UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACION MEDIA GENERAL

Autora: Licda. Emma González
Tutora: Msc. Gracieli Gálea

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2012

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÀREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACION MEDIA GENERAL

Autora: Licda. Emma C. González B.

Trabajo de Grado presentado ante el Área de Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar al Título de Magister en Educación Matemática.

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2012

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÀREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

VEREDICTO

Nosotros miembros del jurado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado, DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACION MEDIA GENERAL, presentado por: la Licenciada Emma González, titular de la cedula de identidad N° 9.509.705, para optar al título de Magister en Educación Matemática, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como:_____________________.

NOMBRE Y APELLIDO	**C.I**	**FIRMA DEL JURADO**

Valencia, Diciembre de 2012

DEDICATORIA

En primer lugar a Dios todopoderoso, por iluminarme el camino a seguir, darme el discernimiento y voluntad para culminar la Maestría.

A mi esposo Aquiles Gómez, por brindarme su perseverante compañía y apoyo.

A mi hija Eilin Gómez, por su constante ayuda y darme ánimos para seguir adelante, y recordarme siempre que toda obra que se empieza hay que culminarla.

A mi hijo Emmanuel Gómez, por su preocupación, estar pendiente de mí y motivarme siempre a culminar el proyecto.

A mi madre Carmen de González, por apoyarme siempre y a mi padre Félix González que en donde Dios lo tenga, su presencia y sus enseñanzas siempre están conmigo.

A mis hermanos Norka, Nívea, Nancy, Félix, Argenis, Hernán, Darwin González y Sonia Bracho por su apoyo incondicional y darme ánimos para continuar.

A mi cuñado José Ordoñez, por contar siempre con él.

A toda mi familia, gracias.

Lcda. Emma González

AGRADECIMIENTO

A Dios todopoderoso por haberme dado salud y vida para culminar la Maestría.

A mi esposo Aquiles Gómez, mis hijos Eilin y Emmanuel Gómez, por todo el apoyo y ayuda brindada, muchísimas gracias, los amo.

A mi madre Carmen González, por su apoyo incondicional.

A mi tutora, Msc. Gracieli Gálea por su apoyo y paciencia.

A las Msc. Nina Colombo y Doris Palacios por todo el conocimiento brindado.

A todo el personal del Área de Postgrado, Sesión de Grado, Control de Estudios, Programa Enseñanza de la Matemática, por su atención.

A mis compañeros de trabajo, Betty Albert, Erika Navarro, Marvis Bravo, Celia Hernández y otros por animarme a continuar y culminar el proyecto.

A la Directiva y Estudiantes de la Unidad Educativa "Padre Santiago Florencio Machado" por la colaboración brindada durante el desarrollo del Trabajo de Investigación.

Gracias…

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRÁFICOS

Universidad de Carabobo
Facultad de Ciencias de la Educación
Área de Estudios de Postgrado
Programa: Educación Matemática

DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL

AUTORA: Lcda. Emma González
TUTORA: Msc. Gracieli Gálea
AÑO: Diciembre, 2012

RESUMEN

El propósito de esta investigación fue diseñar una propuesta contextual, para el aprendizaje de la adición de números racionales dirigido a los estudiantes del primer año de educación media general, el estudio se fundamentó en la Teoría Sociocultural del Aprendizaje de Vygotsky (1978) y Aprendizaje Significativo de Ausubel (1963). La metodología estuvo enmarcada en una investigación descriptiva bajo la modalidad de proyecto factible, con un diseño de campo no experimental transeccional. La población estuvo conformada por ciento cincuenta estudiantes (150) del primer año de educación media general de las secciones “A”, “B”, “C”, “D”, “E”, “F” del período escolar 2010-2011 de la Unidad Educativa Nacional “Padre Santiago Florencio Machado” ubicado en Ciudad Alianza del Municipio Guacara del Estado Carabobo. Para la muestra se utilizó el criterio de muestreo no intencional quedando conformada por veinticuatro (24) estudiantes. Para la recolección de datos, se llevó a efecto por un diagnóstico que consistió en aplicar una prueba de rendimiento académico, de tipo objetiva de selección simple, que permitió detectar el grado de dificultad que presentan los estudiantes al realizar operaciones con números fraccionarios. La realización de la propuesta, se desarrolló a partir de tres (3) fases: diagnóstico, factibilidad y el diseño de la misma. El diseño consta de seis (6) sesiones con actividades recreativas, lúdicas, curiosidades matemáticas, entre otros, que le permitirán al estudiante reforzar el aprendizaje en la adición de números racionales. Este estudio se enmarcó en la línea de investigación Pedagogía y Didáctica de la Matemática.

Descriptores: propuesta contextual, adición, números racionales.

University of Carabobo
Faculty of Sciences of the Education
Area of Studies of Postdegree
Programm: Mathematical Education

CONTEXTUAL DESIGN IN THE PROCESS OF LEARNING CONTENT IN ADDITION THE RATIONAL NUMBERS IN THE FIRST YEAR OF EDUCATION MEDIA GENERAL

AUTHOR: Lcda. Emma González
TUTOR: Msc. Gracieli Gálea
YEAR: December, 2012

ABSTRACT

The purpose of this research was to design a proposal contextual to learning the addition of rational numbers in the first year of education media general, the study was based on the Sociocultural Learning theory of Vygotsky (1978) and Meaningful Learning by Ausubel (1963). The methodology was based in a descriptive investigation under the modality of feasible project, with a field design not experimental transeccional. The population consisted of one hundred fifty students (150) of the first year of education media general, sections "A", "B", "C", "D", "E", "F" of the 2010-2011 school year of the basic education in the National Educational Unit "Santiago Florencio Machado" in Alliance City Municipality Guacara Carabobo State. For the sample, using the criterion of being conformed unintentional sampling composed by twenty-four (24) students. For data collection, was put into effect by a diagnosis that was to apply a test of academic performance, objective type of simple selection, which allowed us to detect the degree of difficulty presented by the students to perform operations with fractional numbers. The implementation of the proposal, developed from three (3) phases: diagnosis, feasibility and design of it. The design consists of six (6) meetings with entertainment, games, trivia mathematics, among others, that will allow the student to reinforce learning in the addition of rational numbers. This study placed in the line of investigation Pedagogy and Didactics of the Mathematics.

Descriptors: Proposal context, addition, rational numbers.

INTRODUCCIÓN

Se vive un tiempo de cambios apresurados donde las exigencias del conocimiento cada día es mayor, y los estudiantes deben caminar a ese mismo ritmo, acompañados con las herramientas que le proporcionan los docentes en el proceso de enseñanza, que debe ser impartida como un proyecto social donde los estudiantes se apropian de lo aprendido y lo pongan en práctica en su vida diaria, como lo señala Tineo (2008), "el proceso de aprendizaje es continuo, por ello el estudiante va descubriendo, elaborando, reconstruyendo, reinventando y apropiando el conocimiento" (p.14).

En consecuencia, el trabajo intelectual de los estudiantes, en el aprendizaje del contenido de las matemáticas, debe estar sustanciado con actividades que le permitan desarrollar las capacidades que señala la autora, como lo son: deducir; que le permitirá obtener conclusiones de un conocimiento previo, el relacionar una situación con otra que conlleva establecer niveles de correspondencia entre dos o más cosas y elaborar síntesis, descubrir ideas principales y relevantes con acciones cognitivas tales como, planteamientos, formulación de problemas y relacionar distintos conceptos matemáticos.

Por otro lado, Ortiz (1989) citado por González (1997), enfatiza que una enseñanza efectiva de la matemática debe contener lo siguiente: enfrentar al estudiante con un problema original, ejemplificar con situaciones de la vida real (identificar en ella las cuestiones matemáticas), estimular a los estudiantes para que indaguen el siguiente argumento; ¿Para qué sirven los conocimientos matemáticos? (p. 83)

En esta misma perspectiva, en cuanto a la prioridad de entender y estar preparado para usar las matemáticas en la vida diaria, alguna de las manifestaciones de los Principios y Estándares para la Educación Matemática (2000), comprenden los seis aspectos principales para las matemáticas escolares: la igualdad, que expresa que la excelencia en la educación matemática requiere igualdad, grandes expectativas y un fuerte apoyo, exige que se hagan adaptaciones razonables y apropiadas, y que sean incluidos contenidos motivadores para promover el acceso y el logro. El currículo, se enfoca en el estudio de matemáticas relevantes, aquellas que preparan a los estudiantes para el estudio continuo y para resolver problemas en variados ámbitos, tales como: la escuela, el hogar o el trabajo. La enseñanza, requiere saber y comprender que es lo que ellos saben y necesitan aprender sobre las matemáticas; y luego motivarlos y apoyarlos para que las aprendan bien, es necesario que los docentes se actualicen frecuentemente en conocimientos matemáticos. Los estudiantes deben aprender las matemáticas entendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos, reflexionar sobre su propio razonamiento y así aprender de sus errores.

En este mismo orden, también se establece la evaluación como un principio donde debe apoyarse el aprendizaje de matemática relevante y proveer de información útil tanto a profesores como estudiantes. La retroalimentación derivada de las tareas de evaluación puede ayudarlos a fijarse metas asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje y lograr ser aprendices más independientes. De igual modo la tecnología es esencial en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, este medio puede influenciar positivamente en lo que se enseña y, a su vez, incrementar su aprendizaje.

Resulta claro, que los principios para las matemáticas escolares anteriormente nombradas presentan un lineamiento, e incluso pueden servir de guía para dirigir las enseñanzas de las matemáticas, donde se pretende realizar una transformación educativa en pro del desarrollo cognitivo de los mismos, aminorar el abandono de esta asignatura e incluso es motivo de repitencia en algunos grados escolares por la dificultad que presentan en la comprensión de problemas y operaciones matemáticas.

Cabe considerar, por otra parte, que el presente estudio se dirigió en elaborar una propuesta basada en estrategias de tipo contextual para el aprendizaje de la adición de números racionales en el primer año de educación media y general, que están formados por las fracciones. Este contenido que asume también los números enteros y sus propiedades más importantes, han presentado un problema de aprendizaje para muchos estudiantes, ya que se da el caso muestran dificultad para resolver operaciones, identificarlos, aplicar propiedades, resolver problemas e incluso graficar con este tipo de números, al respecto Godino (1998), recomienda que los "estudiantes deben abordar el contenido de las fracciones observando el entorno, buscando números en la calle, en los comercios, en los periódicos, en las facturas, en los envases e incluso aconseja que las fracciones conservan un uso social". (pp. 83-84).

En este sentido, el autor antes citado, refiere sobre los aspectos que conforman las fracciones, en primer lugar, que para que el niño conceptualice el número natural, tuvo que integrar distintos saberes (¿Dónde se emplean?, ¿para que se emplean?, ¿Cómo se presentan?, ¿Cómo se ordenan?, ¿Cómo se opera con ellos?, entre otros), la conceptualización del número racional la va elaborando en la medida en que ajusta y aumenta sus conocimientos sobre esos aspectos, por consiguiente es necesario enfatizar a los estudiantes la necesidad del conocimiento y utilidad de las fracciones, para ello es necesario aclararles en primer término, ¿Dónde se emplean las fracciones?, ¿Para qué se emplean?, ¿Cómo se representan?, ¿Qué función cumplen?, ¿Cómo se ordenan?. De esta manera, tendría más significado para el estudiante la necesidad de aprender sobre los números fraccionarios, y su uso social, que es de gran utilidad. Descubriendo de esta manera, relaciones significativas entre ideas abstractas y aplicaciones prácticas en el contexto del mundo real.

La finalidad del estudio es, cumplir con los requisitos establecidos en los programas de la asignatura matemática con la intención de orientar a los estudiantes en la comprensión, ejecución y aplicación de las operaciones básicas con números racionales. Además de ello, desarrollar una importante diversidad de competencias cognitivas que le permitan apreciar dicho contenido conceptualmente más que un desarrollo mecánico, tal proceso conceptual los proveerá de habilidades que le permitirán tomar decisiones al desarrollar problemas matemáticos donde ejecuten acciones propias del quehacer matemático tales como: identificar, interpretar, deducir, determinar, aplicar, formular y calcular; además el docente debe tener como objetivo facilitar todas las herramientas y crear el ambiente necesario para que se motiven y muestren interés por buscar soluciones a las operaciones matemáticas planteadas.

Siguiendo en los últimos años del siglo XX, donde ha habido cambios en el proceso educativo en que los paradigmas psicológicos han mostrado un interés particular por la actividad de los seres humanos, sobre todo en el proceso de su propio desarrollo, haciendo énfasis en las experiencias de aprendizaje, tomando como medio el contexto, de allí que muchos estudiosos como es el caso de Lev Vygotsky y David Ausubel, han desarrollado postulados construccionistas basados en los estudiantes. Por esta razón, este estudio toma como bases teóricas la teoría psicológica de Lev Vygotsky, que tiene su origen en lo social y cultural de la conducta individual y colectiva del sujeto, y de la internalización de normas, valores, entre otros, que se aplica de forma voluntaria a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Es decir, que todas las funciones psicológicas se originan como relaciones entre todos los seres humanos, desde la perspectiva más importante, como es el lenguaje (oral, escrito y el pensamiento), y a través del uso de herramientas y signos.

De igual modo, se toma como referencia teórica, la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel. El aprendizaje significativo, surge cuando el estudiante es constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender, y le da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee, es decir, construye nuevas ideas a partir de los conocimientos que ha adquirido anteriormente, este puede ser por descubrimiento o receptivo, debe ser de forma voluntaria y estar interesado en ella.

Con referente a la conceptualización básica, para el desarrollo del proyecto, en el marco teórico se hace referencia a todo lo concerniente al proceso de aprendizaje, en cuanto a lo que debe incurrir en las implicaciones del aprendizaje, los factores que inciden para que se pueda realizar los aprendizajes; de igual modo, lo que conlleva a los principios del aprendizaje, asimismo se nombran los estilos de aprendizaje y las operaciones mentales que se realizan en ese proceso, cabe destacar de acuerdo a las teorías que se aplicaron en el proyecto, también se sugieren qué tipo de actividades cognitivas deben realizar los estudiantes. Dentro de este orden, se especifica las diferentes dimensiones del aprendizaje e incluso los modelos de dimensiones que existen, también como se hace referencia sobre la selección de estrategias que se deben aplicar en el proceso de aprendizaje, en lo que respecta al contenido de los números racionales se reseña todo lo concerniente a las operaciones tanto de los números naturales, números enteros, y por consiguiente a los números racionales y el conjunto de las fracciones. La fundamentación filosófica, del proyecto también se respalda con los basamentos legales que rigen la educación venezolana, como son: La Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, Ley Orgánica de Educación (LOE) y La Ley Orgánica para la Protección del Niño, Niña y Adolescente (LOPNNA).

