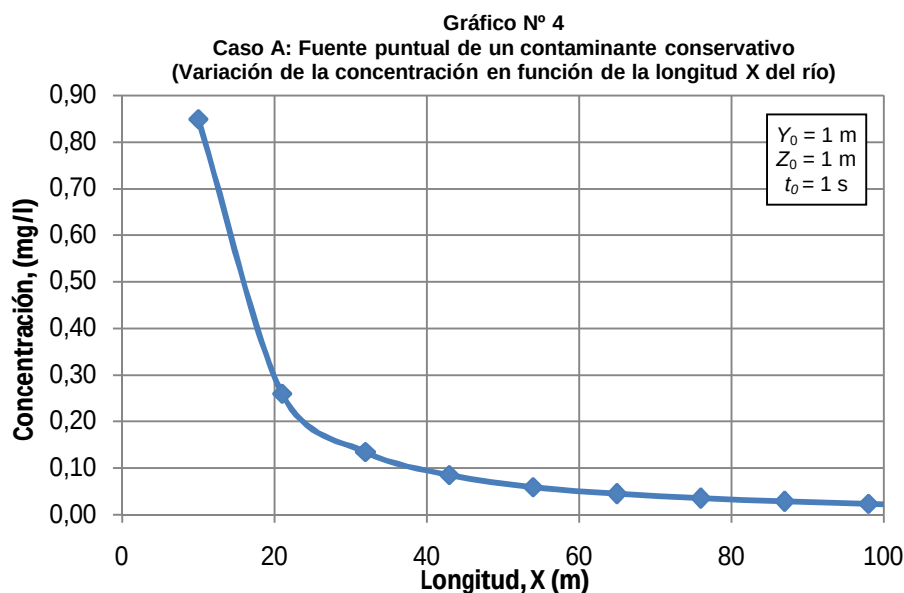
Los cálculos de las variables se hacen a través de las ecuaciones (7 al 10), ver Tabla N° 6:

Tabla N° 6  
Cálculos variables caso A

|                                                                  |           |
|------------------------------------------------------------------|-----------|
| Radio hidráulico, $R_H$ (m)                                      | 7,5       |
| Ángulo de inclinación del río, $\phi$ (grado)                    | 0,2865    |
| Coeficiente de Manning, $N_m$ ( $m^{1/6}$ )                      | 0,0865    |
| Coeficiente de Chézy, $N_C$ (adim)                               | 1,6496    |
| Velocidad de fricción, $v^*$ (m/s)                               | 0,6062    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{x0}$ ( $m^2/s$ ) | 2273,3167 |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{y0}$ ( $m^2/s$ ) | 3,2736    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{z0}$ ( $m^2/s$ ) | 0,3046    |

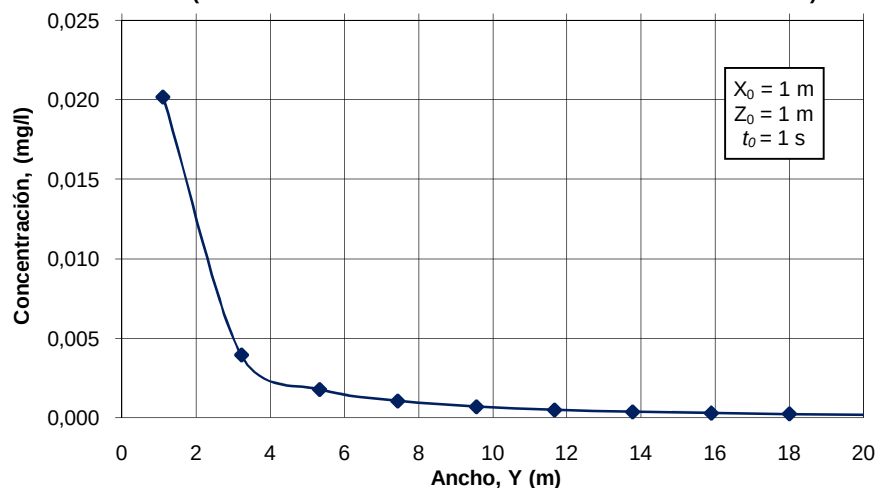
Fuente: elaboración propia

La corrida se puede observar a través de la Figura N° 9. El resultado de esta simulación de la variación de la concentración del contaminante conservativo en función de las coordenadas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  en un tiempo transcurrido  $t_n$ , utilizando las ecuaciones (25) al (30) y son representados en los gráficos N° 4, 5 y 6:



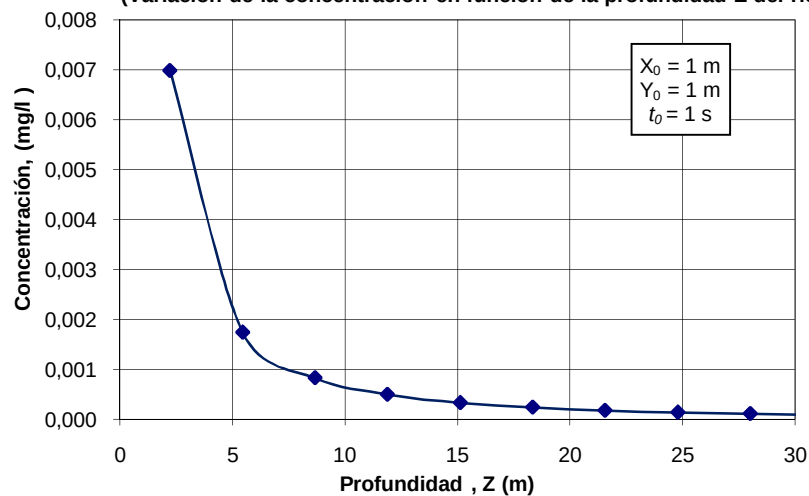
Fuente: elaboración propia

**Gráfico N° 5**  
**Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo**  
**(Variación de la concentración en función del ancho Y del río)**



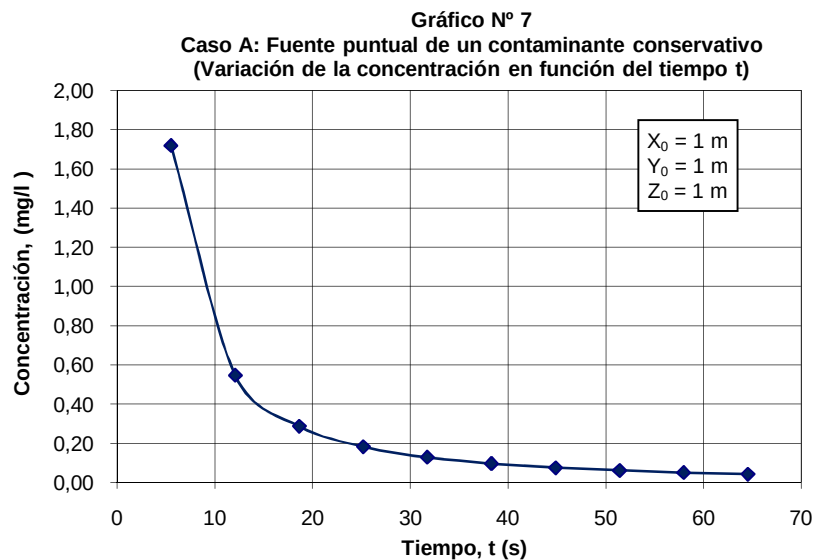
Fuente: elaboración propia

**Gráfico n° 6**  
**Caso a: fuente puntual de un contaminante conservativo**  
**(Variación de la concentración en función de la profundidad Z del río)**



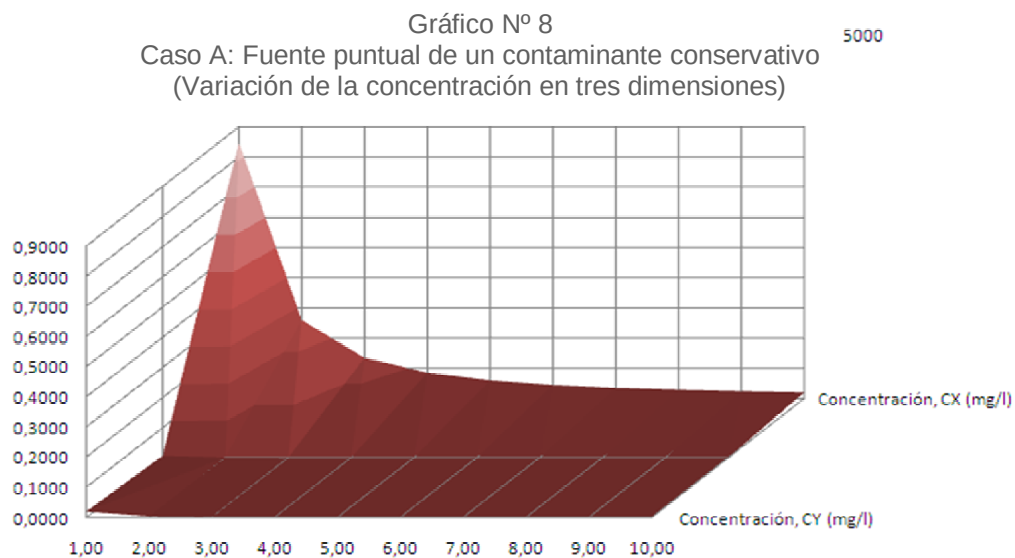
Fuente: elaboración propia

El resultado de la variación de la concentración del contaminante conservativo en función del tiempo  $t$ , para una posición fija utilizando las ecuaciones (25) al (30), es representado en el gráfico N° 7:



Fuente: elaboración propia

Y la variación de la concentración del contaminante conservativo en tres dimensiones, se representa en el gráfico N° 8:



Fuente: elaboración propia

#### 4.1.3 Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo

Para este caso se deben conocer los siguientes datos para la corrida de la simulación: el flujo másico del contaminante  $Q$ , las coordenadas de la ubicación de la fuente en las direcciones  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , el tiempo transcurrido  $t_n$  a partir del inicio de la descarga de la fuente de contaminación hacia el río.

Los datos de entrada para iniciar la corrida son los siguientes:

Tabla N° 7  
Datos de entrada caso B

| Parámetros                                   | Variable | Unidad         | Valor |
|----------------------------------------------|----------|----------------|-------|
| Flujo másico del contaminante                | $Q$      | $\frac{kg}{s}$ | 1.000 |
| Coordenada X de la fuente                    | $X_0$    | m              | 0,1   |
| Coordenada Y de la fuente                    | $Y_0$    | m              | 0,1   |
| Coordenada Z de la fuente                    | $Z_0$    | m              | 0,1   |
| Tiempo inicial de la descarga                | $t_0$    | s              | 1     |
| Longitud del tramo del río                   | $X_n$    | m              | 100   |
| Ancho promedio del río                       | $Y_n$    | m              | 20    |
| Profundidad promedio del río                 | $Z_n$    | m              | 30    |
| Tiempo transcurrido después de la descarga   | $t_n$    | s              | 1000  |
| Velocidad promedio del río en la dirección X | $u$      | $\frac{m}{s}$  | 1     |
| Velocidad promedio del río en la dirección Y | $v$      | $\frac{m}{s}$  | 0,01  |
| Velocidad promedio del río en la dirección Z | $w$      | $\frac{m}{s}$  | 0,01  |
| Pendiente del río                            | $S$      | $\frac{m}{m}$  | 0,005 |

Fuente: elaboración propia

Los valores asumidos de las constantes consultadas según el punto 2.2.6 del capítulo II Marco teórico, son señalados en la Tabla N° 8:

Tabla N° 8  
Valores constantes caso B

| Nombre de la Constante                                                                                  | Símbolo  | Unidad              | Valor                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------------|------------------------|
| Aceleración de la gravedad                                                                              | $g$      | $\frac{m}{s^2}$     | 9,80                   |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje X                                                          | $C_x$    | Adm.                | 500                    |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje Y                                                          | $C_y$    | Adm.                | 0,72                   |
| Constante de dispersión turbulenta en el eje Z                                                          | $C_z$    | Adm.                | 0,067                  |
| Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad Z | $\alpha$ | $m^{-1}$            | 0,0151                 |
| Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (x,y)                                    | $C_s$    | $\frac{m^{2/3}}{s}$ | $5,8878 \cdot 10^{-4}$ |
| Constante de velocidad de reacción                                                                      | $k$      | $s^{-1}$            | 0                      |

Fuente: Thérien Norman (1998)

Los cálculos de las variables se hacen a través de las ecuaciones (7 al 10), ver Tabla N° 9:

Tabla N° 9  
Cálculos variables caso B

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Radio hidráulico, $R_H$ (m) =                                              | 7,5       |
| Coeficiente de Chézy, $N_C$ (adim) =                                       | 1,6496    |
| Velocidad de fricción, $v^*$ (m/s) =                                       | 0,6062    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{x0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 2273,3167 |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{y0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 3,2736    |
| Coeficiente de dispersión plano superficie, $D_{z0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 0,3046    |

Fuente: elaboración propia.

La corrida del caso B se presenta a continuación:

|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | X'u    | Y'v  | Z'w  | r        | Dx        | Dy     | Dz     | q        | a(seg)     | b(seg <sup>-1</sup> ) | b (adm)    | w <sub>1</sub> | w <sub>2</sub> | t          | C(Kg/m <sup>3</sup> ) | C(mg/L) |
|----|----------|----------|----------|------------|--------|------|------|----------|-----------|--------|--------|----------|------------|-----------------------|------------|----------------|----------------|------------|-----------------------|---------|
| 1  | 1.10E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E+01   | 11.00  | 0.00 | 0.00 | 1.10E+01 | 2273.3311 | 3.2880 | 1.2185 | 0.002982 | 1.6119E-02 | 1.3809E-04            | 2.2258E-06 | 7.7309E-02     | 2.99E-03       | 1.90983712 | 3.1452E+00            | 3145.23 |
| 2  | 2.21E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 2.11E+01   | 22.10  | 0.00 | 0.00 | 2.21E+01 | 2273.3531 | 3.3100 | 1.2185 | 0.005422 | 5.6517E-02 | 1.3804E-04            | 7.8016E-06 | 1.0572E-01     | -2.21E-03      | 1.88337435 | 1.6549E+00            | 1654.89 |
| 3  | 3.32E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 3.22E+01   | 33.20  | 0.00 | 0.00 | 3.32E+01 | 2273.3794 | 3.3363 | 1.2185 | 0.007862 | 1.2401E-01 | 1.3798E-04            | 1.7111E-05 | 1.2871E-01     | -4.60E-03      | 1.85982216 | 1.1015E+00            | 1101.54 |
| 4  | 4.43E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 4.33E+01   | 44.30  | 0.00 | 0.00 | 4.43E+01 | 2273.4088 | 3.3657 | 1.2185 | 0.010302 | 2.1860E-01 | 1.3791E-04            | 3.0148E-05 | 1.4833E-01     | -6.22E-03      | 1.83920684 | 8.1887E-01            | 818.87  |
| 5  | 5.54E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 5.44E+01   | 55.40  | 0.00 | 0.00 | 5.54E+01 | 2273.4408 | 3.3977 | 1.2185 | 0.012742 | 3.4029E-01 | 1.3784E-04            | 4.6906E-05 | 1.6568E-01     | -7.50E-03      | 1.82074063 | 6.4824E-01            | 648.24  |
| 6  | 6.65E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 6.55E+01   | 66.50  | 0.00 | 0.00 | 6.65E+01 | 2273.4751 | 3.4320 | 1.2185 | 0.015181 | 4.8907E-01 | 1.3777E-04            | 6.7377E-05 | 1.8140E-01     | -8.58E-03      | 1.80388794 | 5.3434E-01            | 534.34  |
| 7  | 7.76E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 7.66E+01   | 77.60  | 0.00 | 0.00 | 7.76E+01 | 2273.5113 | 3.4682 | 1.2185 | 0.017621 | 6.6494E-01 | 1.3769E-04            | 9.1554E-05 | 1.9587E-01     | -9.53E-03      | 1.78829407 | 4.5302E-01            | 453.02  |
| 8  | 8.87E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 8.77E+01   | 88.70  | 0.00 | 0.00 | 8.87E+01 | 2273.5492 | 3.5061 | 1.2185 | 0.020060 | 8.6790E-01 | 1.3761E-04            | 1.1943E-04 | 2.0934E-01     | -1.04E-02      | 1.77371462 | 3.9211E-01            | 392.11  |
| 9  | 9.98E+01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 9.88E+01   | 99.80  | 0.00 | 0.00 | 9.98E+01 | 2273.5888 | 3.5457 | 1.2185 | 0.022499 | 1.0979E+00 | 1.3753E-04            | 1.5100E-04 | 2.2198E-01     | -1.11E-02      | 1.75997404 | 3.4482E-01            | 344.82  |
| 10 | 1.11E+02 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.10E+02   | 110.90 | 0.00 | 0.00 | 1.11E+02 | 2273.6299 | 3.5868 | 1.2185 | 0.024938 | 1.3551E+00 | 1.3744E-04            | 1.8625E-04 | 2.3394E-01     | -1.19E-02      | 1.74694168 | 3.0706E-01            | 307.06  |

|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | X'u  | Y'v  | Z'w  | r        | Dx        | Dy     | Dz     | q        | a(seg)     | b(seg <sup>-1</sup> ) | b (adm)    | w <sub>1</sub> | w <sub>2</sub> | t          | C(x,y,z,t) | C(mg/L) |
|----|----------|----------|----------|------------|------|------|------|----------|-----------|--------|--------|----------|------------|-----------------------|------------|----------------|----------------|------------|------------|---------|
| 1  | 1.00E-01 | 2.11E+00 | 1.00E-01 | 2.10E+02   | 0.10 | 0.02 | 0.00 | 2.11E+00 | 2273.3183 | 3.2752 | 1.2185 | 0.003655 | 3.4225E-01 | 1.3812E-04            | 4.7272E-05 | 2.1071E-01     | -0.129995683   | 1.90086332 | 6.8114E-01 | 681.14  |
| 2  | 1.00E-01 | 4.32E+00 | 1.00E-01 | 4.31E+02   | 0.10 | 0.04 | 0.00 | 4.32E+00 | 2273.3208 | 3.2777 | 1.2185 | 0.007026 | 1.4269E+00 | 1.3812E-04            | 1.9708E-04 | 3.0157E-01     | -0.186521564   | 1.85158147 | 3.2591E-01 | 325.91  |
| 3  | 1.00E-01 | 6.53E+00 | 1.00E-01 | 6.52E+02   | 0.10 | 0.07 | 0.00 | 6.53E+00 | 2273.3239 | 3.2808 | 1.2185 | 0.010389 | 3.2547E+00 | 1.3811E-04            | 4.4950E-04 | 3.7079E-01     | -0.229519468   | 1.81003561 | 2.1157E-01 | 211.57  |
| 4  | 1.00E-01 | 8.74E+00 | 1.00E-01 | 8.73E+02   | 0.10 | 0.09 | 0.00 | 8.75E+00 | 2273.3273 | 3.2842 | 1.2185 | 0.013745 | 5.8228E+00 | 1.3810E-04            | 8.0413E-04 | 4.2896E-01     | -0.265659601   | 1.77200766 | 1.5529E-01 | 155.29  |
| 5  | 1.00E-01 | 1.10E+01 | 1.00E-01 | 1.09E+03   | 0.10 | 0.11 | 0.00 | 1.10E+01 | 2273.3310 | 3.2879 | 1.2185 | 0.017093 | 9.1283E+00 | 1.3809E-04            | 1.2605E-03 | 4.8010E-01     | -0.297456494   | 1.73594621 | 1.2184E-01 | 121.84  |
| 6  | 1.00E-01 | 1.32E+01 | 1.00E-01 | 1.32E+03   | 0.10 | 0.13 | 0.00 | 1.32E+01 | 2273.3350 | 3.2919 | 1.2185 | 0.020431 | 1.3168E+01 | 1.3808E-04            | 1.8183E-03 | 5.2627E-01     | -0.326184823   | 1.70111097 | 9.9681E-02 | 99.68   |
| 7  | 1.00E-01 | 1.54E+01 | 1.00E-01 | 1.54E+03   | 0.10 | 0.15 | 0.00 | 1.54E+01 | 2273.3392 | 3.2961 | 1.2185 | 0.023760 | 1.7938E+01 | 1.3807E-04            | 2.4768E-03 | 5.6868E-01     | -0.352596734   | 1.66710065 | 8.3922E-02 | 83.92   |
| 8  | 1.00E-01 | 1.76E+01 | 1.00E-01 | 1.76E+03   | 0.10 | 0.18 | 0.00 | 1.76E+01 | 2273.3436 | 3.3005 | 1.2185 | 0.027078 | 2.3436E+01 | 1.3806E-04            | 3.2356E-03 | 6.0811E-01     | -0.377180116   | 1.63368193 | 7.2142E-02 | 72.14   |
| 9  | 1.00E-01 | 1.98E+01 | 1.00E-01 | 1.98E+03   | 0.10 | 0.20 | 0.00 | 1.98E+01 | 2273.3482 | 3.3051 | 1.2185 | 0.030386 | 2.9657E+01 | 1.3805E-04            | 4.0941E-03 | 6.4510E-01     | -0.400272776   | 1.60071401 | 6.3001E-02 | 63.00   |
| 10 | 1.00E-01 | 2.20E+01 | 1.00E-01 | 2.20E+03   | 0.10 | 0.22 | 0.00 | 2.20E+01 | 2273.3530 | 3.3098 | 1.2185 | 0.033683 | 3.6597E+01 | 1.3804E-04            | 5.0518E-03 | 6.8007E-01     | -0.422120071   | 1.56811098 | 5.5701E-02 | 55.70   |

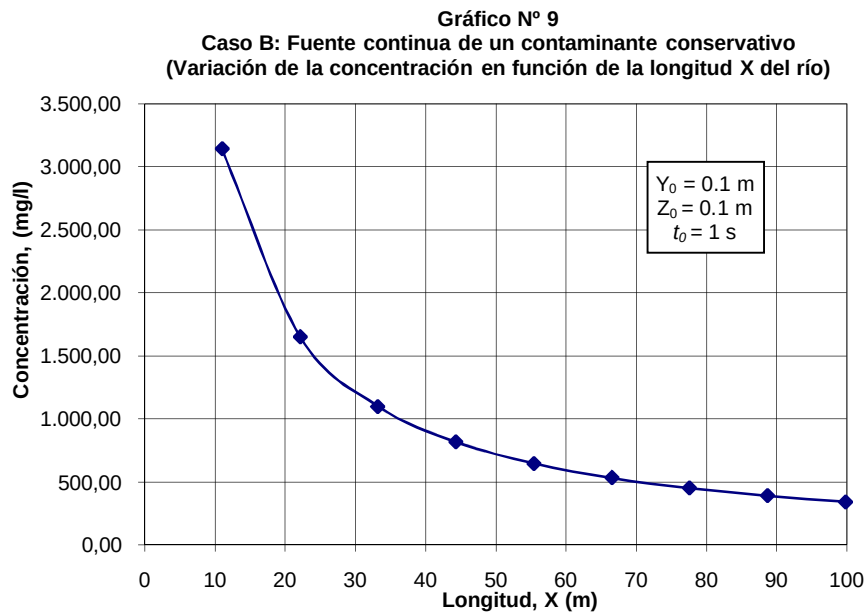
|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | X'u  | Y'v  | Z'w  | r        | Dx        | Dy     | Dz     | q        | a(seg)     | b(seg <sup>-1</sup> ) | b (adm)    | w <sub>1</sub> | w <sub>2</sub> | t          | C(x,y,z,t) | C(mg/L) |
|----|----------|----------|----------|------------|------|------|------|----------|-----------|--------|--------|----------|------------|-----------------------|------------|----------------|----------------|------------|------------|---------|
| 1  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 3.22E+00 | 3.21E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.03 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.013397 | 2.1310E+00 | 1.3813E-04            | 2.9434E-04 | 2.9209E-01     | -0.129189872   | 1.80382513 | 2.6163E-01 | 261.63  |
| 2  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 6.54E+00 | 6.53E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.07 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.027029 | 8.7882E+00 | 1.3813E-04            | 1.2139E-03 | 4.1640E-01     | -0.184458624   | 1.70961497 | 1.2378E-01 | 123.78  |
| 3  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 9.87E+00 | 9.86E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.10 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.040662 | 1.9974E+01 | 1.3813E-04            | 2.7590E-03 | 5.1133E-01     | -0.226624535   | 1.63178774 | 7.9444E-02 | 79.44   |
| 4  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.32E+01 | 1.32E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.13 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.054294 | 3.5690E+01 | 1.3813E-04            | 4.9296E-03 | 5.9122E-01     | -0.262091716   | 1.56202178 | 5.7673E-02 | 57.67   |
| 5  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.65E+01 | 1.65E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.17 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.067927 | 5.5934E+01 | 1.3813E-04            | 7.7259E-03 | 6.6152E-01     | -0.293300758   | 1.49734535 | 4.4767E-02 | 44.77   |
| 6  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.98E+01 | 1.98E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.20 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.081559 | 8.0707E+01 | 1.3813E-04            | 1.1148E-02 | 7.2504E-01     | -0.321494234   | 1.43636239 | 3.6241E-02 | 36.24   |
| 7  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 2.32E+01 | 2.31E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.23 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.095192 | 1.1001E+02 | 1.3813E-04            | 1.5195E-02 | 7.8343E-01     | -0.347407136   | 1.37831696 | 3.0196E-02 | 30.20   |
| 8  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 2.65E+01 | 2.65E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.26 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.108824 | 1.4384E+02 | 1.3813E-04            | 1.9868E-02 | 8.3776E-01     | -0.371516989   | 1.32276044 | 2.5691E-02 | 25.69   |
| 9  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 2.98E+01 | 2.98E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.30 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.122456 | 1.8220E+02 | 1.3813E-04            | 2.5167E-02 | 8.8877E-01     | -0.394154813   | 1.26940776 | 2.2207E-02 | 22.21   |
| 10 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 3.31E+01 | 3.31E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.33 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.136089 | 2.2509E+02 | 1.3813E-04            | 3.1091E-02 | 9.3701E-01     | -0.415561249   | 1.2180671  | 1.9434E-02 | 19.43   |

|    | X-Xo (m) | Y-Yo (m) | Z-Zo (m) | t-to (seg) | X'u  | Y'v  | Z'w  | r        | Dx        | Dy     | Dz     | q        | a(seg)     | b(seg <sup>-1</sup> ) | b (adm)    | w <sub>1</sub> | w <sub>2</sub> | t          | C(x,y,z,t) | C(mg/L) |
|----|----------|----------|----------|------------|------|------|------|----------|-----------|--------|--------|----------|------------|-----------------------|------------|----------------|----------------|------------|------------|---------|
| 1  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.10E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 1.2832E-01     | -0.118203006   | 1.9840303  | 7.8149E+00 | 7814.88 |
| 2  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 2.21E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 1.7829E-01     | -0.171146149   | 1.98200985 | 7.8069E+00 | 7806.92 |
| 3  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 3.32E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 2.1706E-01     | -0.21123129    | 1.97755421 | 7.7894E+00 | 7789.37 |
| 4  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 4.43E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 2.4989E-01     | -0.244843718   | 1.9719135  | 7.7673E+00 | 7767.26 |
| 5  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 5.54E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 2.7888E-01     | -0.274370345   | 1.96550019 | 7.7419E+00 | 7741.89 |
| 6  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 6.65E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 3.0513E-01     | -0.301015202   | 1.95836535 | 7.7138E+00 | 7713.79 |
| 7  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 7.76E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 3.2930E-01     | -0.325486498   | 1.95060815 | 7.6832E+00 | 7683.23 |
| 8  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 8.87E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 3.5181E-01     | -0.348242617   | 1.94227371 | 7.6504E+00 | 7650.40 |
| 9  | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 9.98E+02   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 3.7296E-01     | -0.369600434   | 1.93339466 | 7.6154E+00 | 7615.43 |
| 10 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.00E-01 | 1.11E+03   | 0.10 | 0.00 | 0.00 | 1.41E-01 | 2273.3167 | 3.2736 | 1.2185 | 0.000585 | 2.8165E-03 | 1.3813E-04            | 3.8903E-07 | 3.9298E-01     | -0.389789831   | 1.92399699 | 7.5784E+00 | 7578.41 |

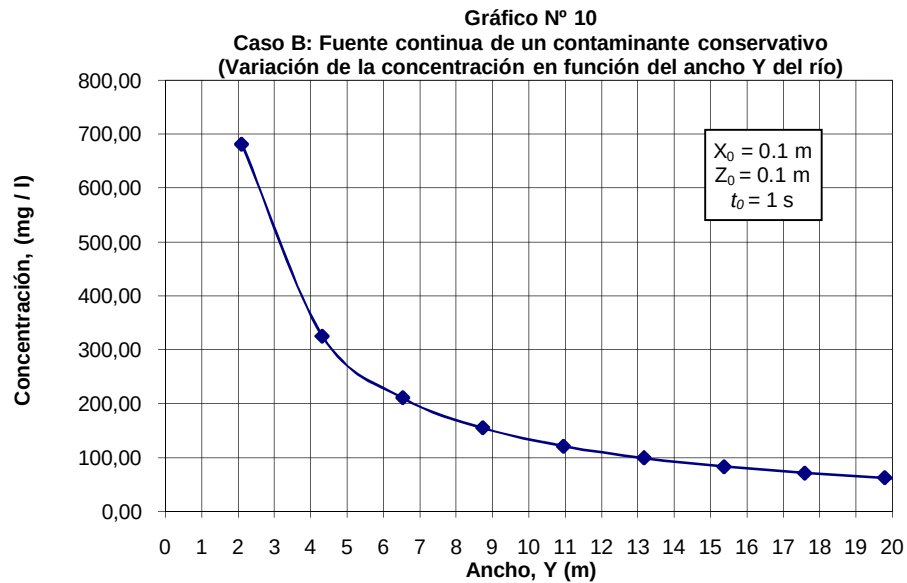
Figura N° 14. Corrida caso B.

Fuente: elaboración propia

Los resultados de esta simulación son representados en forma de gráficos de la variación de la concentración del contaminante conservativo en función de las coordenadas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  en un tiempo  $t_n$  transcurrido, utilizando las ecuaciones desde (31) hasta (37):

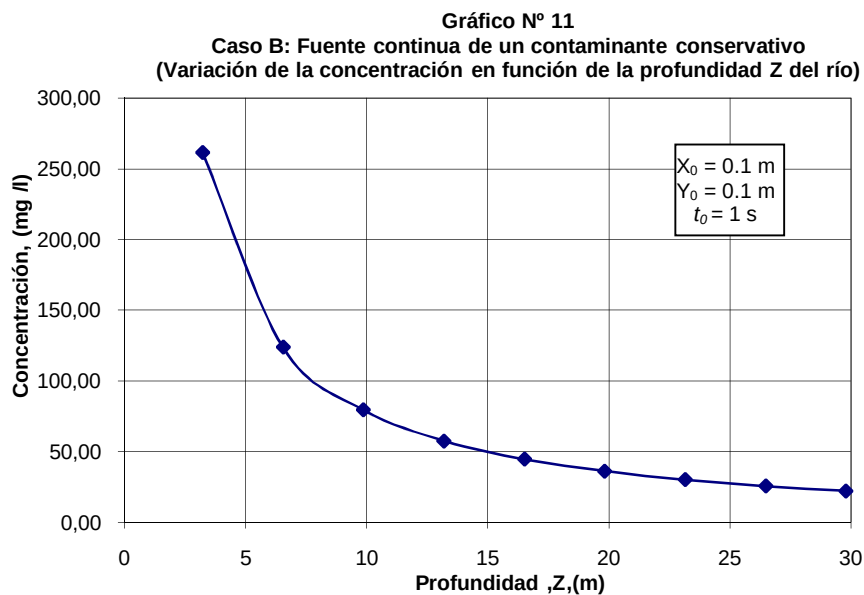


Fuente: elaboración propia.



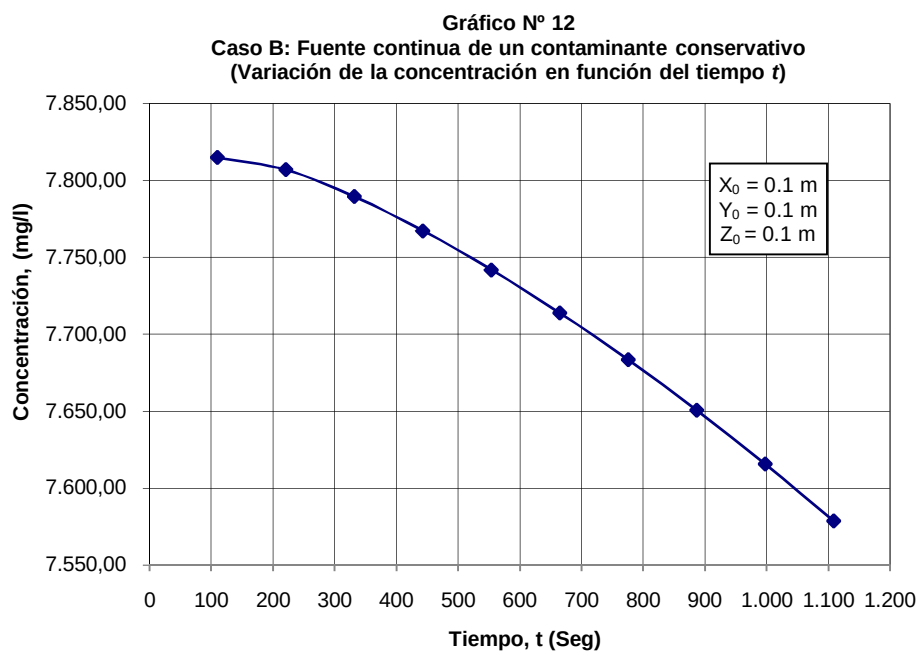
Fuente: elaboración propia.





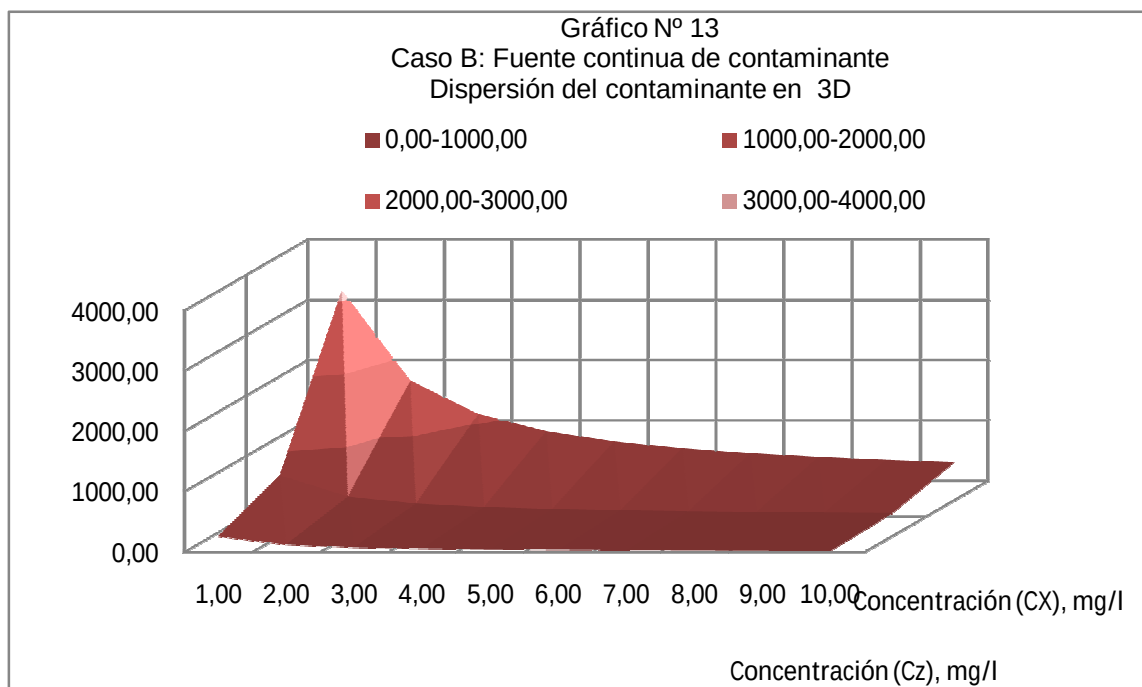
Fuente: elaboración propia.

El resultado de la variación de la concentración del contaminante conservativo en función del tiempo  $t$ , para una posición fija utilizando las ecuaciones (31) al (37), es representado en el gráfico N° 12:



Fuente: elaboración propia.

Y la variación de la concentración del contaminante conservativo en tres dimensiones, se representa en el gráfico N° 13:



Fuente: elaboración propia.

## 4.2 Discusión de los resultados.

### 4.2.1 Discusión de los resultados del modelo matemático:

- 4.2.1.1 Los autores consultados coinciden en que los modelos matemáticos utilizados en la simulación del SDCR son los que representan los fenómenos estudiados en este trabajo, lo cual facilitó a la selección de estos modelos.
- 4.2.1.2 El modelo matemático que representa el fenómeno de la difusión advectiva y molecular del trazador conservativo en un río, es la ecuación (24) para una fuente puntual, según las consideraciones del punto 4.1, las limitaciones para cada caso del punto 2.2.7, los criterios preestablecidos en el punto 3.4.1 (Lozano, 2003).

- 4.2.1.3 El modelo matemático que representa el fenómeno de la dispersión del contaminante conservativo en un río, son las ecuaciones desde (25) al (30) en el caso A de una fuente puntual y del (31) al (37) en el caso B de una fuente continua, según las consideraciones del punto 4.1, las limitaciones para cada caso del punto 2.2.8, los criterios preestablecidos en el punto 3.4.1 (Lozano, 2003).
- 4.2.1.4 La validación del modelo matemático en una dimensión propuesto por Potter (1998), se realizó a través de la introducción de los datos experimentales reportados por Atkinson (2000), utilizando los datos de las estaciones A, B y C, se obtuvieron desviaciones que varían entre 18% hasta 30% aproximadamente tal como lo señala Atkinson (2000), y se acerca a un comportamiento esperado.
- 4.2.1.5 No se encontraron datos experimentales en tres dimensiones para validar el modelo matemático propuesto por Thérien (1998).

#### **4.2.2 Discusión de los resultados del SDCR:**

El SDCR utiliza un libro de cálculo Excel por su amplia aplicación en mucho ámbito y su instalación en cualquier computador. Tiene un índice que facilita al usuario direccionar hacia temas que desea consultar (datos de entrada, valores constantes, cálculos de variables, resumen de gráficos, corridas, gráficos (C vs. X, C vs. Y, C vs. Z, C vs.  $t$  y 3D) según: la difusión advectiva y molecular o el caso A o el caso B.

#### **4.2.3 Discusión de los resultados la difusión advectiva y molecular:**

Los datos experimentales reportados por Atkinson (2000) están clasificados por estación de muestreo, cada una de las estaciones están ubicadas a diferentes distancias, cada muestreo corresponde a una concentración en un tiempo de recolección (el número total de datos es diferente para cada estación). Los datos utilizados fueron los de las

estaciones A, B y C para el cálculo de la variación de la concentración en función del tiempo, con la ecuación (24) propuesta por Potter (1998).

El coeficiente de difusión advectiva y molecular se determinó por una función complemento del programa EXCEL, llamado SOLVER. El coeficiente de difusión advectiva y molecular se supone igual para cualquier dirección donde esté presente el trazador y en es diferente para cada estación, siendo  $D=1,15 \text{ m}^2/\text{s}$  para la estación A;  $D=19,64 \text{ m}^2/\text{s}$  para la estación B y  $D=28,27 \text{ m}^2/\text{s}$  para la estación C.

Algunos de los valores reportados (Atkinson, 2000) se descartaron para obtener un comportamiento esperado, ya que los valores de la concentración calculada tiende a cero. A continuación se describe las situaciones para cada gráfico:

4.2.3.1 Según el gráfico N° 1 se puede observar que la concentración calculada y la experimental del trazador tienen tendencia gaussiana. El error relativo es de 25,81%, esto puede deberse a que el coeficiente de difusión advectiva y molecular se obtuvo por tanteo (SOLVER), y también, por considerar una velocidad promedio de  $u=0,69 \text{ m/s}$  (Atkinson, 2000) para el tramo a 210 m del punto de descarga del trazador, donde está ubicada la estación A y se tomaron las muestras.

4.2.3.2 En el gráfico N° 2, representa la estación B, ubicada a 1.175 m del punto de descarga del trazador. La velocidad promedio es de  $u=0,73 \text{ m/s}$  (Atkinson, 2000). El error observado es del 18,94%, posiblemente podría deberse a que las concentraciones son muy pequeñas. Atkinson (2000) señala que hay pérdida del material debido a la existencia de formas irregulares de la profundidad a lo largo del tramo del río, donde queda atrapado parte del material del trazador. También señala que posiblemente estos valores no cumple con la ley de Fick y no sigue una tendencia de Gauss (ver anexo B).

4.2.3.3 En el gráfico N° 3, representa la estación C, ubicada a 2.875 m del punto de descarga del trazador. La velocidad promedio es de  $u=0,71$  m/s (Atkinson, 2000). El error observado es del 23,49%, posiblemente podría deberse a las mismas razones señaladas en el punto 4.2.3.1.

#### **4.2.4 Discusión de los resultados caso A:**

La concentración del contaminante a lo largo de los 100 metros de distancia recorrida en dirección de aguas abajo del río, disminuye hasta concentraciones muy pequeñas o con tendencia a cero. Se puede observar una rápida dispersión del contaminante en la dirección de la corriente del río aguas abajo, después del punto de la descarga, debido a la gran diferencia que existe en los coeficientes de dispersión en las direcciones X, Y, Z, de los cuales los valores promedios corresponden a  $D_x=2.273,31$  m<sup>2</sup>/s,  $D_y=3,27$  m<sup>2</sup>/s y  $D_z=0,30$  m<sup>2</sup>/s respectivamente. A continuación se describe las situaciones para cada gráfico:

4.2.4.1 Según el gráfico N° 4 se puede observar que la concentración del contaminante es máxima en el punto de la descarga (0,85 mg/l), debido a que se consideró a partir de  $X_0= 1$  m del punto de la descarga; luego ocurre una disminución de la concentración con pendiente negativa, a los 43 m la concentración es de 0,09 mg/l, aguas abajo de la descarga, en el eje X de la dirección del río, debido a que el coeficiente de dispersión longitudinal es muy grande ( $D_x=2.273,31$  m<sup>2</sup>/s) y la velocidad longitudinal  $u=1$  m/s.

4.2.4.2 En el gráfico N° 5, la concentración del contaminante es máxima en el punto de la descarga (0,02 mg/l), debido a que inicialmente se consideró una distancia inicial  $X_0=1$  m; seguido de una disminución de la concentración con pendiente negativa, a los 7,56 m la concentración tiene un valor de 0,0007 mg/l, aguas abajo de la descarga, en el eje Y del ancho del río, debido a que el coeficiente de dispersión transversal ( $D_y=3,27$  m<sup>2</sup>/s)  $\ll$  ( $D_x=2.273,31$  m<sup>2</sup>/s) y la velocidad transversal es muy pequeña  $v=0,01$  m.

- 4.2.4.3 El gráfico N° 6, también presenta en la descarga la máxima concentración (0,007 mg/l), debido a que inicialmente se consideró una distancia inicial  $Y_0=1$  m; y una caída de la concentración de 0,0005 mg/l con pendiente negativa, con un recorrido de 11,9 m aguas abajo de la descarga, en el eje Z de la profundidad del río, debido a que el coeficiente de dispersión en el eje de Z es mucho menor ( $D_z=0,30$  m<sup>2</sup>/s) y la velocidad en el eje Z es muy pequeña  $w=0,01$  m.
- 4.2.4.4 Al igual que en los gráficos N° 4, 5 y 6, en el gráfico N° 7, en el punto fijo de la descarga, la concentración del contaminante es máxima (1,72 mg/l), luego la concentración disminuye (0,13 mg/l) al transcurrir el tiempo, con pendiente negativa a los 31,8 s.
- 4.2.4.5 El gráfico N° 8 representa la variación de la concentración en las direcciones X, Y, Z, observándose un máximo en el punto de la descarga.

#### **4.2.5 Discusión de los resultados caso B:**

La descarga de una fuente continua influye en la concentración del contaminante a lo largo de los 100 m de distancia recorrida en dirección aguas abajo del río. Se puede visualizar en las gráficas N° 9, 10, 11, 12 y 13, una dispersión del contaminante en la dirección de la corriente del río aguas abajo, después del punto de la descarga, debido a la gran diferencia que existe en los coeficientes de dispersión en las direcciones X, Y, Z, correspondientes a los valores  $D_x=2.273,32$  m<sup>2</sup>/s,  $D_y=3,27$  m<sup>2</sup>/s y  $D_z=0,30$  m<sup>2</sup>/s, para cada dirección. A continuación se describen las situaciones para cada gráfico:

- 4.2.5.1 Según el gráfico N° 9 se puede observar que la concentración del contaminante es máxima en el punto de la descarga (3145,23 mg/l), y luego ocurre una disminución de la concentración con pendiente negativa hasta los 55,4 m (en este punto la concentración es de

648,24 mg/l), seguido la curva se hace asintótica al eje de las X (dirección del flujo del río) y la concentración del contaminante tiende a cero.

- 4.2.5.2 En el gráfico N° 10, la concentración del contaminante es máxima en el punto de la descarga (681,14 mg/l), seguido de una disminución de la concentración con pendiente negativa, con un recorrido de 11 m (en este punto la concentración tiene un valor de 121,84 mg/l), aguas abajo de la descarga, en el eje Y del ancho del río, luego la curva se hace asintótica al eje de Y, donde la concentración del contaminante tiende a cero.
- 4.2.5.3 El gráfico N° 11, también presenta la máxima concentración (261.63 mg/l) en el punto de la descarga y una disminución de la concentración (44,77 mg/l) con pendiente negativa, con un recorrido de 16,5 metros, aguas abajo de la descarga, en el eje Z de la profundidad del río.
- 4.2.5.4 Al igual que en los gráficos N° 9, 10 y 11, en el gráfico N° 12, en el punto de la descarga, la concentración del contaminante es máxima (7814,88 mg/l), luego transcurridos 1.100 s después de la descarga la concentración disminuye a 7578,41 mg/l, la disminución es pequeña y casi constante, debido a que el tiempo transcurrido es de 1200 segundos (20 min.) después de la descarga.
- 4.2.5.5 El gráfico N° 13 representa la variación de la concentración en las direcciones X, Y, Z, observándose un máximo en el punto de la descarga.
- 4.2.5.6 Tanto para el caso A como el caso B, la mayor capacidad de transporte del contaminante se encuentra en el eje X con un coeficiente de dispersión longitudinal  $D_x=2.273,31 \text{ m}^2/\text{s}$ , que es mayor que los coeficiente de dispersión en el eje Y ( $D_y=3,27 \text{ m}^2/\text{s}$ ) y en el eje Z ( $D_z=0,30 \text{ m}^2/\text{s}$ ). En el caso A casi no hay transporte del contaminante y las concentraciones son muy bajas. En el caso B

donde es continua la descarga del contaminante, las concentraciones son menores en los ejes Y y Z que en el eje X. Otro aporte que favorece al transporte del contaminante en el eje X se debe a la velocidad  $u=1\text{m/s}$ , es mayor en comparación con las velocidades más pequeñas en los ejes Y y Z, para ambos casos (casos A y B).

#### **4.2.6 Discusión de los resultados de la validación del modelo matemático.**

- 4.2.6.1 El resultado de la validación del modelo matemático en una dimensión propuesta por Potter (1998) a través de los datos reportados por Atkinson (2000), según lo señalado por Tanji (1994), indica una tendencia esperada con una desviación aproximado entre 18% a 30%, Atkinson (2000) reporta un error en el experimento del 30% atribuyendo a varias causas: se cree que los datos no sigue la Ley de Fick ni sigue una tendencia gaussiana y la pérdida del trazador retenido por la morfología del río. El coeficiente de difusión advectiva y molecular tiene una influencia importante sobre el resultado de la simulación.
- 4.2.6.2 Para la validación del modelo matemático en tres dimensiones propuesta por Thérien (1998), no se encontraron datos experimentales.



# CAPÍTULO V

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## **5. Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones**

### **5.1 Conclusiones**

- 5.1.1 Las técnicas de modelación y simulación constituyen una adecuada herramienta predictiva para la evaluación del impacto ambiental en proyectos que involucren cuerpos de agua. La calidad del modelo depende de la calidad y cantidad de los datos disponibles y del conocimiento del sistema natural.
- 5.1.2 La modelación es una herramienta útil para predecir el impacto en la calidad del agua del río, provocado por las descargas de los efluentes urbanos o industriales y pronosticar la concentración del contaminante aguas abajo, antes de llegar al cuerpo de agua y al mismo tiempo, verificar si cumple con las especificaciones de las legislaciones ambientales vigente.
- 5.1.3 El modelo matemático representado en la ec. (24) es el que se ajusta para una dispersión del colorante por difusión advectiva y molecular.
- 5.1.4 El modelo matemático representado en las ec. (25) al (30) son los que representa la dispersión del contaminante conservativo, para el caso A con una descarga de fuente puntual.
- 5.1.5 El modelo matemático representado en las ec. (31) al (37) son los que representa la dispersión del contaminante conservativo, para el caso B con una descarga de fuente continua.
- 5.1.6 La comparación de la concentración en función del tiempo, obtenida con el modelo matemático de una dimensión y los datos experimentales, arrojan un error aproximado entre 18% a 30%, representando una tendencia esperada.

- 5.1.7 El coeficiente de difusión advectiva y molecular tiene una influencia importante en el resultado de la simulación, encontrándose que a medida que se aleja del punto de la descarga aumenta la dispersión y las concentraciones en los puntos más alejados tienden a cero.
- 5.1.8 El coeficiente de dispersión (para los casos A y B) en la dirección del flujo del río (eje  $X$ ), es mucho mayor frente a las otras direcciones (ejes  $Y$  y  $Z$ ), y es la dirección donde ocurre mayor dispersión del contaminante.
- 5.1.9 Las variables de entrada que tienen mayor influencia en la variación de la concentración del contaminante para el caso A (Fuente puntual del contaminante) son: masa del contaminante, caudal del río, longitud del río y tiempo transcurrido después de la descarga.
- 5.1.10 Las variables de entrada que tienen menor influencia en la variación de la concentración del contaminante para el caso A (Fuente puntual del contaminante) son: profundidad del río, y el ancho del río.
- 5.1.11 Las variables de entrada que tienen mayor influencia en la variación de la concentración del contaminante para el caso B (Fuente continua del contaminante) son: flujo másico inicial del contaminante, caudal del río, longitud del río y tiempo transcurrido después de la descarga.
- 5.1.12 Las variables de entrada que tienen menor influencia en la variación de la concentración del contaminante para el caso B (Fuente continua del contaminante) son: profundidad del río, y el ancho del río.

## **5.2 Recomendaciones**

- 5.2.1 Realizar estudios experimentales en campo con un trazador en un río, para medir la variación de la concentración del trazador en función del tiempo, para dos o más estaciones de muestreos a distancias diferentes del punto de la descarga, para luego estimar el coeficiente de dispersión.
- 5.2.2 Realizar estudios experimentales en un río, para medir la variación de la velocidad en diferentes secciones transversales del río para dos o más estaciones de medición, para luego estimar los coeficientes: Chezy y Manning del río, ya que son parámetros que dependen de la rugosidad y la pendiente del río.
- 5.2.3 Realizar la calibración y validación del modelo de dispersión en tres dimensiones, con los datos experimentales obtenidos.

# Referencias

## Referencias

1. ATKINSON, T. y Davis, P. (2000). **Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the River Severn, U.K.** Hydrology & Earth System Sciences, 4(3), 345-353 (2000) © EGS. U.K. Extraído el 03/03/2008 desde <http://www.hydrol-earth-syst-sci.net/4/345/2000/hess-4-345-2000.pdf>.
2. BALESTRINI, M. y Lares, A. (1995). **El informe técnico**. Caracas: Panapo.
3. BASELICE, Assiak. **“Modelo de simulación de la contaminación en el Bajo Caroní”**. Universidad Central de Venezuela. 2002.
4. Capa límite superficial. **Física ambiental. Tema 6**. Extraído el 03/03/2005 desde [http://www2.uah.es/gifa/documentos/FA/Transparencias\\_FA/tema6\\_FA.pdf](http://www2.uah.es/gifa/documentos/FA/Transparencias_FA/tema6_FA.pdf).
5. BEDFORD, Keith y otros. **Dynamic advective water quality model for rivers**. Journal of Environmental Engineering, Vol. 109, No. 3, 1983.
6. CARSLAW, H.S. et JAEGER, J.C. **“Conduction of heat in Solids”**. Oxford University Press, New-York: 1959.
7. CHAPRA, S y Canale, R. (1988). **Numerical Methods for Engineers**. New York. McGraw-Hill.
8. CLEARY, W.C. et al. **“New Analytical Solutions for Dye Diffusion Equations”**. J. Env. Eng. Div., EE3, (1973), p. 213-227.
9. CRANK, J. **“The Mathematics of Diffusion”**. Oxford University Press, New-York: 1957.
10. **El modelo matemático y su proceso de calibración como herramienta para la gestión y conservación de la calidad del agua en causas superficiales. Aplicación práctica**. Extraído el 24/11/2004 desde: [http://www.us.es/ciberico/archivos\\_acrobat/sevilla3lopezji.pdf](http://www.us.es/ciberico/archivos_acrobat/sevilla3lopezji.pdf).

11. GIMÉNEZ, J. (2000). **El proceso de investigación**. Valencia: El viaje del pez.
12. GLOVER, R. “**Dispersion of dissolved on suspended material in flowing streams**”. Geology. Survey professional paper, 433-B. 1964.
13. HURTADO, J. (1998). “**Metodología de la investigación holística**”. (Segunda edición). Caracas. Fundación Sypal.
14. HILL, M. (1966). “**The sea**”. Vol. I, sección VI. New York. Intercience.
15. KIELY, Gerard. (1999). **Ingeniería ambiental**. Madrid. McGraw-Hill.
16. KIO, Y.T. “**Analytical Solution for 3-D Diffusion Model**”. J. Env. Eng. Div., EE4, 1970, p. 805-820.
17. LÓPEZ, P y otros (2002). **Modelo matemático y su proceso de calibración como herramienta para la gestión y conservación de la calidad del agua en cauces superficiales. Aplicación Práctica**. Universidad Politécnica de Valencia. Presentado en: III Congreso Ibérico sobre Gestión y Planificación del Agua. La Directiva Marco del Agua: Realidades y Futuros. Celebrado en Sevilla, España. <http://www.ita.upv.es/idi/fichaarticulo-es.php?id=59>.
18. LOZANO, G. y otros. (2003). **Selección del modelo de simulación de calidad de agua en el proyecto “Modelación de corrientes hídricas superficiales en el Departamento del Quindío”**. Universidad del Valle; CINARA; International Water Association. Memorias del evento: Agua 2003. Cartagena de Indias, Colombia, IWA, 2003, p.1-8 Ilus. Extraído el 03/03/2008 desde <http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/agua2003/quion.pdf>.
19. Menéndez, A (2010). **Transporte de contaminantes en el medio acuático**. Universidad tecnológica Nacional. Maestría de Ingeniería Ambiental. Extraído el 20/05/2011 desde [http://laboratorios.fi.uba.ar/lmm/utn/Apunte\\_TyDCMA.pdf](http://laboratorios.fi.uba.ar/lmm/utn/Apunte_TyDCMA.pdf)

20. MESTRES, Marc. (2002). **Three-dimensional simulation of pollutant dispersion in coastal waters**. Universitat Politècnica de Catalunya, <http://www.tdx.cesca.es/TDX-1218102-135711/>.
21. METCALF & EDDY, INC. (1996) **"Ingeniería de aguas residuales Tratamiento, vertido y reutilización"**. (Primera edición en español). México D.F. McGraw-Hill/Interamericana editores, S.A.
22. MCGHEE, Terece. (1999). **Abastecimiento de agua y alcantarillado Ingeniería ambiental**. (Sexta edición). Santa Fé de Bogotá. McGraw-Hill.
23. MOLINA, Julissa. **"Desarrollo del programa principal SIMTELUC para la simulación de procesos en el tratamiento de efluentes líquidos industriales"**. Universidad de Carabobo. 2001.
24. Normas para la clasificación y el control de la calidad de los cuerpos de agua y vertidos o efluentes líquidos. (Decreto N° 883). (1995, Octubre, 11). **Gaceta Oficial de la República de Venezuela, N° 5021E**, Diciembre, 18, 1995.
25. OZMIDOV, R. **Computation of Horizontal Eddy Diffusivity of Dye Tracers in the Sea**. Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 120, 761. 1958.
26. POTTER, Merle y Wiggert, D. (1998). **"Macánica de fluidos"**. (Segunda edición). México. Pearson.
27. SIERRA, Joan y Sánchez, A. **"Three-dimensional simulation of pollutant dispersion in coastal water"**. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona, España: 2002.
28. Stream Water Quality Model (QUAL2K), **Programa de Simulación de Calidad de Aguas en Ríos**. Extraído el 14/03/2006 desde <http://www.epa.gov/athens/wwqtscwindex.html>.
29. SUKHODOLOV, Alexander y otros. **"A case study of longitudinal dispersion in small lowland river"**. Water Environment Research, volume 69. Number 7, 1997.



30. TAMAYO, Mario y Tamayo. (2000). **EL proceso de la investigación científica.** (tercera edición). México, D.F.: Limusa/Noriega Editores.
31. TANJI, k. (1994). **"Hydrochemical modeling"**, Class Notes, Land Air and Water Resources, University of California at Davis.
32. THÉRIEN, Normand. **"Modélisation des systèmes environnementaux"**. Université de Sherbrooke. Canadá: 1998.
33. Menéndez, A (2010) **Transporte de contaminantes en el medio acuático.** Universidad tecnológica nacional. Extraído el 15/01/2011 desde: [http://laboratorios.fi.uba.ar/lmm/utn/Apunte\\_TyDCMA.pdf](http://laboratorios.fi.uba.ar/lmm/utn/Apunte_TyDCMA.pdf).
34. WELTY, James y otros. (1984). **Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa.** México, D.F. Editorial Limusa, S.A.
35. WNEK, W.J. et FOTCHTMAN, E.G. **Mathematical Model for Fate of Pollutants in Near Shore Waters** *Env. Science & Technology*, Vol. 6, N° 4, (1972), p. 331-337.

Anexos

# Anexo A

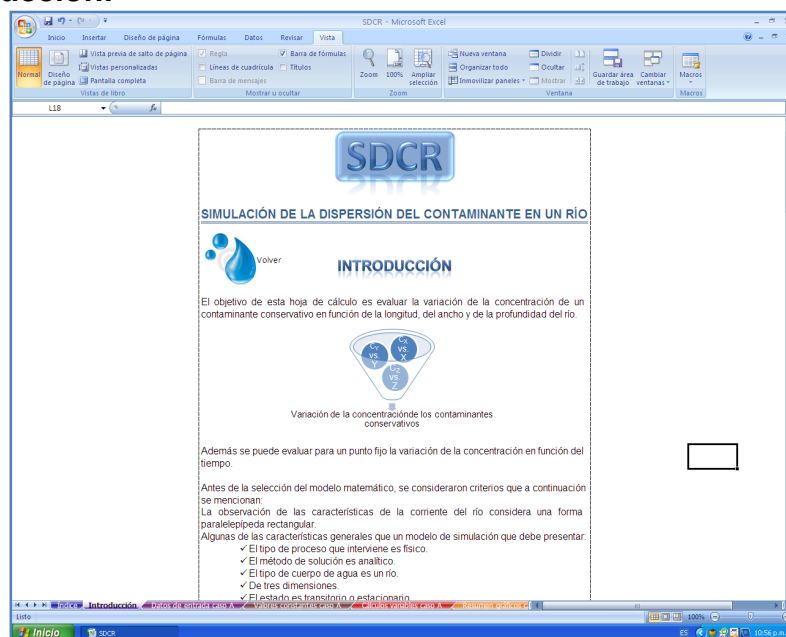
## Anexo A. SDCR (Simulación de la dispersión de contaminantes en un río). A continuación se presenta el contenido del SDCR.