De tal forma, la investigación está compuesta de la siguiente manera:

El Capítulo I describe, al Planteamiento del Problema en el que se detalla la situación de los estudiantes a nivel nacional, regional y local; respecto a su rendimiento académico y de los conocimientos que ellos tienen en cuanto a los contenidos matemáticos y específicamente en el caso de los números racionales, y las deficiencias que presentan en el desarrollo de las operaciones matemáticas, lo que originó la elaboración de los objetivos de la investigación, por donde se ubicó el estudio y la justificación, la cual fue elaborada para defender los propósitos de la propuesta.

Asimismo, en el Capítulo II, se desarrolló la fundamentación teórica donde se desplegaron los antecedentes que dieron un aporte significativo a la investigación para el avance en las estrategias de aprendizaje de los estudiantes en el contenido matemático de la adición de números racionales. De igual modo se presentaron las bases teóricas, quienes constituyen la estructura y guía de la investigación, las bases legales, se refiere a leyes ejecutoras que sustentan a la investigación, dado que justifican la finalidad de la educación y el desarrollo cognoscitivo de los estudiantes. También se hizo alusión a terminologías que implican procesos de aprendizaje, en este mismo orden se incluyó contenidos matemáticos, específicamente las operaciones básicas y sus propiedades, finalmente definición de términos.

En el Capítulo III, se plantea el diseño del marco metodológico, lo cual está constituido por el tipo de investigación, diseño de la investigación, fases de la investigación debido a que es proyecto factible, determinación de la población y muestra, además de la selección y diseño de los instrumentos para la recolección de la información. El diseño se desarrolló en tres fases: diagnóstico, factibilidad y diseño de la propuesta.

En el Capítulo IV. Interpretación de los datos, producto de la aplicación del instrumento, donde salió el análisis de las conclusiones a las que arribó el estudio, siendo la de superior representación que los estudiantes presentan dificultades para realizar operaciones con números racionales, específicamente en la adición y sus propiedades. Por último, en el Capitulo V, se plantea la propuesta que consistió en el diseño de un material educativo con actividades para el aprendizaje de la adición de los números racionales, el mismo se estructuró de acuerdo al siguiente esquema: Presentación de la Propuesta, Justificación, Objetivos y Actividades del Material Educativo.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La matemática provee a las personas de conceptos, procedimientos y formas de razonamientos, que les ayudan a entender lo que ocurre en su entorno, además le facilite al individuo comprender otras disciplinas y el papel que juega el manejo de la información y de la tecnología actualmente, debido a ello, es importante resaltar el conocimiento matemático, ya que por medio de esta herramienta se puede tener acceso a las actividades productivas del mundo y del país.

En efecto, la matemática es una ciencia que le brinda al individuo los elementos necesarios para desarrollar el proceso creativo y le permite entenderla y transformarla en su nivel más elemental; responde a inquietudes prácticas, ordenar, cuantificar y crear un lenguaje nuevo en el sistema educativo, como lo es el lenguaje matemático, es concebida como un sistema de relaciones donde interactúan estudiantes, docentes, contenidos del contexto social, estrategias de enseñanza, recursos didácticos; las cuales juegan un papel muy importante dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura y todo lo relacionado a ella.

Cabe considerar, por ello es necesario que cada vez que se propongan cambios o mejoras al proceso de enseñanza de la matemática se deben tomar en cuenta esos elementos. Asimismo, se ha evidenciado que la matemática es el fundamento de la mayoría de las disciplinas científicas. El éxito de los alumnos en su vida estudiantil, en su vida laboral y personal, está condicionado a poder entender las relaciones matemáticas básicas, comunicarlas y desarrollarlas. Por otra parte, en cuanto al contexto social donde está enmarcada la educación venezolana se observa que ésta no posee un perfil propio, adaptado de acuerdo a las necesidades de la población en cuanto a lo social, cultural, económico y laboral. Objetivamente nunca se ha hecho un estudio profundo de cuales son realmente las necesidades educativas del país, sumado a esto, la falta de planificación a nivel administrativo, un ambiente escolar empobrecido, falta de interés y motivación tanto en el alumnado como en los docentes, bajo rendimiento estudiantil, deserción escolar, más aún la falta de capacitación y formación de los educadores.

En atención a lo planteado, es necesario que los profesores se proyecten, acepten los cambios y transformaciones que sufren hoy día las sociedades debido a la masa tecnológica que apabulla al mundo. En este sentido, se deben crear estrategias que permitan que el estudiante se mantenga atento a la clase y no aburrirse, que sienta que lo enseñado no es sólo conocimiento para almacenar, sino también para ponerlo en práctica. De este modo las estrategias para el aprendizaje deben ir de la mano con la problemática cotidiana de los educandos, que haga uso de su desarrollo cognitivo para la solución de problemas de su entorno y de su actividad en el aula.

De allí que el docente debe buscar y aplicar procedimientos, estrategias y recursos que satisfagan en gran medida la formación de los estudiantes, que el resultado del rendimiento escolar se pueda observar satisfactoriamente en los proceso de medición y evaluación que realizan algunas instituciones nacionales e internacionales en busca de los niveles de aprendizaje de los estudiantes, en áreas como Lenguaje y Matemática, quienes además monitorean los sistemas educativos, promueven la capacitación de estrategias de enseñanza basándose en los resultados, tal es el caso de el Sistema Nacional para la enseñanza del Aprendizaje (SINEA), aplicó las pruebas correspondientes al año 2005 en El Salvador a los estudiantes de 3º, 6º y 9º grado fundamentadas en el enfoque evaluativo de Logros de Aprendizaje, el cual se orienta exclusivamente a determinar por medio de pruebas objetivas, la situación del aprendizaje de los estudiantes al final de una etapa de su educación formal como puede ser un grado o un ciclo, aunque también se utiliza habitualmente al finalizar unidades más reducidas del proceso educativo, tales como unidades de aprendizaje o unidades temáticas.

Por lo que es evidente, los resultados de la evaluación permiten identificar Niveles de Desempeño de los estudiantes, los cuales se han definido como Nivel: Básico, Intermedio y Superior, según la complejidad de los conocimientos y habilidades explorados por los ítems que integran cada nivel. Los Niveles de Desempeño representan el dominio de determinadas competencias y son inclusivos, en el sentido de que el desempeño de los niveles superiores supone el dominio de los inferiores.

En lo concerniente a los resultados obtenidos por los estudiantes de 6° y 9° grado evaluados en el año 2005 en el área de matemática estos permitieron identificar el porcentaje de estudiantes que se ubican en cada Nivel de Desempeño (Básico, Intermedio y Superior). Por consiguiente, según SINEA (2005) el porcentaje de estudiantes de 6° grado en la asignatura de matemática presentaron los siguientes resultados. Nivel Básico: Global 52%, sector privado 25%, urbano 46%, zona rural 60%. Nivel Intermedio: Global 40%, sector privado 25%, urbano 43%, zona rural 37%. Nivel Superior: Global 8%, sector privado 27%, urbano 11%, zona rural 3%. Como se aprecia, en el sector público y en ambas zonas se observan niveles muy bajos en el nivel superior. Con relación al noveno grado, el porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en la asignatura de matemática, los siguientes resultados. Nivel Básico: Global 57%, sector público 62%, privado 28%, urbano 54%, zona urbana 54%, rural 65%. Nivel Intermedio: Global 35%, sector publico 33%, privado 41%, zona urbana 36%, rural 32%. Nivel Superior: Global 8%, sector publico 5%, privado 31%, zona urbana 10%, rural 3%. (SINEA, 2005).

Al comparar los resultados por grado, se observa que al avanzar en los ciclos de estudio, los logros en esta asignatura disminuyen, por lo que se incrementa el porcentaje de estudiantes que no superan el Nivel Básico, esto da la pauta para que se reflexione sobre las prácticas pedagógicas que se desarrollan en los grados superiores.

Es conveniente anotar que en el nivel intermedio y en el nivel superior correspondientes a los contenidos del conjunto de números racionales (suma y resta de fracciones, fracciones equivalentes, multiplicación de fracciones, entre otros contenidos), se observa que los resultados en cada uno de los sectores es bastante bajo (para 6^{to} y 9^{no} grados). Debido a esto las deficiencias en el manejo de las operaciones matemáticas con los números racionales necesitan ser revisadas para la aplicación de nuevas estrategias que permitan aminorar las deficiencias presentadas en el desarrollo de las operaciones matemáticas desde el nivel de educación primaria hasta la secundaria.

En otro orden de ideas, es importante destacar las cifras de bajo rendimiento en esta asignatura, tanto a nivel internacional y nacional. A nivel internacional se puede observar un estudio hecho por el (Timss) International Mathematics And Science Study (1995), donde participaron varios países de varios continentes, en total 39 países, las cifras del rendimiento en matemática fue alarmante, para analizar un poco la situación de los resultados se tomó como referencia a países como: España, Estados Unidos, Irlanda, Noruega y Francia; dicha prueba se realizó en diferentes bloques de contenidos de las cuales solamente se va a hacer referencia a los números racionales (fracciones). En los resultados obtenidos fue notoria la gran diferencia de los conocimientos matemáticos específicamente en el contenido de los números racionales (fracciones).

En algunos países como Noruega, Estados Unidos, España, Francia y Alemania, con relación a Irlanda que tiene mayor porcentaje, se puede observar que aún con los avances tecnológicos que poseen estos países, no escapan de tener un bajo rendimiento estudiantil, es decir, que la educación no es solamente un problema económico sino que depende de la estructura de un buen sistema educativo basado en lo económico, en lo social, en lo familiar, en lo cultural, además de las didácticas que aplica cada docente en su aula. Hacer uso de todos los recursos para mejorar esta problemática.

Como resultado de lo obtenido, la Timss concluye, “que a pesar de la problemática existente en el dominio de las matemáticas», es una ‘materia esencial, para la formación de los jóvenes en todos los países del mundo, y su importancia para el desarrollo de hábitos de razonamiento riguroso y crítico para los humanos” (p. 1).

De igual manera la UNESCO, citado por Álvarez (2000),

> Conjuntamente con la Unión Matemática Internacional, declaró el año 2000 como el 'Año Internacional de las Matemáticas'. En este evento se le proclamó como la disciplina clave para el desarrollo de las sociedades. Asimismo, se decidió promocionar su presencia en la llamada Sociedad de la Información (p. 2).

Retomando lo anterior, Álvarez (2000) cita un estudio realizado por el National Research Council, señala que en los Estados Unidos la población estudiantil en el área de las matemáticas tienen una mala preparación lo cual trae como consecuencias problemas económicos, sociales y políticos. De igual manera, la misma autora señala que un informe sobre el sistema educativo español elaborada por el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), presentado en el año 2002 revela a la matemática, como la asignatura con mayor porcentaje de aplazados y frustración escolar en el último año de educación secundaria obligatoria. En este mismo orden, Vílchez (1999) citado por Álvarez (2000) recalca que el estudio de las matemáticas en los centros de estudios costarricenses tanto en la educación básica como en la educación superior es sumamente complejo, los estudiantes muestran una apatía automática delante de los retos que les impone la rigurosidad y la abstracción característica propia de esta ciencia.

Seguidamente, Álvarez (2000) indica, que Venezuela no escapa de esta dificultad que según los estudios tanto cuantitativos como cualitativos así lo marcan, mostrando resultados muy bajos en el aprendizaje matemático y problemas muy serios con respecto a su enseñanza, un estudio que constituye un buen elemento de referencia, es la investigación realizada por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA) entre los años de 1998 y 1999 donde participaron 23 entidades federales en las áreas de lengua y matemáticas con estudiantes de educación básica de 3°, 6° y 9° grado, los resultados revelaron que un porcentaje significativo de los estudiantes no logran los niveles de ejecución requeridos para el área de matemática.

Dentro de esta misma perspectiva, (Morales 1995; Cárdenas 1995), citado por Álvarez (2000).

> Demuestran que las dificultades en el aprendizaje matemático, se van acentuando a medida que el estudiante avanza en el sistema educativo y llega a sus niveles más críticos en la educación superior, donde esta asignatura presenta la mayor cantidad de reprobados, concentrados en los primeros semestres de las diferentes carreras con los consecuentes elevados índices de exclusión, repetición, deserción, abandono y bajo rendimiento académico. Esto con la circunstancia agravante de que estas cifras tienden a aumentar año tras año y el número de alumnos reprobados permanece a lo largo de todo el sector. (p. 2).

En relación a lo anterior, el sistema de enseñanza en la Educación Básica requiere de una revisión curricular, en todas las asignaturas del pensum de estudio y la asignatura matemática no ha escapado de ello; esto se evidencia en cada uno de los niveles educativos: básica, media, diversificada y superior, observándose que existen importantes fallas, y bajo rendimiento académico estudiantil, esta situación trae como consecuencia la continuación del deterioro en el sistema educativo nacional. Debido a ello hay instituciones que realizan investigaciones de tipo estadístico que permiten visualizar la situación del rendimiento académico en el país, especialmente en el área de matemática, lenguaje y pensamiento lógico, entre ellas se encuentran: La Oficina de Planificación del Sector Universitario (OPSU) y el Centro para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 1997) en la tercera etapa de Educación Básica, con una población 23.772 alumnos de noveno grado, comprueba que la matemática es el área donde los alumnos presentan mayores deficiencias y señala que los estudiantes no poseen los conocimientos mínimos requeridos para el desarrollo de los proceso cognitivos subyacentes, a las habilidades del razonamiento.

Dentro de esta perspectiva, la Oficina de Planificación del Sector Universitarios (OPSU), ha aplicado procesos de medición y evaluación que han permitido medir la calidad de la enseñanza en Venezuela. Herrera (2001),en publicación efectuada considera que la Prueba de Actitud Académica (PAA) fue un termómetro de los conocimientos con que ingresaban los jóvenes a la educación superior, hace un breve análisis sobre la prueba aplicada en el año 2001, la cual estaba conformada por 40 preguntas midiendo la capacidad de razonamiento verbal y la habilidad numérica de los bachilleres, sin embargo para ese entonces la prueba se aplicó a 310.354 estudiantes de todas las regiones del país, además de los resultados de la PAA se pudo conocer el promedio de notas con que salen de educación media los venezolanos, cuyos resultados no fueron nada alentadores conociéndose que el promedio de notas de los bachilleres se ubica en 13 puntos.