### A.1 Índice:



Fuente: Elaboración propia.

### A.2 Introducción:

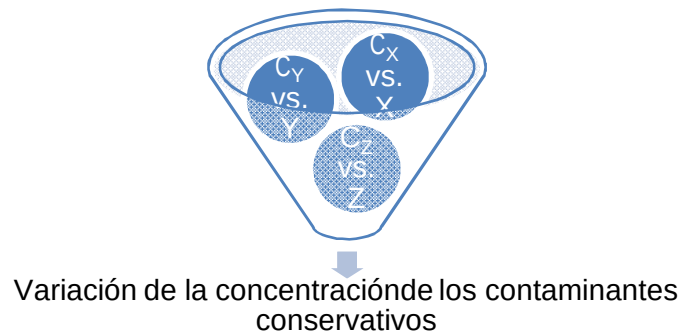


Fuente: Elaboración propia.

Con la finalidad de facilitar el texto de la introducción, se describe lo siguiente:

**SDCR**  
**(Simulación de la dispersión de contaminantes en un río).**  
**Introducción.**

El objetivo de esta hoja de cálculo es evaluar la variación de la concentración de un contaminante conservativo en función de la longitud, del ancho y de la profundidad del río.



Fuente: Elaboración propia.

Además se puede evaluar para un punto fijo la variación de la concentración en función del tiempo.

Antes de la selección del modelo matemático, se consideraron criterios que a continuación se mencionan:

La observación de las características de la corriente del río considera una forma paralelepípeda rectangular.

Algunas de las características generales que un modelo de simulación que debe presentar:

- ✓ El tipo de proceso que interviene es físico.
- ✓ El método de solución es analítico.

- ✓ El tipo de cuerpo de agua es un río.
- ✓ De una o tres dimensiones.
- ✓ El estado es transitorio o estacionario.
- ✓ Los tipos de transportes son: dispersión, difusión advectiva y molecular.
- ✓ La capacidad de satisfacer la simulación de: la concentración del contaminante en función del tiempo, para una posición fija, en una o en tres dimensiones.
- ✓ La flexibilidad para la adaptación de diferentes condiciones: longitud, ancho y profundidad del río, masa del contaminante, concentración del contaminante, tiempo transcurrido después del derrame, velocidad de la corriente del río.
- ✓ La aplicabilidad del modelo para simular casos de fuente puntual y continua de un contaminante.
- ✓ La simplicidad y ejecución de los datos, con un error aproximado hasta 30%, (Atkinson, 2000), (para un modelo de una dimensión).
- ✓ La viabilidad es económica debido a que es una hoja de cálculo Excel y funciona en cualquier computadora personal.

Tomando en consideración los criterios, el modelo matemático que se ajusta más al fenómeno físico del contaminante conservativo en un río son:

**Ecuación utilizadas para una difusión advectiva y molecular, fuente puntual del contaminante conservativo**

$$C_{(X,T)} = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right]} \quad (\text{Ec. 1})$$

Las limitantes para la ecuación (1) son las siguientes:

- ✓ El tiempo  $t_0 \geq 0$ .

- ✓ La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .
- ✓ La descarga simulada es para un solo contaminante.
- ✓ La velocidad  $u$  es constante en la dirección del flujo.
- ✓ El coeficiente de difusión  $D$  inicialmente es igual en cualquier dirección donde se encuentre el contaminante.
- ✓ La constante de velocidad de reacción  $r=0$

**Ecuaciones utilizadas para el caso A, fuente puntual del contaminante conservativo**

$$C_i(x', y', z', t') = \frac{M \cdot e^{-K \cdot t'}}{8(\pi t')^{3/2} \sqrt{D_x^T D_y^T D_z^T}} \cdot \exp(-\gamma) \quad (\text{Ec. 2})$$

$$\gamma = \left\{ \frac{(x' - ut')^2}{4D_x^T t'} + \frac{(y' - vt')^2}{4D_y^T t'} + \frac{(z' - wt')^2}{4D_z^T t'} \right\} \quad (\text{Ec. 3})$$

$$t' = t - t_o \quad (\text{Ec. 4})$$

$$x' = x - x_o \quad (\text{Ec. 5})$$

$$y' = y - y_o \quad (\text{Ec. 6})$$

$$z' = z - z_o \quad (\text{Ec. 7})$$

Las limitantes para la ecuación (2) son las siguientes:

- ✓ El tiempo  $t_0 \geq 0$ .
- ✓ La masa del contaminante que cae en el río,  $M > 0$ .
- ✓ La descarga simulada es para un solo contaminante.
- ✓ El tiempo de descarga del contaminante (para este caso),  $t \leq 1600$  s
- ✓ La constante de velocidad de reacción  $k=0$

**Ecuaciones utilizadas para el caso B, fuente continua del contaminante conservativo**

$$C_i(x', y', z', t') = \frac{Q \exp(\theta)}{16\pi \sqrt{\alpha D_x^T D_y^T D_z^T}} \quad (\text{Ec. 8})$$

$$\theta = \left\{ \frac{x'u}{2D_x^T} + \frac{y'v}{2D_y^T} + \frac{z'w}{2D_z^T} \right\} \quad (\text{Ec. 9})$$

$$\tau = \left\{ \exp(2\sqrt{\beta}) \left[ 1 - \text{erf} \left( \sqrt{\frac{a}{t'}} + \sqrt{\frac{\beta t'}{a}} \right) \right] + \exp(-2\sqrt{\beta}) \left[ 1 - \text{erf} \left( \sqrt{\frac{a}{t'}} - \sqrt{\frac{\beta t'}{a}} \right) \right] \right\} \quad (\text{Ec. 10})$$

$$\text{erf} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^n \exp(-w^2) dw \quad (\text{Ec. 11})$$

$$\beta = a * b \quad (\text{Ec. 12})$$

$$a = \left\{ \frac{D_y^T D_z^T x'^2 + D_x^T D_z^T y'^2 + D_x^T D_y^T z'^2}{4 D_x^T D_y^T D_z^T} \right\} \quad (\text{Ec. 13})$$

$$b = \left\{ \frac{u^2}{4 D_x^T} + \frac{v^2}{4 D_y^T} + \frac{w^2}{4 D_z^T} \right\} + k \quad (\text{Ec. 14})$$

Las limitantes para estas ecuaciones son las siguientes:

- ✓ El tiempo  $t_0 \geq 0$ .
- ✓ El caudal se considera constante para un tiempo  $t$ .
- ✓ La descarga simulada es para un solo contaminante.
- ✓ La constante de reacción  $k$  es igual a 0, cuando el contaminante es conservativo.

**Criterios considerados tanto para la difusión advectiva y molecular como el caso A y el caso B**

Se asumen otras consideraciones que afecta el modelo, tanto para la difusión advectiva y molecular como para el caso A y el caso B, enumerándose a continuación:



- ✓ El tramo del río en estudio es de sección transversal rectangular constante.
- ✓ La velocidad promedio en la dirección de la corriente del río es constante.
- ✓ La fuente de contaminación tiene un solo componente.
- ✓ El contaminante es conservativo, es decir no reacciona químicamente.
- ✓ Los fenómenos de transportes que ocurren son la dispersión turbulenta, la difusión advectiva y molecular, según la situación.
- ✓ Las dimensiones promedios del río se consideran constantes en el tramo de estudio: longitud, profundidad y ancho.
- ✓ En las direcciones X, Y, Z, las constantes de dispersión turbulentas no varían en el tramo de estudio.

Con los criterios establecidos y las ecuaciones identificadas se construyó un programa basado en una hoja de cálculo Excel. Se puede evaluar la variación de la concentración a diferentes longitudes, anchuras y profundidades del río. Además, para una posición fija se puede evaluar la variación de la concentración en función del tiempo, se puede obtener gráficas para cada uno de las variaciones de la concentración, incluyendo una gráfica en tres dimensiones (cuando aplica).

#### **Datos de entrada para la difusión advectiva y molecular:**

Se debe disponer de valores experimentales de una fuente puntual de un contaminante conservativo, con las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Masa del contaminante,  $M$  (kg)
- ✓ Longitud del tramo del río,  $X$  (m)

- ✓ Ancho promedio del tramo del río,  $Y$  (m)
- ✓ Profundidad promedio del tramo del río,  $Z$  (m)
- ✓ Velocidad promedio del tramo del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s)
- ✓ Tiempos de tomas de muestras después de la descarga,  $t$  (s)

### **Valores constantes para la difusión advectiva y molecular:**

También se debe disponer de los valores constantes para la difusión advectiva y molecular de una fuente puntual de un contaminante conservativo, en las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Aceleración de la gravedad,  $g$  ( $\text{m/s}^2$ )
- ✓ Constante de velocidad de reacción,  $r$  ( $\text{s}^{-1}$ ) (cuando el contaminante no es conservativo)

### **Resultados de la difusión advectiva y molecular:**

El resultado de los cálculos se puede seguir en la hoja Corrida Difusión para las estaciones A, B y C y la validación (Tanji, 1994) con los datos experimentales (Atkinson, 2000), en los gráficos N° 1, 2 y 3.

- ✓ Gráfico N° 1. Estación A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del tiempo  $t$ ).
- ✓ Gráfico N° 2. Estación B: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del tiempo  $t$ ).
- ✓ Gráfico N° 3. Estación C: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del tiempo  $t$ ).

### **Datos de entrada para el caso A**

Se debe disponer de los datos de entrada para el caso A de una fuente puntual del contaminante conservativo, con las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Masa del contaminante,  $M$  (kg)
- ✓ Posición inicial de la fuente contaminante,  $X_0$  (m)
- ✓ Posición inicial de la fuente contaminante,  $Y_0$  (m)
- ✓ Posición inicial de la fuente contaminante,  $Z_0$  (m)
- ✓ Tiempo inicial de la descarga,  $t_0$  (s)
- ✓ Longitud del río,  $X_n$  (m)
- ✓ Ancho promedio del río,  $Y_n$  (m)
- ✓ Profundidad promedio del río,  $Z_n$  (m)
- ✓ Tiempo transcurrido después de la descarga,  $t$  (s)
- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s)
- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $Y$ ,  $v$  (m/s)
- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $Z$ ,  $w$  (m/s)

### Valores constantes para el caso A

También se debe disponer de los valores constantes para el caso A de una fuente puntual del contaminante conservativo, en las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Aceleración de la gravedad,  $g$  (m/s<sup>2</sup>)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $X$ ,  $C_x$  (adim)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $Y$ ,  $C_y$  (adim)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $Z$ ,  $C_z$  (adim)
- ✓ Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ ,  $\alpha$  (m<sup>-1</sup>)
- ✓ Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial ( $X$ ,  $Y$ ),  $C_s$  (m<sup>2/3</sup>/s)
- ✓ Constante de velocidad de reacción,  $K$  (s<sup>-1</sup>)

### Resultados del caso A

El resultado de los cálculos se puede seguir en la hoja Corrida caso A y la tendencia de la dispersión del contaminante se puede observar en los gráficos desde el N° 4 hasta el N° 8:

- ✓ Gráfico N° 4. Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la longitud  $X$  del río).
- ✓ Gráfico N° 5. Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del ancho  $Y$  del río).
- ✓ Gráfico N° 6. Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la profundidad  $Z$  del río).
- ✓ Gráfico N° 7. Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del tiempo  $t$  del río).
- ✓ Gráfico N° 8. Caso A: Fuente puntual de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en 3 dimensiones).

### Datos de entrada para el caso B

Se debe disponer de los datos de entrada para el caso B de una fuente continua del contaminante conservativo, en las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Flujo másico inicial del contaminante,  $Q$  (kg/s)
- ✓ Posición de la fuente contaminante,  $X_0$  (m)
- ✓ Posición de la fuente contaminante,  $Y_0$  (m)
- ✓ Posición de la fuente contaminante,  $Z_0$  (m)
- ✓ Tiempo inicial de la descarga,  $t_0$  (s)
- ✓ Longitud del río,  $X_n$  (m)
- ✓ Ancho promedio del río,  $Y_n$  (m)
- ✓ Profundidad promedio del río,  $Z_n$  (m)
- ✓ Tiempo transcurrido después de la descarga,  $t_n$  (s)

- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s)
- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $Y$ ,  $v$  (m/s)
- ✓ Velocidad del Río en la dirección de  $Z$ ,  $w$  (m/s)
- ✓ Pendiente del río,  $S$  (m/m)

### Valores constantes para el caso B

Los valores constantes para el caso B de una fuente continua del contaminante conservativo, también se debe disponer, en las unidades que a continuación se señala para cada uno:

- ✓ Aceleración de la gravedad,  $g$  (m/s<sup>2</sup>)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $X$ ,  $C_x$  (adim)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $Y$ ,  $C_y$  (adim)
- ✓ Constante de dispersión turbulenta en el eje  $Z$ ,  $C_z$  (adim)
- ✓ Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ ,  $\alpha$  (m<sup>-1</sup>)
- ✓ Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial ( $X, Y$ ),  $C_s$  (m<sup>2/3</sup>/s)
- ✓ Constante de velocidad de reacción,  $K$  (s<sup>-1</sup>)

### Resultados del caso B

El resultado de los cálculos se puede seguir en la hoja Corrida caso B y la tendencia de la dispersión del contaminante se puede observar en los gráficos desde el N° 9 hasta el N° 13:

- ✓ Gráfico N° 9. Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la longitud  $X$  del río).
- ✓ Gráfico N° 10. Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función del ancho  $Y$  del río).
- ✓ Gráfico N° 11. Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo. (Variación de la concentración en función de la profundidad  $Z$  del río).

- ✓ Gráfico N° 12. Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo.  
(Variación de la concentración en función del tiempo  $t$  del río).
- ✓ Gráfico N° 13. Caso B: Fuente continua de un contaminante conservativo.  
(Variación de la concentración en 3 dimensiones).

### A.3: Datos de entrada difusión:

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

SDCR - Microsoft Excel

| Masa del contaminante, M (kg) =                                |                          |                                                            |                          | 1                                                          |                          |  |  |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------|--|--|
| Área promedio del río, Y (m) =                                 |                          |                                                            |                          | 0.53                                                       |                          |  |  |
| Velocidad promedio del río, Z (m/s) =                          |                          |                                                            |                          | 19.69                                                      |                          |  |  |
| Concentración del colorante y tiempo de muestreo (Luján, 2009) |                          |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| Estación de muestra A                                          |                          | Estación de muestra B                                      |                          | Estación de muestra C                                      |                          |  |  |
| Velocidad promedio del río en la dirección de X, u (m/s) =     | Longitud de muestra, (m) | Velocidad promedio del río en la dirección de X, u (m/s) = | Longitud de muestra, (m) | Velocidad promedio del río en la dirección de X, u (m/s) = | Longitud de muestra, (m) |  |  |
| 0.69                                                           | 210                      | 0.73                                                       | 1.175                    | 0.71                                                       | 2.875                    |  |  |
| Tiempo, t (s)                                                  | Concentración, C (ppb)   | Tiempo, t (s)                                              | Concentración, C (ppb)   | Tiempo, t (s)                                              | Concentración, C (ppb)   |  |  |
| 60                                                             | 0.21                     | 1.320                                                      | 3.00                     | 3.480                                                      | 18.50                    |  |  |
| 180                                                            | 0.44                     | 1.440                                                      | 126.00                   | 3.660                                                      | 47.00                    |  |  |
| 240                                                            | 1.050.00                 | 1.560                                                      | 225.00                   | 3.780                                                      | 77.00                    |  |  |
| 300                                                            | 6.00.00                  | 1.740                                                      | 140.00                   | 3.900                                                      | 96.00                    |  |  |
| 360                                                            | 550.00                   | 1.980                                                      | 58.00                    | 4.020                                                      | 110.00                   |  |  |
| 390                                                            | 380.00                   | 2.280                                                      | 31.00                    | 4.140                                                      | 110.00                   |  |  |
| 420                                                            | 260.00                   | 2.160                                                      | 10.00                    | 4.440                                                      | 66.00                    |  |  |
| 450                                                            | 147.00                   | 2.620                                                      | 5.00                     | 4.740                                                      | 60.00                    |  |  |
| 540                                                            | 30.00                    | 3.180                                                      | 2.60                     | 5.040                                                      | 30.00                    |  |  |
| 570                                                            | 20.00                    | 4.080                                                      | 0.92                     | 5.640                                                      | 15.00                    |  |  |
| 600                                                            | 10.50                    | 4.980                                                      | 0.40                     | 6.540                                                      | 4.80                     |  |  |
| 630                                                            | 6.10                     | 6.180                                                      | 0.20                     | 7.440                                                      | 2.20                     |  |  |
| 660                                                            | 6.10                     | 7.380                                                      | 0.20                     | 8.340                                                      | 0.38                     |  |  |
| 690                                                            | 2.40                     | 8.580                                                      | 0.10                     | 9.240                                                      | 0.10                     |  |  |
| 720                                                            | 4.50                     |                                                            |                          | 10.560                                                     | 0.10                     |  |  |
| 750                                                            | 2.30                     |                                                            |                          | 16.560                                                     | 0.32                     |  |  |
| 840                                                            | 1.50                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 870                                                            | 1.40                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.020                                                          | 0.32                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.080                                                          | 0.10                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.140                                                          | 0.13                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.200                                                          | 0.13                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.600                                                          | 0.21                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.800                                                          | 0.17                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 1.920                                                          | 0.13                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 2.340                                                          | 0.24                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 2.400                                                          | 0.13                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 2.570                                                          | 0.70                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 3.870                                                          | 0.67                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 4.170                                                          | 0.76                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 4.480                                                          | 0.55                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 5.010                                                          | 0.28                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |
| 5.310                                                          | 0.40                     |                                                            |                          |                                                            |                          |  |  |

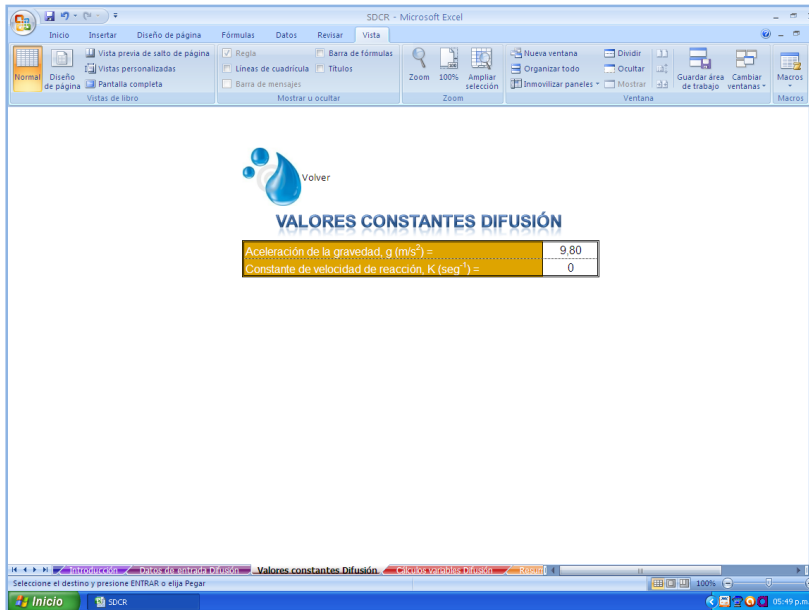
Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Inicio Microsoft Excel - SDCR

99% 10:40

Fuente: Elaboración propia.

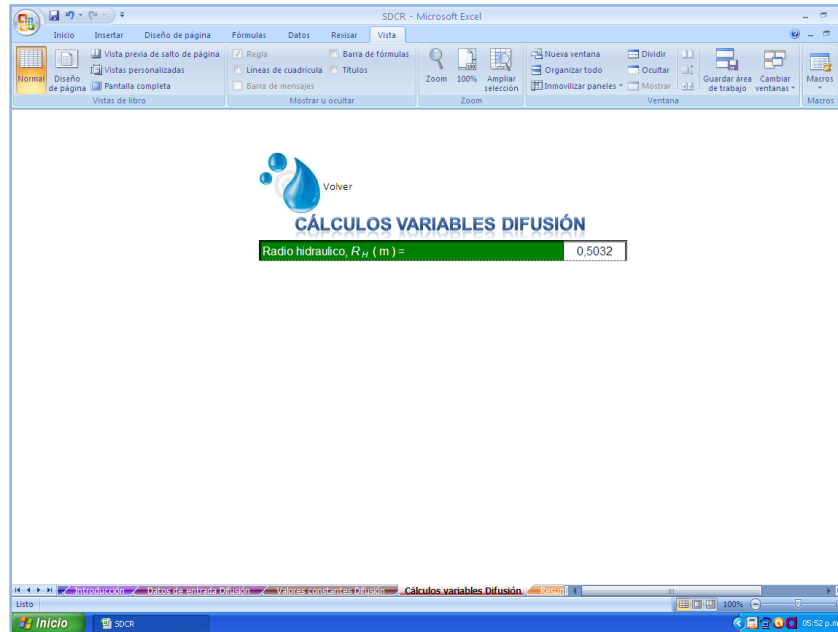
### A.4: Valores constantes difusión:



| Valores constantes Difusión                                    |      |
|----------------------------------------------------------------|------|
| Aceleración de la gravedad, $g$ (m/s <sup>2</sup> ) =          | 9.80 |
| Constante de velocidad de reacción, $K$ (seg <sup>-1</sup> ) = | 0    |

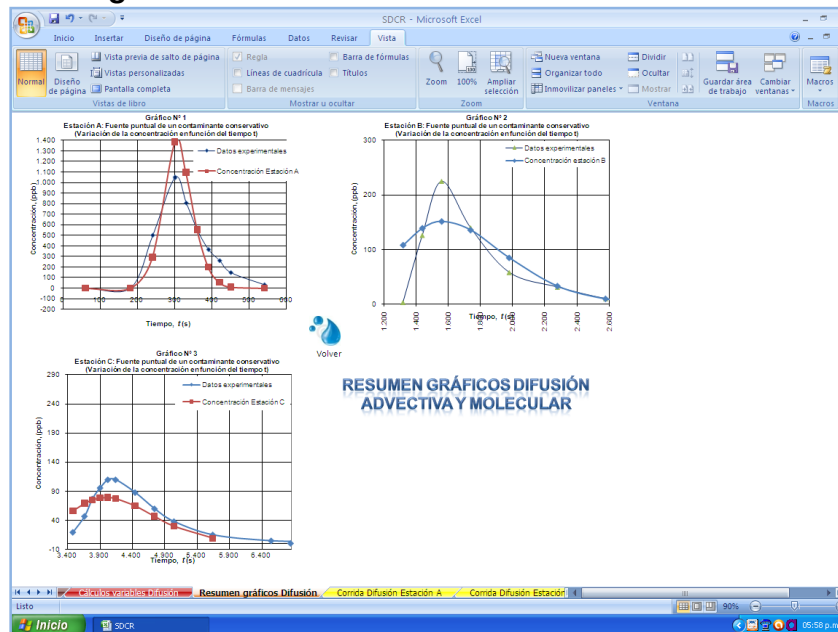
Fuente: Elaboración propia.

### A.5: Cálculo variable difusión:



Fuente: Elaboración propia.

### A.6: Resumen gráficos difusión:



Fuente: Elaboración propia.

## A.7: Corrida Difusión Estación A:

**Variables de entrada:**

Masa del contaminante,  $M$  (kg) = 1

Longitud del río (ubicación de la Estación A),  $X$  (m) = 210

Ancho promedio del río,  $Y$  (m) = 0.53

Profundidad promedio del río,  $Z$  (m) = 19.89

Coefficiente de difusión advectivo y molecular,  $D$  ( $m^2/s$ ) = 1.23

Velocidad promedio del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  ( $m/s$ ) = 0.69

**Valores constantes:**

Aceleración de la gravedad,  $g$  ( $m/s^2$ ) = 9.80

Constante de velocidad de reacción,  $k$  ( $seg^{-1}$ ) = 0

**Cálculo de la variable**

$R_H$  = Radio hidráulico,  $R_H$  (m) = 0.5032

Ecuación difusión advectiva y molecular (Potter, 1998)

$$C_{(X,T)} = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right]}$$

| Tiempo, $t$ (s)  | Dato experimental (ppb) | Concentración Modelo 1D, $C$ (ppb) | Error relativo |
|------------------|-------------------------|------------------------------------|----------------|
| 60               | 0.21                    | 0.00                               |                |
| 180              | 0.44                    | 0.44                               |                |
| 240              | 500.00                  | 293.24                             | 41.35%         |
| 300              | 1,050.00                | 1985.09                            | 31.91%         |
| 350              | 810.00                  | 1095.45                            | 35.24%         |
| 360              | 550.00                  | 553.13                             | 0.57%          |
| 390              | 385.00                  | 197.82                             | 45.80%         |
| 420              | 260.00                  | 83.97                              |                |
| 450              | 147.00                  | 11.86                              |                |
| 540              | 32.00                   | 0.05                               |                |
| 570              | 26.00                   | 0.01                               |                |
| 600              | 19.50                   | 0.00                               |                |
| 630              | 11.70                   | 0.00                               |                |
| 660              | 8.10                    | 0.00                               |                |
| 690              | 5.40                    | 0.00                               |                |
| 720              | 4.50                    | 0.00                               |                |
| 780              | 2.30                    | 0.00                               |                |
| 840              | 1.50                    | 0.00                               |                |
| 900              | 1.40                    | 0.00                               |                |
| 1020             | 0.32                    | 0.00                               |                |
| 1080             | 0.10                    | 0.00                               |                |
| 1140             | 0.13                    | 0.00                               |                |
| 1200             | 0.13                    | 0.00                               |                |
| 1800             | 0.11                    | 0.00                               |                |
| 1860             | 0.17                    | 0.00                               |                |
| 1920             | 0.13                    | 0.00                               |                |
| 2340             | 0.24                    | 0.00                               |                |
| 2400             | 0.13                    | 0.00                               |                |
| 3270             | 1.70                    | 0.00                               |                |
| 3870             | 0.67                    | 0.00                               |                |
| 4170             | 0.75                    | 0.00                               |                |
| 4480             | 0.55                    | 0.00                               |                |
| 5010             | 0.28                    | 0.00                               |                |
| 5310             | 0.40                    | 0.00                               |                |
| Error promedio = |                         |                                    | 30.98%         |

Fuente: Elaboración propia.

## A.8: Corrida Difusión Estación B:

**Variables de entrada:**

Masa del contaminante,  $M$  (kg) = 1

Longitud del río (ubicación de la Estación B),  $X$  (m) = 1.175

Ancho promedio del río,  $Y$  (m) = 0.53

Profundidad promedio del río,  $Z$  (m) = 19.89

Coefficiente de difusión advectivo y molecular,  $D$  ( $m^2/s$ ) = 19.64

Velocidad promedio del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  ( $m/s$ ) = 0.73

**Valores constantes:**

Aceleración de la gravedad,  $g$  ( $m/s^2$ ) = 9.80

Constante de velocidad de reacción,  $k$  ( $seg^{-1}$ ) = 0

**Cálculo de la variable**

$R_H$  = Radio hidráulico,  $R_H$  (m) = 0.5032

Ecuación difusión advectiva y molecular (Potter, 1998)

$$C_{(X,T)} = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right]}$$

| Tiempo, $t$ (s)  | Dato experimental (ppb) | Concentración Modelo 1D, $C$ (ppb) | Error relativo |
|------------------|-------------------------|------------------------------------|----------------|
| 1 320            | 3.00                    | 105.03                             |                |
| 1 440            | 126.00                  | 138.98                             | 10.30%         |
| 1 560            | 225.00                  | 151.27                             | 32.77%         |
| 1 740            | 140.00                  | 135.48                             | 3.23%          |
| 1 980            | 58.00                   | 84.82                              | 46.24%         |
| 2 280            | 31.00                   | 33.21                              | 7.14%          |
| 2 580            | 10.00                   | 10.00                              | 0.00%          |
| 2 820            | 5.00                    | 3.35                               | 32.93%         |
| 3 180            | 2.65                    | 0.66                               |                |
| 4 080            | 0.92                    | 0.00                               |                |
| 4 980            | 0.40                    | 1.63E-05                           |                |
| 6 180            | 0.20                    | 8.50E-09                           |                |
| 7 380            | 0.20                    | 3.60E-12                           |                |
| 8 580            | 0.10                    | 1.35E-15                           |                |
| Error promedio = |                         |                                    | 18.94%         |

Fuente: Elaboración propia.



## A.9: Corrida Difusión Estación C:

SDCR - Microsoft Excel

**Volver**

**CORRIDA ESTACIÓN C**

Fuente puntual de un contaminante conservativo

**Variables de entrada:**

Masa del contaminante,  $M$  (kg) = 1

Longitud del río (ubicación de la Estación C),  $X$  (m) = 2.875

Ancho promedio del río,  $Y$  (m) = 0.53

Profundidad promedio del río,  $Z$  (m) = 19.89

Coefficiente de difusión advectivo y molecular,  $D$  (m<sup>2</sup>/s) = 28.27

Velocidad promedio del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s) = 0.71

**Valores constantes:**

Aceleración de la gravedad,  $g$  (m/s<sup>2</sup>) = 9.80

Constante de velocidad de reacción,  $k$  (seg<sup>-1</sup>) = 0

**Cálculo de la variable**

$R_h$  = Radio hidráulico,  $R_h$  (m) = 0.5032

Ecuación difusión advectiva y molecular (Potter, 1998)

$$C_{(X,T)} = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(X-ut)^2}{4Dt}\right]}$$

| Tiempo, $t$ (s)  | Dato experimental (ppb) | Concentración Modelo 1D, $C$ (ppb) | Error relativo |
|------------------|-------------------------|------------------------------------|----------------|
| 3.480            | 19.50                   | 56.34                              | 47.20%         |
| 3.660            | 47.00                   | 69.18                              | 47.20%         |
| 3.780            | 77.00                   | 75.16                              | 2.88%          |
| 3.900            | 96.00                   | 78.58                              | 18.15%         |
| 4.020            | 110.00                  | 79.32                              | 27.89%         |
| 4.140            | 110.00                  | 77.55                              | 29.50%         |
| 4.440            | 88.00                   | 64.81                              | 26.35%         |
| 4.740            | 60.00                   | 46.68                              | 22.20%         |
| 5.040            | 58.00                   | 29.76                              | 21.68%         |
| 5.640            | 15.00                   | 9.1E+00                            | 39.54%         |
| 6.540            | 4.80                    | 9.1E-01                            |                |
| 7.440            | 2.20                    | 5.9E-02                            |                |
| 8.840            | 0.38                    | 5.8E-01                            | 0.00%          |
| 12.360           | 0.10                    | 6.9E-10                            |                |
| 13.560           | 0.10                    | 5.2E-12                            |                |
| 16.560           | 0.32                    | 2.0E-17                            |                |
| Error promedio = |                         |                                    | 23.49%         |

SDCR

Fuente: Elaboración propia.

## A.10: Datos de entrada caso A:

SDCR - Microsoft Excel

**Volver**

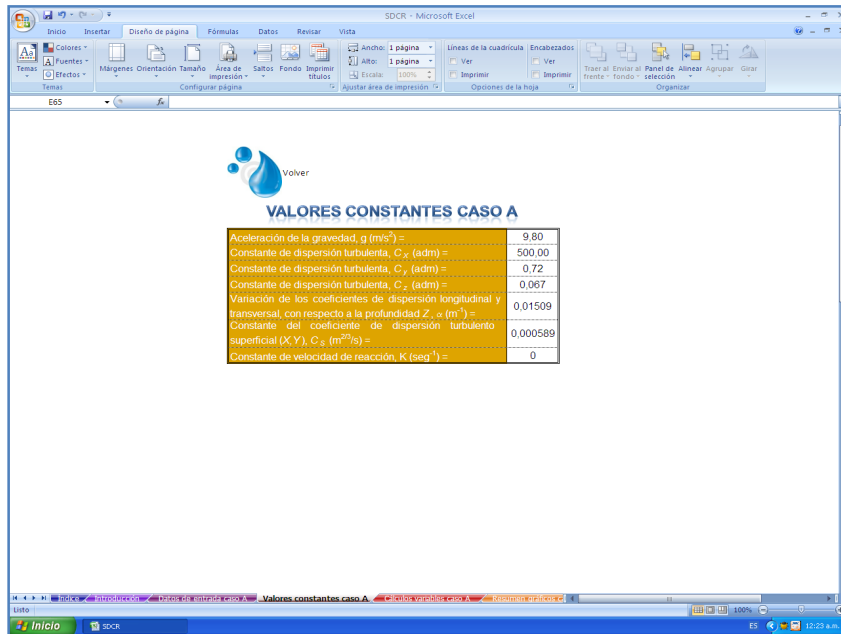
**DATOS DE ENTRADA CASO A**

|                                                        |        |
|--------------------------------------------------------|--------|
| Masa del contaminante, $M$ (kg) =                      | 100    |
| Coordenada X de la fuente, $X_0$ (m) =                 | 1.00   |
| Coordenada Y de la fuente, $Y_0$ (m) =                 | 1.00   |
| Coordenada Z de la fuente, $Z_0$ (m) =                 | 1.00   |
| Tiempo inicial de la descarga, $t_0$ (s) =             | 1.00   |
| Longitud del río, $X_r$ (m) =                          | 100.00 |
| Ancho promedio del río, $Y_r$ (m) =                    | 20.00  |
| Profundidad promedio del río, $Z_r$ (m) =              | 30.00  |
| Tiempo transcurrido después de la descarga, $t$ (s) =  | 60.00  |
| Velocidad del Río en la dirección de $X$ , $u$ (m/s) = | 1.00   |
| Velocidad del Río en la dirección de $Y$ , $v$ (m/s) = | 0.01   |
| Velocidad del Río en la dirección de $Z$ , $w$ (m/s) = | 0.01   |
| Pendiente del río, $S$ (m/m) =                         | 0.005  |

SDCR

Fuente: Elaboración propia.

### A.11: Valores constantes caso A:

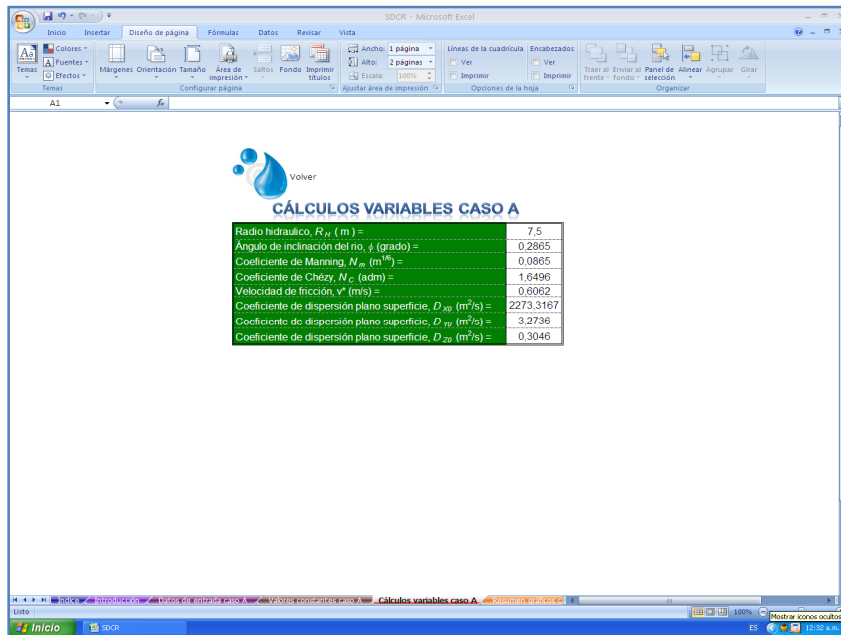


The screenshot shows a Microsoft Excel window titled 'SDCR - Microsoft Excel'. The active sheet is 'E05'. The table 'VALORES CONSTANTES CASO A' is displayed with the following data:

| VALORES CONSTANTES CASO A                                                                                                                 |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Aceleración de la gravedad, $g$ (m/s <sup>2</sup> ) =                                                                                     | 9.80     |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_x$ (adm) =                                                                                         | 500.00   |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_z$ (adm) =                                                                                         | 0.72     |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_y$ (adm) =                                                                                         | 0.067    |
| Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad $Z$ , $\alpha$ (m <sup>-1</sup> ) = | 0.01509  |
| Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (X,Y), $C_s$ (m <sup>-2</sup> /s) =                                        | 0.000589 |
| Constante de velocidad de reacción, $K$ (seg <sup>-1</sup> ) =                                                                            | 0        |

Fuente: Elaboración propia.

### A.12: Cálculos variables caso A:

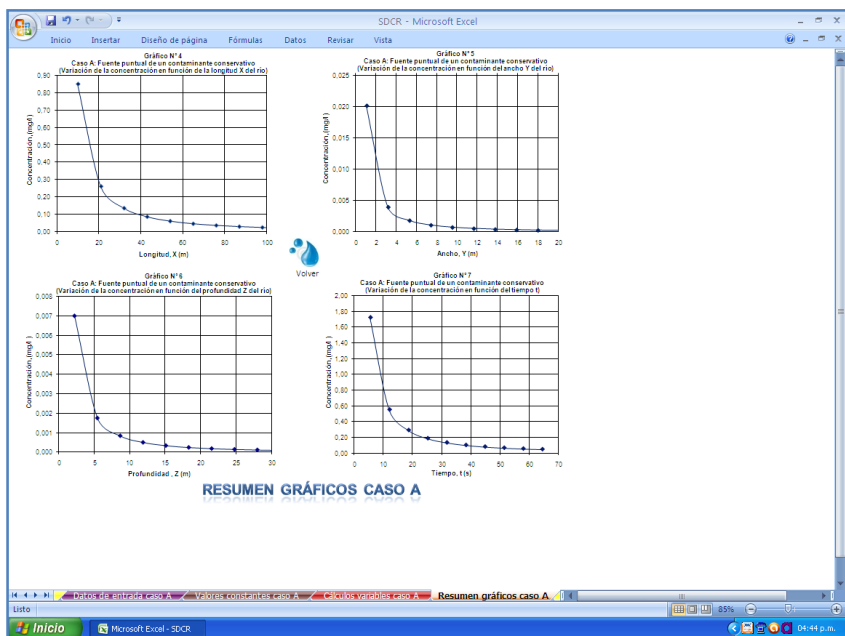


The screenshot shows a Microsoft Excel window titled 'SDCR - Microsoft Excel'. The active sheet is 'A1'. The table 'CÁLCULOS VARIABLES CASO A' is displayed with the following data:

| CÁLCULOS VARIABLES CASO A                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Radio hidráulico, $R_h$ (m) =                                               | 7.5       |
| Ángulo de inclinación del río, $\theta$ (grado) =                           | 0.2865    |
| Coefficiente de Manning, $N_m$ (m <sup>1/6</sup> ) =                        | 0.0865    |
| Coefficiente de Chezy, $N_C$ (adm) =                                        | 1.6496    |
| Velocidad de fricción, $V^*$ (m/s) =                                        | 0.6062    |
| Coefficiente de dispersión plano superficie, $D_{10}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 2273.3167 |
| Coefficiente de dispersión plano superficie, $D_{15}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 3.2736    |
| Coefficiente de dispersión plano superficie, $D_{20}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 0.3046    |

Fuente: Elaboración propia.

### A.13: Resumen gráficos:

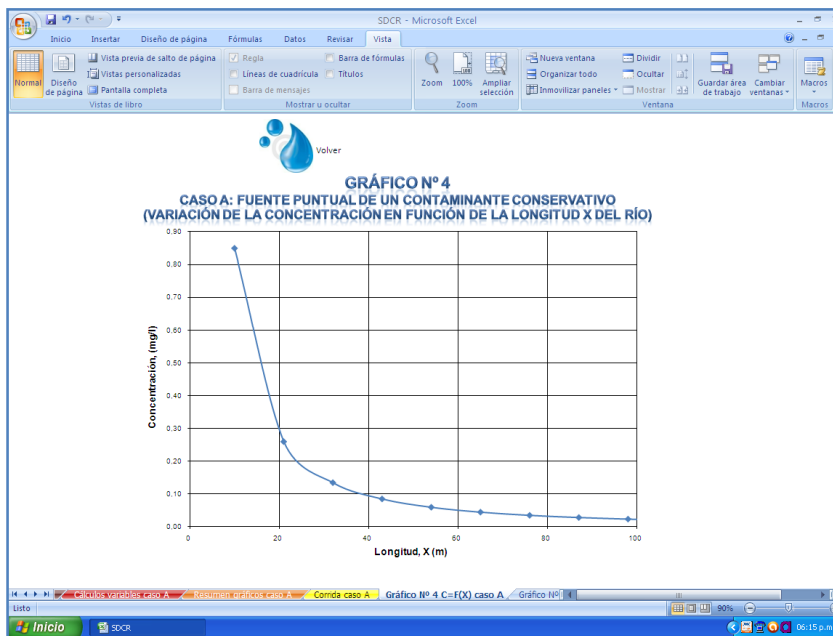


Fuente: Elaboración propia.

## A.14: Corrida caso A:

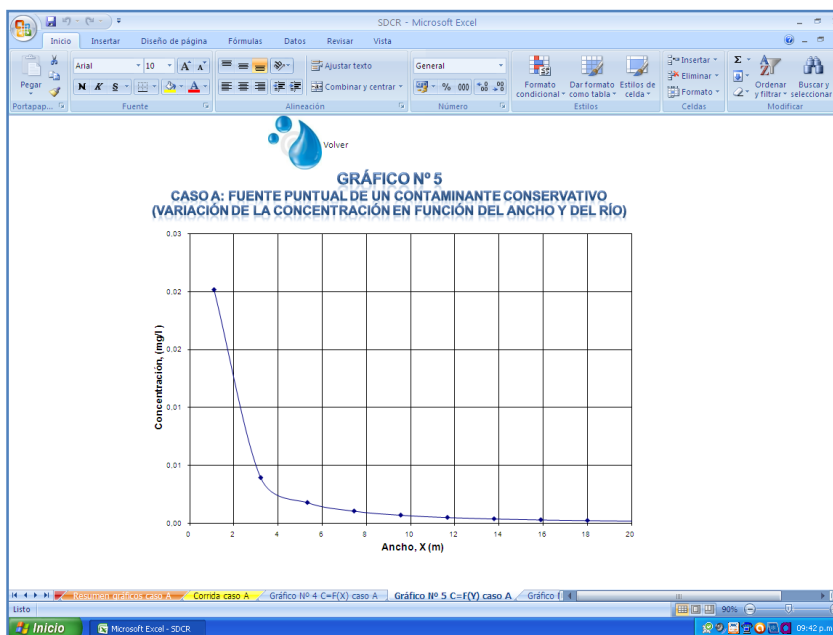
Fuente: Elaboración propia.

### A.15 : Gráfico C vs. X:



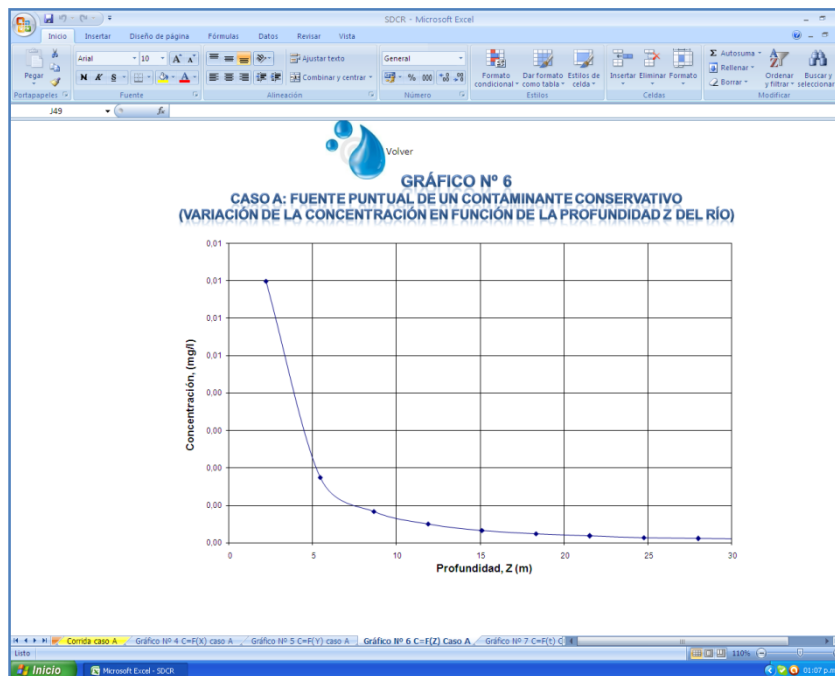
Fuente: Elaboración propia.

### A.16 : Gráfico C vs. Y:



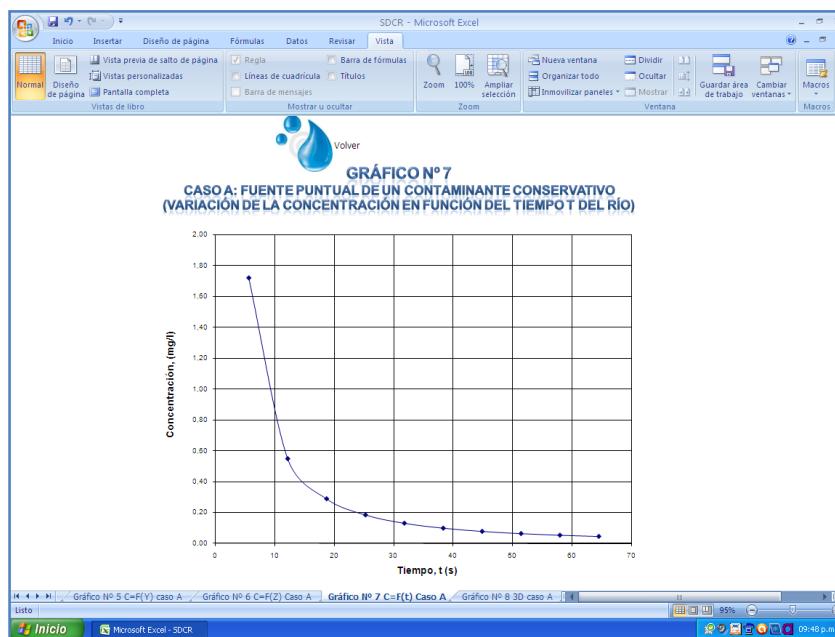
Fuente: Elaboración propia.

### A.17 : Gráfico C vs. Z:



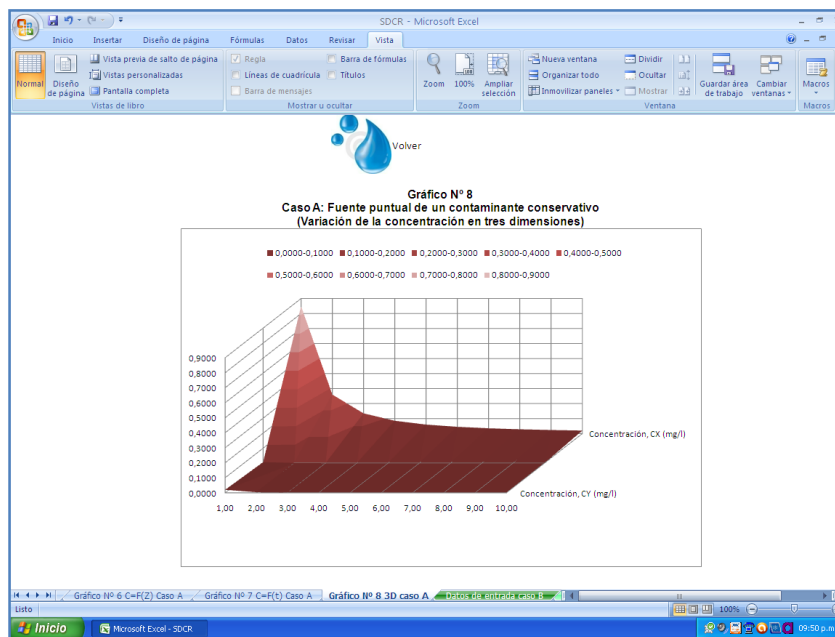
Fuente: Elaboración propia.

### A.18 : Gráfico C vs. t:



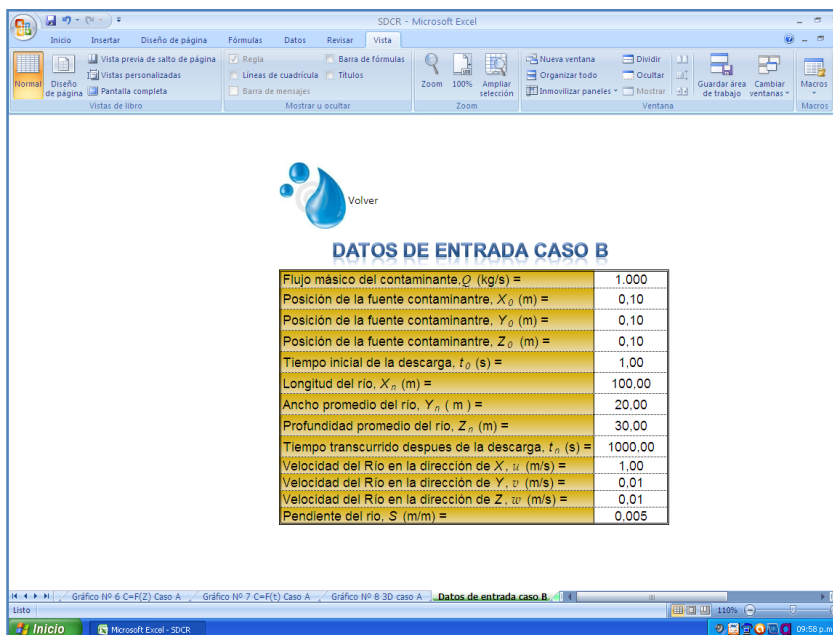
Fuente: Elaboración propia.

### A.19 : Gráfico 3D:



Fuente: Elaboración propia.

### A.20 : Datos de entrada caso B:

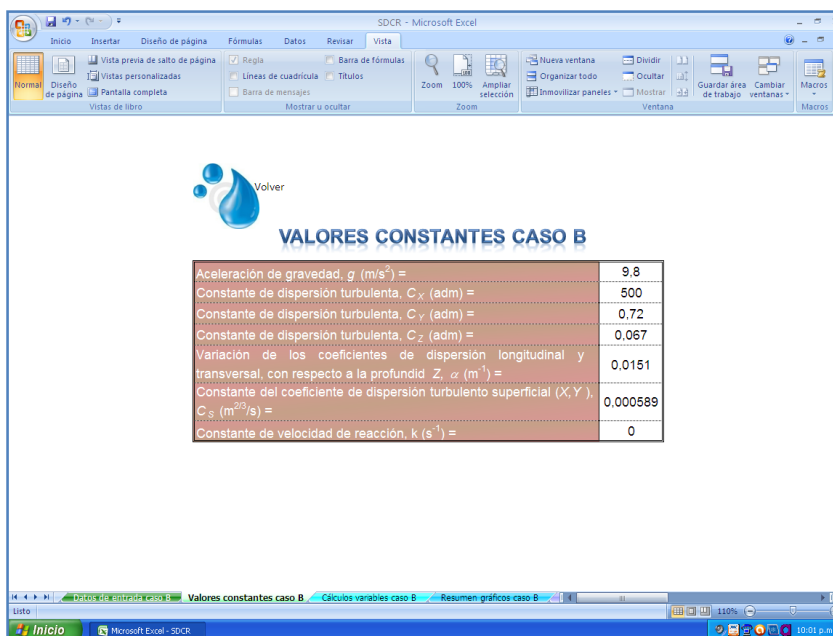


**DATOS DE ENTRADA CASO B**

|                                                         |         |
|---------------------------------------------------------|---------|
| Flujo másico del contaminante, $Q$ (kg/s) =             | 1,000   |
| Posición de la fuente contaminante, $X_0$ (m) =         | 0,10    |
| Posición de la fuente contaminante, $Y_0$ (m) =         | 0,10    |
| Posición de la fuente contaminante, $Z_0$ (m) =         | 0,10    |
| Tiempo inicial de la descarga, $t_0$ (s) =              | 1,00    |
| Longitud del río, $X_n$ (m) =                           | 100,00  |
| Ancho promedio del río, $Y_n$ (m) =                     | 20,00   |
| Profundidad promedio del río, $Z_n$ (m) =               | 30,00   |
| Tiempo transcurrido después de la descarga, $t_n$ (s) = | 1000,00 |
| Velocidad del Río en la dirección de $X$ , $u$ (m/s) =  | 1,00    |
| Velocidad del Río en la dirección de $Y$ , $v$ (m/s) =  | 0,01    |
| Velocidad del Río en la dirección de $Z$ , $w$ (m/s) =  | 0,01    |
| Pendiente del río, $S$ (m/m) =                          | 0,005   |

Fuente: Elaboración propia.

#### A.21 : Valores constantes caso B:



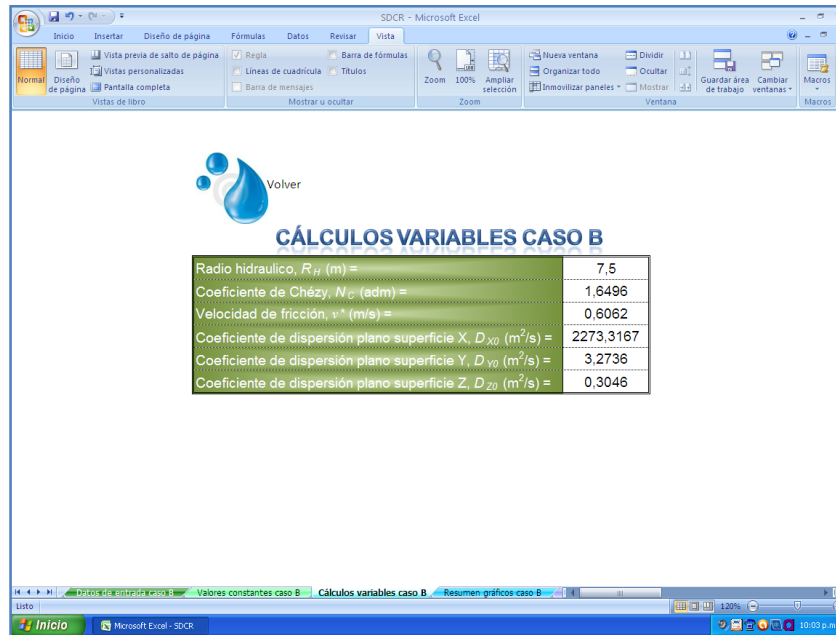
**VALORES CONSTANTES CASO B**

|                                                                                                                                           |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Aceleración de gravedad, $g$ (m/s <sup>2</sup> ) =                                                                                        | 9,8      |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_y$ (adm) =                                                                                         | 500      |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_y$ (adm) =                                                                                         | 0,72     |
| Constante de dispersión turbulenta, $C_z$ (adm) =                                                                                         | 0,067    |
| Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad $Z$ , $\alpha$ (m <sup>-1</sup> ) = | 0,0151   |
| Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial ( $X,Y$ ), $C_d$ (m <sup>2</sup> /s) =                                     | 0,000589 |
| Constante de velocidad de reacción, $k$ (s <sup>-1</sup> ) =                                                                              | 0        |

Fuente: Elaboración propia.

#### A.22: Cálculos variables caso B:



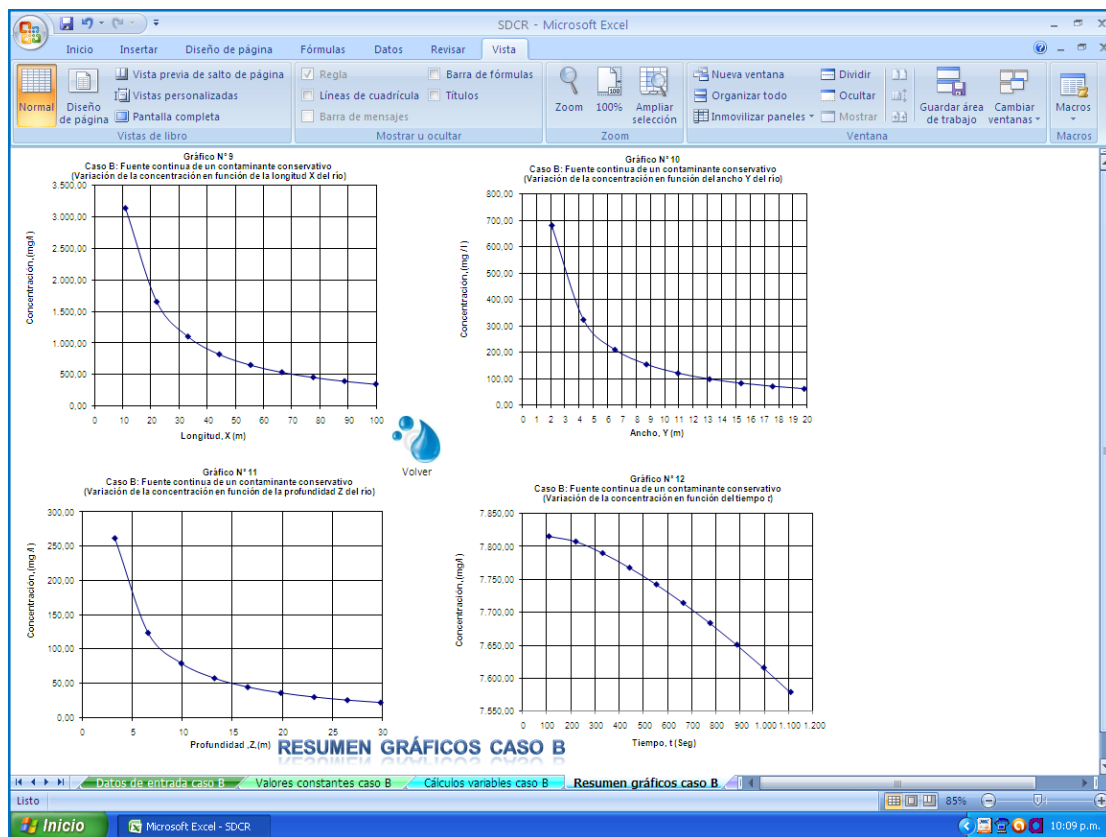


  
**CÁLCULOS VARIABLES CASO B**

|                                                                               |           |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Radio hidráulico, $R_H$ (m) =                                                 | 7,5       |
| Coefficiente de Chézy, $N_C$ (adm) =                                          | 1,6496    |
| Velocidad de fricción, $v^*$ (m/s) =                                          | 0,6062    |
| Coefficiente de dispersión plano superficie X, $D_{X0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 2273,3167 |
| Coefficiente de dispersión plano superficie Y, $D_{Y0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 3,2736    |
| Coefficiente de dispersión plano superficie Z, $D_{Z0}$ (m <sup>2</sup> /s) = | 0,3046    |

Fuente: Elaboración propia.