Sin embargo, el aspecto más preocupante es el de los conocimientos adquiridos, tanto en el área verbal como en la numérica, las deficiencias son más que evidentes en matemática, los bachilleres sólo aprendieron entre el 9% y el 11% de los contenidos que se imparten a lo largo de 11 años de escolaridad. (Incluye primaria y secundaria). Lo que quiere decir de acuerdo con lo explicado por el autor que de 11 años de estudio, tanto hembras como varones, en promedio solo aprovecharon 1,2 años y si lo llevas a bachillerato de 5 años utilizaron únicamente 2.

Del mismo modo, Álvarez (2000) apunta que en la Universidad de Carabobo los porcentajes de aplazados en matemáticas en el primer semestre son muy altos, en el 2001 se ubico en 64%; en el 2002, 63%; en el 2003, 70%; y en el 2004, 68%. En la misma forma, los resultados de la Prueba de Actitud Académica (PAA), que fué desarrollada el 9 de Junio del 2007, dejaron números alarmantes aunque en opinión de Julia Montoya, Coordinadora Nacional del Sistema de Ingreso a Educación Superior de la Opsu para ese entonces, cada año el rendimiento "es casi el mismo". En el área de comprensión y lectura se formularon 30 preguntas, y para razonamiento matemático se efectuaron 40, haciendo un promedio, los alumnos contestaron correctamente solo 8 ítems.

En estados como Apure, Cojedes y Delta Amacuro, algunos estudiantes no alcanzaron a responder una sola pregunta correcta en las 40 formuladas en el área de matemáticas. Los resultados fueron que más del 90% (392.000 aproximadamente) de los estudiantes que presentaron la Prueba de Actitud Académica (PAA), respondieron mal los ítems, tanto en el área de comprensión y lectura como en el de razonamiento matemático.

El estudio demuestra el bajo rendimiento de los estudiantes no solamente a nivel cognitivo, sino también en las destrezas, habilidades y conocimientos previos en la asignatura, una vez más se observa la necesidad de crear estrategias que permitan aminorar el bajo rendimiento en los distinto niveles educativos del país.

En este mismo orden de ideas, en relación con lo anterior, también se observó que muchas de las deficiencias presentadas por los estudiantes en los estudios realizados en la Prueba de Actitud Académica 2007, es la falta de observación, percepción confusa sobre los hechos planteados, no detectan relaciones entre objetos, conocimientos errados sobre situaciones, sucesos y experiencias correlacionadas a contextos diferentes, no defienden su opinión en forma lógica, usan un vocabulario matemático inadecuado, no ofrecen situaciones problemáticas espontáneamente, no tienen pensamiento reflexivo, presentan poca independencia para trabajar en clase, no escuchan opiniones ni atienden a sus puntos de vista, no formulan hipótesis sobre las situaciones que se les presentan, entre otras.

En cuanto a las operaciones matemáticas se puede decir que la adición es la primera operación con números que realiza el niño en la escuela, de allí nace la importancia del manejo de las demás operaciones que conllevan a construir sus conocimientos matemáticos, basado por supuesto en un aprendizaje de procesos cognoscitivos básicos, de observación, percepción, clasificación, comparación, análisis y síntesis. Considerando que dichos procesos aparecen a través del desarrollo del ser humano, entonces es necesario y primordial la labor del docente, en extraer del estudiante ese cúmulo de habilidades en forma coherente y organizada, a través de las situaciones didácticas que se plantean en el aula, y que permitan al estudiante aplicarlas luego a su entorno social y cotidiano, que él sienta que su aprendizaje tiene un motivo y una utilidad.

Es evidente que la enseñanza de la matemática necesariamente urge de cambios debido a los diferentes avances que se viven hoy en día en el aula. Por lo tanto, la planificación de estrategias creativas y contextuales son fundamentales para el desarrollo de la capacidad de abstracción, de razonamiento lógico, la capacidad de análisis y el desarrollo de habilidades y destrezas.

Por lo tanto surge la siguiente interrogante:

¿Cuál es la situación actual de los estudiantes en cuanto al proceso de aprendizaje en el contenido de la adición de números racionales en el primer año de Educación media general "Unidad Educativa Nacional Padre Santiago Florencio Machado"?

1.2 Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Proponer un diseño contextual en el proceso de aprendizaje del contenido de la adición de los números racionales del primer año de Educación Media General de la "Unidad Educativa Nacional Padre Santiago Florencio Machado", Ciudad Alianza, Municipio Guacara Estado Carabobo en el período escolar 2010-2011.

Objetivos Específicos

1. Diagnosticar la necesidad de los estudiantes en cuanto al proceso de aprendizaje en el contenido de la adición de números racionales en el primer año de Educación media general "Unidad Educativa Nacional Padre Santiago Florencio Machado".

2. Estudiar la factibilidad operativa de la propuesta, que facilite el aprendizaje de la adición de los números racionales en los estudiantes del primer año de educación media general de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado".

3. Diseñar una propuesta contextual en el proceso de aprendizaje del contenido de la adición de números racionales en el primer año de educación media general de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado".

1.3 Justificación

Dada las exigencias de la nueva era donde el proceso educativo va de la mano con las exigencias tecnológicas y la psicología, de alguna u otra manera el docente se ve obligado en el aula de clases a estimular el desarrollo de las habilidades cognitivas en cada una de las actividades propuestas tanto en la enseñanza de contenidos específicos, como en el entrenamiento en las habilidades del pensamiento crítico para destacar la necesidad del estudio de los niveles de preferencia en la comunidad estudiantil, específicamente en el conocimiento matemático, lo cual sería un gran aporte para poder cubrir las deficiencias y fallas que ellos presentan, con la creación de estrategias didácticas contextualizadas que inciten en la motivación de los estudiantes en cuanto a los contenidos matemáticos, aminorando así el abandono de esta asignatura en algunos alumnos en nuestras comunidades, e incluso una actitud de rechazo hacia la misma por lo tanto es necesario interrelacionar la matemática con el contexto tanto en el orden cultural, social y cognitivo la cual le permitirá el proceso de construcción de su nuevo conocimiento para que sean más exitosos.

En esta misma perspectiva se destaca el interés de la educación y la psicología por el contexto ha tenido mayor énfasis a partir de la aplicación y validación de la teoría constructivista en el ámbito escolar debido a tres razones fundamentales (Odreman N, 2006)

Asimismo la comprensión del estudiante puede ser potenciada si el nuevo contenido se encuentra en un contexto social, cultural o familiar donde él se desenvuelve permitiéndole aprender. Por consiguiente la motivación del estudiante por el nuevo aprendizaje puede ser estimulada si se presenta en diferentes conceptos.

Con ello se justifica que para el desarrollo del pensamiento matemático es necesario mostrar alternativas que permitan lograr el aprendizaje significativo a partir de la preposición que la matemática está en todas partes. Sin embargo sobre la base de las consideraciones anteriores cabe agregar que la matemática es trascendental y que por generaciones se ha vinculado a todo tipo de aprendizaje.

En efecto la enseñanza de la matemática promueve las capacidades lógicas formales del estudiantado ya que esta acompaña al ser humano a todas partes y eso significa que es imprescindible vivir sin ellas y no se podría desenvolverse en la vida sin esta ciencia, porque de alguna u otra manera, diariamente estamos sujetos a contar cosas u objetos, a leer, escribir números, comprar, vender, interpretar gráficos, construir, confeccionar, interpretar la hora, la distancia de un sitio a otro, pagar pasaje, gastar en la panadería, en fin hacer infinidades de actividades que nos conllevan al uso diario de la matemática.

Sin embargo, (Gascón y Muñoz; Fonseca; Artigue; citado por Álvarez (2000)) concuerdan que las causas de las dificultades presentes en la enseñanza de la matemática se focaliza sobre el estudiante por falta de motivación, insuficiente desarrollo cognitivo, falta de conocimientos previos, lo que genera un alto porcentaje de estudiantes aplazados, deserción escolar, temor e inclusive odio hacia esta ciencia. De allí, muchas instituciones educativas del país y organismos gubernamentales se han abocado a buscar soluciones efectivas en la enseñanza de las matemáticas con relación a políticas pedagógicas que se plasman en diferentes planes de la nación como el “Currículo Básico Nacional”, donde esta reforma señala la importancia de las ideas previas de los estudiantes, las diferencias individuales, las condiciones del contexto; la aplicabilidad de los conocimientos, la consideración del alumno como elemento central del proceso y la adecuación de actividades, su caracterización y finalmente la estimación del importante papel del docente, como parte del proceso de construcción vital del alumno. Muestra el uso necesario de la geometría, el azar y la probabilidad. Asimismo el empleo adecuado de la calculadora como instrumento que hace más importante los procesos de cálculo mental.

De lo impuesto se infiere, que el proceso de enseñanza aprendizaje, debe ser participativo donde el estudiante haga mucho más que sentarse a escuchar sin tener la posibilidad de intervenir e interactuar dentro o fuera del aula, es decir brindarle mayores oportunidades de aprender.

Por consiguiente, se considera este estudio de gran importancia para el sistema educativo venezolano en especial en la Comunidad Educativa del Municipio Guacara la cual se relaciona con las políticas educativas establecidas por el Ministerio del Poder Popular para la Educación que en su proceso de transformación del estudiante y del docente parte de nuevos enfoques metodológicos que permitan la enseñanza de la matemática sea más dinámica y objetiva.

Lo que generara en ellos a largo plazo una serie de herramientas que le permitirán solventar problemas de comprensión y aprendizajes. Con relación a las condiciones anteriores se justifica esta propuesta con la finalidad de lograr los aspectos teórico, metodológico y práctico.

Por consiguiente en lo teórico tiene el propósito de incrementar estrategias que permitan mejorar la enseñanza de la matemática en el aula, dentro de un marco socio-cultural basado en los principios psicopedagógicos de construcción del conocimiento y en la actuación del docente que sea un facilitador de las herramientas necesarias para la adquisición de dichos conocimientos y fomente la creación de una nueva cultura metodológica fundamentada en los postulados teóricos de Lev Vygotsky (1978) y David Ausubel (1963).

Del mismo modo en el aspecto metodológico, la metodología a utilizar se diferencia del esquema tradicional donde prevalece la enseñanza basada en la mera transmisión de información la cual no responde a las exigencias socio-culturales de nuestros tiempos ni se adaptan a los principios de construcción del conocimiento que caracterizan a la mayor parte de las reformas educativas. Así mismo intenta facilitar una visión dinámica del contenido programático y reivindica el saber previo del estudiante. Dando así un aporte científico.

Por otra parte en el aspecto práctico constituye un aporte para resolver el problema planteado, facilita la consecución del propósito de aplicar, estrategias constructivas que buscan nuevas formas de enseñanza de la matemática, donde el docente puede mediar entre lo enseñado y el aprendizaje en el cual se motive al estudiante a adquirir un compromiso consigo mismo sobre su auto aprendizaje, ejecutando acciones donde el pueda utilizar el contexto de una manera formativa e instructiva. En consecuencia, el propósito que se persigue con la investigación, es que los estudiantes se beneficien con la aplicación de estrategias contextuales que respalden la valoración de lo que se estudia, que desplieguen un pensamiento crítico, reflexivo y creativo que los estimule a aplicar lo aprendido en la práctica para resolver problemas no sólo del ámbito escolar sino también familiar y social de manera que lo asimilado tome verdadero sentido para el estudiante.

CAPÍTULO II

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

A continuación se exponen los aspectos relativos a las antecedentes, bases teóricas que conforman la parte esencial de la propuesta didáctica a diseñar. Por lo tanto la presente fundamentación bibliográfica tiene la finalidad de resaltar y sustentar los aspectos más importantes relacionados con el objeto de estudio y destacar la innovación de nuevas estrategias de enseñanza de la matemática, especialmente en la adición de los números racionales.

Antecedentes de la Investigación

En relación a los números racionales, Rojas (2009) precisa el aprendizaje de los números racionales, debe partir de actividades que,

> El estudiante ya conoce; donde este planteado un conjunto de relaciones dialógicas entre la cognición del que aprende y la realidad donde él se desenvuelve, en un escenario preferiblemente desprovisto de formalismos académicos (aula de clase) y del psicologismo didáctico (inducido y memorístico), para no aprender una matemática descontextualizada de un conjunto de realidades, sino hacer matemática dentro de esas realidades. (p. 79).

Sin duda, que el estudiante tiene que extraer del contexto todo lo que se relaciona con las matemáticas y hacer suyo ese conocimiento de una manera lógica, formal y abstracta.

Cabe agregar que, Rojas (2009) también hace un análisis sobre el rendimiento matemático en el contenido de los números racionales la cual concluye que el nivel bajo de escolaridad a veces obedece a que los estudiantes no dominan el procedimiento matemático, y cita algunos casos como: es frecuente observar que en la suma y resta de fracciones de igual denominador se cometen errores como si tratara de fracciones de diferentes denominadores. De igual manera se observan errores en el manejo del uso de los signos, es decir que la suma de los signos la abordan como si fuese una multiplicación de signos, en este mismo orden se nota deficiencias en lo concerniente a la operación de multiplicación, división y simplificación de fracciones.

Con referencia a lo anterior, se evidencia la necesidad de crear estrategias de enseñanza aprendizaje, para mejorar la calidad en los procedimientos matemáticos en relación al contenido de la adición de los números racionales.

De la misma manera, Pereira (2009), en su trabajo titulado Tutorial Basado en el Software Enciclopedia Temática para la Enseñanza de Números Racionales y sus Operaciones en el Primer Año de la Educación Secundaria Bolivariana en el Municipio Guacara, Edo. Carabobo, expresa la necesidad que hay de innovar en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en el contenido de los números racionales, con la utilización de herramientas informáticas tales como: software educativo que permiten la motivación del estudiante hacia la asignatura de matemática, desarrollando conocimientos, habilidades y destrezas que le permitirán aumentar su rendimiento académico, el cual es una propuesta en el nuevo diseño curricular del sistema educativo bolivariano, como es la inclusión de un recurso tecnológico moderno.

Cabe considerar, por otra parte Artahona (2005), en opinión en su trabajo: Dificultades que presentan los Estudiantes de la Segunda Etapa de Educación Básica en el Aprendizaje de las Fracciones, concluye que los estudiantes muestran serias deficiencias en la identificación de representación de fracciones al establecer relaciones de orden entre fracciones con distintos denominadores, a realizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones, y en la resolución de problemas con fracciones, de todo esto el autor acata que no solo el uso de nuevas estrategias instruccionales garantiza la solución total del problema.