### A.23: Resumen gráficos:

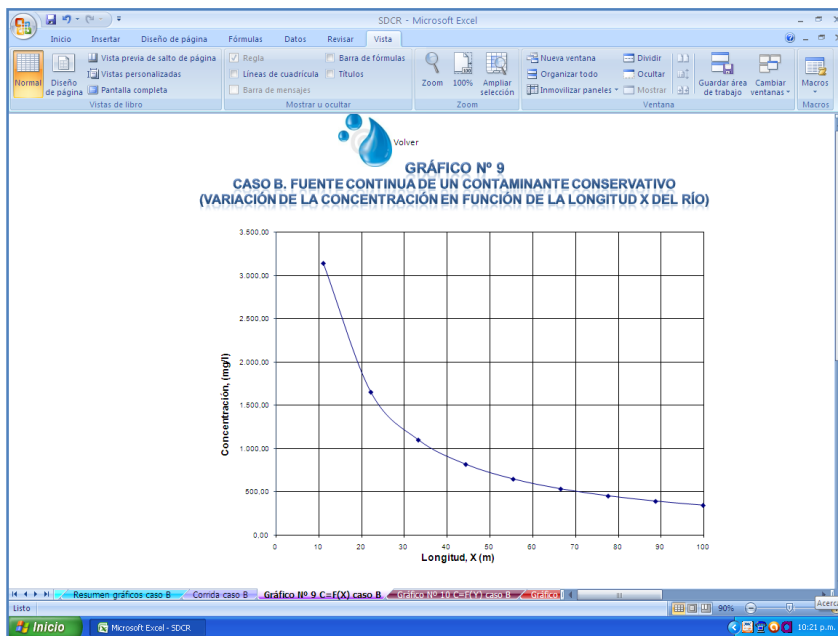


Fuente: Elaboración propia.

## A.17 : Corrida caso B:

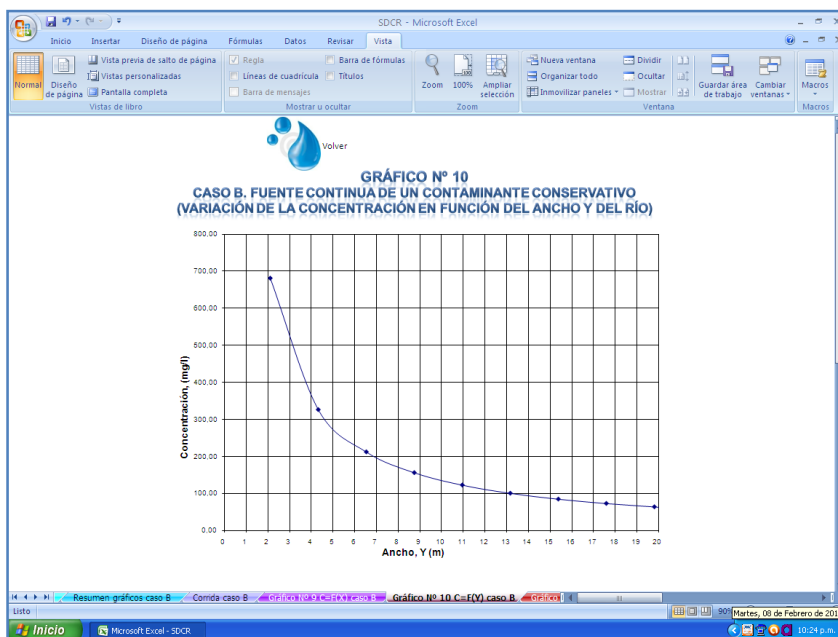
<

### A.18 : Gráfico C vs. X:



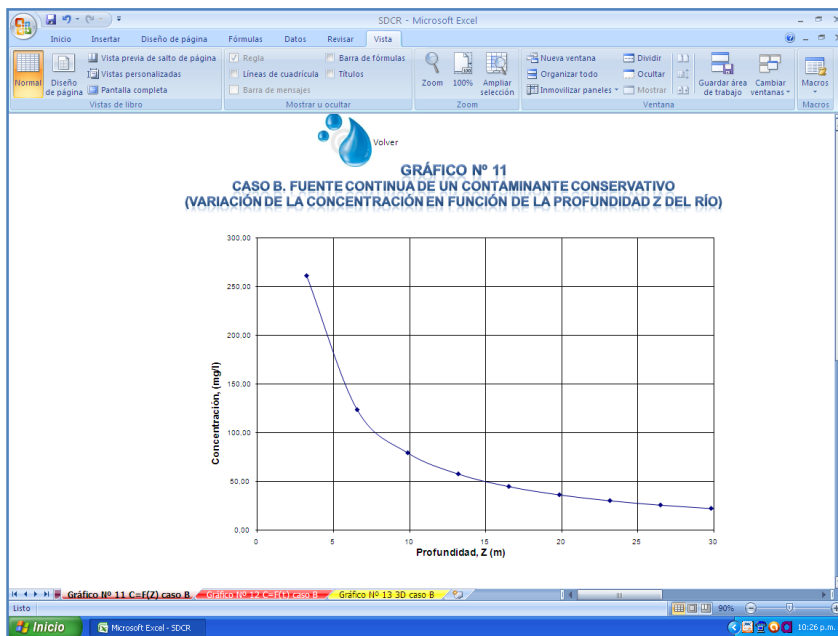
Fuente: Elaboración propia.

### A.19 : Gráfico C vs. Y:



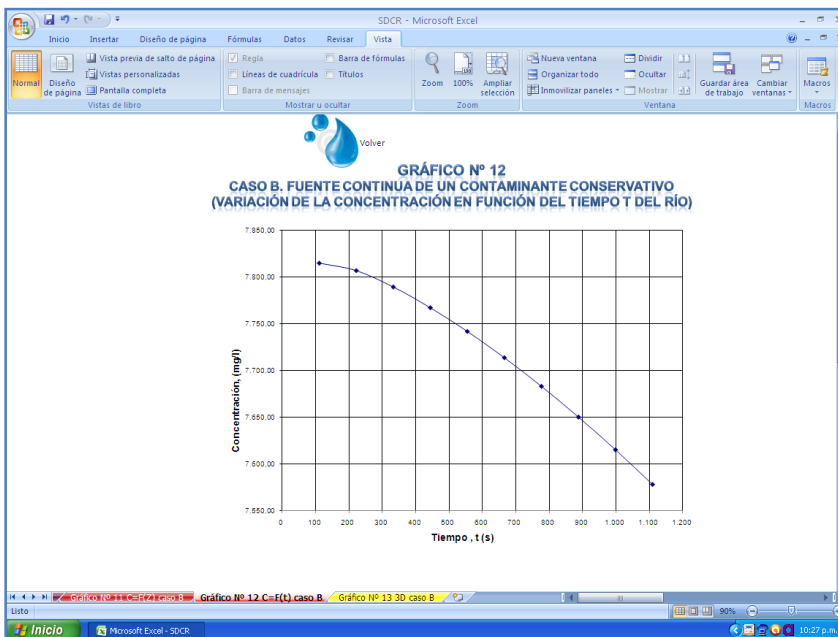
Fuente: Elaboración propia.

### A.20 : Gráfico C vs. Z:

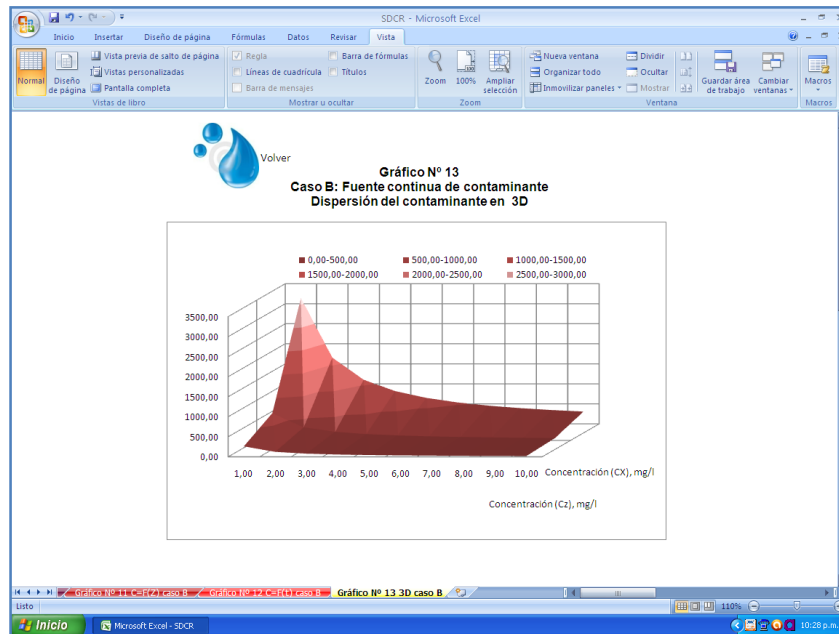


Fuente: Elaboración propia.

### A.21 : Gráfico C vs. t:



Fuente: Elaboración propia.

**A.22 : Gráfico 3D:**

Fuente: Elaboración propia.

# Anexo B

## **Anexo B. Modelo matemático 1D (Atkinson, 2000)**

### **B.1 Artículo de referencia**

Con la finalidad de señalar una aplicación de una “Simulación de la dispersión en una dimensión de un trazador en un río” y una base teórica para el modelado a través de una ecuación adecuada se anexa una traducción del siguiente artículo y su fuente:

#### **Fuente:**

Hydrology and Earth System Sciences, 4(3), 345-353 (2000) © EGS  
Longitudinal dispersion in natural channels: I. Experimental results from the River Severn, U.K.

T. C. Atkinson<sup>1,2</sup> and P. M. Davis<sup>2</sup>

Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the river Severn, UK

<sup>1</sup>Groundwater Tracing Unit, Department of Geological Sciences, Universitary College London, London WC1E 6BT, U.K.

<sup>2</sup>School of Environmental Sciences, University of East Anglia, Norwich NR4 7TJ, U.K.

Correo electrónico del autor: [t.atkinson@ucl.ac.uk](mailto:t.atkinson@ucl.ac.uk)

#### **Abstract**

A tracer experiment using Rhodamine WT dye was carried out to measure longitudinal dispersion in a 14-km reach of the River Severn in Wales, U.K. The river's discharge was measured points and the depth, width and cross-sectional area were measured at 86 points along the test reach. The channel geometry was close to being statistically uniform. Discharge and velocity were both nearly constant. Dye concentrations were recorded at stations between 210 and 13775 m downstream of injection. Dye was injected over a short interval as a near-uniform line source across the channel. These conditions make useful for testing mathematical theories of dispersion. They are presented in full.

Keywords: Channels; dispersion; tracers; River Severn

#### **Traducción:**



## Resumen

Para medir la dispersión longitudinal de 14 km de un tramo del río Severn en Gales del Reino Unido, Se llevó a cabo un experimento utilizando un trazador colorante llamado Rhodamine WT. La descarga al río fue medida en 6 puntos. La profundidad, el ancho y el área de la sección transversal se midieron en 86 puntos a lo largo del tramo del estudio. La geometría del canal estaba cerca de ser estadísticamente uniforme. La descarga y la velocidad eran casi constantes. Se registraron concentraciones del colorante entre las estaciones 210 y 13.775 metros aguas abajo de la inyección. El colorante fue inyectado a lo largo de un intervalo corto como una fuente lineal casi uniforme a través del canal. Estas condiciones son útiles para probar las teorías matemáticas de la dispersión. Se presentan en su totalidad.

Palabras clave: Canales, dispersión; marcadores; Río Severn

## Introducción

Existen mucha literatura sobre la mecánica de la dispersión de trazadores en los canales naturales debido a una abundancia de teorías y la falta de buenos datos empíricos. Este trabajo presenta resultados de un trazador experimental en el río Severn, en Gales, Reino Unido. Hay dos documentos continuación de la interpretación de los resultados en términos de modelos de dispersión de la zona muerta.

La teoría de la dispersión longitudinal por el flujo turbulento en tuberías y conductos se origina en un documento de Taylor (1954). Él demostró teóricamente el rol de movimiento turbulento en la producción de una dispersión de Fickian del trazador alrededor del centro de una nube que es advectivo a lo largo de un canal con la misma velocidad promedio del fluido, y presentó una serie elegante de experimentos de laboratorio que parecen comprobar su teoría. Esto ha mantenido un importante punto de partida para la mayoría de los debates desde entonces. Sin embargo, después del laboratorio y los experimentos de campo revelaron que la predicción de Taylor no siempre producen la distribución de Gauss dentro de la nube de advección (por ejemplo, Glover, 1964, Fischer, 1968a, b; Sayre y Chang, 1968; Godfrey y Frederick, 1970; Thackston y Schnelle, 1970; Yostsukura et al., 1970; San Valentín y Wood, 1977, 1979a, b; Legrand-Marq y Laudelout, 1985). Las nubes actuales mostraron una marcada asimetría con la

evolución en el tiempo de una cola pronunciada. Si el coeficiente de dispersión se estimara desde la forma de la nube al pasar una serie de puntos aguas abajo de una descarga instantánea, su valor parece aumentar con el tiempo y la distancia recorrida (Godfrey y Frederick. 1970; Yotsukura et al., 1970). Fischer (1968b) demostró que la teoría de Taylor podría explicar la evolución observada de la nube del trazador si se aplicaba a una serie de tramos cortos, cada uno caracterizado por su propio coeficiente de dispersión. Los intentos de describir la evolución de una nube por un coeficiente único de dispersión Tayloriana tuvieron poco éxito.

La prueba más rigurosa de la dispersión longitudinal es su capacidad para describir la evolución general de una nube, no sólo la forma de la nube que pasa un solo punto en el canal. Sin embargo, la literatura publicada del campo en la medición contiene pocos estudios en la cual la forma de una nube del trazador fue documentado en que una o dos estaciones aguas abajo del punto de descarga, mientras aguas arriba son necesarias tres estaciones para distinguir las capacidades de los modelos para simular la evolución de la nube en cualquier rigor. Un estudio del río Missouri por Yotsukura et al. (1970) ha sido ampliamente citado, y las recolecciones de datos por Godfrey y Frederick (1970) y Nordin y Sabol (1974) contienen unos cuantos ejemplos más. Muy frecuentemente, eran datos de la evolución de las nubes que están disponibles y la información incompleta de: la descarga de agua, las dimensiones del canal y el área de sección transversal, no puede establecerse un promedio de las propiedades del canal, a partir de los datos reportados. Muchas teorías de la dispersión posterior a Taylor (1954) dependen de suposiciones que pueden ser muy restrictiva en cuanto a la precisión del método experimental, utilizado para probarlos (por referencias, véase Davis et al., 2000). Por ejemplo, es común suponer que el canal es regular, liso y uniforme, y que posee una velocidad promedio del agua a lo largo de su longitud, que el trazador inyectado instantáneamente sea como una fuente plana uniforme. (Otra clase de tratamientos teóricos asume un punto de inyección dentro de un canal de ancho finito es incorporada explícitamente en las ecuaciones. Véase, por ejemplo Smith (1982), o Chatwin y Allen (1985) para una revisión).

El trabajo que aquí se originó a través de un interés en la posibilidad de que las zonas muertas podría explicar la falta de elementos de Gauss en las formas de las nubes del trazador y su falta de evolución Fickian. Davis y

otros. (2000) presentan la derivación del modelo de la zona muerta de la dispersión de una mezcla de flujo cortante, en la cual la teoría de Taylor (1954) es modificado para tener en cuenta el intercambio del trazador y el almacenamiento en zonas estacionaria y de lento movimiento del agua en todo el perímetro del canal. Este modelo supone un canal regular y uniforme en contacto con zonas muertas uniformes que estén bien mezclados. El Trazador puede intercambiar con la difusión de primer orden entre las zonas muertas y el canal principal. El modelo es unidimensional, sólo se considera la dispersión longitudinal. La velocidad promedio del agua en el canal principal se supone constante a lo largo de la longitud del río, y se asume que el trazador se origina en una fuente plana instantánea. Por lo tanto, para probar este modelo, los datos experimentales requieren de un canal natural con una geometría que sea tan regular y uniforme como sea posible, con un flujo constante y uniforme, cuya velocidad promedio del agua y la dimensión de la sección transversal sean conocidos, y con un trazador conservativo inyectado uniformemente a través de la toda la sección transversal. En 1978, un experimento se llevó a cabo para reunir esos datos, utilizando rodamina WT como marcador a 14 km del tramo largo del Río Severn. El resto de este artículo describe el tramo de estudio, las condiciones y los resultados del estudio.

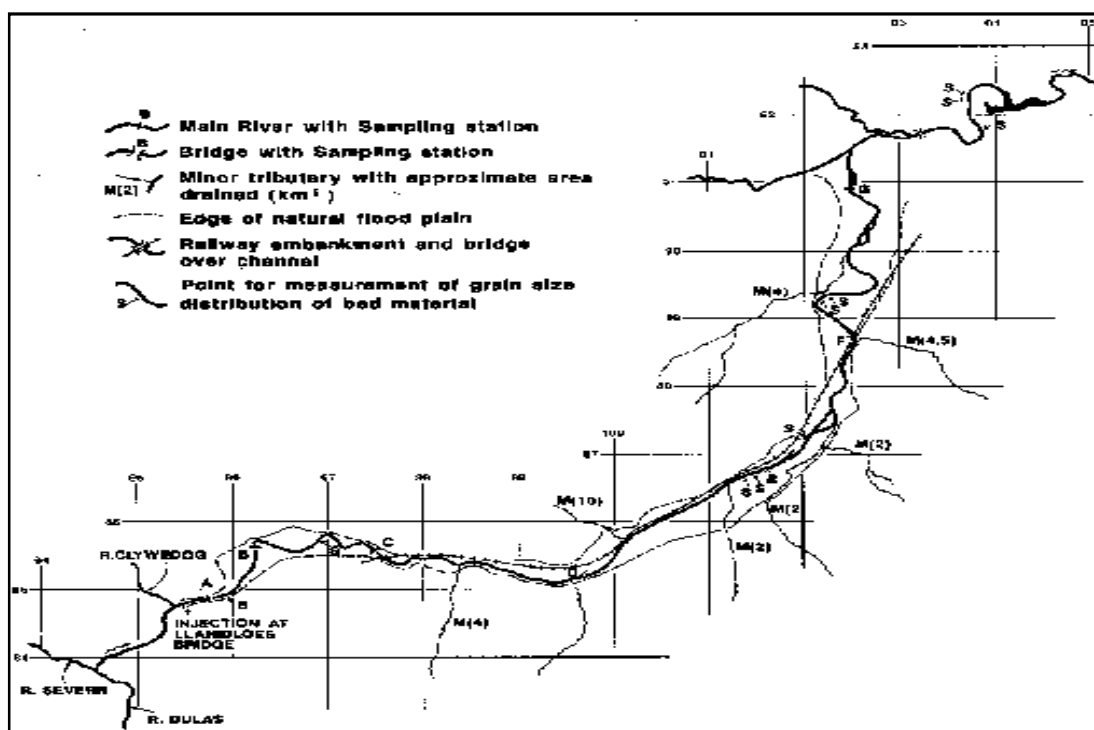
## **Condiciones experimentales**

### **Tramo de estudio**

Dos pruebas de dispersión del trazador se llevaron a cabo en un tramo de 14 km a lo largo del río Severn en Bretaña (Fig. 1), entre Llanidloes y Caersws. El trazador fue inyectado en El Puente Llanidloes, y los puntos de muestreo (desde A hasta G) se encuentran a distancias entre 210 m y 13.775 m aguas abajo. La ubicación exacta de estos puntos está en la Tabla 1. La mayoría de los modelos matemáticos de dispersión de un soluto asumen que las condiciones hidráulicas no varían con el tiempo y son uniformes dentro del tramo. El Río Severn en Llanidloes se aproxima a la realización en condición ideal. En la práctica, pocos ríos en Bretaña muestran completamente el tiempo de descarga sin variar a lo largo de períodos de horas para días necesarios para el estudio de la dispersión longitudinal. Sin embargo, la cuenca del Severn aguas arriba de la estación D está a 187 km<sup>2</sup>, que es lo suficientemente grande como para suministrar un caudal abundante. Uno de

las principales cabeceras es el río Clywedog, está represado para formar un embalse el cual tenía una salida de flujo constante al río para el momento del estudio. Por lo tanto, se espera que, si el experimento podría llevarse a cabo en un período de tiempo establecido, la descarga sería aproximadamente constante en el tiempo. El tramo de estudio es la más larga sin afluentes importantes en la parte superior del Río Severn. El valle está cortado por rocas de baja permeabilidad, lo que hace improbable que los flujos de las aguas subterráneas aumentara significativamente la descarga dentro del tramo. Estos factores favorecen la constancia de la descarga lo largo del tramo de estudio.

Fig. 1. Mapa de la prueba del tramo de los ríos Severn aguas abajo del Llanidloes, Powys, Gales, Reino Unido. Las coordenadas es de 1-km de



Coordenadas Nacionales, al norte en la parte superior.

Tabla 1. Ubicación de los puntos de muestreo

| Sitio     | Nombre informal   | Coordenadas nacionales de referencia de U.K. | Descripción                                                                | Distancia (m) |
|-----------|-------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Inyección |                   |                                              | 3-puente arqueado                                                          |               |
| A         | Llanidloes Meadow | SN 9570 8488                                 | A la izquierda (norte) del banco, $\frac{1}{3}$ de ancho a través de canal | 210           |
| B         | Dol-Ilys          | SN 9621 8561                                 | Margen izquierda, $\frac{1}{4}$ de ancho, límite del campo contrario       | 1175          |
| C         | Morfodion Ford    | SN 9748 8558                                 | 100 m aguas abajo de Ford, centro                                          | 2875          |
| D         | Dolwen            | SN 9969 8518                                 | Aguas arriba del puente de la carretera, centro                            | 5275          |
| E         | Rickety Bridge    | SO 0160 8677                                 | Debajo de puente peatonal de madera, centro                                | 7775          |
| F         | Llandinam         | SO 0252 8858                                 | Aguas arriba del puente de la carretera, centro                            | 10.275        |
| G         | Garnedd           | SO 0220 9090                                 | Orilla derecha, extremo opuesto de la pista                                | 13.775        |

La constancia de las condiciones hidráulicas requiere que no solamente descargas, sino también las dimensiones del canal sea constante en una dirección aguas abajo. Pocos canales naturales son uniformes y el Río Severn no es la excepción. En el tramo de estudio, el canal serpenteado en una llanura de inundación el cual varía el ancho desde menos de 200 m hasta un kilómetro (Fig. 1). El ancho del mismo canal fue medido en 86 puntos a lo largo del tramo de estudio (Fig. 2). Esto varía de 13 m hasta 48 m, con un promedio de 24 m (ancho promedio = 23,8 m, s.d. = 6,6 m). La figura 2 muestra que el ancho a lo largo del canal varía considerablemente en distancias de unos pocos cientos de metros.

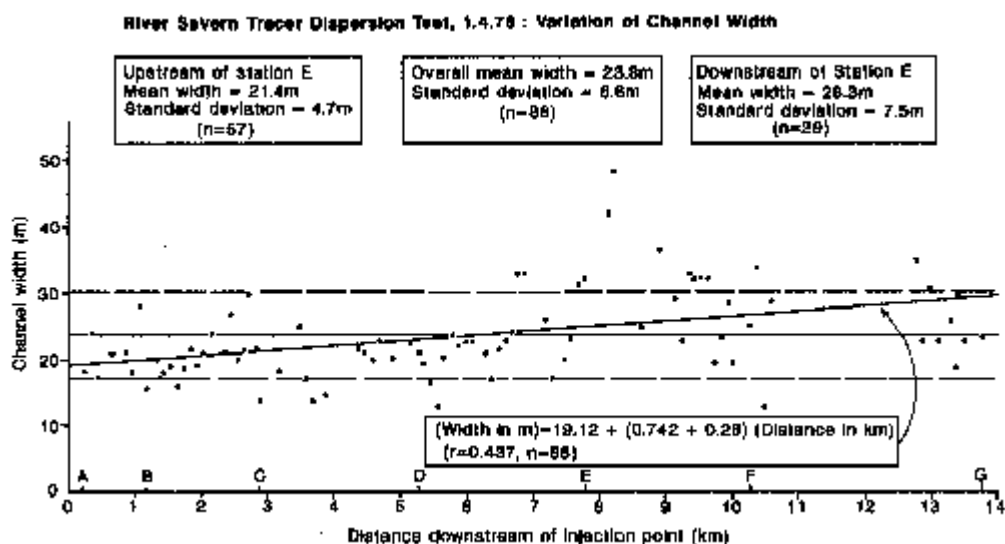


Fig. 2. Variación del ancho del canal en función de la distancia. Promedio total del ancho y la desviación estándar se muestran como líneas horizontales. La línea inclinada es la regresión de mínimos cuadrados del ancho por distancia.

No es leve, pero la tendencia a aumentar el ancho es significativa en dirección aguas abajo. Una inspección detallada de los datos sugiere que no tiene un incremento constante, sino que los cambios del canal algo típico sobre la posición de la estación E (Fig. 2). Aguas arriba de este punto, el canal tiende a ser más estrecho, con un promedio de 21,4 m de ancho (s.d. 4,7 m), mientras que aguas abajo es más amplio, con una mayor variabilidad (ancho promedio = 28,3 m, s.d = 7,5 m). La figura 1 muestra que la mayor parte del canal se asocia con la parte más libremente serpenteada del río, donde la planicie de inundación se ensancha por debajo de la estación E.

La profundidad del agua se midió a intervalos de 1 m por cada sección transversal. La Figura 3 muestra el promedio de la profundidad trazado contra la distancia a lo largo del canal. A pesar de una variación considerable en distancias cortas, no hay una tendencia en el promedio de la profundidad a lo largo del alcance de estudio. La profundidad promedio fue de 0,53 m, con una desviación estándar de 0,18 m entre las secciones.

La variación en profundidad se debe a que el perfil longitudinal del cauce del río se compone de una serie de contracorriente y piscinas. Las crestas de las contracorrientes están espaciadas en varios canales anchos separados, con

formación de piscinas de aguas más profundas entre ellos. Cuando en el campo es difícil percibir cualquier tipo de relación evidente entre el ancho y la profundidad del canal, sin embargo hay una correlación estadísticamente significativa entre ellos. La profundidad tiende a ser menor en canales más anchos. De la regresión lineal se obtiene la ecuación,

$$\begin{matrix} \text{(Profundidad promedio)} \\ \text{(m)} \end{matrix} = 0,81 - 0,012 \begin{matrix} \text{(Ancho)} \\ \text{(m)} \end{matrix} \quad r = -0,43$$

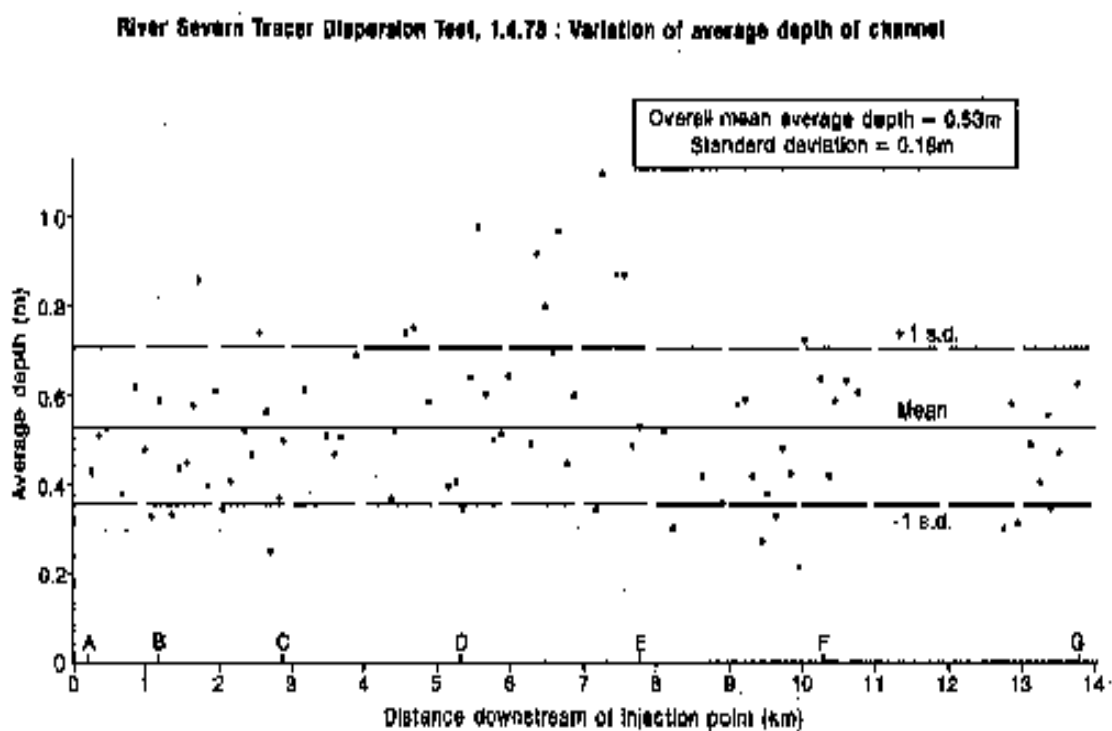


Fig. 3. Variación de la profundidad del canal en función de la distancia.

Es importante señalar, sin embargo, que más del 80% de la varianza de la profundidad es explicado por las variaciones en el ancho. Esta variación se produce por la topografía de la piscina y los rápidos del lecho del río.

Durante casi todo el tramo de estudio, el canal es indivisible. En dos lugares hay secciones cortas trenzadas donde el canal se divide en dos a una distancia de cien o doscientos metros. No se midieron las secciones transversales en tramos trenzado corto, pero el total del ancho, de la

profundidad promedio y del total de las áreas de las secciones transversales de los canales divididos parecía similar a la de la normal, en las partes sin dividir.

La sección transversal se midió en 86 secciones con los resultados mostrados en la Fig. 4. Hay una tendencia leve pero estadísticamente significativo en el área de la sección transversal que aumenta aguas abajo, pero como en el caso del ancho, no hay aumento constante. Más bien, se debe a un aumento relativamente brusco en ambos promedios del área de la sección transversal y su variabilidad es de 6,5 km aguas abajo del punto de inyección. Por debajo del promedio del área de la sección transversal es de  $13,8 \text{ m}^2$  (s.d. =  $4,1 \text{ m}^2$ ), mientras que aguas arriba es de  $10,7 \text{ m}^2$  (s.d. =  $2,8 \text{ m}^2$ ). Este cambio de paso en el área de la sección transversal ocurre pocos cambios de paso del ancho aguas arriba cerca de la estación E, debido que el canal entre 6,5 km y la estación E es generalmente mucho más profunda que el promedio.

A partir de la consideración del ancho y del área de la sección transversal se puede concluir que el canal muestra variabilidad en al menos dos escalas. A menor escala que puede ser discriminado por estas mediciones, hay una variabilidad en distancias de unos pocos cientos de metros. En una escala más grande, hay evidencia de las tendencias aguas abajo en el ancho y el área de la sección transversal, pero no en profundidad promedio. El canal también es más variable en el tramo libremente serpenteando aguas abajo de la Estación E por encima de ese punto. Las tendencias aguas abajo son más débiles que la variabilidad de sección a sección. Por lo tanto, el canal es ciertamente no uniforme en el sentido de ser totalmente regular. Sin embargo, parece que se acerca a una condición de uniformidad estático como es probable que se encuentre en cualquiera de los canales naturales. Aun así, no es del todo uniforme, aun en un sentido estadístico, ya que hay evidencia de un cambio en la geometría del canal alrededor de 6,5 a 7,8 km (Fig. 2 y 4) con promedios significativamente diferentes y desviaciones estándar de ancho y área, sobre y por debajo de esta región.



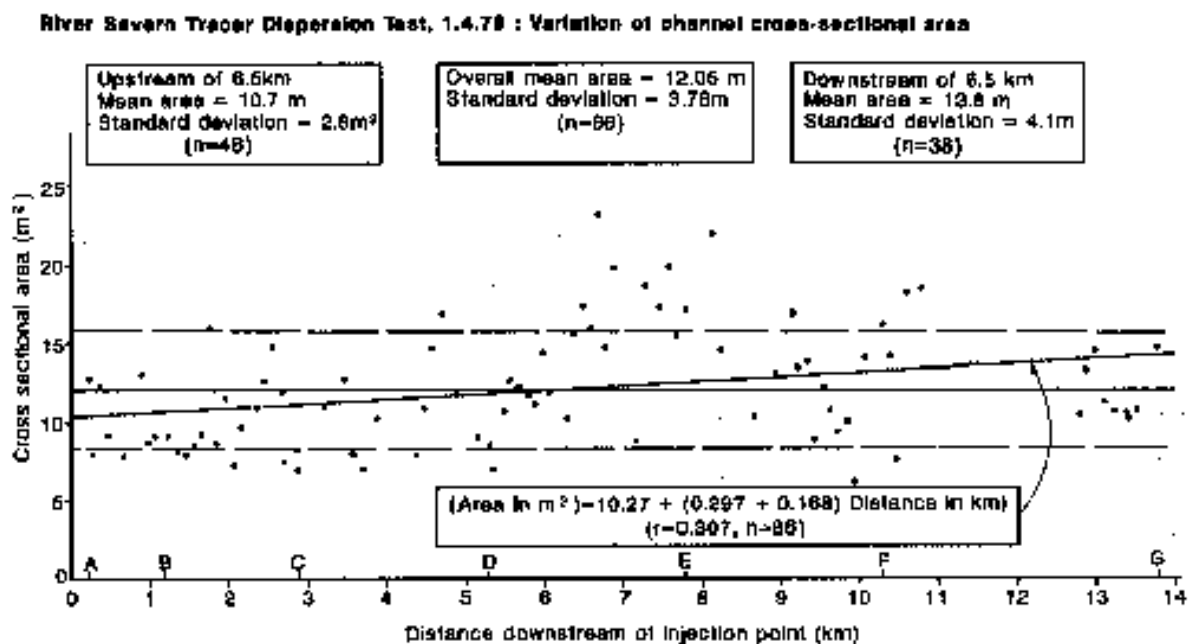


Fig. 4. Variación del área de la sección transversal en función de la distancia. Horizontal. Las líneas horizontales muestran promedios generales y desviaciones estándar. La línea inclinada es la regresión de mínimos cuadrados del área de la sección transversal de la distancia.

El material en el lecho del canal es grava gruesa compuesta por partículas laminar que han tenido reducción limpia del material más fino dentro de una capa de superficie aproximadamente una partícula gruesa. Por debajo de éste los intersticios de la tierra están llenos de arena y fango. En condiciones de flujo alto del lecho es móvil, pero no hubo transporte de carga de fondo de sedimentos en los estudios descritos aquí. La figura 5 muestra la variación del tamaño de partícula lo largo del tramo de prueba. Aunque hay una variación considerable en el tamaño de las partículas de un sitio a otro, no hay evidencia de una tendencia aguas abajo.

### River Severn Tracer Dispersion Test, 1.4.78 : Variation of Bed Material Size

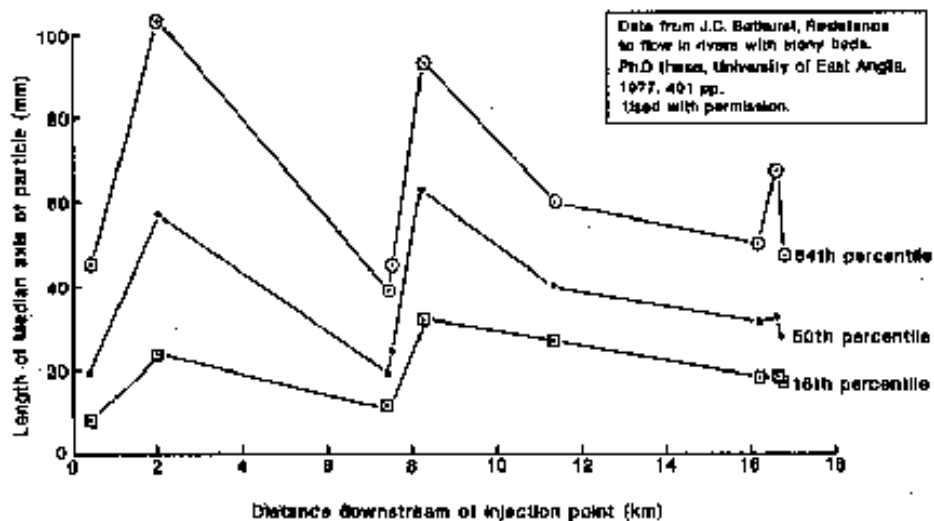


Fig. 5. Variación de tamaños de partículas en el material del lecho en función de la distancia.

### Condiciones de descarga y medición.

La descarga del río fue medido en las Estaciones desde la A hasta la F utilizando métodos estándar de medición actual. Los errores en las estimaciones individuales son probables en la región de  $\pm 10\%$ . En la tabla 2, columna 4, muestran los resultados. Las mediciones se realizaron durante el estudio del primer marcador. Durante el día de estudio llovió en tierra alta, en las cabeceras del Severn, y en el tiempo de las mediciones iniciado en las estaciones E y F, el nivel del agua del río había aumentado ligeramente. El aumento de la profundidad promedio de F fue de 2,5 cm, o 4%. El paso de una ola de inundación pequeña en la cabecera probablemente fue el responsable de la descarga más alta registrada en E y F aunque algunos flujos adicionales que puedan proceder de los pequeños arroyos tributarios que entran en el cauce principal del río desde los bordes del valle a lo largo del tramo de ensayo (Fig. 1). Cuando se realizó el segundo estudio, al día siguiente, el nivel del agua en la estación F se mantuvo en el mismo nivel como lo había sido durante el actual día de la medición anterior. Por lo tanto, hubo un aumento en la descarga, que tuvo lugar durante el primer estudio. El pico de la nube de dispersión había pasado por las Estaciones desde A

hasta E, antes que el incremento llegara al lugar, pero la ola de inundación llegó a la estación F aproximadamente el mismo que el pico del trazador, y la Estación G un poco antes del pico debido (=due peak). En la segunda prueba, la descarga se mantuvo constante en valor sobre el mismo que había ocurrido durante la ola de inundación del día anterior. A pesar de estas fluctuaciones en las descargas se pueden medir fácilmente, que se muestra a continuación que no fueron lo suficientemente grande como para cargar las características de dispersión en el alcance del estudio significativamente.

Tabla 2. Mediciones y cálculos de los parámetros hidráulicos

| Estación | Distancia de la inyección (x) (m) | Área de sección transversal local $A_s$ (m <sup>2</sup> ) | Descargas de agua moderada $Q_s$ (m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> ) | Velocidad local $u_s$ (m·s <sup>-1</sup> ) | Sección transversal promedio aguas arriba $A_s$ (m <sup>2</sup> ) | Velocidad promedio aguas arriba $\bar{u}_s$ (m·s <sup>-1</sup> ) | Descargas aguas arriba implícito $\bar{Q}_s$ (m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> ) | Factor de corrección $\bar{Q}_s/Q_s$ |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| A        | 210                               | 10,62                                                     | 7,33                                                                | 0,69                                       | 10,54                                                             | 0,69                                                             | 7,27                                                                            | 0,99                                 |
| B        | 1175                              | 9,13                                                      | 7,03                                                                | 0,77                                       | 9,85                                                              | 0,73                                                             | 7,19                                                                            | 1,02                                 |
| C        | 2875                              | 10,81                                                     | 7,24                                                                | 0,67                                       | 10,07                                                             | 0,71                                                             | 7,15                                                                            | 0,99                                 |
| D        | 5275                              | 10,58                                                     | 7,51                                                                | 0,71                                       | 10,20                                                             | 0,71                                                             | 7,24                                                                            | 0,96                                 |
| E        | 7775                              | 22,56                                                     | 9,25                                                                | 0,41                                       | 11,76                                                             | 0,65                                                             | 7,64                                                                            | 0,83                                 |
| F        | 10275                             | 13,80                                                     | 9,80                                                                | 0,71                                       | 12,12                                                             | 0,66                                                             | 7,99                                                                            | 0,82                                 |
| G        | 13775                             | ---                                                       | (10)*                                                               | ---                                        | 12,04                                                             | 0,66                                                             | 8,30                                                                            | 0,83                                 |

\*Valor estimado.

### Velocidad del agua en el tramo de estudio.

La tabla 2 muestra la medición de descarga  $Q_s$  para cada estación de muestreo (con excepción de G que no se mide). A partir de esta ecuación y del área transversal, la velocidad promedio del agua se puede encontrar en,

$$u_s = \frac{Q_s}{A_s} \quad (1)$$

El subíndice s indica una de las estaciones A-G, según corresponda.

El movimiento de una nube del trazador está influenciado por la velocidad promedio en toda la longitud del canal que ha atravesado la nube. Para encontrar la velocidad  $u_i$ , la modificación (1) fue utilizada por primera vez

para calcular la velocidad de una interfaz de usuario local en cada una de las 86 medidas de las secciones transversales,

$$u_i = \frac{Q_s}{A_i} \quad (1a)$$

con  $A_i$ , el área de la sección transversal local, y  $Q_s$  mide la descarga en la próxima estación de medición actual aguas abajo de la localidad bajo consideración. Para cada una de las estaciones desde la A a la G, con una velocidad promedio  $\bar{u}_s$  aguas arriba fue calculada a partir de

$$\bar{u}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (2)$$

donde  $n$  es el número de la sección transversal medido aguas arriba de la estación (tabla 2, columna 7). Los valores muestran poca variación, lo que confirma la falta de tendencia general en las condiciones hidráulicas a lo largo del canal.

El área de la sección transversal promedio aguas arriba de una estación de muestreo  $\bar{A}_s$  es simplemente la media de la  $n$  secciones transversales se extiende aguas arriba (tabla 2, columna 6). Al analizar la dispersión de los datos del trazador, algunos modelos pueden requerir los valores promedios aguas arriba de  $\bar{A}_s$  y  $\bar{u}_s$ , las cuales implican la existencia de una "descarga promedio aguas arriba "corriente arriba del promedio"  $\bar{Q}_s$  (tabla 2, columna 8).

$$\bar{Q}_s = \bar{A}_s \cdot \bar{u}_s \quad (3)$$

### **Estudios del trazador: procedimientos de muestreos e inyección.**

Las muestras de agua fueron tomadas a mano, de unos 10 cm por debajo de la superficie, en frascos de vidrio que fueron sellados y colocados en una caja oscura para su posterior análisis. Durante el paso del rastro del trazador, el intervalo de muestreo se redujo a valores que varían de 30 segundos en la Estación A a 10 minutos en la F y 15 minutos en la G.

El primer estudio comenzó a las 10,36 el 1<sup>to</sup> de Abril de 1978, y duró hasta las 18,09 cuando se tomó la última muestra. Desafortunadamente, la nube del trazador había pasado completamente la estación G en ese momento, por lo que un segundo estudio se llevó a cabo el día siguiente, en la que sólo se tomaron muestras de las estaciones F y G. La inyección de un trazador

tuvo lugar a las 07,07 am y las últimas muestras fueron tomadas a las 16,30 pm.

En ambos estudios, las condiciones de inyección fueron idénticas. Exactamente 1000 g de Rodamina WT solución al 20% suministrado por el fabricante se diluyó a un volumen de 5 litros con agua destilada. La solución se inyectó por debajo del Puente de Llanidloes. El puente tiene tres arcos y entre los muelles del río es de unos 30 cm de profundidad. La solución del trazador fue vertida en un recipiente de 5 litros, y fue inyectada por una persona caminando constantemente y enérgicamente a través de la corriente del puente. La mitad del trazador se inyectó en el viaje de ida y la otra mitad en el retorno. Con este procedimiento el trazador se distribuye de manera uniforme a través del canal, en el menor tiempo posible (105 segundos el 1 de abril, 109 segundos el 2 de abril). Por lo tanto, la inyección aproximada del trazador, aunque cruda, a la línea o plano de la fuente supone para muchos modelos de análisis matemático de Taylor (1954) en adelante.

El trazador fue analizado por fluorometría con límite de detección de capacidad de 0,1 partes por billones de solución trazador del fabricante. Los errores de análisis del límite detectable fueron de  $\pm 3\%$  por concentraciones superiores a 10 ppb, aumentando hasta  $\pm 10\%$  a 1 ppb y  $\pm 5\%$  cerca del límite detectable. Como casi todos los trazadores presentes en más de 1 ppb y la mayor parte de la nube tenían concentraciones mayores de 10 ppb, la contribución del error analítico para el trazador en el balance de masas es probablemente  $\pm 4\%$ .

## **Resultados**

### **Datos crudos**

Los resultados de los estudios con el trazador se muestran en la Fig. 6 y los valores numéricos se presentan en la Tabla 3. En el primer estudio, se midieron las concentraciones del trazador en todas las estaciones desde la A hasta la G, pero se obtuvo un registro incompleto en G. En el segundo estudio, el muestreo se realiza sólo en las estaciones F y G. Por lo tanto, la comparación es posible entre los dos estudios de estas dos estaciones, y se muestra gráficamente en la figura. 7. En la estación E (Fig. 7a) la forma y las concentraciones de las nubes del trazador eran casi idénticos en los dos días excepto por un curioso piso plano del pico a: 1.4.78 (que posiblemente puede

ser debido a errores de identificación de una muestra durante el análisis). Sin embargo, las condiciones de descarga ligeramente superior en el segundo estudio causó que la nube del trazador migrara más rápido con un desplazamiento promedio de tiempo entre las dos series de 920 segundos. Por lo tanto, hubo una disminución del 5% en el tiempo de viaje, pero pocos cambios generales en las características de dispersión entre los dos estudios.

En la Estación G, la comparación no es tan completa (fig. 7b), ya que sólo los dos primeros tercios de la nube del trazador se registró en el estudio anterior. Sin embargo, el segundo estudio mostró de nuevo un tiempo más rápido de viajar con un desplazamiento promedio de 640 segundos, que representa una disminución de 2,8%. En otros aspectos, las partes simple de las dos curvas son casi idénticas.

Estas comparaciones demuestran que el comportamiento de la dispersión del tramo de estudio es reproducible y que la velocidad de la nube es más sensible que su dispersión para pequeños cambios en la descarga.

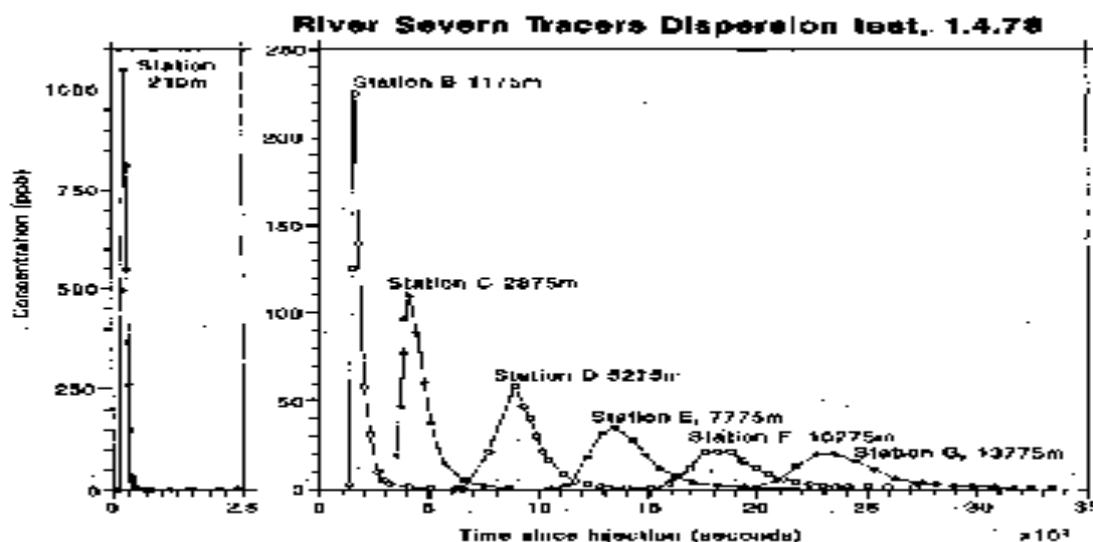


Fig. 6. Los resultados combinados del primer y segundo estudios del trazador, mostraron que concentraciones para cada estación en función del tiempo a partir de la inyección. Escala de tiempo expandida mostrada para la estación A.



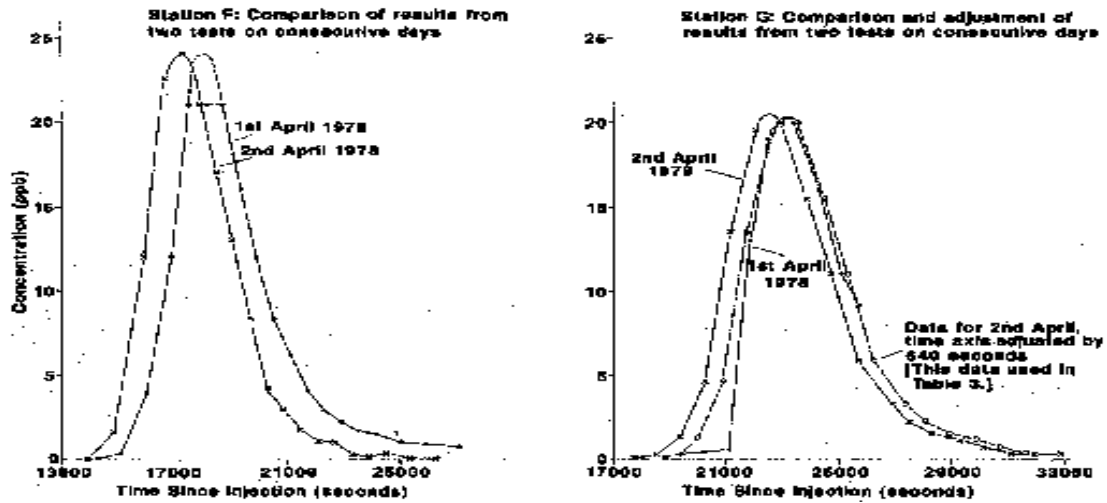


Fig. 7. Comparación y ajuste de los resultados del primer y segundo estudios en las Estaciones F y G.

### Reducción de datos

#### Conclusión de la falta de datos

Los datos que se muestran gráficamente en la Fig. 6 son los resultados crudos obtenidos en el primer estudio, con la excepción de la curva de la Estación G. Para esta estación se usaron las concentraciones medidas en el segundo estudio, pero el tiempo transcurrido desde la inyección fue modificado para hacer el ajuste con la velocidad de la nube registrada en el día anterior. Los puntos de ajuste se muestran gráficamente en la Fig. 7, y sus valores numéricos se muestran en la Tabla 3.

Por tanto la Tabla 3 incluye una serie de datos crudos coherente para las condiciones de descarga medidos en el primer estudio.

#### Los errores experimentales y el ajuste de las concentraciones para preservar el balance de masas.

La masa del trazador presente en la nube de dispersión en este paso para cada punto de muestreo se puede estimar a partir de

$$m_s = Q_s \int_0^{\infty} c_s dt \quad (4)$$

donde  $c_s$  es la concentración del trazador. La integral se encontró en 3-puntos parabólico de interpolación entre los puntos de los datos. La fracción



recuperada del trazador es  $m_s/M$ , donde  $M$  es la masa inyectada. El significado de los seis primeros valores de la Tabla 4 es  $0,97 \pm 0,048$  (error estándar), que no difiere significativamente de la unidad, lo que indica que la nube del trazador tuvo comportamiento conservativo.

La salida de los valores individuales de la fracción recuperada de la unidad se puede presumir que se debe a un error experimental (Tabla 4). El error involucrado en la integración numérica se demostró que era insignificante por la integración de funciones conocidas adecuadas. El error experimental en las concentraciones fue señalado anteriormente en torno al  $\pm 4\%$ . También existe una mínima probabilidad de error en la integral de la ecuación (4). El error probable en la medición actual es de  $\pm 10\%$ . La combinación de estos errores (suma de las raíces cuadradas) produce un error esperado en la recuperación del trazador de  $11\%$ , que es proporcional a la desviación estándar observada (Tabla 4). Por lo tanto, parece probable que la variabilidad de los valores que se muestran en la Tabla 4 se debe enteramente a los errores experimentales aleatorios.

Para efectos de comparación de los datos de los modelos matemáticos de dispersión, las concentraciones observadas deben ser corregidas a los valores que tendrían si el balance de masa del colorante estuviera preservado perfectamente sin ningún tipo de error experimental. Esto puede ser logrado al dividir las concentraciones observadas en la Tabla 3, por las correspondientes fracciones recuperadas de la Tabla 4.

### **Factor de corrección por variaciones en la descarga y el área de la sección transversal a lo largo del tramo de estudio.**

En los documentos acompañados a éste (David et al., 2000, Davis y Atkinson, 2000) las condiciones aguas arriba de una estación se especifican en la forma del promedio del área de la sección transversal y del promedio de la velocidad ( $\bar{A}_s$  y  $\bar{u}_s$ ). Como se señaló anteriormente, estas cifras implican un "promedio de la descarga aguas arriba" dado por su producto (Ec. (3) y Tabla 2, columna 8). Puesto que estos valores no son los mismos que las descargas locales utilizados para el cálculo de balance de masa ( $Q_s$ , Tabla 2, col. 4), es necesario un nuevo ajuste de las concentraciones para preservar el balance de masas teóricos en los modelos ajustados. Los factores de corrección se muestran en la Tabla 2, columna 9.

Es importante señalar que este factor de ajuste por última surge del tipo específico de modelo que se ajuste a los datos, y la forma en que miden valores de los parámetros especificados para su uso en él. Por lo tanto, es filosóficamente más adecuado para ajustar la salida del modelo por un factor necesario para preservar la coherencia de balance de masas con los datos medidos, y no al revés. En el ajuste de modelos a los datos de la Tabla 3, la salida del modelo se ha multiplicado por los factores de corrección mostrados en la columna 9 de la Tabla 2 (Davis et al., 2000 y David y Adkinson, 2000). Los lectores que deseen utilizar estos datos para poner a prueba de sus propios modelos se les instan a obtener sus propios factores de ajuste que sean apropiados a las circunstancias.

Tabla 4. Valores de fracción recuperada

| Estación               | $m_s/M$  |
|------------------------|----------|
| A                      | 1,079    |
| B                      | 0,784    |
| C                      | 1,026    |
| D                      | 0,990    |
| E                      | 1,067    |
| F                      | 0,868    |
| G                      | (0,765)* |
| Promedios <sup>+</sup> | 0,969    |
| s.d. <sup>+</sup>      | 0,118    |

\*Cálculo usando en la estimación local de la descarga de  $10\text{m}^3\text{s}^{-1}$ .

<sup>+</sup> Valores excuidos de G

## Discusión y conclusiones

Los datos presentados en la Tabla 3 y su conjunto describe la evolución de una nube de trazador conservativo a lo largo del estudio del río Severn. Tomando junto con los datos hidráulicos en la Tabla 2, se proporciona un conjunto de observaciones empíricas que pueden ser utilizados para probar una amplia variedad de modelos de los procesos de dispersión longitudinal en un río natural. El tramo de estudio fue elegido para su conformidad cerca de descarga constante y la regularidad de la anchura, profundidad, el área transversal y el tamaño del material del lecho. Si bien estas dimensiones varían considerablemente en distancias cortas, no son mínimas las tendencias descendentes en el tramo de estudio y la velocidad media del agua es casi constante a distancias de cientos a miles de metros. Por lo

tanto, las condiciones hidráulicas se ajusten lo más estrechamente posible a la velocidad uniforme y sección transversal supone en muchos tratamientos matemáticos de dispersión.

Las recuperaciones fraccionales calculado indican el comportamiento esencialmente conservadora de Rodamina WT como trazador en las aguas superficiales, por lo menos en las condiciones de peso insignificante en suspensión y lecho de sedimentos gruesos obtenidos en el río Severn. Sin embargo, los errores experimentales en el balance de masa de hasta el 15% se pueden esperar con los métodos y los instrumentos empleados aquí.

La función de este trabajo es presentar los datos de las Tablas: 2, 3 y 4, con la esperanza de que los futuros analistas y modeladores puedan encontrar útil en el estudio de la compleja combinación de procesos que intervienen en la dispersión del trazador en los canales naturales. Un análisis de los datos se presentaron en términos de dispersión longitudinal por la turbulencia y el intercambio con las zonas muertas en dos artículos compañeros (Davis et al., 2000; Davis y Atkinson, 2000).

### Lista de símbolos

- $A_i$  Área de medida de la sección transversal en la ubicación  $i$ .
- $A_s$  Medida del área transversal en la estación  $s$ .
- $\bar{A}_s$  Promedio del área de la sección transversal aguas arriba de la estación  $s$ .
- $c_s$  Medida de la concentración del trazador en la estación  $s$ .
- $i$  (Subíndice), uno de los 86 lugares donde se midieron el ancho, la profundidad y el área de la sección transversal.
- $m_s$  Masa del trazador recuperado experimentalmente pasando por la estación  $s$ .
- $M$  Medida de la masa del trazador inyectado.
- $Q_s$  Medida de la descarga al río en la estación de  $s$ .
- $\bar{Q}_s$  Promedio de la descarga aguas arriba de la estación  $s$ .
- $s$  (Subíndice) una de las corrientes medidas y los lugares de muestreo del trazador A-G.
- $u_i$  Promedio de la velocidad del agua en la sección transversal de la posición  $i$ .
- $u_s$  Promedio de la velocidad del agua en la sección transversal en la estación  $s$ .
- $\bar{u}_s$  Promedio de la velocidad del agua “aguas arriba” en la estación  $s$ .

## Anexo C

### Anexo C. Instrucciones para usuario.

Antes de iniciar con las instrucciones para el usuario, se recomienda leer la información de operación de EXCEL, ya que la *Simulación de la dispersión de los contaminantes en un río (SDCR)* opera en EXCEL. A continuación se describe la siguiente información:

- Los archivos de EXCEL son llamados *libros de trabajo*, que están formados por diversas *hojas* a las que se puede acceder haciendo clic sobre las *etiquetas*, como se puede observar en la figura 1:

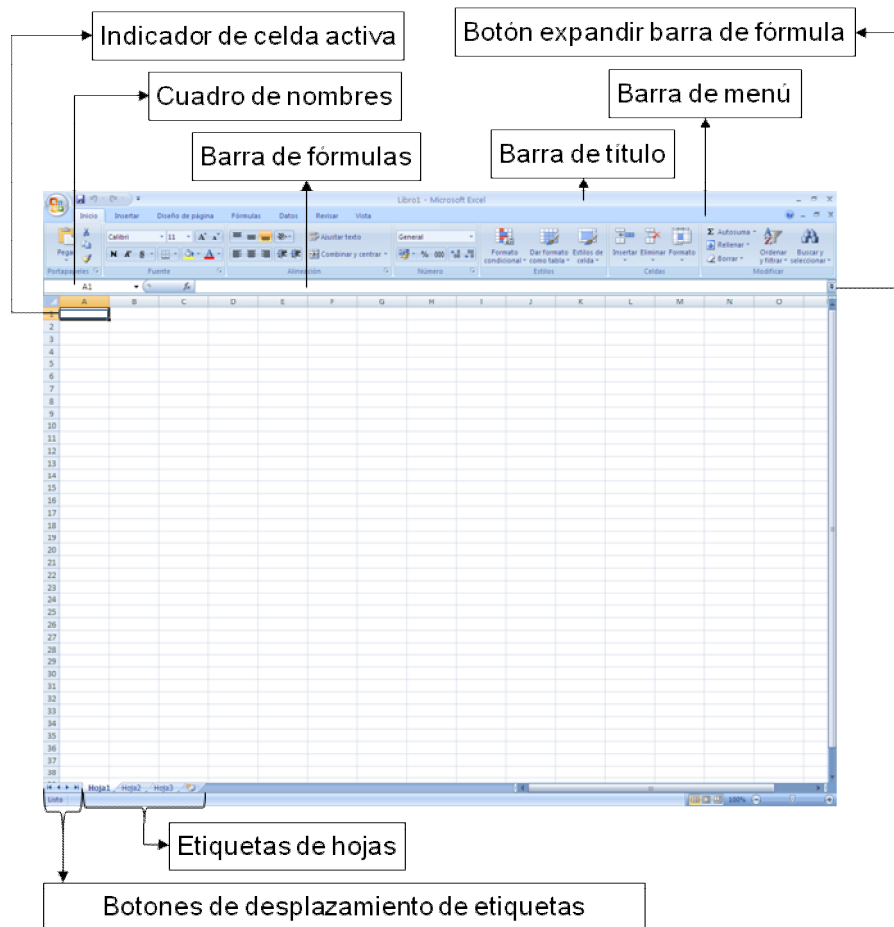


Figura 1. Información de operación de EXCEL.  
Fuente: elaboración propia.