Sin embargo, el conocer las deficiencias es el primer paso para que los docentes estudien los otros factores que podrían estar condicionando estas deficiencias, entre las que pudieran mencionarse, como es la falta de condiciones favorables en el entorno del aprendizaje, por lo cual también se deben tomar en cuenta, los conocimientos previos del alumno y su conducta de entrada en el momento de proponer una planificación de la clase, donde hayan variadas estrategias instruccionales para la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones en la segunda etapa de educación media.

En este mismo orden, González (2005), en atención a su trabajo titulado: Significados Institucionales y Personales de las Fracciones en Educación básica, la autora señala que el estudio permitió evidenciar la necesidad de utilizar un lenguaje apropiado en la adquisición del conocimiento de un objeto matemático, que al explorar los significados que atribuyen los estudiantes a las fracciones, es necesario establecer los procesos sintácticos, la notación relacionada con los significados aludidos y las formas de transito de un lenguaje a otro o de un lenguaje a un sistema simbólico.

De igual forma, señala que uno de los obstáculos en los procesos de enseñanza y aprendizaje son los diferentes interpretaciones que se le atribuye a este objeto matemático, con las diferentes clasificaciones que algunos autores le dan a las fracciones de acuerdo a su interpretación, tal son los casos como: estado operadores, relación parte todo y medición, como razón, como divisiones indicadas y elementos de un campo de cocientes y como un operador, división entre dos números enteros, la razón como una comparación multiplicativa de dos cantidades, como operador que cambia una cantidad por otra, y como probabilidad.

Concluyendo, que la enseñanza de las fracciones ha sido una tarea difícil para los docentes, en especial para aquellos que introducen el tema en los primeros grados de la educación básica.

En otro orden de ideas para Gairin (2002). En su Trabajo de Grado titulado Estudio de los Números Racionales Positivos, constituye una parte importante de la aritmética escolar, porque ello permite comprender los fenómenos del mundo real asociados a las actividades de medir y de comparar actividades que exigen desarrollar en los estudiantes una importante diversidad de competencia cognitivas.

En ese mismo sentido, Chipia (2010) en una reflexión de la enseñanza a la matemática expone la problemática de la enseñanza aprendizaje en Venezuela, la cual la caracteriza de las siguiente manera.

> La mayoría de los docentes por lo general repiten los modelos, en otras palabras se tiende enseñar cómo fueron enseñados, a su vez reafirma que hay una visión abstracta de las ciencias lejanas, tanto de los estudiantes como los docentes, en fin que en la actualidad la enseñanza presenta problemas cada vez más graves y numerosos, las explicaciones y soluciones que se esperan de todo el sistema educativo es muy poco. (p.p. 1,2).

2.2 Bases Teóricas

En esta sección se desarrollan los basamentos teóricos del estudio para que se llevara a cabo. Para ello, se tomarán en cuenta las Teorías del Aprendizaje Significativo de Ausubel (1963), Teoría del Desarrollo social, Lev Vygostsky (1978).

Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel (1963)

En esta perspectiva, Ausubel (1963), dedicó buena parte de sus estudios a un tipo particular de aprendizaje, el que implica la retención de información verbal, fue el exponente del aprendizaje comprensivo por recepción porque, según sostiene la mayor parte del aprendizaje escolar que está ligado a la instrucción que adquiere de esa forma: en el aprendizaje por recepción se le presenta al alumno el contenido de lo que tiene que aprender; en estas circunstancias, lo único que se le pide es que comprenda el material y lo incorpore a su estructura cognitiva de modo que lo tenga disponible para reproducirlo, relacionarlo con otros aprendizajes o solucionar futuros problemas. No quedan fuera de su atención las adquisiciones de conceptos científicos que los alumnos construyen en su experiencia cotidiana, a partir de las ideas previas. Se refiere a esto como aprendizaje por descubrimiento.

Se plantea entonces, que lo aprendido no se da por recepción, sino que es el mismo alumno quien debe reordenar la información, integrarla en su estructura cognitiva y provocar la nueva síntesis integradora que le hará descubrir nuevas relaciones. Dentro de este orden, este autor entiende el aprendizaje como la incorporación de nueva información en las estructuras cognitivas del sujeto, pero establece una clara distinción entre aprendizaje memorístico y aprendizaje significativo.

Asimismo, el aprendizaje memorístico también llamado mecánico o por repetición, los contenidos están relacionados entre sí de un modo arbitrario y carecen de significado para el sujeto cognoscente. No requiere por parte del estudiante, ningún tipo de elaboración ni esfuerzo para integrar los nuevos conocimientos con conceptos ya existentes en estructura cognitiva.

Naturalmente, todos los tipos de aprendizaje requieren del uso de la memoria, en el aprendizaje memorístico o automático únicamente se apela a ella. Es poco perdurable, tiene una alta tasa de olvido y no facilita la incorporación o generación de nuevos conocimientos. En lo que respecta al aprendizaje significativo, es cuando el alumno relaciona nueva información con lo que ya sabe es decir, se asimila el nuevo conocimiento al conocimiento que se posee. El material adquiere significación para el individuo al entrar en relación con conocimientos anteriores. Pero para que esto suceda, el material debe tener significado en sí mismo y ser potencialmente significativo para el alumno.

En opinión de Ausubel, la enseñanza por recepción o por descubrimiento puede dar lugar tanto como de aprendizaje memorístico como significativo según sea la personalidad del alumno, también reconoce que en muchos momentos del aprendizaje escolar, el alumno puede apelar al aprendizaje memorístico, pero este va perdiendo gradualmente su importancia en la medida que el estudiante adquiere mayor volumen de conocimiento.

Requisitos para el Aprendizaje Significativo

Para que el aprendizaje sea significativo, tanto el material para aprender como el sujeto que intenta conocer deben cumplir una serie de requisitos, en primer término: el material de aprendizaje no debe ser arbitrario. Debe tener sentido en sí mismo y, además, debe estar organizado lógicamente. En cuanto a los alumnos, estos tienen que presentar una actitud significativa para aprender. Deben poseer una disposición interna para esforzarse y establecer relaciones pertinentes entre el antiguo material conocido y el nuevo material de acuerdo con sus estructuras cognoscitivas, también deben existir conceptos inclusores en las estructuras cognitivas del alumno, que le permitan conciliar los nuevos conceptos con los anteriores. Cuando no existen este tipo de conceptos en la estructura cognitiva del alumno, la única posibilidad que le cabe a este es recurrir al aprendizaje memorístico.

Seguidamente, la inclusión comprende dos procesos básicos: uno es la diferenciación progresiva y el otro es la reconciliación integradora.

La **diferenciación progresiva:** se encuentra ligado al aprendizaje subordinado. Este se promueve cuando, a partir de conceptos más generales, se pueden abordar los más específicos. La nueve idea se haya jerárquicamente subordinada a las ideas preexistentes en la estructura cognitiva de cada alumno.

De igual modo el proceso de la **reconciliación integradora:** está vinculado al aprendizaje supraordinado, y resulta ser un proceso inverso al aprendizaje subordinado.

Por consiguiente en la estructura cognitiva de los alumnos preexisten conceptos más específicos; entonces, debe producirse entre estos una reconciliación integradora para que surja un nuevo concepto más general. La comprensión requiere de la participación activa del sujeto, quien debe reconciliar las diversas partes.

Dentro de este marco, están: **aprendizaje subordinado** este implica que el nuevo conocimiento es incluido en ideas más amplias y generales de la estructura cognoscitiva, que son modificadas por esta inclusión, produciendo una diferenciación progresiva en los conceptos y proposiciones inclusoras.

Y por consiguiente, el **aprendizaje supraordinado,** es inverso a él subordinado; se aprende un concepto o proposición inductivamente por reconciliación integradora de las ideas ya establecidas que pasa a considerarse como conceptos o proposiciones específicas o particulares de aquél.

Uno de los componentes más importantes de la teoría de Ausubel (1963), es el trabajo con los **organizadores previos** las cuales son los conceptos introductorios en un tema, ideas claras y generales, cuyo rol es enlazar lo que el estudiante debe aprender con lo que ya sabe, aumentando la posibilidad de retención de la nueva información. Los organizadores más efectivos son aquellos que utilizan conceptos, términos y proposiciones y conocidas por los alumnos, como así también analogías o ilustraciones adecuadas. Los hay de dos tipos: expositivos y comparativos.

Organizadores expositivos: introducen un contenido completamente nuevo, también facilitan la estructuración y adquisición significativa del nuevo contenido.

Organizadores comparativos: se utilizan cuando una nueva actividad de aprendizaje contiene material parcialmente conocido o familiar. De igual modo, sirven para señalar tanto similitudes como diferencias entre el material nuevo y el aprendido anteriormente.

El trabajo con organizadores previos se puede dividir en tres momentos:

En un **primer momento,** el docente debe clarificar los objetivos formulados para el desarrollo de la clase, presentar a los estudiantes el organizador y tratar de activar en ellos los saberes que han adquirido previamente (y que sean pertinentes para la tarea). Asimismo, el docente deberá brindar ejemplos contextualizados y esclarecedores.

En el **segundo momento,** se debe mantener la atención de los estudiantes y presentar el material de aprendizaje (ya sea una película, un experimento o la lectura de material bibliográfico). Es preciso especificar la organización del material del aprendizaje, para que los estudiantes puedan percibir la comprensión genera de los objetivos y descubran no solo la estructura lógica del material sino también como se relaciona dicho material con el organizador previo. Cabe destacar, que en el **tercer momento,** es la última etapa del trabajo con organizadores previos, el docente debe afianzar la organización cognitiva de los estudiantes. En esta última fase, se verifican las relaciones entre el material nuevo y los saberes previos de los estudiantes, a fin de llevar a cabo un proceso activo de aprendizaje.

Es conveniente anotar, que en el proceso activo de aprendizaje se trata de producir el anclaje del nuevo material en la estructura cognitiva del estudiante.

Aprendizaje Significativo y Tipos de Conocimientos

Cabe considerar, que Ausubel junto a sus colaboradores sostiene que hay tres tipos básicos de conocimientos que se adquieren mediante el aprendizaje significativo.

Conviene destacar, el **conocimiento por representaciones,** se trata básicamente del aprendizaje de vocabulario, aunque Ausubel hace una distinción de tipo cualitativa: las primeras palabras que uno aprende representan hecho u objetos, pero no categorías. Este tipo de aprendizaje es el más cercano al memorístico, ya que en todo vocabulario se establecen relaciones arbitrarias.

De tal manera, **conocimiento por conceptos**: pueden ser adquiridos por descubrimiento, a través de un proceso de inducción, conducido por el docente, que promueve experiencias empíricas concretas. Este incluye procesos de diferenciación, generalización, formulación y comprobación de hipótesis. Pero a medida que un sujeto recibe educación formal se produce un proceso de asimilación de conceptos cada vez mayor, en el que los nuevos elementos conceptuales se ponen en relación con los ya existentes. En este caso, el significado no se adquiere por abstracción, sino por recepción y a través de la interacción del nuevo concepto con la estructura cognitiva del sujeto.

En cuanto, **conocimiento por proposiciones**: supone la adquisición del significado de nuevas ideas, expresadas en una idea de tipo general que contiene dos o más conceptos. La asimilación es el proceso fundamental para la obtención de este tipo de conocimientos que se caracteriza por su alto grado de abstracción.

Un aspecto importante, que Ausubel (1963), plantea es que la **motivación** es necesaria en el aprendizaje significativo. Es decir, que trata de obtener logros de carácter autónomo, alcanzar metas, conquistar objetivos, avanzar en el conocimiento, mejorar como persona.

Para consolidar este tema, este autor distingue tres componentes básicos en el estudio de la motivación:

Señala, la **motivación basada en el mejoramiento del yo.** El estudiante reconoce que, de alguna manera está logrando un éxito y esto lo alienta. Este tipo de motivación, afirma la construcción de la propia identidad del sujeto. Es un componente orientado hacia la obtención de prestigios y hacia metas académicas y profesionales futuras.

Destaca, la **motivación basada en el impulso filiativo.** Se sustenta en el deseo de tener buen rendimiento, para que su merito sea reconocido por su familia, maestros y personas que lo rodea.

Al mismo tiempo, resalta la **motivación basada en el impulso cognitivo.** La cual representa, la necesidad de adquirir conocimientos. El estudiante muestra su afán y su curiosidad por aprender. Es una fuerza orientada a la tarea. La recompensa se apoya en la resolución exitosa del problema. Es intrínseco al proceso de aprendizaje. Para Ausubel, el compromiso del estudiante con su propio proceso de aprendizaje es fundamental. Pero el aprendizaje significativo no puede depender solo de la predisposición del estudiante. Es necesario que alguien abra esa posibilidad, planteando relaciones, pidiendo analogía, exigiendo ejemplos, mostrando conexiones nuevas. En esto consiste la tarea del docente.

Dentro de este orden de ideas, se podrá resumir a continuación los aspectos esenciales del aprendizaje significativo de Ausubel, (1963) como son:

Ventajas del aprendizaje significativo

Produce una retención más duradera de la información, en todo caso facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con lo anteriormente adquirido de forma significativa, ya que al estar claro en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido, de hecho la nueva información al ser relacionada con lo anterior, es guardada en la memoria a largo plazo. En la misma forma es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante finalmente es personal, ya que la significación de aprendizaje depende de los recursos cognitivos del estudiante.

En ese sentido se comprende que, para lograr los aprendizajes significativos la secuencia es la significatividad Lógica del Material: el material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos. De igual forma la Significatividad Psicológica del Material que el estudiante conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidara todo en poco tiempo. Del mismo modo debe existir una Actitud Favorable del Estudiante: ya que el aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el maestro solo puede influir a través de la motivación.

También por consiguiente, en lo que respecta a las aplicaciones pedagógicas el maestro debe conocer los conocimientos previos del estudiante, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar puede relacionarse con las ideas previas, ya que al conocer lo que sabe el estudiante ayuda a la hora de planear. De la misma manera el maestro debe organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuente que no solo importa el contenido sino la forma en que se presenta a los estudiantes. De hecho también se debe considerar a la motivación como un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender, ya que el hecho de que el estudiante se sienta contento en su clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que se motive para aprender. Por consiguiente el maestro debe utilizar ejemplos, por medio de dibujos o fotografías, para enseñar los conceptos.

Teoría del Desarrollo Social, Vygotsky (1978)

La teoría de Desarrollo Social de Vygotsky (1978), está constituida por tres tópicos principales, la creencia en el método genético o evolutivo, la tesis de que las funciones psicológicas superiores (percepción, atención voluntaria, memoria voluntaria, afectos superiores, pensamiento, lenguaje, resolución de problema), tienen su origen en procesos sociales. La tesis, de que los procesos mentales pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos culturales y signos que actúan de mediadores.

De igual manera, Vygotsky (1978), desarrolló lo que él llamó la psicología genética, la cual se basa en el principio que establece que la esencia de cualquier fenómeno solo puede entenderse estudiando su origen y su desarrollo, considera tanto su evolución social y cultural como el desarrollo individual desde sus orígenes, considera que el niño desde el nacimiento interactúa con adultos que lo socializan en su cultura en cuanto a repertorio de significados, lenguajes, formas, maneras de hacer las cosas y formas de resolver problemas. Por consiguiente consideró que la actividad mental es exclusivamente humana, no solo es el resultado del aprendizaje social sino también de la interiorización de los signos sociales, de la cultura y de las relaciones sociales.

Asimismo, tiene la convicción que la esencia de la conducta humana reside en su carácter mediatizado por herramientas y signos. En este sentido, acierta que las herramientas están orientadas hacia el afuera, hacia la transformación de la realidad física y social. De este modo, considera como herramientas psicológicas al lenguaje, las técnicas mnemotécnicas, los sistemas de símbolos algebraicos, las obras de arte, la escritura, los esquemas, los diagramas, los mapas y los dibujos. En cambio, los signos están orientados hacia el interior del individuo, hacia la autorregulación de la propia conducta. La interiorización de las herramientas culturales se transforma en signos para el sujeto cuando este se los apropia y puede usarlos para codificar y descodificar significados.

Evidentemente, el carácter cultural implica que la sociedad le proporciona al niño metas e instrumentos estructurados para alcanzar sus objetivos. También, el lenguaje es uno de los instrumentos claves para la organización de los procesos del pensamiento, además de ello el pensamiento porta conceptos que pertenecen a la experiencia y al conocimiento de la humanidad que se han desarrollado a lo largo de la historia. En estas condiciones, desde la perspectiva de Vygotsky, la educación es una actividad determinada socio históricamente, en donde las escuelas resultan ser los mejores laboratorios culturales para estudiar el pensamiento, donde se crean ambientes sociales específicamente elaborados para modificar la estructura del pensamiento.

De acuerdo a esto, cuando se aprecia en el acto educativo, la cooperación entre el niño (aprendiente) y el adulto (enseñante), la cual ambos sujetos constituyen el elemento central del proceso educativo motivado a que este proceso de carácter interactivo, se transfiere conocimiento a estudiante, considerándose siempre que los significados que provienen del medio social externo, deben ser asimilados o interiorizados por cada sujeto. Es decir que toda función intelectual, sigue la línea de la doble formación primero es externa y luego interna, la cual se interioriza como actividad mental y así pasa a estar dentro de este. En esencia el individuo reconstruye los significados a partir de la mediación realizada por quien está a cargo de estimular su aprendizaje. De allí, la importancia de los docentes en el proceso enseñanza-aprendizaje de los estudiantes.

La Zona de Desarrollo Próximo

Cabe señalar, en la Teoría Social de Vygotsky, el proceso de aprendizaje consiste en la internalización progresiva de instrumentos y herramientas mediadores. Donde siempre debe iniciarse en el exterior del sujeto teniendo en consideración la diferencia que existe entre herramientas físicas que incluye los instrumentos como el uso de una pinza y los instrumentos semióticos que están orientados al mundo social, como por ejemplo el lenguaje.

En esta misma perspectiva, Vygotsky (1978), formuló el concepto de Zona de Desarrollo Próximo, donde remarca la importancia de alentar y de evaluar la maduración y el desarrollo de las funciones psicológicas, resalta que el nivel de desarrollo potencial de un sujeto estaría constituido por lo que puede realizar con la ayuda solidaria de otras personas o de instrumento mediadores externos. Por consiguiente el desarrollo real está determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema.

Partiendo de estas ideas, el contraste entre ambos niveles, seria la zona del desarrollo próximo, a partir de la cual se pueden considerar no solo los ciclos y procesos de maduración acabados, sino también los que se encuentran en proceso de formación y están comenzando a madurar y a desarrollarse. La zona de desarrollo próximo, es la que debe incitar el interés de los educandos, pues permiten comprender el uso interno del desarrollo del niño.

Conviene destacar, que Baquero (2006), (citado por Foliere y Antolín), formulo una serie de pautas didácticas de acuerdo con la teoría vigotskiana. La cual el docente puede tomarlas en cuenta para desarrollar actividades que ayuden al logro de aprendizaje significativo en los niños. Partiendo de esto, las siguientes pautas en primer lugar proponen la participación en actividades escolares que envuelvan la cognición, la voluntad y la motivación; de igual forma recomienda regular el uso de los instrumentos mediadores, que funcionan como contenido en sí mismo y como vehículo de la enseñanza preponderante.

Así pues, se aprende e interioriza tanto el dominio y la estructura de un instrumento mediador como sus posibilidades de uso. (Por ejemplo, la palabra escrita), considerándose entonces que el empleo de instrumentos mediadores adquieren un papel predominante en el aprendizaje. De igual forma, también se sugiere como pauta regular tiempos, espacios, y distribución de responsabilidades en el desarrollo de las tareas a través de la organización de las actividades, de la misma manera recomienda la evaluación escolar, que permite diagnosticar como va surgiendo los procesos de aprendizaje tanto en el área cognitiva como en el sistema disciplinario. También cabe señalar que, es recomendable que los estudiantes realicen tareas cognitivas no habituales para que de alguna u otra forma se vean motivados por situaciones diferentes de las que generalmente se observa en el ámbito escolar.

Para consolidar este tema, es importante promover en el estudiante un esfuerzo como sujeto activo de su propio aprendizaje, es decir el debe estar consciente de sus operaciones intelectuales y tener mando voluntario y creciente de sus propias actividades.

2.3 Bases Conceptuales

Los Procesos de Aprendizaje

En primer término, Pére (2008), haciendo referencia al proceso de aprendizaje y adquisición de nuevos conocimientos, plantea que:

> Los aprendizajes son el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron, supone un cambio de potencial de conducta de resultados de una práctica o experiencia. (p. 10)

La cual conlleva una modificación de los esquemas de conocimientos y de las estructuras cognitivas de los aprendices lo que alcanza logros con el acceso a determinada información, a la comunicación interpersonal con todo lo que nos rodea y a la realización de determinadas actividades y resolución de problemas.

Al mismo tiempo se sintetiza que el proceso de aprendizaje se da según el siguiente esquema:

1. **Acceso a la información:** La cual comprende entorno físico, otras personas, materiales didácticos: convencionales, tics, internet.

2. **Proceso de la Información** (Operaciones cognitivas): alcanza lo siguiente: captación, análisis, interacción, experimentación, comunicación con otros, negociación de significado, elaboración, reestructuración y síntesis.
3. **Producto Obtenido** (Concepciones del aprendizaje)**:** Memorización (conceptos, hechos, procedimiento, normas), habilidad, rutina, motricidad, comprensión, conocimientos, estrategias cognitivas.
4. **Aplicación del Conocimiento / Evaluación** (Operaciones cognitivas): Se interpreta en situaciones conocidas (repetición) en nuevas situaciones (proceso de comunicación, transferencia).

Asimismo, Peré (2008), refiere en cuanto a los procesos de aprendizaje:

> Son las actividades que realizan los estudiantes para conseguir el logro de los objetivos educativos que pretenden. Constituyen una actividad individual, aunque se desarrolla en un contexto social y cultural, que se produce a través de un proceso de interiorización en el que cada estudiante concilia los nuevos conocimientos, lo que sabe y cree con la nueva información, es decir, la construcción del conocimiento tiene pues dos vertientes una personal y otra social. (p. 5).

A los efectos de lo anterior, los aprendizajes tienen que ser relevantes para el estudiante ya que le permite incorporar sus experiencias de aprendizaje a sus actividades sociales para mejorar su calidad de vida.

Tal como se ha visto, según Peré (2008), las concepciones sobre el aprendizaje y sobre todo los roles que debe adoptar los estudiantes en estos procesos, han evolucionado desde considerarse el aprendizaje como una adquisición de respuestas automáticas (adiestramiento) o adquisición y reproducción de datos informativos (transmitidos por un profesor), a ser entendidos como una construcción o representación mental (personal y a la vez colectiva negociada socialmente) de significado.

En ese mismo sentido, el mismo autor señala que aprender no es solamente memorizar la información sino también es necesario conocer la información disponible y seleccionarla a través de muchos recursos como libros, tv, prensa, internet, de acuerdo a la situación o las necesidades del momento, en este mismo orden de información también es necesaria analizarla y organizarla; interpretarla y comprenderla, sintetizar los nuevos conocimientos e integrarlos con los saberes previos para lograr su apropiación e integración en los esquemas de conocimiento de cada uno, también conlleva aplicar la información y evaluarla, según señala Marqués (2008), lo dicho anteriormente corresponde los seis niveles básicos de objetivos cognitivos que considera la taxonomía de Bloom (1956).

Implicaciones del Aprendizaje

En relación a lo anterior se considera que el aprendizaje tiene ciertas implicaciones, tales como:

Una recepción de datos: que supone un reconocimiento semántico-sintáctico de los elementos del mensaje (palabras, iconos, sonidos) donde cada sistema simbólico exige la puesta en juegos, actividades mentales distintas: los textos, activan las consecuencias lingüísticas, las imágenes, las competencias perceptivas y espaciales, entre otros.

La comprensión de la información: recibida por parte del estudiante que, a partir de sus conocimientos anteriores (con lo que establecen conexiones sustanciales), sus intereses (que dan sentido para ello a este proceso), y sus habilidades cognitivas, analizan, organizan y transforman (tienen un papel activo), la información recibida para elaborar conocimiento.

Una retención a largo plazo: se obtiene con la información y de los conocimientos asociados que se hayan elaborado.

La transferencia del conocimiento: se da a través de nuevas situaciones que sirven para resolver las preguntas y problemas que se planteen.

Factores Básicos para que se puedan realizar los Aprendizajes

En referencia a los factores básicos de aprendizaje, se clasifica en:

Inteligencia y otras capacidades, y conocimientos previos (poder aprender)**:** para aprender nuevas cosas hay que estar en condiciones de hacerlo, se debe disponer de las capacidades cognitivas necesarias para ello (atención, proceso), y de los conocimientos previos imprescindibles para construir sobre ellos los nuevos aprendizajes. También es necesario poder acceder a la información necesaria.

Motivación (querer aprender): para que una persona realice un determinado aprendizaje es necesario que movilice y dirija en una dirección determinada energía para que las neuronas realicen nuevas conexiones entre ellas. En lo esencial, la motivación depende de múltiples factores personales (personalidad, fuerza de voluntad), familiares, sociales y del contexto en el que se realiza el estudio (métodos de enseñanza, profesorado).

Experiencia (saber aprender)**:** los nuevos aprendizajes se van construyendo a partir de los aprendizajes anteriores y requieren ciertos hábitos y la utilizan de determinados instrumentos y técnicas de estudio, como se especifican a continuación:

Instrumentales básicas: observación, lectura, escritura.

Repetitivas (memorizando): copiar, recitar, adquisición de habilidades de procedimientos.

De comprensión: vocabulario, estructuras sintácticas.

Elaborativas (relacionando la nueva información con la anterior): subrayar, completar frases, resumir, esquematizar, elaborar diagramas y mapas conceptuales, seleccionar organizar.

Exploratorias: explorar, experimentar.

De aplicación de conocimientos a nuevas situaciones, creación.

Regulativa (metacognición): analizando y reflexionando sobre los propios procesos cognitivos.

Principios del Aprendizaje

Las bases del aprendizaje: poder (capacidad), saber (experiencia), querer (motivación).

Ley del ejercicio: cuanto más se practica y repite lo aprendido, mas se consolida.

Ley de la intensidad: se aprende mejor con las experiencias fuertes e intensas que con las débiles.

Ley de la multisensorialidad: cuanto más sentidos (vista, oído…) se impliquen en los aprendizajes, estos serán más consistentes y duraderos.

Ley del efecto: las personas tendemos a repetir las conductas satisfactorias y a evitar las desagradables.

Ley de la extinción: los aprendizajes que no se evocan en mucho tiempo, tienden a extinguirse.

Ley de la resistencia al cambio: los aprendizajes que implican cambios en nuestros hábitos y pautas de conducta se perciben como amenazadores y resulta difícil consolidarlos.

Ley de la transferencia: los aprendizajes realizados son transferibles a nuevas situaciones.

Ley de la novedad: las cuestiones novedosas se aprenden mejor que las rutinarias y aburridas.

Ley de la prioridad: las primeras impresiones suelen ser más duraderas.

Ley de la autoestima: las personas con un buen concepto sobre sus capacidades, aprenden con más facilidad.

Factores que Favorecen los Aprendizajes

¿Qué se necesita para aprender?: información, procesarla (comprender, memorizar, integrar con la previa), aplicarla (ver utilidad).

Motivación: Hay motivación para aprender cuando: hay necesidad, cuando lo que se sabe no basta o no funciona. También se aprende para saber (almacenar) o hacer cosas (dos tipos estudiantes: los que les gusta aprender, los que aprenden cuando les interesa para algo).

Actividad: "para comprender una cosa, lo mejor es hacer algo con ella, tratar de cambiarla.". Equilibrar las clases magistrales con otras actividades.

Actividades estructurales: por ejemplo resolución de solución de problemas estructurados.

Contextualizadas: en el entorno personal y social de los estudiantes.

Que faciliten un aprendizaje constructivo, asociando los nuevos contenidos a los conocimientos anteriores: cuando los nuevos conocimientos originan un conflicto con los esquemas cognitivos previos, se hacen necesaria una reestructuración conciliadora que lleva a un nuevo equilibrio con unos esquemas más flexibles y complejos.

Control de la actividad: el alumno se siente protagonista, controla de la actividad, es consciente de su estilo de aprendizaje y de sus procesos de aprendizaje, construye sus estrategias y recursos.

Colaborativa. Investigaciones y otras actividades en grupo (con aceptación de responsabilidades, discusión en pequeños grupos), que permiten explorar nuevos conocimientos, estimulan el desarrollo del pensamiento de orden superior, la aplicación y reflexión del propio conocimiento, compartir el conocimiento con los demás, considerar la diversidad como un valor. Los estudiantes aprenden mejor cuando deben tomar decisiones sobre su experiencia educativa en el contexto de una secuencia de aprendizaje organizado y en situaciones que exijan la colaboración para alcanzar un objetivo común.

Estilos de Aprendizajes

Según (Alonso y Gallego), citado por Peré (2008), definen estilo de aprendizaje como "los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje". Cada estudiante indicara una preferencia por un estilo de aprendizaje de acuerdo al entorno donde el interactúa.