- Para ajustar el tamaño de lo que está en la ventana, por ejemplo ver una tabla completa o parte de ella, se ubica en la *barra de menú* y buscar *vista*, hacer clic, ubicar *zoom*, hacer clic, en seguida se abrirá un *cuadro de dialogo*, seleccionar una opción, hacer clic, a continuación aparecerá la tabla ajustada al tamaño seleccionado.

- Para cada corrida de datos de diferentes condiciones y/o río, debe guardar el archivo con un título diferente para cada caso. Por ejemplo Río Caroní 30 jun 2011 lluvia, Río Caroní 15 ago 2010 sequia.

- La sintaxis de la fórmula de los vínculos se expresa de la siguiente manera: NombreHoja!DirecciónCelda, por ejemplo: Datos de entrada Difusión!G2.

- Se puede vincular desde la celda blanca o se puede hacer desde la barra de fórmula (ver fig. 1). Se puede trabajar en cualquiera de las dos opciones.

- Se puede ampliar la barra de fórmulas para una mejor visualización de la sintaxis, hacer un clic en el “botón expandir barra de fórmula” (ver fig. 1).

- Debe seguir las instrucciones hasta que éste indique que terminó la creación de la fórmula, debe cuidar de hacer clic en una celda que no esté señalado, si esto ocurre vuelva a iniciar la secuencia.

- Debe introducir las unidades que se indica en los datos de entrada y en los valores constantes.

- Todas las celdas donde aparece un resultado en las diferentes hojas del SDCR tiene una fórmula creada. Sin embargo se han descrito las instrucciones para hacer una secuencia de la sintaxis, para que pueda crear la fórmula, cuando la necesite.

- Cuando se necesite repetir un celda y se quiere que el valor permanezca constante, se agrega \$ a cada lado de la letra que corresponde a la celda, por ejemplo \$F10\$, en seguida debe ubicarse al final de la sintaxis en la “*barra de fórmulas*”, para que pueda continuar creando la fórmula.

- Cuando oprima simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , no se preocupe si no aparece en la barra de fórmulas, cuando ejecute la siguiente instrucción la barra de fórmulas lo mostrará.

- Si comete un error durante la creación de la fórmula, lo aconsejable es borrar todo e iniciar nuevamente la instrucción de la fórmula que estaba trabajando.

## 1. Radio hidráulico

A continuación se describe los pasos a seguir para crear la fórmula del radio hidráulico, de la siguiente manera:

1.1 Abrir el libro de trabajo en EXCEL: “SDCR”.

1.2 Ubicar los botones de desplazamiento de etiquetas (ver fig. 1), encontrar la etiqueta “INDICE” hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja.

1.3 Ubicarse en el título: “DIFUSIÓN ADVECTIVA Y MOLECULAR”, situarse en el vínculo “CÁLCULOS VARIABLES” y a continuación hacer un clic.

1.4 Se abrirá la hoja de cálculo: “CÁLCULO VARIABLE DIFUSIÓN”, a continuación hacer doble clic en el valor del “Radio hidráulico” (el número actual desaparecerá automáticamente y aparecerá una secuencia de sintaxis, sombrear la secuencia de sintaxis con el botón izquierdo del ratón, oprimir la tecla suprimir para eliminarla y crear una secuencia nueva). Ubicarse en la barra de fórmulas, hacer un clic.

1.5 Si se tiene los datos disponibles, se puede introducir directamente, primero escribir el símbolo igualdad “=” y a continuación introducir los datos (según la ecuación  $R_H = ZY / (2Z + Y)$ , y los datos (punto 4.1.1, tabla N° 2,) son: profundidad del curso del agua,  $Z = 19,89$  m; ancho del curso del agua,  $Y = 0,53$  m;).

1.6 O se puede vincular como sigue: escribir el símbolo “=”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “Datos de entrada

*Difusión*”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la “*Profundidad promedio del río, Z*”, la barra de fórmula muestra lo siguiente

=Datos de entrada Difusión!G3

1.7 Seguido escriba el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor del: “*Ancho promedio del río, Y*”, quedando la barra de fórmula de la siguiente manera:

=Datos de entrada Difusión!G3\*Datos de entrada Difusión!G2

1.8 Seguido escribir el signo de la división “/” y abrir paréntesis “(”, escribir “2” seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor de la “*Profundidad promedio del río, Z*”, la barra de fórmula muestra lo siguiente:

=Datos de entrada Difusión!G3\*Datos de entrada Difusión!G2/(2\*Datos de entrada Difusión!G3

1.9 Seguido escriba el signo de la suma “+”, hacer un clic en el valor del: “*Ancho promedio del río, Y*”, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmula muestra lo siguiente:

=Datos de entrada Difusión!G3\*Datos de entrada Difusión!G2/(2\*Datos de entrada Difusión!G3+Datos de entrada Difusión!G2)

1.10 Seguido pulse la tecla “enter”, en seguida volverá a la hoja: “CÁLCULOS VARIABLES DIFUSIÓN”, la celda muestra el resultado del cálculo:

0,2615

1.11 Ha completado la secuencia de la sintaxis para la creación de la fórmula, para el cálculo del radio hidráulico:  $R_H=0,2615$  m.

## 2. Dispersión advectiva y molecular.

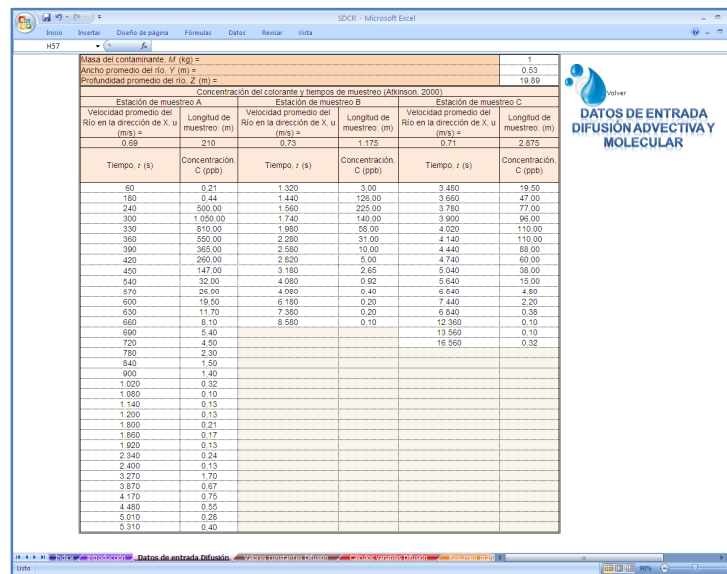
A continuación se explica cómo se realizan los cálculos para una difusión advectiva y molecular.



## 2.1 Cálculos de la corrida.

### 2.1.1 Estación A

i. En la hoja etiquetado como “*Datos de entrada Difusión*” introducir los datos disponibles de las concentraciones del colorante  $C$  (ppb); el tiempo de muestreo  $t$  (s); la masa del contaminante  $M$  (kg); ancho promedio del río  $Y$  (m); profundidad promedio del río,  $Z$  (m); velocidad promedio del río en la dirección de  $X$  u (m/s) y longitud de muestreo (m). Se tomaron los datos reportados por Atkinson (2000), (ver punto 4.1.1, tabla N° 2 “Datos de entrada difusión advectiva y molecular. También se puede consultar en el anexo B). En la figura 2 se muestra la hoja: “*Datos de entrada Difusión*”.



| Concentración del colorante y tiempos de muestreo (Atkinson, 2000) |                          |                                                          |                          |                                                          |                          |
|--------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------|
| Estación de muestreo A                                             |                          | Estación de muestreo B                                   |                          | Estación de muestreo C                                   |                          |
| Velocidad promedio del Río en la dirección de X, u (m/s)           | Longitud de muestreo (m) | Velocidad promedio del Río en la dirección de X, u (m/s) | Longitud de muestreo (m) | Velocidad promedio del Río en la dirección de X, u (m/s) | Longitud de muestreo (m) |
| 0.59                                                               | 210                      | 0.73                                                     | 1.175                    | 0.71                                                     | 2.875                    |
| Tiempo, t (s)                                                      | Concentración, C (ppb)   | Tiempo, t (s)                                            | Concentración, C (ppb)   | Tiempo, t (s)                                            | Concentración, C (ppb)   |
| 60                                                                 | 0.21                     | 1.320                                                    | 3.00                     | 3.480                                                    | 19.50                    |
| 180                                                                | 0.44                     | 1.440                                                    | 126.00                   | 3.560                                                    | 47.00                    |
| 240                                                                | 550.00                   | 1.560                                                    | 225.00                   | 3.780                                                    | 77.00                    |
| 300                                                                | 1,050.00                 | 1.740                                                    | 140.00                   | 3.900                                                    | 96.00                    |
| 330                                                                | 610.00                   | 1.980                                                    | 58.00                    | 4.020                                                    | 110.00                   |
| 360                                                                | 550.00                   | 2.280                                                    | 31.00                    | 4.140                                                    | 110.00                   |
| 390                                                                | 365.00                   | 2.580                                                    | 10.00                    | 4.440                                                    | 68.00                    |
| 420                                                                | 280.00                   | 2.820                                                    | 5.00                     | 4.740                                                    | 60.00                    |
| 450                                                                | 147.00                   | 3.180                                                    | 2.65                     | 5.040                                                    | 38.00                    |
| 540                                                                | 32.00                    | 4.080                                                    | 0.92                     | 5.640                                                    | 15.00                    |
| 610                                                                | 26.00                    | 4.080                                                    | 0.40                     | 6.640                                                    | 4.80                     |
| 690                                                                | 19.50                    | 6.180                                                    | 0.20                     | 7.440                                                    | 2.20                     |
| 630                                                                | 11.70                    | 7.380                                                    | 0.20                     | 8.840                                                    | 0.38                     |
| 660                                                                | 8.10                     | 8.580                                                    | 0.10                     | 12.360                                                   | 0.10                     |
| 690                                                                | 5.40                     |                                                          |                          | 13.560                                                   | 0.10                     |
| 720                                                                | 4.50                     |                                                          |                          | 16.560                                                   | 0.32                     |
| 750                                                                | 2.30                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 840                                                                | 1.50                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 900                                                                | 1.40                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,020                                                              | 0.32                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,080                                                              | 0.10                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,140                                                              | 0.13                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,200                                                              | 0.13                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,800                                                              | 0.21                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,860                                                              | 0.17                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 1,920                                                              | 0.13                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 2,340                                                              | 0.24                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 2,400                                                              | 0.13                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 3,270                                                              | 1.70                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 3,670                                                              | 0.67                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 4,170                                                              | 0.75                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 4,480                                                              | 0.05                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 5,010                                                              | 0.28                     |                                                          |                          |                                                          |                          |
| 5,510                                                              | 0.40                     |                                                          |                          |                                                          |                          |

Figura 2. Hoja: Datos de entrada Difusión.

Fuente: Atkinson, 2000

ii. Marcar el vínculo en forma de gota , en seguida se abrirá la hoja: Índice, ubicarse en el vínculo: “*Valores constantes*” y hacer un clic, en seguida se abrirá la hoja: “*Valores constantes Difusión*” introducir los valores de: aceleración de la gravedad  $g$  (m/s<sup>2</sup>) y la constante de velocidad de reacción para este caso  $K=0$ . En la figura 3 se muestra la hoja: “*Valores constantes Difusión*”.

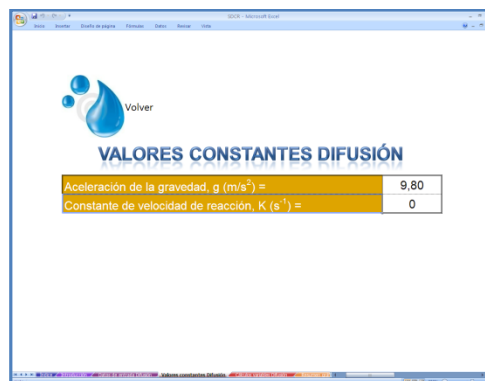


Figura 3. Hoja: Valores constantes Difusión.  
Fuente: elaboración propia.

iii. Marcar el vínculo en forma de gota , en seguida se abrirá la hoja: Índice, ubicarse en el vínculo: “Corrida Difusión Estación A”, hacer un clic. A la izquierda aparece una lista de datos y valores constantes que deben coincidir y estar vinculado con el contenido de las hojas: “Datos de entrada Difusión” y “Valores constantes Difusión”, según corresponda. A la derecha aparece un cuadro con los valores de las concentraciones experimentales, el tiempo, el resultado del cálculo de la ecuación de Potter (1998) y el error relativo entre la concentración: experimental y la calculada.

iv. Para crear la fórmula de la “Concentración”  $C(X, t) = \frac{M}{XY\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left[\frac{(X-ut)^2}{4Dt}\right]}$ , hacer un clic en la celda J3 para este caso, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, seguido escribir “1000000” y el signo de multiplicación “\*”.

v. Abrir paréntesis “(”, hacer un clic en el valor de la “Masa del contaminante, M”, en la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=1000000\*(F8

vi. Ubicarse en la barra de fórmulas y hacer un clic en la letra F, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F, quedando de la siguiente manera: \$F\$ (para que repita el mismo valor cuando se copia la celda, en este caso el

valor de  $F_8$ ), cerrar paréntesis “)”, seguido escribir el signo de división “/”, abrir doble paréntesis “((", seguido hacer un clic en el valor del: “Ancho promedio del río Y”, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F ( $F_{11}$ ), seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor de la: “Profundidad promedio del río Z”, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F ( $F_{12}$ ), cerrar paréntesis “)”, seguido del signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, seguido del signo de multiplicación “\*”, escribir el valor de  $\pi$  cómo sigue: “PI()”, seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor del: “Coeficiente de difusión advectivo y molecular D”, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F ( $F_{13}$ ), seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor del: “Tiempo t” de la misma fila donde está trabajando la celda (en este caso “H3”), cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: Shift y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “1”, seguido del signo de división “/”, escribir “2”, cierre de paréntesis triple “)))”, seguido del signo de multiplicación “\*”, escribir “exp”, seguido abrir paréntesis “(”, escribir el signo “-” y “1”, seguido del signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, en la barra de fórmulas aparecerá lo siguiente:

$$=1000000*($F$8/((($F$11*$F$12)*(4*PI()*$F$13*H3)^(1/2)))*EXP(-1*($$

vii. Hacer un clic en el valor de la: “Longitud del río (ubicación de la Estación A), X”, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F ( $F_{10}$ ), escribir el signo “-”, seguido hacer un clic en el valor de la “Velocidad promedio del Río en la dirección de X, u”, escribir el signo “\$” a ambos lados de la letra F ( $F_{14}$ ), seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor del: “Tiempo t” de la misma fila donde está trabajando la celda (en este caso “H3”), cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: Shift y  $\wedge$ , escribir “2”, seguido escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, seguido del signo de multiplicación “\*”, seguido hacer un clic en el valor del “Coeficiente de difusión advectivo y molecular D”, escribir el signo “\$” a

ambos lados de la letra  $F$  ( $\$F\$13$ ), seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor del: “*Tiempo  $t$* ” de la misma fila donde está trabajando la celda (en este caso “ $H3$ ”), cierre de paréntesis doble “ $)$ ”, en la barra de fórmulas aparecerá lo siguiente:

$$=1000000*($F$8/((\$F$11*\$F$12)*(4*PI()*\$F$13*H3)^(1/2)))*EXP(-1*(\$F$10-\$F$14*H3)^2/(4*\$F$13*H3))$$

viii. En la celda “ $J3$ ” está creado la fórmula para el cálculo de la concentración a partir de la ecuación de Potter (1998), oprimir la tecla “*enter*”, la celda mostrará el siguiente resultado:

0,00

ix. Ubicarse de nuevo en la celda “ $J3$ ”, ubicar el cursor en la esquina inferior derecha, moverlo hasta que aparezca “+”, mantener oprimido el botón izquierdo y al mismo tiempo arrastrar el cursor según la flecha, como se muestra (ver fig. 4):

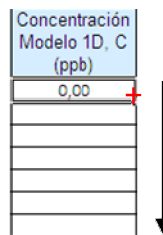


Fig. 4. Copia de una celda.  
Fuente: elaboración propia.

x. Mover el ratón hasta completar el cuadro con los valores del cálculo (en este caso debe detenerse en “ $J36$ ”), quedando de la siguiente forma (ver fig. N° 5):

| Tiempo, $t$<br>(s) | Dato experimental<br>(ppb) | Concentración<br>Modelo 1D, C<br>(ppb) |
|--------------------|----------------------------|----------------------------------------|
| 60                 | 0,21                       | 0,00                                   |
| 180                | 0,44                       | 0,44                                   |
| 240                | 500,00                     | 293,24                                 |
| 300                | 1.050,00                   | 1385,09                                |
| 330                | 810,00                     | 1095,45                                |
| 360                | 550,00                     | 553,13                                 |
| 390                | 365,00                     | 197,82                                 |
| 420                | 260,00                     | 53,97                                  |
| 450                | 147,00                     | 11,86                                  |
| 540                | 32,00                      | 0,05                                   |
| 570                | 26,00                      | 0,01                                   |
| 600                | 19,50                      | 0,00                                   |
| 630                | 11,70                      | 0,00                                   |
| 660                | 8,10                       | 0,00                                   |
| 690                | 5,40                       | 0,00                                   |
| 720                | 4,50                       | 0,00                                   |
| 780                | 2,30                       | 0,00                                   |
| 840                | 1,50                       | 0,00                                   |
| 900                | 1,40                       | 0,00                                   |
| 1.020              | 0,32                       | 0,00                                   |
| 1.080              | 0,10                       | 0,00                                   |
| 1.140              | 0,13                       | 0,00                                   |
| 1.200              | 0,13                       | 0,00                                   |
| 1.800              | 0,21                       | 0,00                                   |
| 1.860              | 0,17                       | 0,00                                   |
| 1.920              | 0,13                       | 0,00                                   |
| 2.340              | 0,24                       | 0,00                                   |
| 2.400              | 0,13                       | 0,00                                   |
| 3.270              | 1,70                       | 0,00                                   |
| 3.870              | 0,67                       | 0,00                                   |
| 4.170              | 0,75                       | 0,00                                   |
| 4.480              | 0,55                       | 0,00                                   |
| 5.010              | 0,28                       | 0,00                                   |
| 5.310              | 0,40                       | 0,00                                   |

Fig. 5. Muestra las celdas copiadas de la concentración modelo 1D.  
Fuente: elaboración propia.

xi. Para crear la fórmula del: “*Error relativo*”, hacer un clic en la celda “K4”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, escribir el signo “=”, seguido escribir “abs”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en el valor de “*Concentración Modelo 1D, C (ppb)*” de la misma fila (en este caso la celda “J4”), seguido del signo “-”, hacer un clic en el valor de “*Dato experimental (ppb)*” de la misma fila (en este caso la celda “I4”), seguido del signo división “/”, hacer un clic en el valor de “*Dato experimental (ppb)*” de la misma fila (en este caso la celda “I4”), oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda “K4” mostrará el valor del cálculo del “*Error relativo*”, como sigue:

0,00%

xii. Repetir los pasos x y xi, quedando de la siguiente forma (ver fig. 6):

| Tiempo, t<br>(s) | Dato experimental<br>(ppb) | Concentración<br>Modelo 1D, C<br>(ppb) | Error relativo |
|------------------|----------------------------|----------------------------------------|----------------|
| 60               | 0.21                       | 0.00                                   |                |
| 180              | 0.44                       | 0.44                                   | 0.00%          |
| 240              | 500.00                     | 293.24                                 | 41.35%         |
| 300              | 1.050.00                   | 1385.09                                | 31.91%         |
| 330              | 810.00                     | 1095.45                                | 35.24%         |
| 360              | 550.00                     | 553.13                                 | 0.57%          |
| 390              | 365.00                     | 197.82                                 | 45.80%         |
| 420              | 260.00                     | 53.97                                  |                |
| 450              | 147.00                     | 11.86                                  |                |
| 540              | 32.00                      | 0.05                                   |                |
| 570              | 26.00                      | 0.01                                   |                |
| 600              | 19.50                      | 0.00                                   |                |
| 630              | 11.70                      | 0.00                                   |                |
| 660              | 8.10                       | 0.00                                   |                |
| 690              | 5.40                       | 0.00                                   |                |
| 720              | 4.50                       | 0.00                                   |                |
| 780              | 2.50                       | 0.00                                   |                |
| 840              | 1.50                       | 0.00                                   |                |
| 900              | 1.40                       | 0.00                                   |                |
| 1.020            | 0.32                       | 0.00                                   |                |
| 1.080            | 0.10                       | 0.00                                   |                |
| 1.140            | 0.13                       | 0.00                                   |                |
| 1.200            | 0.13                       | 0.00                                   |                |
| 1.800            | 0.21                       | 0.00                                   |                |
| 1.860            | 0.17                       | 0.00                                   |                |
| 1.920            | 0.13                       | 0.00                                   |                |
| 2.340            | 0.24                       | 0.00                                   |                |
| 2.400            | 0.13                       | 0.00                                   |                |
| 3.270            | 1.70                       | 0.00                                   |                |
| 3.870            | 0.67                       | 0.00                                   |                |
| 4.170            | 0.75                       | 0.00                                   |                |
| 4.480            | 0.55                       | 0.00                                   |                |
| 5.010            | 0.28                       | 0.00                                   |                |
| 5.310            | 0.40                       | 0.00                                   |                |

Fig. 6. Muestra las celdas copiadas del error relativo.  
Fuente: elaboración propia.

xiii. Para el cálculo del “*Error promedio (Validación)* =” hacer un clic en la celda “K37”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, escribir el signo “=”, ubicarse en la barra de menú, hacer un clic en “Inicio”, ubicar “ $\Sigma$  Autosuma” y hacer un clic en “▼”, en seguida se abrirá una ventana, seleccionar “*promedio*”, hacer un clic, en seguida mostrará en la barra de fórmulas lo siguiente:

=PROMEDIO(K3:K36)

xiv. Oprimir la tecla “enter”, en seguida aparecerá el valor del cálculo:

25,81%

Nota: debe asegurar que el promedio sea desde k3 hasta k36 que son todas las celdas relacionadas al cálculo, para este caso solo aparecen 6 celdas con valores, el resto no se tomaron en cuenta ya que las concentraciones del modelo 1D son muy pequeñas.

### 2.1.2 Estaciones B y C.

xv. Se repite las mismas instrucciones desde i hasta xv, cuidando que debe ubicar para cada corrida su correspondiente hoja de la estación “B” o “C”.

### 3. Dispersión turbulenta.

#### 3.1 Caso A: fuente puntual

##### 3.1.1 Datos de entrada

i. Buscar la hoja: “Índice”, ubicarse en el título “Caso A Fuente puntual”, hacer un clic en el vínculo “*Datos de entrada*”, en seguida se abrirá la hoja: “*Datos de entrada caso A*”, introducir siguientes datos: Masa del contaminante,  $M$  (kg); Coordenada  $X$  de la fuente,  $X_0$  (m); Coordenada  $Y$  de la fuente,  $Y_0$  ( m ); Coordenada  $Z$  de la fuente,  $Z_0$  (m); Tiempo inicial de la descarga,  $t_0$  (s); Longitud del río,  $X_n$  (m); Ancho promedio del río,  $Y_n$  (m); Profundidad promedio del río,  $Z_n$  (m); Tiempo transcurrido después de la descarga,  $t$  (s); Velocidad del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s); Velocidad del Río en la dirección de  $Y$ ,  $v$  (m/s); Velocidad del Río en la dirección de  $Z$ ,  $w$  (m/s) y Pendiente del río,  $S$  (m/m).

##### 3.1.2 Valores constantes

ii. Marcar el vínculo en forma de gota , en seguida se abrirá la hoja: Índice, ubicarse en el título “Caso A Fuente puntual”, hacer un clic en el vínculo: “*Valores constantes*”, en seguida se abrirá la hoja: “*Valores constantes caso A*”, introducir los siguientes datos: aceleración de la gravedad,  $g$  (m/s<sup>2</sup>); constantes de dispersión turbulenta,  $C_X$ ,  $C_Y$  y  $C_Z$  (adim); variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ ,  $\alpha$  (m<sup>-1</sup>); constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial ( $X,Y$ ),  $C_S$  (m<sup>2/3</sup>/s) y constante de velocidad de reacción,  $K$  (s<sup>-1</sup>).

##### 3.1.3 Cálculos variables

##### Radio Hidráulico

iii. Para crear la fórmula del “Radio hidráulico” ( $R_H = \frac{ZY}{2Z+Y}$ ), ubicarse en la celda “C10” para este caso, hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, en seguida abrir paréntesis “(”, ubicarse en los “*Botones de desplazamiento*

de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “*Datos de entrada caso A*”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer clic en el valor de “*Profundidad promedio del río,  $Z_n$* ”, a continuación escribir el signo de multiplicación “\*”, en seguida hacer un clic en el valor del “*Ancho promedio del río,  $Y_n(m)$* ”, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “2”, seguido del signo de multiplicación “\*”, hacer clic en el valor de “*Profundidad promedio del río,  $Z_n$* ”, a continuación escribir el signo de suma “+”, en seguida hacer un clic en el valor del “*Ancho promedio del río,  $Y_n(m)$* ”, cerrar paréntesis “)”, en la barra de fórmulas debe mostrar la siguiente sintaxis:

=('Datos de entrada caso A!C14\*'Datos de entrada caso A!C13)/(2\*'Datos de entrada caso A!C14+'Datos de entrada caso A!C13)

iv. Oprimir la tecla “enter” y la celda mostrará el resultado del cálculo, como sigue:

7,5

### Ángulo de inclinación del río

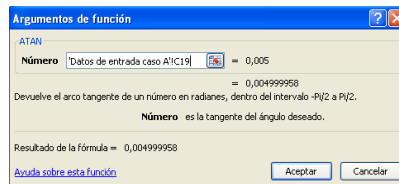
xvi. Para crear la fórmula del “Ángulo de inclinación del río”  $\left[ \tan^{-1} \left( S * \frac{180}{\pi} \right) \right]$ , oprimir el botón “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, ubicarse en la barra de menú, hacer un clic en “Inicio”, ubicar “ $\Sigma$  Autosuma” y hacer un clic en “▼”, en seguida se abrirá una ventana, seleccionar “Mas funciones”, hacer un clic, en seguida mostrará la ventana: “Insertar función”, ubicarse en la barra de “O seleccionar una categoría”, hacer un clic en el botón “v”, en seguida se abrirá una ventana, seleccionar “Matemáticas y trigonométricas”, hacer un clic, ubicarse en la barra de: “Seleccionar una función”, desplazar con el botón de desplazamiento hasta encontrar “ATAN” (arco tangente) y hacer un clic, oprimir el botón aceptar, en seguida se abrirá una ventana de: “Argumentos de función”, ubicarse en la barra “Número” y hacer un clic sobre el botón , en



seguida se ampliará la barra de “Argumentos de función”



ubicarse en los “Botones de desplazamiento de etiquetas” del SDCR, encontrar la etiqueta: “Datos de entrada caso A”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de “Pendiente del rio, S”, y hacer un clic sobre el botón , la ventana mostrará lo siguiente:



xvii. Oprimir el botón “Aceptar”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,005

xviii. Hacer un clic en la barra de fórmulas, después de “=ATAN(‘Datos de entrada caso A’!C19)”, en seguida escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “180” y escribir el signo de división “/”, seguido escribir  $\pi$  “PI()”, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=ATAN('Datos de entrada caso A'!C19)\*(180/PI())

v. Oprimir la tecla “enter”, la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,2865

### Coeficiente de Manning

vi. Para crear la fórmula del “Coeficiente de Manning”  $\left(N_m = \frac{R_H^{2/3} S^{1/2}}{u_g^{1/2}}\right)$ , ubicarse en la celda “C12” para este caso y hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, hacer un clic en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en el valor del “Radio hidráulico”, oprimir simultáneamente las teclas: Shift y  $\wedge$ , abrir

paréntesis “(”, escribir “2/3”, cerrar paréntesis “)”, en seguida escribir el signo de multiplicación “\*”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “*Datos de entrada caso A*”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la “*Pendiente del río, S*”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “1/2”, cerrar paréntesis doble “))”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en el valor de: “*Velocidad del Río en la dirección de X, u*”, en seguida escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la etiqueta: “*Valores constantes caso A*”, hacer clic en el valor de: “*Aceleración de la gravedad, g*”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “1/2”, cerrar paréntesis doble “))”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=(C10^{(2/3)}*Datos\ de\ entrada\ caso\ A!C19^{(1/2)})/('Datos\ de\ entrada\ caso\ A!C16*Valores\ constantes\ caso\ A!D10^{(1/2)})$$

vii. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,0865

### Coeficiente de Chézy

viii. Para crear la fórmula del “*Coeficiente de Chézy*”  $\left(N_c \frac{u}{\sqrt{R_{HS}g}}\right)$ , ubicaese en la celda “*C13*” para este caso, y hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, hacer un clic en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “*Datos de entrada caso A*”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la “*Velocidad del Río en la dirección de X, u*”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “*Cálculos variables caso A*”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor del “*Radio hidráulico*”, en seguida escribir el signo de multiplicación “\*”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “*Datos de entrada*

caso A", hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de "Pendiente del rio", escribir el signo de multiplicación "\*", ubicar los "Botones de desplazamiento de etiquetas", encontrar la etiqueta: "Valores constantes caso A", hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la "Aceleración de la gravedad", cerrar paréntesis ")", oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis "(", escribir "1/2", cerrar paréntesis ")", la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=Dato de entrada caso A!C16/(C10\*Dato de entrada caso A!C19\*Valores constantes caso A!D10)^(1/2)

ix. Oprimir la tecla "enter", en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,6496

#### Velocidad de fricción

x. Para crear la fórmula de la "Velocidad de fricción" ( $V^* = \sqrt{gR_H S}$ ), ubicarse en la celda "C14" para esta caso y hacer un clic, oprimir el botón "supr", ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo "=", abrir paréntesis "(", ubicar los "Botones de desplazamiento de etiquetas", encontrar la etiqueta: "Valores constantes caso A", hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la "Aceleración de la gravedad, g", escribir el signo de multiplicación "\*", ubicar los "Botones de desplazamiento de etiquetas", encontrar la etiqueta: "Cálculos variables caso A", hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de "Radio hidráulico,  $R_H$ ", escribir el signo de multiplicación "\*", ubicar los "Botones de desplazamiento de etiquetas", encontrar la etiqueta: "Dato de entrada caso A", hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la "Pendiente del rio, S", cerrar paréntesis ")", oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis "(", escribir "1/2", cerrar paréntesis ")", la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=('Valores constantes caso A'!D10\*'Cálculos variables caso A'!C10\*'Datos de entrada caso A'!C19)^(1/2)

xi. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,6062

#### Coeficiente de dispersión plano superficie X

xii. Para crear la fórmula de: “*Coeficiente de dispersión plano superficie X*” ( $D_{X0} = C_X R_H V^*$ ), ubicarse en la celda “C15” para este caso y hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “Valores constantes caso A”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la “Constante de dispersión turbulenta,  $C_X$ ”, escribir el signo de multiplicación “\*”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “Cálculos variables caso A”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de “Radio hidráulico”, escribir “\$” a ambos lados de la letra C “\$C\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, en seguida hacer un clic en el valor de: “Velocidad de fricción”, escribir “\$” a ambos lados de la letra C “\$C\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

='Valores constantes caso A'!D11\*\$C\$10\*\$C\$14

xiii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

2273,3167

#### Coeficientes de dispersión plano superficies Y

xiv. Para crear la fórmula de: “*Coeficiente de dispersión plano superficie Y*” ( $D_{Y0} = C_Y R_H V^*$ ), ubicarse en la celda “C16” para esta caso y hacer un clic,

oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “Valores constantes caso A”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de la “Constante de dispersión turbulenta,  $C_Y$ ”, escribir el signo de multiplicación “\*”, ubicar los “Botones de desplazamiento de etiquetas”, encontrar la etiqueta: “Cálculos variables caso A”, hacer un clic y en seguida se abrirá la hoja, hacer un clic en el valor de “Radio hidráulico”, escribir el signo de multiplicación “\*”, en seguida hacer un clic en el valor de: “Velocidad de fricción\*”.