De igual manera, (Kolb citado por Coord (2003)), en su teoría de los estilos de aprendizaje identifico las formas en que los estudiantes descubren la información y la manera en que ellos mismos la procesan, de igual forma el mismo autor observa que algunos estudiantes:

> Perciben mejor la información en forma abstracta (mediante conceptualizaciones abstractas, estos alumnos aprenden pensando), y otros lo hacen mejor en forma concreta (a través de experiencias concretas, estos alumnos aprenden sintiendo), y luego procesan esa información en forma activa (al experimentar de forma activa estos alumnos aprenden actuando) o en forma reflexiva (al observar en forma reflexiva estos alumnos aprenden viendo-escuchando). (p. 16)

Por consiguiente, la mayoría de los estudiantes se acoplaran dentro de una categoría o de otra, es decir que pueden aprender y beneficiarse de las cuatro alternativas (pensando, sintiendo, actuando y viendo-escuchando), de acuerdo a las necesidades de cada estudiante, cada uno de los estilos contribuyen de alguna u otra manera a que este aprenda, por supuesto que de acuerdo al aprendizaje propio de ese alumno el mostrara su preferencia por uno de ellos.

En cuanto al aprendizaje contextual, enfatiza el uso de este modelo de aprendizaje para lograr llegar a todos los alumnos, sin embargo ellos tienden a aprender de una manera concreta (con énfasis en sentir y actuar), mientras que el sistema escolar tiende a utilizar un modelo tradicional de enseñanza como lo es la abstracta (con énfasis e pensar y ver-escuchar).

En este mismo marco, se resumen los estilos de aprendizaje, de la siguiente manera:

Activo: toma mucha información, capta novedades, se implican con entusiasmo activamente y sin prejuicios en nuevas experiencias (experiencia concreta, PERCIBIR).

Reflexivo: acumula y analiza mucha información antes de llegar a conclusiones, les gusta considerar las experiencias desde distintos puntos de vista, observar y escuchar a los demás (observación reflexiva, PENSAR).

Teórico: analiza, sintetiza y estructura la información, integran los hechos en estructuras coherentes (conceptualización abstracta, PLANEAR).

Práctico: aplica la información; descubren los aspectos positivos de las nuevas ideas y las aplican a la primera oportunidad (experimentación activa, HACER).

Operaciones Mentales que se realizan en los Procesos de Aprendizaje

En tanto que, los procesos de aprendizaje, los estudiantes en sus actividades realizan múltiples operaciones cognitivas que ayudan a lograr el desarrollo de sus estructuras mentales y de sus esquemas de conocimiento. Las actividades de aprendizaje son la interacción entre los estudiantes, los profesores y los recursos que facilitan la retención de la información y la construcción conjunta del conocimiento. A partir de la consideración de los 3 tipos de actividades de aprendizaje que apunta (Alonso, citado por Marqués 2008), enfatiza las siguientes operaciones mentales:

Receptivas: Percibir/Observar; Leer/Identificar; Escuchar

Actividades de aprendizaje memorísticas, reproductivas: pretenden la memorización y el recuerdo de una información determinada.

Retentivas: Memorizar (retener)/ Recordar (recuperar, evocar). Memorizar una definición, un hecho, un poema, un texto, entre otros. Recordar (sin exigencia de comprender) un poema, una efeméride, entre otros. Identificar elementos en un conjunto, señalar un río en un mapa, entre otros. Calcular / Aplicar procedimientos. Aplicar mecánicamente fórmulas y reglas para la resolución de problemas típicos.

Actividades de aprendizaje comprensivas: pretenden la construcción o la reconstrucción del significado de la información con la que se trabaja utilizando estrategias para relacionar, combinar y transformar los conocimientos. Por ejemplo:

Analíticas (pensamiento analítico): Analizar; Comparar/Relacionar; Ordenar/Clasificar; Abstraer.

Resolución de problemas (pensamiento complejo): Deducir/Inferir**;** Comprobar/Experimentar**;** Analizar perspectivas/Interpretar; Transferir/ Generalizar; Planificar; Elaborar hipótesis/Resolver problemas/Tomar decisiones; Críticas (pensamiento crítico) y argumentativas; Analizar/conectar; Evaluar; Argumentar/Debatir.

Creativas (pensamiento creativo): Comprender/Conceptualizar (hacer esquemas, mapas cognitivos); Sintetizar (resumir, tomar apuntes)/Elaborar; Extrapolar/Transferir/Predecir; Imaginar (juzgar)/ Crear.

Expresivas simbólicas: Representar (textual, gráfico, oral)/Comunicar; Usar lenguajes (oral, escrito, plástico, musical)

Expresivas prácticas: Aplicar; Usar herramientas

Actividades de aprendizaje metacognitivas: pretenden la toma de conciencia de los propios procesos cognitivos.

Metacognitivas

Tener conciencia de sus procesos cognitivos de aprendizaje.

En esta perspectiva, el aprendizaje también están implicadas las **habilidades emocionales**: control de las emociones, empatía, tolerancia a la frustración y persistencia en la actividad, flexibilidad ante los cambios.

Por consiguiente el pensamiento superior distingue: pensamiento analítico (análisis), crítico (análisis, evaluación, conexión), pensamiento creativo (elaborar, sintetizar, imaginar), pensamiento complejo (diseñar, resolver problemas, tomar decisiones).

Actividades Cognitivas

Es conveniente anotar, según Rodríguez (2008), "que las actividades cognitivas es un proceso múltiple e interactivo que involucra armónicamente a todas las funciones mentales".

También es conveniente precisar, que Peré (2008), considera los siguientes elementos como actividades cognitivas:

Observar**;** Representar (textual, grafico, oral)/Comunicar**;** Memorizar/Recordar (recuperar)**;** Calcular/Aplicar procedimientos**;** Comprender/Conceptualizar**;** Comparar/Relacionar**;** Ordenar/ Clasificar**;** Analizar/Sintetizar**;** Elaborar hipótesis/Resolver problemas**;** Interpretar/Inferir**;** Planificar**;** Evaluar**;** Transferir/Crear.

Dimensiones del Aprendizaje

Cabe considerar, con relación a este tópico, según Marzano (1991), las dimensiones del aprendizaje presentan una "operacionalidad didáctica de los principios constructivistas", las cuales resalta que los aprendizajes más efectivos ocurren cuando continuamos un ritmo de la espiral, extendiendo y profundizando la información adquirida previamente. De igual manera, las dimensiones del aprendizaje se consideran un enfoque didáctico, que facilita la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje que engloba las etapas en la construcción de los mismos como los condicionantes y elementos permanentes que los posibilita. Las dimensiones de aprendizaje se producen si tienen como marco de referencia común, actitudes y percepciones positivas sobre el mismo aprendizaje, además desarrolla los hábitos mentales productivos de los estudiantes.

A los efectos de, Marzano (1991), las dimensiones del aprendizaje se fundamentan en los aspectos como: la planeación de enseñanza que se fundamenta en la posible consecución de ciertos conjuntos de objetivos. En este mismo orden, toda sociedad apoya de una u otra forma la educación de las personas, a fin de que pueda llevarse a cabo las diversas funciones necesarias para la supervivencia. En efecto, se debe reconocer que la sociedad, y junto con ella los objetivos educativos, han evolucionado. La sociedad es cada vez más competitiva, por lo tanto, se exige niños que sean capaces, ya no solo del desarrollo del conocimiento necesario, sino también de la habilidad y actitudes que le ayuden a incorporarse a la dinámica contemporánea de la sociedad.

Dimensiones del Aprendizaje que cumplen el Espiral de Construcción de Pensamiento Complejo, Marzano (1991)

En relación a las dimensiones del aprendizaje, Marzano (1991), propone que inician su desarrollo con las actitudes y percepciones que ayudan a la posterior adquisición e integración, la extensión y profundización y utilización significativa del conocimiento, hasta el desarrollo de hábitos mentales y los patrones de pensamiento complejo.

En relación a lo anterior, las dimensiones del aprendizaje según Marzano (1991), se explican de la siguiente manera, dado que la persona que aprende tiene **actitudes y percepciones** (Dimensión 1) hacia el aprendizaje, su primera actividad será **adquirir e integrar el nuevo conocimiento** (Dimensión 2); es decir, el estudiante deberá asimilar los nuevos conocimientos con los que previamente había adquirido, ocurriendo el proceso subjetivo de interacción entre la información adquirida previamente y la nueva. Posterior a este logro académico, el estudiante desarrollará sus habilidades a través de actividades que ayudan a **profundizar y extender el conocimiento**, haciendo conexiones (Dimensión 3). Más adelante, para la **adquisición del conocimiento significativo,** el estudiante utilizará esos conocimientos y habilidades de pensamiento que aplicarán para resolver problemas (Dimensión 4). Por último y para continuar con el sistema espiral, se puede decir que los resultados anteriores afectarán las **actitudes y los hábitos mentales** (Dimensión 5) para continuar con su formación.

Modelo de Dimensiones del Aprendizaje, Marzano (1991)

Cada una de las dimensiones tiene un conjunto tipo de aprendizajes que llevados a cabo, logran el desarrollo específico de las habilidades cognitivas en los estudiantes, las cuales se despliegan de la siguiente manera:

Dimensión 2. Adquisición e integración del conocimiento: conocimiento declarativo. Conocimiento procesal.

Dimensión 3. Extensión y profundización del conocimiento: comparación, clasificación, abstracción, razonamiento inducción, razonamiento deducción, construcción de argumentos de apoyo, análisis de error, análisis de perspectivas.

Dimensión 4. Utilización significativa del conocimiento: toma de decisiones, resolución de problemas, invención, experimentación, investigación, análisis de sistemas.

Dimensión 5. Actitudes y hábitos mentales: pensamiento crítico, pensamiento creativo, pensamiento autorregulado.

Por consiguiente, los caracteres enumerados, se desarrollan a continuación:

Dimensión 1, relacionada con las **Percepciones y Habilidades.** Se refiere al hecho de que sin estos dos elementos los estudiantes difícilmente podrán aprender adecuadamente, de ahí que un elemento fundamental de la instrucción efectiva es lograr lo que busca esta dimensión.

Clima en el salón de clase

Ayudar a que los estudiantes entienden que las actitudes y percepciones el aula influyen en el aprendizaje.

Aceptación de las percepciones del maestro y compañeros

Asimismo, establecen una relación con cada uno de los estudiantes. Monitorean y atienden las actitudes que se desarrollan en el salón de clase. Comprometiendo a todos los integrantes a garantizar una conducta justa y positiva. De igual modo reconocer las diferencias individuales de los estudiantes y responder positivamente a las respuestas incorrectas o no contestadas de los mismos. Incluso, variar el reforzador positivo ante la respuesta correcta. Por otra parte, crear oportunidades para que los estudiantes participen y se sientan aceptados en la clase. Al mismo tiempo, ayudarlos a desarrollar sus propias estrategias.

Sentido de Confort y Orden

En este sentido, comprende desarrollar frecuente y sistemáticamente actividades que impliquen movimiento físico. Introducir el concepto de "poner en paréntesis". Comunicar reglas y procedimientos a aplicar durante el desarrollo de clase y actividades. Detectar y detener conductas amenazantes dentro y fuera del salón de clase. Identificar las reglas propias de los estudiantes para el confort y el orden.

Ayudar a Estudiantes a Desarrollar Actitudes Positivas para la Elaboración de Tareas

En este caso, ayudar a los estudiantes a ser conscientes que las actitudes positivas influyen en la elaboración de tareas.

Percepción que las Tareas son Valiosas e Interesantes

Es importante, establecer un sentido de confianza académica, al mismo tiempo ayudar a estudiantes a reconocer que el conocimiento específico es valioso. Se recomienda, usar diferentes estrategias para comprometer a los estudiantes a desarrollar las tareas. Es esencial, diseñar tareas acordes con las metas e intereses de los alumnos.

Estar Convencidos que se Poseen las Habilidades y Recursos para Completar con Éxito las Tareas

Es conveniente, establecer mecanismos adecuados de retroalimentación. De igual manera, se debe enseñar a los estudiantes a ser sus propios retroalimentadores. Se debe pues, desarrollar la creencia que los alumnos poseen los conocimientos, habilidades y recursos para completar con éxito las tareas, proporcionando estrategias para que los alumnos acudan a solicitar ayuda para obtener los recursos necesarios.

Entender y ser claro con las tareas

En todo caso, proporcionar con la mayor claridad a los estudiantes los objetivos, criterios y lineamientos de cada tarea. Si bien es necesario, facilitar los niveles de actuación de cada estudiante para desarrollar las tareas.

Dimensión 2, relacionada a la adquisición del conocimiento, se refiere **ayudar a los estudiantes a integrar el conocimiento nuevo con el conocimiento que ya se tiene,** de ahí que las estrategias instruccionales para esta dimensión están orientadas a ayudar a los estudiantes a relacionar el conocimiento nuevo con el previo, organizar el conocimiento nuevo de manera significativa, y hacerlo parte de su memoria de largo plazo.

Dentro de esta perspectiva, la mayor parte de los conocimientos básicos pueden agruparse en dos categorías: los que involucran algún proceso (procesal) y los que no lo hacen (declarativo).

Procesal: son desarrollados siguiendo una serie de datos. Ejemplo: división

Declarativo: solo requiere del entendimiento de las partes componentes para poderlo memorizar y recordar en fecha posterior.

Desde la perspectiva más general, las condiciones para la adquisición del **conocimiento declarativo** en los estudiantes son:

Hacerlo Significativo: establecer una conexión entre el nuevo conocimiento y los adquiridos previamente.

Organizarlo: identificación de lo importante en el paquete de información por medio de una representación semántica o simbólica (patrones semánticos).

Almacenarlo: estrategias para la recuperación de la información en un período largo de tiempo.

Patrones Semánticos

Descriptivos: organizan hechos o características de personas, lugares, objetos o eventos.

Organización Secuencial de Eventos: ordenación cronológica.

Causa/Efecto: de acuerdo con las causas que originan un efecto determinado y siguiendo la secuencia de pasos.

Solución/Problema: identificación de un problema hasta las posibles alternativas de solución.

Generalización: a partir de una generalidad.

Conceptuales: organizan a las personas, lugares, cosas o eventos en categorías o clases.

Por otro lado, aprender conocimientos procesales implica considerar la presencia de tres etapas sucesivas que constituyen el proceso:

La construcción del modelo: uso de estrategias de representación del proceso.

La configuración: los estudiantes alternan con el modelo construido.

La adquisición: automatización, es decir, el uso con facilidad del proceso.