Nota: Como las fórmulas de “Coeficiente de dispersión plano superficie X, Y y Z” son muy semejante, solo cambia en las “Constante de dispersión turbulenta,  $C_X$ ,  $C_Y$  y  $C_Z$ ”, se copia la celda “C15” hasta la celda “C17”, si se ubica en cada celda (C16 y C17), la barra de fórmulas mostrará para el “Coeficiente de dispersión plano superficie Y” y para el “Coeficiente de dispersión plano superficie Z”. Seguir las instrucciones desde vii hasta viii y para copiar ix y x.

La barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

|                                                |
|------------------------------------------------|
| =Valores constantes caso A!D12*\$C\$10*\$C\$14 |
|------------------------------------------------|

|                                                |
|------------------------------------------------|
| =Valores constantes caso A!D13*\$C\$10*\$C\$14 |
|------------------------------------------------|

xv. Oprimiendo la tecla “enter” en cada caso, la celdas C16 y C17 mostrarán el resultado de cada uno:

|        |
|--------|
| 3,2736 |
|--------|

|        |
|--------|
| 0,3046 |
|--------|

### 3.1.4 Cálculos de la corrida

Para crear las fórmulas de los cálculos de la corrida caso A, en la hoja: “Índice”, ubicarse en el vínculo: “Corrida caso A” y hacer un clic, en seguida se abrirá la hoja. En la parte superior del cuadro se puede observar: variables

de entrada, cálculos y datos (cada uno está vinculado). En el cuadro se muestra cada variable, a continuación se describe cada uno.

### Fracción de X

xvi. Para crear la fórmula  $(X - X_0)$ , hacer un clic en la celda, en este caso B40.

Nota: esta fórmula es un artificio matemático para generar las fracciones de la distancias.

xvii. Oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer clic en la celda A40, escribir el signo de multiplicación “\*”, seguido hacer un clic en el valor de “ $\Delta X$ ”, escribir el símbolo “\$” a ambos lados de la letra H “\$H\$” para que al copiar la celda el valor se repita, ubicarse al final de la sintaxis en la barra de fórmulas, seguido escribir el signo de restar “-”, hacer un clic en el valor de la “*Coordenada X de la fuente,  $X_0$* ”, escribir el símbolo “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=A40\*\$H\$7-\$F\$7

xviii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,00E+01

xix. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda B40 hasta obtener 10 resultados.

### Fracción de Y, Z y t

xx. Para crear las fórmulas  $(Y - Y_0)$ ,  $(Z - Z_0)$  y  $(t - t_0)$ , hacer un clic en la celda, en este caso C40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”,

hacer clic en la celda F8, escribir el símbolo “\$” a ambos lados de la letra H “\$H\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=F\$8

xxi. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,00E+01

xxii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda B40 hasta obtener 10 resultados.

xxiii. Ubicarse en la celda C40, copiar la celda hacia la derecha, hasta la celda E40, copiar las celdas hacia abajo, todas las celdas copiadas tendrán el mismo resultado, debido a que la variable es X y se mantienen constantes Y, Z y t.

xxiv. Para crear la fórmula de  $[r = (X^2 + Y^2)^{1/2}]$  hacer un clic en la celda, en este caso K40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis “(“, hacer un clic en la celda B40, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo “+”, hacer un clic en la celda C40, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “0,5”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=(B40^2+C40^2)^0,5

xxv. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,00E+01

xxvi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda K40 hasta obtener 10 resultados.

#### Coeficiente de dispersión $D_x$

xxvii. Para crear la fórmula del “Coeficiente de dispersión”  $[D_x = D_{x0} + C_s \cdot r^{4/3} (1 - \alpha Z)]$ , hacer un clic en la celda L40 para este caso, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en el valor de “Coeficiente de dispersión plano superficie  $X$ ,  $D_{x0}$ ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en el valor de “Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial  $(X,Y)$ ,  $C_s$ ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda K40, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “4/3”, cerrar paréntesis doble “))”, escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, escribir el signo de restar “-”, hacer un clic en el valor de “Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ ,  $\alpha$ ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda D40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$=\$F\$31+\$F\$35*(K40^{(4/3)})*(1-\$F\$34*D40)$

xxviii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

2273,3293

xxix. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda L40 hasta obtener 10 resultados.

#### Coeficiente de dispersión $D_y$



xxx. Para crear la fórmula del “*Coeficiente de dispersión*”  $[D_Y = D_{Y0} + C_S * r^{4/3} (1 - \alpha Z)]$ , hacer un clic en la celda M40 para este caso, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en el valor de “*Coeficiente de dispersión plano superficie Y, D<sub>Y0</sub>*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en el valor de “*Constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (X,Y), C<sub>S</sub>*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda K40, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “4/3”, cerrar paréntesis doble “))”, escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, escribir el signo de restar “-”, hacer un clic en el valor de “*Variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad Z,  $\alpha$* ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda D40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=\$F\$32+\$F\$35\*(K40^(4/3))\*(1-\$F\$34\*D40)

xxxi. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

3,2862

xxxii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda M40 hasta obtener 10 resultados.

#### Coeficiente de dispersión $D_z$

xxxiii. Para crear la fórmula de  $(D_Z = C_Z V * Z_n)$ , hacer un clic en la celda, en este caso N40, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en el valor de “*Constante de dispersión turbulenta, C<sub>Z</sub>*”, escribir “\$” a ambos lados de

la letra F “\$F\$”, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor de “*Velocidad de fricción, V\**”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en el valor de la “*Profundidad promedio del río, Z<sub>n</sub>*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=F\$30\*F\$27\*F\$14

xxxiv. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,2185

xxxv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda N40 hasta obtener 10 resultados.

xxxvi. Para crear la fórmula de  $\gamma_x \left( \gamma_x = \frac{(X' - ut')^2}{4D_x t'} \right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso F40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis doble “((", hacer clic en la celda B40, escribir el signo de restar “-”, hacer clic en el valor de “*Velocidad del Río en la dirección de X, u*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, cerrar paréntesis “)”, seguido escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(“, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda L40, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=((B40-\$F\$17\*E40)^2)/(4\*L40\*E40)

xxxvii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,2219E-05

xxxviii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda F40 hasta obtener 10 resultados.

xxxix. Para crear la fórmula de  $\gamma_Y \left( \gamma_Y = \frac{(Y' - vt')^2}{4D_Y t'} \right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso G40, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis doble “(”, hacer clic en la celda C40, escribir el signo restar “-”, hacer clic en el valor de “Velocidad del Río en la dirección de Y, v”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de división “/”, seguido abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda M40, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=((C40-\$F\$18\*E40)^2)/(4\*M40\*E40)

xl. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

6,9999E-03

xli. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda G40 hasta obtener 10 resultados.

xlii. Para crear la fórmula de  $\gamma_Z \left( \gamma_Z = \frac{(Z' - wt')^2}{4D_Z t'} \right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso H40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis

doble “(”, hacer clic en la celda D40, escribir el signo restar “-”, hacer clic en la “Velocidad del Río en la dirección de Z, w”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de división “/”, seguido abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda N40, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=((D40-\$F\$19 * E40)^2)/(4 * N40 * E40)$$

xlili. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$1,8878E-02$$

xliv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda H40 hasta obtener 10 resultados.

xliv. Para crear la fórmula de  $\gamma_T$  ( $\gamma_T = \gamma_X + \gamma_Y + \gamma_Z$ ), hacer un clic en la celda, en este caso I40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer clic en la celda F40, escribir el signo sumar “+”, hacer clic en la celda G40, escribir el signo de sumar “+”, hacer clic en la celda H40, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=F40+G40+H40$$

xlvi. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$2,5890E-02$$

xlvii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda I40 hasta obtener 10 resultados.

xlvi. Para crear la fórmula de  $\exp(-\gamma_T)$ , hacer un clic en la celda, en este caso J40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, escribir el signo “-” y “1”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda I40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=EXP(-1\*I40)

xlix. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

9,7444E-01

I. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda J40 hasta obtener 10 resultados.

li. Para crear la fórmula de  $\sqrt{D_X D_Y D_Z}$ , hacer un clic en la celda, en este caso O40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir raíz, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda L40, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda M40, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda N40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=RAIZ(L40\*M40\*N40)

lii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

9,54E+01

liii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda O40 hasta obtener 10 resultados.

liv. Para crear la fórmula de  $C_i(X', Y', Z', t') = \frac{M e^{-kt'}}{8(\pi t')^{3/2} \sqrt{D_X D_Y D_Z}} \exp(-\gamma)$ , hacer un clic en la celda, en este caso P40, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en el valor de la “Masa del contaminante,  $M$ ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, escribir el signo “-”, hacer un clic en el valor de la “Constante de velocidad de reacción,  $r$ ”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda I40, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “8”, escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “PI()”, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda E40, cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , abrir paréntesis “(”, escribir “3/2”, cerrar paréntesis “)”, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda O40, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=\$F\$6\*EXP(-\$F\$36\*E40)\*EXP(-I40)/(8\*(PI()\*E40)^(3/2)\*O40)

lv. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

8,4916E-04

lvi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda P40 hasta obtener 10 resultados.

lvii. Para crear la fórmula de  $[C_i(X', Y', Z', t')1000]$  hacer un clic en la celda, en este caso Q40, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en la celda P40, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, seguido escribir 1000, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=P40\*1000

Nota: se multiplica por 1000 para convertir las unidades de  $\text{kg/cm}^3$  a  $\text{mg/l}$ .

lviii. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,8492

lix. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda O40 hasta obtener 10 resultados.

### 3.2 Caso B: fuente continua

#### 3.2.1 Datos de entrada

i. Buscar la hoja: “*Índice*”, ubicarse en el título “Caso B Fuente Continua”, hacer un clic en el vínculo “*Datos de entrada*”, en seguida se abrirá la hoja: “*Datos de entrada caso B*”, introducir siguientes datos: Flujo másico del contaminante,  $Q$  (kg/s); Posición de la fuente contaminante,  $X_0$ ,  $Y_0$  y  $Z_0$  (m); Tiempo inicial de la descarga,  $t_0$  (s); Longitud del río,  $X_n$  (m); Ancho promedio del río,  $Y_n$  (m); Profundidad promedio del río,  $Z_n$  (m); Tiempo transcurrido después de la descarga,  $t_n$  (s); Velocidad del Río en la dirección de  $X$ ,  $u$  (m/s); Velocidad del Río en la dirección de  $Y$ ,  $v$  (m/s); Velocidad del Río en la dirección de  $Z$ ,  $w$  (m/s) y Pendiente del río,  $S$  (m/m).

#### 3.2.2 Valores constantes

ii. Marcar el vínculo en forma de gota , en seguida se abrirá la hoja: “*Índice*”, ubicarse en el título “Caso B Fuente Continua”, hacer un clic en el

vínculo: “Valores constantes”, en seguida se abrirá la hoja: “Valores constantes caso B”, introducir los siguientes datos: aceleración de la gravedad,  $g$  ( $\text{m/s}^2$ ); constantes de dispersión turbulenta,  $C_X$ ,  $C_Y$  y  $C_Z$  (adim); variación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, con respecto a la profundidad  $Z$ ,  $\alpha$  ( $\text{m}^{-1}$ ); constante del coeficiente de dispersión turbulento superficial (X,Y),  $C_S$  ( $\text{m}^{2/3}/\text{s}$ ) y constante de velocidad de reacción,  $K$  ( $\text{s}^{-1}$ ).

### 3.2.3 Cálculos variables

iii. Marcar el vínculo en forma de gota , en seguida se abrirá la hoja: “Índice”, ubicarse en el título “Caso B Fuente Continua”, hacer un clic en el vínculo: “Cálculos variables”, en seguida se abrirá la hoja: “Cálculos variables caso B”, seguir las instrucciones de los siguientes ítems para crear las fórmulas según corresponda.

#### Radio Hidráulico

iv. Para crear la fórmula de  $\left(R_H = \frac{ZY}{2Z+Y}\right)$  hacer un clic en la celda, en este caso C7, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, seguir las instrucciones de los ítems iii y iv, en la barra de fórmulas debe mostrar la siguiente sintaxis:

=('Datos de entrada caso A'!C14\*'Datos de entrada caso A'!C13)/(2\*'Datos de entrada caso A'!C14+'Datos de entrada caso A'!C13)

v. Oprimir el botón “enter” y la celda mostrará el resultado del cálculo, como sigue:

7,5

#### Coeficiente de Chézy



vi. Para crear la fórmula del “*Coeficiente de Chézy*”  $\left(N_c \frac{u}{\sqrt{R_H S g}}\right)$ , hacer un clic en la celda C8 para este caso, oprimir el botón “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, seguir las instrucciones de los ítems *viii* y *ix*, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=Datos de entrada caso B!C16/(C7\*Datos de entrada caso B!C19\*Valores constantes caso B!C7)^(1/2)

vii. Oprimir el botón “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

1,6496

#### Velocidad de fricción

viii. Para crear la fórmula de la “*Velocidad de fricción*”  $(V^* = \sqrt{g R_H S})$  hacer un clic en la celda “C9” para esta caso, oprimir el botón “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, seguir las instrucciones de los ítems *x* y *xi*, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=(Valores constantes caso B!C7\*C7\*Datos de entrada caso B!\$C\$19)^(1/2)

ix. Oprimir el botón “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,6062

#### Coeficientes de dispersión plano superficies X

x. Para crear la fórmula de: “*Coeficiente de dispersión plano superficie X*”  $(D_{X0} = C_X R_H V^*)$  oprimir el botón “*supr*”, hacer doble clic en la celda, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el

signo "=", seguir las instrucciones de los ítems *xii* y *xiii*, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=Valores constantes caso B! $C8 \cdot C7 \cdot C9$

xi. Oprimir el botón "enter", en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

2273,3167

#### Coeficientes de dispersión plano superficies Y y Z

xii. Para el cálculo de los coeficientes de dispersión plano superficies Y y Z, seguir las instrucciones de los ítems *xiv* y *xv*, ubicarse en las celdas correspondientes, la barra de fórmulas mostrará para cada caso lo siguiente:

=Valores constantes caso B! $C9 \cdot C7 \cdot C9$

=Valores constantes caso B! $C10 \cdot C7 \cdot C9$

xiii. Oprimiendo la tecla "enter" en cada celda, mostrará el resultado del cálculo, según el caso:

3,2736

0,3046

#### 3.2.4 Cálculos de la corrida

Para crear las fórmulas de los cálculos de la corrida caso B, en la hoja: "Índice", ubicarse en el vínculo: "Corrida caso B" y hacer un clic, en seguida se abrirá la hoja. En la parte superior del cuadro se puede observar: variables de entrada, cálculos y datos (cada uno está vinculado). En el cuadro se muestra cada variable, a continuación se describe cada uno.

#### Fracción de X

xiv. Para crear la fórmula  $(X - X_0)$ , hacer un clic en la celda, en este caso B36, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, seguir las instrucciones de los ítems *xx* y *xxiii* (ver corrida caso A), la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

|                    |
|--------------------|
| =A37*\$H\$7-\$F\$7 |
|--------------------|

xv. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

|          |
|----------|
| 1,00E+01 |
|----------|

xvi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems *x* y *xi* (ver corrida caso A) en la celda I36 hasta obtener 10 resultados.

#### Fracción de Y, Z y t

xvii. Para crear las fórmulas  $(Y - Y_0)$ ,  $(Z - Z_0)$  y  $(t - t_0)$ , hacer un clic en la celda (C36, D36 o E36, según corresponda), oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, seguir las instrucciones desde el ítem *xx* hasta *xxiii* (ver corrida caso A), la barra de fórmulas mostrará para cada caso lo siguiente:

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| =F\$8 | =F\$8 | =F\$8 |
|-------|-------|-------|

Nota: todas las celdas desde C36 hasta C45, D36 hasta D45 y E36 hasta E45, son iguales, debido a que Y, Z y t son constantes y X es la que varía.

xviii. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| 1,00E+01 | 1,00E+01 | 1,00E+01 |
|----------|----------|----------|

xix. Repetir las instrucciones según indica en los ítems *x* y *xi* (ver corrida caso A) en la celda I36 hasta obtener 10 resultados.

xx. Para crear la fórmula ( $X'u$ ), hacer un clic en la celda F36 para este caso, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, hacer un clic en la celda B36, seguido escribir el signo de multiplicación “\*”, seguido hacer un clic en el valor de la “*Velocidad del Río en la dirección de X, u*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=B36\*\$F\$15

xxi. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

11,00

xxii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  (ver corrida caso A) en la celda I36 hasta obtener 10 resultados.

xxiii. Para crear las fórmulas ( $Y'v$ ) y ( $Z'w$ ) hacer un clic en la celda G36 y H36 según corresponda para cada caso, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el signo “=”, seguir las instrucciones de los ítems  $xx$  y  $xxii$ , según corresponda para este caso, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=C36\*\$F\$16

=D36\*\$F\$17

xxiv. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

0,00

0,00

xxv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  (ver corrida caso A) en la celda I36 hasta obtener 10 resultados.

xxvi. Para crear la fórmula de  $[r = (X^2 + Y^2)^{1/2}]$  hacer un clic en la celda, en este caso I36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, a continuación escribir el símbolo “=”, seguir las instrucciones de los ítems xxiv y xxvi (ver corrida caso A), la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

`=(B36^2+C36^2)^(1/2)`

xxvii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

`1,10E+01`

xxviii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi (ver corrida caso A) en la celda I36 hasta obtener 10 resultados.

lx. Para crear la fórmula de  $D_X = D_{X0} + C_S r^{4/3} (1 - \alpha Z')$  hacer un clic en la celda, en este caso J36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas, hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, seguir las instrucciones de los ítems xii y xiii (ver corrida caso A), la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

`=$F$31+$F$24*(I36^(4/3))*(1-$F$23*D36)`

lxi. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

`2273,3311`

lxii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi (ver corrida caso A) en la celda J36 hasta obtener 10 resultados.

lxiii. Para crear las fórmulas de  $D_Y$  y  $D_Z$  seguir las instrucciones de los ítems xiv al xv, según corresponda a cada caso.

|                                            |
|--------------------------------------------|
| $=F\$33+F\$24*(I36^{(4/3)})*(1-F\$23*D36)$ |
|--------------------------------------------|

|                      |
|----------------------|
| $=F\$20*F\$30*F\$13$ |
|----------------------|

lxiv. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo para cada uno:

|        |
|--------|
| 3,2880 |
|--------|

|        |
|--------|
| 1,2185 |
|--------|

lxv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  (ver corrida caso A) en la celda J36 hasta obtener 10 resultados.

xxix. Para crear la fórmula de  $\theta = \left( \frac{X'u}{2D_X} + \frac{Y'v}{2D_Y} + \frac{Z'w}{2D_Z} \right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso M36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en la celda F36, escribir el signo de división “/”, seguido abrir paréntesis “(”, escribir “2”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda J36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la celda G36, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “2”, hacer un clic en la celda K36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la celda H36, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “2”, hacer clic en la celda L36, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

|                                        |
|----------------------------------------|
| $=F36/(2*J36)+G36/(2*K36)+H36/(2*L36)$ |
|----------------------------------------|

xxx. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

|          |
|----------|
| 0,002982 |
|----------|

xxxi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  (ver corrida caso A) en la celda M36 hasta obtener 10 resultados.

xxxii. Para crear la fórmula de  $\left\{a = \left(\frac{D_Y D_X X'^2 + D_X D_Z Y'^2 + D_X D_Y Z'^2}{4 D_X D_Y D_Z}\right)\right\}$ , hacer un clic en la celda, en este caso N36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda K36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda L36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda B36, oprimir simultáneamente las teclas: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la celda J36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda L36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda C36, oprimir simultáneamente las teclas: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la celda J36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda K36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda D36, oprimir simultáneamente las teclas: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “2”, cerrar paréntesis, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda J36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda K36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda L36, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=(K36*L36*B36^2+J36*L36*C36^2+J36*K36*D36^2)/(4*J36*K36*L36)$$

xxxiii. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$1,6119E-02$$

xxxiv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda N36 hasta obtener 10 resultados.

xxxv. Para crear la fórmula de  $\left\{b = \left(\frac{u^2}{4D_X} + \frac{v^2}{4D_Y} + \frac{w^2}{4D_Z}\right) + K\right\}$ , hacer un clic en la celda, en este caso O36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, a continuación escribir el símbolo “=”,

hacer un clic en el valor de la “*Velocidad del Río en la dirección de X, u*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda J36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la “*Velocidad del Río en la dirección de Y, v*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda K36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la “*Velocidad del Río en la dirección de Z, w*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, oprimir simultáneamente las teclas: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “4”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda L36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, hacer un clic en la “*Constante de velocidad de reacción, k*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$= \$F\$15^2 / (4 * J36) + \$F\$16^2 / (4 * K36) + \$F\$17^2 / (4 * L36) + \$F\$25$$

xxxvi. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$1,3809E-04$$

xxxvii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda O36 hasta obtener 10 resultados.

xxxviii. Para crear la fórmula de  $(\beta = a * b)$ , hacer un clic en la celda, en este caso P36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en la celda N36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda O36, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:



=N36\*O36

xxxix. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

2,2258E-06

xl. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda P36 hasta obtener 10 resultados.

xli. Para crear la fórmula de  $\left(w_1 = \sqrt{\frac{a}{t'}} + \sqrt{\frac{\beta t'}{a}}\right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso Q36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “raiz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda N36, escribir el signo de división “/”, hacer un clic en la celda E36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “raiz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda P36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda E36, escribir el signo de división “/”, hacer un clic en la celda N36, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=RAIZ(N36/E36)+RAIZ((P36\*E36)/N36)

xlii. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

7,7309E-02

xliii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda Q36 hasta obtener 10 resultados.

xliv. Para crear la fórmula de  $\left(w_2 = \sqrt{\frac{a}{t'}} - \sqrt{\frac{\beta t'}{a}}\right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso R36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “supr”, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “raiz”,

abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda N36, escribir el signo de división “/”, hacer un clic en la celda E36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de restar “-”, escribir “raiz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda P36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda E36, escribir el signo de división “/”, hacer un clic en la celda N36, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=RAIZ(N36/E36)-RAIZ((P36\*E36)/N36)

xliv. Oprimir la tecla “enter”, la celda mostrará el siguiente resultado:

2,99E-03

xlvi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems x y xi en la celda R36 hasta obtener 10 resultados.

xlvii. Para crear la fórmula de: “erf polinomio +”:

$$\text{erf } p+ = \left\{ 1 - \frac{1}{(1+0,278393w_1+0,230389w_1^2+0,000972w_1^3+0,078108w_1^4)} \right\},$$

hacer un clic en la celda, en este caso Y36, oprimir la tecla “supr”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “1”, escribir el signo de restar “-”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis doble “((”, escribir “1”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,278393”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda Q36, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,230389”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda Q36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,000972”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda Q36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “3”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,078108”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda Q36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “4”, cerrar paréntesis “)”, oprimir simultáneamente

los botones de su teclado: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “4”, cerrar paréntesis doble “))”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=1-(1/((1+0,278393*Q36+0,230389*Q36^2+0,000972*Q36^3+0,078108*Q36^4)^4))$$

xlvi. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$0,086595138$$

xli. Repetir las instrucciones según indica en los ítems *x* y *xi* en la celda Y36 hasta obtener 10 resultados.

I. Para crear la fórmula de: “erf polinomio -”:

$$\text{erf } p = \left\{ 1 - \frac{1}{(1+0,278393w_2+0,230389w_2^2+0,000972w_2^3+0,078108w_2^4)} \right\},$$

hacer un clic en la celda, en este caso Z36, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, oprimir la tecla “*supr*”, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “1”, escribir el signo de restar “-”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis doble “((”, escribir “1”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,278393”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda R36, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,230389”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda R36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “2”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,000972”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda R36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “3”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “0,078108”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda R36, oprimir simultáneamente los botones de su teclado: *Shitf* y  $\wedge$ , escribir “4”, cerrar paréntesis “))”, oprimir simultáneamente

los botones de su teclado: *Shift* y  $\wedge$ , escribir “4”, cerrar paréntesis doble “)”), la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=1-(1/((1+0,278393*R36+0,230389*R36^2+0,000972*R36^3+0,078108*R36^4)^4))$$

li. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$0,003327785$$

lii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $x_i$  en la celda Z36 hasta obtener 10 resultados.

liii. Para crear la fórmula de:  $(\tau = \{exp(2\sqrt{\beta})[1 - erf w_1] + exp(-2\sqrt{\beta})[1 - erf w_2]\})$ , hacer un clic en la celda, en este caso S36, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, escribir “2”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “raíz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda P36, cerrar paréntesis doble “)”), escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, escribir el signo de restar “-”, hacer un clic en la celda Y36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de sumar “+”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, escribir “-2”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “raíz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda P36, cerrar paréntesis doble “)”), escribir el signo de multiplicación “\*”, abrir paréntesis “(”, escribir “1”, el signo de restar “-”, hacer un clic en la celda Z36, cerrar paréntesis “)”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$$=EXP(2*RAIZ(P36))*(1-Y36)+EXP(-2*RAIZ(P36))*(1-Z36)$$

liv. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

$$1,90983712$$

lv. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda S36 hasta obtener 10 resultados.

lvi. Para crear la fórmula de:  $\left( C = \frac{Q \exp(\theta)}{16\pi \sqrt{a D_X D_Y D_Z}} \tau \right)$ , hacer un clic en la celda, en este caso T36, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en el valor del “*Flujo másico del contaminante, Q*”, escribir “\$” a ambos lados de la letra F “\$F\$”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “exp”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda M36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda S36, cerrar paréntesis “)”, escribir el signo de división “/”, abrir paréntesis “(”, escribir “16”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “PI()”, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “raíz”, abrir paréntesis “(”, hacer un clic en la celda N36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda J36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda K36, escribir el signo de multiplicación “\*”, hacer un clic en la celda L36, cerrar paréntesis doble “))”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

$=($F$6*EXP(M36)*S36)/(16*PI()*RAIZ(N36*J36*K36*L36))$

lvii. Oprimir la tecla “*enter*”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

3,1452E+00

lviii. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda T36 hasta obtener 10 resultados.

lix. Para crear la fórmula de:  $(C = T36 * 1000)$ , hacer un clic en la celda, en este caso U36, oprimir la tecla “*supr*”, ubicarse en la barra de fórmulas (ver fig. 1), hacer un clic, a continuación escribir el símbolo “=”, hacer un clic en la

celda T36, escribir el signo de multiplicación “\*”, escribir “1000”, la barra de fórmulas mostrará lo siguiente:

=T36\*1000

lx. Oprimir la tecla “enter”, en seguida la celda mostrará el resultado del cálculo:

3145,23

lxi. Repetir las instrucciones según indica en los ítems  $x$  y  $xi$  en la celda U36 hasta obtener 10 resultados.

### 3.2.5 Otros cálculos de la corrida.

lxii. Tanto para el caso A como el caso B, los cálculos están basados en la posición donde se requiere conocer el valor de la concentración en un espacio tridimensional, por ejemplo en los ítems 3.1.4 y 3.2.4 los cálculos de la variación concentración del contaminante se realizaron en función a la posición fija en “X”, mientras que el ancho “Y”, la profundidad “Z” y el tiempo “t” son constantes.

lxiii. Los cálculos de la variación de la concentración para una posición fija en “Y” y en “Z” siguen las mismas instrucciones descritas en los ítems 3.1.4 y 3.2.4, dejando fijo “Y” o “Z” fijo según sea el caso y el resto no varía.

lxiv. Los cálculos de la variación de la concentración para un tiempo fijo son similares a los ítems 3.1.4 y 3.2.4, donde las coordenadas “X”, “Y” y “Z” no varían.