De modo similar, para la construcción del modelo se cuenta con los tres tipos de procedimientos que pueden apoyar la enseñanza:

Algoritmos: representa una serie de datos para ser desarrollados en un orden predeterminado.

Tácticas: serie de reglas generales que tienen un orden general, no rígido en su ejecución.

Estrategia: serie de reglas establecidas que no son específicas para una tarea determinada.

Al mismo tiempo, las técnicas educacionales que se pueden utilizar para apoyar el uso de estos procedimientos es la analogía, pensar el modelo en voz alta y diagrama de flujo.

Técnicas Educacionales

Analogía: el proceso por el cual puede ayudarse a los estudiantes a construir un modelo inicial del algoritmo, táctica o estrategia. Consiste en hacer tareas que se resuelven de manera similar a la demostrada.

“Pensar en voz alta”: consiste en que el maestro expresa sus sentimientos en voz alta, y a la vez, muestra un modelo que representa el conocimiento.

Diagrama de flujo: consiste en una representación gráfica de un proceso, que señala dirección y sentido.

Dimensión 3, extensión y profundización del conocimiento, se refiere a que el educando **añade nuevas distinciones y hace nuevas conexiones.** Analiza lo que ha aprendido con mayor profundidad y mayor rigor. Las actividades que comúnmente se relacionan con esta dimensión son; entre otras, comparar, clasificar, hacer inducciones y deducciones.

Comparación: identificar y articular similitudes y diferencias entre cosas.

Clasificación: agrupar cosas en categorías definidas con base en sus atributos.

Abstracción: identificar y articular temas concretos a un patrón general de información.

Razonamiento Inductivo: inferir principios o generalizaciones desconocidas, a partir de observación de casos concretos.
Razonamiento Deductivo: deducir consecuencias desconocidas a partir de principios dados o generalizaciones.

Construcción de Argumentos de Apoyo: construir un sistema de apoyo o pruebas para una aserción.

Análisis de Error: identificar o articular errores propios o de otros.

Análisis de Perspectivas: análisis de las propias perspectivas para considerar los principios en lo que se cree y la base de esos principios.

Comparación

Es la más básica operación de extensión y profundización. La comparación debe incluir la descripción de similitudes y diferencias entre dos o más ítems y el proceso involucra tres componentes que pueden ser evaluados: la selección apropiada de ítems para comparar. La selección apropiada de las características que servirán como base de comparación. La identificación precisa de las similitudes y diferencias entre los ítems, mediante la utilización de las características identificadas.

Clasificación

Es la habilidad de agrupar semánticamente las características de elementos en categorías o grupos conceptuales. El proceso involucra cuatro componentes que pueden ser evaluados: la selección significativa de ítems para clasificar. La especificación de las categorías útiles para los ítems. La especificación precisa y las reglas completas para la categorización de los elementos. La clasificación exacta de los ítems identificados en las categorías previstas.

Abstracción

Permite hacer la conexión entre dos eventos, aparentemente no relacionados entre sí, es la identificación de un patrón de información general o abstracta que se aplica a ambas situaciones. Incluye la identificación y la explicación de cómo un patrón abstracto de una situación, o de acuerdo con una información, puede presentarse de manera similar o diferente del mismo patrón abstracto, en otra situación. El proceso involucra tres componentes que puedan ser evaluados: la identificación de una situación o información significativas que son útiles como objeto de un proceso de abstracción. La identificación de un patrón representativo para la situación o información seleccionada. La relación precisa entre el padrón general o abstracto, y otra situación o información.

Razonamiento Inductivo

Es la formulación de conclusiones fundamentadas en la evidencia. Incluye la creación de una generalización a partir de la información concreta, de la descripción del razonamiento que sustenta la mencionada generalización. El proceso involucra tres componentes que pueden ser evaluados: la identificación de los elementos (casos concretos de información u observaciones) a partir de los cuales se harán las inducciones. La interpretación de la información, a partir de la cual se hará la inducción. La elaboración y articulación precisa de las conclusiones (inducciones), a partir de la información seleccionada o de las observaciones.

Razonamiento Deductivo

Incluye la identificación de las generalizaciones o principios (premisas) y después la descripción de sus consecuencias lógicas. El proceso involucra tres componentes que pueden ser evaluados: la identificación de una deducción basada en una generalización útil e importante. La interpretación precisa de las generalizaciones. La identificación de las consecuencias lógicas que pueden deducirse las generalizaciones o principios.

Construcción de Argumentos de Apoyo

Es bien sabido que, el arte de la persuasión encierra el uso de ciertos convencionalismos, y tiene sus raíces en la clásica retórica, que se construye alrededor de cuatro ideas básicas. Comúnmente llamadas “las cuatro apelaciones”: apelar a una audiencia por medio de la personalidad. Apelar apoyándose en creencias o tradiciones. Apelar con el apoyo de la retórica y con argumentos lógicos.

En tal sentido, incluye el desarrollo de argumentos bien fundamentados a favor o en contra de una proposición específica. El proceso involucra tres componentes que pueden ser evaluados: la discriminación precisa entre una proposición que requiere de apoyo, y un hecho que no lo requiere. La provisión de las evidencias apropiadas y suficientes que apoyan la proposición. La construcción de argumentos de apoyo, o en contra de la proposición.

Análisis de Error

Es decir, análisis de información para detectar los errores que puedan presentar. Incluye la identificación y la descripción específica de los tipos de errores en la información o procesos. El proceso involucra tres componentes que pueden ser evaluados: la identificación significativa de los errores en la información o en los procesos, comparándolos con la realidad. La descripción precisa de los efectos de los errores en la información o en los procesos. La descripción exacta de los modos para corregir los errores.

Análisis de Perspectivas

Por consiguiente, una de las formas más efectivas de razonamiento que se puede lograr en el análisis de las propias perspectivas para considerar los principios en los que se cree y la base de esos principios. El proceso incluye: identificación de los conceptos o afirmaciones que se apoyan o rechazan. Construcción de sus opiniones con respecto a los conceptos o afirmaciones previamente identificados. La descripción de los razonamientos de cada uno de los puntos analizados.

Dimensión 4, utilización significativa del conocimiento, está relacionado, según los psicólogos cognoscitivistas, con el aprendizaje más efectivo, el cual ocurre cuando el educando **es capaz de utilizar el conocimiento para realizar tareas significativas.** En efecto, planear la instrucción para lograr esta dimensión es una de las decisiones más importantes que el profesor puede hacer.

En consecuencia, este modelo instruccional tiene seis tipos de tareas que promueven el uso significativo del conocimiento; entre otros, toma de decisiones, la investigación, la solución de problemas.

Toma de Decisiones

La toma de decisiones representa el proceso de dar respuesta a preguntas como: ¿Qué es lo mejor que puede pasar?, ¿Qué es lo más apropiado en este caso? Existen varios modelos de procesos de toma de decisiones, pero en cualquiera de ellos, el proceso involucra una situación en la cual se debe seleccionar entre dos o más alternativas que comúnmente son por igual interesantes.

Primer paso: es necesario identificar lo que se quiere de la situación (criterios y las alternativas de selección).

Segundo paso: es la identificación de la importancia de cada una de las posibles alternativas, y está deberá determinarse por la presencia e importancia cuantitativa de los criterios.

En concordancia con lo anterior, el proceso involucra cuatro componentes que pueden ser evaluados: la identificación de alternativas apropiadas para ser consideradas. La identificación de los criterios apropiados para evaluar las alternativas. La identificación precisa de la presencia e importancia, en cada alternativa, de los criterios. La selección de una respuesta para la pregunta original, objeto de la decisión, a partir de los criterios de evaluación.

Resolución de Problemas

En ciertos casos, la resolución de problemas plantea, las incógnitas: ¿Cómo se podrá vencer este obstáculo?, ¿Cómo conseguiré mis propósitos bajos estas condiciones? La resolución de problemas es el proceso por medio del cual se logran objetivos que están bloqueados por algún obstáculo o condición limitante.

Conviene destacar que, la resolución de problemas puede ayudar a los estudiantes a explorar casos virtuales con cualquier contenido, y en cualquier área del conocimiento: involucra cuatro componentes que pueden ser evaluados: la identificación precisa de los obstáculos. La identificación de las alternativas importantes para vencer los obstáculos. La selección de las alternativas probables. Si otras alternativas fueron probadas, la descripción de las razones por las que se hizo la selección y los modos de cómo fueron superados los obstáculos.

Invención

Es el proceso de creación de algo desconocido que satisface una necesidad. En efecto, se inventa algo, cuando se intenta contestar a preguntas como: ¿Qué cosas nuevas se necesitan aquí?, ¿Podría encontrarse un nuevo procedimiento?, ¿Será éste el mejor?, ¿Cómo podría mejorarse esto? En este proceso, no existen por lo general, obstáculos, sino que el énfasis lo tiene el hecho de satisfacer alguna necesidad percibida o bien el hecho de mejorar o modificar algo creado anteriormente.

La invención es un proceso cuyas etapas son la concepción, el desarrollo y el perfeccionamiento de un producto que satisface una necesidad percibida y los patrones específicos establecidos por el inventor.

Difiere de la resolución de problemas que se enfoca a salvar obstáculos, para dejar que la invención se concentre en el producto en sí.

Incluye el desarrollo de algún producto o procesos nuevos, o el mejoramiento de algún producto o proceso que satisfagan una necesidad desconocida. Involucra cuatro componentes que pueden ser evaluados: la identificación de un proceso o producto para desarrollar y/o mejorar, y que a la vez satisfagan una necesidad desconocida. La identificación rigurosa de los patrones o criterios de especificación que debe reunir la invención. La elaboración detallada y la revisión en el inicio del proceso durante el mismo, y la del producto. El perfeccionamiento continuo del proceso, hasta conseguir un nivel consistencia completo con los criterios o patrones identificados previamente.

Experimentación

Involucra los cinco procesos de un trabajo experimental: la observación, el análisis, la predicción, la comprobación y a evaluación. Responde a las preguntas: ¿Cómo puedo explicar esto?, y fundamentado en la explicación ¿qué puedo predecir? El proceso de observación genera explicaciones, permite hacer predicciones, y desde luego propicia su comprobación, apoyándose en el método científico.

En efecto, los componentes a evaluar son: la descripción detallada del fenómeno a someter al proceso de investigación. Selección del proceso que permite crear el sistema de observación que de acuerdo al fenómeno a estudiar requiere. Elaboración de las conclusiones a partir de las observaciones capturadas. La descripción de las predicciones fundamentadas en las conclusiones previas.

Investigación

Existen tres tipos de investigación:

Descriptivas: Que considera respuestas a preguntas ¿cuáles son las características que describen?, ¿cuáles son los rasgos más importantes? Es la identificación de las características desconocidas de algún concepto determinado.

Históricas: Que responde a preguntas como: ¿qué es lo que ha pasado? ¿Por qué ha pasado esto? Comprende la identificación del por qué y cómo han ocurrido algunos eventos del pasado y constituye un proceso básico para poder entenderlo.

Proyectiva: que contesta a preguntas como ¿qué pasaría si? ¿Qué podría pasar si? Pretende identificar lo que pasará, si ocurriera algún evento en el futuro.

Independientemente del tipo de investigación se incluyen elementos comunes. Todas incluyen la identificación de lo que se conoce o se acepta acerca de un concepto, y los eventos pasados o el asunto hipotético que deberá ser estudiado. Es importante la identificación y justificación de las contradicciones o confusiones y el deseo de resolverlas es lo que usualmente motiva a una persona a hacer investigaciones.

Los componentes a evaluar son: la identificación de los obstáculos, causas o hipótesis. La observación cotidiana o el diseño de los instrumentos para la recolección de la información. La recolección de la información. El proceso de la información. La interpretación de los datos.

Análisis de Sistemas

En este proceso, el estudiante analizará una situación en la cual elaborará un modelo sistémico, que describa las interrelaciones, organización y funciones de los elementos que la explican o fundamentan. Como producto final, se tendrá un modelo que cumpla con las características básicas del enfoque sistémico. El proceso incluye los siguientes elementos a evaluar: la descripción de cada uno de los elementos que conforman la situación. Esquematización de las interrelaciones, organización y estructura de los elementos descritos. Fundamentación de la función y operación del sistema.

Dimensión 5, se refiere a los **hábitos que usan los pensadores críticos, creativos y con autocontrol, siendo los hábitos que permitirán el autoaprendizaje en el individuo en cualquier momento de su vida que lo requiera**. Algunos de estos hábitos mentales incluyen; entre otros, ser claros y buscar claridad, ser de mente abierta, controlar la impulsividad, ser consciente de su propio pensamiento.

Quizás esta es la dimensión más importante, puesto que atraviesa todas las demás. Los hábitos mentales se pueden dividir en tres categorías generales: autorregulación, razonamiento crítico y razonamiento creativo.

Autorregulación

Estar consciente de su propio razonamiento. Capacidad de planificación. Estar consciente de los recursos que se necesitan. Ser sensible a la retroalimentación. Evaluar la eficacia de las propias acciones.

Pensamiento Crítico

Ser preciso y buscar la precisión. Ser claro y buscar la claridad. Tener una mente abierta. Restringir la impulsividad y tomar una postura determinada cuando la situación lo requiera, siendo sensible a los sentimientos y nivel de conocimiento de los demás.

Pensamiento Creativo

Comprometerse intensamente en las tareas, incluso cuando las soluciones y respuestas no aparezcan de inmediato. Superar los límites de su conocimiento y sus capacidades. Generar, confiar y mantener sus propios estándares de evaluación. Generar nuevas formas de observar una situación más allá de los límites de los estándares convencionales.

Todos estos hábitos mentales se pueden utilizar en todas las otras dimensiones del aprendizaje. Por ejemplo, a medida que el estudiante intenta establecer percepciones y actitudes positivas en el aprendizaje (**Dimensión 1**), podrá tomar en cuenta los recursos disponibles para hacer de la clase un lugar seguro y ordenado. Cuando se adquiera e integre el conocimiento (**Dimensión 2**), el estudiante seguramente podría buscar precisión. Cuando el conocimiento se amplíe y refine mediante la inducción (**Dimensión 3**), el estudiante podría resistirse a la impulsividad. Finalmente, cuando se utilice el conocimiento de manera significativa (**Dimensión 4**), el estudiante podría ampliar los límites de su conocimiento y habilidad en la solución de problemas.

Selección De Estrategia

Es importante destacar que la investigación presentará una forma para la enseñanza y aprendizaje de la adición de números racionales en los alumnos del primer año educación media general basado en estrategias didácticas que tomaran en consideración los principios de la creatividad, calidad, competencia y colaboración, principios que nos permiten avanzar hacia la nueva sociedad que se configura en los umbrales del siglo XXI que ya ha sido proclamada por la UNESCO como ejes de la nueva formación, es decir, que formar, hoy no es solamente instruir en los contenidos culturales, sino también preparar al estudiante para el cambio que generan las nuevas tecnologías, para ello hay que tomar en cuenta las cuatro dimensiones básicas del ser humano: conocimiento, sentimientos y actitudes, habilidades y voluntad o empeño en la realización de tareas. Además de esto hay que tomar en cuenta que las estrategias en el mundo educacional moderno constituye un conjunto de acciones deliberadas y arreglos organizados para desarrollar el proceso de aprendizaje, según Szucrek, 1990 (citado por Ruiz 1992).

Así mismo asegura que las estrategias comprenden técnicas instruccionales, actividades organizadas, organización de grupos, organización de tiempo y organización del ambiente. Señala que las estrategias no deben tratarse en forma aislada, sino en el contexto de sus interrelaciones con los otros elementos del sistema.

El mismo autor considera necesario aplicar la teoría de la estrategia al acto de planificación de la instrucción y define la planificación estratégica en el aula como; el proceso sistemático que permite al docente analizar la situación en la cual se desarrollará el proceso de aprendizaje y en forma, conveniente, lo que se hará y en qué momento. (p. 66).

A su vez la investigación en estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo denominado aprendizaje estratégico, a través del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el mejoramiento en áreas y dominios determinados (Comprensión de textos académicos, composición de textos, solución de problemas, entre otros.).

Dentro de esta perspectiva se ha trabajado con estrategias como la imaginaria, la elaboración verbal y conceptual, la elaboración de resúmenes autogenerados, detección de conceptos claves e ideas tópicos y de manera reciente con estrategias metacognitivas y autorreguladoras que permiten al alumno reflexionar y regular su proceso de aprendizaje.

Existen diversos criterios que permiten seleccionar las estrategias más adecuadas a determinada situación de aprendizaje (Programa de Estudio y Manual del Docente, 1987), entre ellas son:

Las características biopsicosociales de los educando. En lo referente en este aspecto para la selección de la estrategia, el docente debe conocer el grado de desarrollo del adolescente, analizar las operaciones cognoscitivas que el educando es capaz de realizar y tomar en cuenta los conocimientos previos del estudiante. Esto garantiza el logro de aprendizajes significativos y una motivación constante.

Los objetivos que se desean lograr. El docente debe tomar en cuenta el dominio al que se refiere el objetivo (Cognoscitivo, afectivo y psicomotor) para entonces determinar el método, la técnica y los recursos a utilizar. Por ejemplo la demostración es una técnica válida para lograr el aprendizaje de destrezas, y la reflexión grupal es más adecuada para lograr la comprensión de un concepto.

Los distintos momentos del proceso enseñanza-aprendizaje. Se debe considerar el momento del proceso en el cual se aplicara: por ejemplo, la exposición puede ser adecuada al iniciarse el desarrollo de un tema, con motivación inicial, no tanto en el momento de desarrollo de la clase, donde es importante la participación activa del educando.

- **El tiempo y el ambiente natural y social**. Es necesario tomar en cuenta el tiempo previsto para la aplicación del método o técnica, así como la disponibilidad y características del ambiente (aulas, laboratorios, talleres, bibliotecas, entre otros).

- **Tamaño del grupo**. El docente debe tener presente, que para la aplicaron de determinada técnica, es necesario conocer el número de estudiantes a quien se le facilitara la enseñanza.

El manual también señala que ninguna estrategia es superior a otra, sino que su efectividad depende de la adecuada selección ya aplicación por parte del docente, en correspondencia directa con las características del grupo y del educando.

De igual manera Odremán (2006), las estrategias didácticas, son reflexiones permanentes del docente sobre las actividades y las experiencias que han sido más potenciales en el logro de los aprendizajes por parte de sus alumnos y la búsqueda de fundamentos teóricos que justifiquen su aplicación. La misma autora señala que en toda estrategia didáctica se distinguen cinco elementos:

- Objetos
- Ecología Comportamental
- Ambiente Relacional
- Sistema Conceptual
- Estrategia Cognitiva

Objeto. Es la fase inicial de la estrategia, es fundamental el manejo de objetos o materiales de alta significación para el alumno, desde el punto de vista cultural o histórico, con la finalidad de facilitar la aparición y desarrollo de los conceptos que se pretenden que el estudiante construya. Por ejemplo: el ábaco, el tangram, el plegado, los tacos, los granos y otros elementos conocidos por el niño a la niña.

Ecología Comportamental. El ambiente siempre genera un entramado de relaciones inducido por el material y las acciones que en un espacio determinado se realizan. Así cuando se entra a una iglesia se produce un proceso de recogimiento y oración; en un estadio se respira un ambiente de juego y competencia; en un parque, ejercicios y disfrute al aire libre. La estrategia didáctica en el aula genera un entramado de relaciones que se manifiestan a través de actitudes y acciones específicas que invitan a los estudiantes a interactuar con el material: juegos, competencias, relaciones e intercambios.

Ambiente Relacional. Los objetos por sí mismo no conducen a una situación ideal de aprendizaje, es necesaria la acción del maestro como orientador de los procesos, como gerente que explica las reglas que promueven una serie de interacciones que optimizan el proceso: estudiante-estudiante, estudiante-objetos, estudiante-maestro, sujeto-institución, sujeto-conocimiento, grupo-entorno. Estas interacciones van desde acciones muy obvias y sencillas, como lavarse las manos antes de tomar los libros, hasta las exigencias más complejas, como registrar todos los pasos de un proceso.

Sistema Conceptual. La estrategia didáctica no resuelve problemas de contenidos puntuales, sino que abre la disponibilidad de acceder de manera progresiva y sistemática aun conjunto de conceptos que se interrelacionan y se implican mutuamente, constituyéndose en cuerpo de conocimiento de manera casi natural. (Bastida y otros, 1996, citado por Odremán, 2006).

Estrategia Cognitiva. Estas estrategias favorecen el desarrollo de diversas formas de conocer que el sujeto emplea para acercarse a los objetos de conocimiento. Se puede decir que a través de las estrategias cognitivas se estimulan los niveles de representación del niño o la niña, lo que puede verse al principio como un juego de pedida y ganancia, que permite ir dejando elementos del proceso que se van consolidando y ganar otros más profundos y significativos para la conceptualización.

Del mismo modo Odremán (2006), en los planteamientos anteriores ubica estos elementos en cuatro dimensiones, de acuerdo a la formación educativa: el ser, el saber, el hacer y el convivir. Los objetos, el campo conceptual y las estrategias cognitivas se ubican de manera muy clara en tres de esas dimensiones: el ser, el saber, y el hacer. El ambiente relacional y ecología comportamental están más referidos al ser y al convivir.

Dentro de este marco la autora asevera la importancia del dominio didáctico y metodológico en el desarrollo del pensamiento e indica que la estrategia didáctica induce o estimula un conjunto de procesos articulados en la perspectiva del pensamiento reflexivo, los cuales favorecen distintas maneras de actuar, pensar, ordenar, operar, generalizar. Para lograr niveles cada vez más elevados de desarrollo y socialización de los saberes.

En otro orden de ideas, la educación matemática debe responder a las necesidades que tienen los individuos en cuanto a la adquisición de conocimientos, habilidades y destrezas básicas necesarias para integrarse a una vida activa. Por supuesto que para este crecimiento personal es necesario el dominio del mayor número posible de temas matemáticos que le puedan ser aplicables al mundo laboral, además el desarrollo de la capacidad creativa de los futuros profesionales, donde exista una relación entre los conocimientos matemáticos y las experiencias cotidianas, lo cual conllevaría a convertirse en personas más aptas para insertarse a los cambios tecnológicos de hoy en día.

Es importante destacar que los programas de matemática se han estructurado siguiendo una secuencia que introduce los diferentes contenidos ordenados de acuerdo a una prelación. Con el propósito de permitir a los estudiantes, alcanzar el dominio de un objetivo antes de otro que se basa en él y para ayudarles a construir el conocimiento matemático en forma lógica y coherente.

Contenidos Conceptuales de Números Racionales, Suarez Bracho, E. y Duran Cepeda, D. (2002)

El progreso obtenido en matemática se hará evidente al formalizar el estudio de los conjuntos numéricos: **N** (Números Naturales), **Z** (Números Enteros), **Q** (Números Racionales) y **R** (Números Reales); se continuara y progresara en el área de Geometría mediante la aplicación de algunas teoremas referentes a la Geometría del Plano; se estudiaran las funciones polinómicas hasta de grado dos, se aplicaran los estudios de Estadística y Probabilidad y se iniciaran las nociones Informáticas.

Por consiguiente en la presente investigación se tomaran en cuenta los contenidos relativos al conjunto de los números naturales, números enteros y los números racionales.

Un número natural es cualquiera de los números: 1, 2, 3…, que usan para contar los elementos de un conjunto. Reciben ese nombre porque fueron los primeros que utilizo el ser humano para contar objetos.

Algunos matemáticos (especialmente los de Teoría de Números) prefieren no reconocer el cero (0) como un número natural; otros especialmente los de Teoría de Conjuntos, Lógica e Informática, sostienen la postura opuesta.

Antes de que surgieran los números para la representación de cantidades, el ser humano uso otros métodos para contar, utilizando para ellos objetos como piedras, palitos de madera, nudos de cuerdas, o simplemente los dedos. Más adelante comenzaron a aparecer los símbolos gráficos como señales para contar, por ejemplo marcas en una vara o simplemente trazos específicos sobre la arena. Pero fue en Mesopotamia alrededor del año 4.000 a. C. donde aparecen los primeros vestigios de los números que consistieron en grabados de señales en formas de cuñas sobre pequeños tableros de arcilla empleando para ello un palito aguzado. De aquí el nombre de escritura cuneiforme.

Operaciones con los Números Naturales

Las operaciones matemáticas son acciones de relación que permiten a los seres humanos acordar procesos culturales de lectura simbólica, que se pueden realizar con un determinado conjunto numérico. Los conjuntos numéricos son espacios en los cuales las operaciones pueden hacerse con elementos de dichos conjuntos y dar como resultado de la acción elementos que pueden estar dentro o fuera de ellos, si la operación su resultado siempre da elementos del conjunto numérico se dice que el espacio es cerrado para dicha operación, si el resultado algunas veces da elementos del conjunto y otras veces no, se dice que el espacio es abierto para dicha operación.

De allí que se puede decir que las operaciones en los números naturales son: la adición cuyo resultado es la suma (operación cerrada, constructora de la linealidad), la sustracción cuyo resultado es la diferencia o resta (operación abierta deconstructora de la linealidad), la multiplicación cuyo resultado recibe el nombre de producto (operación cerrada, constructora de ortogonalidad (ángulo recto)), la división cuyo resultado es el cociente (operación abierta de doble naturaleza deconstructora de la ortogonalidad (desarma el ángulo recto), o como razón de cambio), la potenciación cuyo resultado es potencia (operación cerrada, constructora de objetos geométricos “perfectos”), radicación cuyo resultado es raíz (operación abierta, deconstructora de objetos geométricamente perfectos) y la logaritmación (operación abierta, de posibles propiedades dimensionales de los objetos geométricos).

No siempre se puede realizar una resta entre números naturales, debido a que no siempre se cumple que el número al que se le resta el otro, es mayor.

Se puede realizar, $20 - 5 = 15$; siendo 20 el minuendo y 5 el sustraendo; pero no $5 - 20$; la razón es que el resultado, -15, no está dentro del conjunto de los números naturales.

Uso de los números naturales

Los números naturales, son usados para dos propósitos fundamentalmente: para describir la posición de un elemento en una secuencia ordenada, como se generaliza con el concepto de ordinal, y para especificar el tamaño de un conjunto finito, que a su vez se generaliza en el concepto de "cardinal". En el mundo de lo finito, estos dos conceptos son coincidentes: los ordinales finitos son iguales a ***N*** así como los cardinales finitos. Cuando nos movemos más allá de lo finito, ambos conceptos son diferentes.

Número entero

Los números enteros positivos y negativos, son el resultado natural de las operaciones suma y resta. Su empleo, aunque con diversas notaciones, se remonta a la antigüedad.

El nombre de enteros se justifica porque estos números ya positivos o negativos, siempre representaban una cantidad de unidades no divisibles (por ejemplo, personas).

Estructura de los números enteros

Los enteros con la adición y la multiplicación forman una estructura algebraica llamada anillo. Pueden ser considerados una extensión de los números naturales y un subconjunto de los números racionales (fracciones). Los números enteros son subconjunto de los números racionales o fracciones, puesto que cada número entero puede ser considerado como una fracción cuyo denominador es el número uno.

Los números enteros pueden ser sumados y/o restados, multiplicados y comparados. Si la división es exacta, también puede dividirse dentro del mismo conjunto de los enteros. La razón principal para introducir los números negativos sobre los números naturales es la posibilidad de resolver ecuaciones del tipo:

$$\boldsymbol{a + x = b}$$

Para la incógnita $\boldsymbol{x}$.

Operaciones con números enteros

Las mismas operaciones que se realizan con los números naturales pueden llevarse a cabo con los números enteros. El conjunto de los números enteros se representa mediante **Z** (el origen del uso de **Z** es el alemán Zahlen “números”).

Suma de números enteros

En la suma de números enteros, se distinguen dos casos teniendo en cuenta el signo de los sumandos:

Suma de dos Números Enteros del mismo signo: Para sumar dos números enteros del mismo signo, se suman sus valores absolutos y se escribe el resultado con el mismo signo que tienen los sumandos.

$$|+5| + |3| = +8 \qquad\qquad |-2| + |-10| = -12$$

Suma de dos números enteros de distintos signos: Para sumar dos números enteros de distintos signos se restan los valores absolutos se escribe el resultado precedido del signo del sumando de mayor valor absoluto.

$$|-13| + |8| = -5$$

Propiedades de la suma

Como en la suma de números naturales, la suma de números enteros también tiene unas propiedades:

- Propiedad Conmutativa
- Propiedad Asociativa
- Elemento neutro
- Elemento opuesto

Propiedad Conmutativa: En la adición en Z se cumple la propiedad conmutativa, la cual indica que el orden de los sumandos no altera la suma.

Es decir, para todo $\boldsymbol{a}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Z}$**,** se tiene que $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$
$(+998)+(-1236)=(-1236)+(+998)=-(1236-998)=-238$

Propiedad Asociativa: En la adición en Z se cumple la propiedad asociativa, la cual indica que al agrupar los sumandos de distintas formas, se obtiene la misma suma. Es decir, para todo $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{Z}$, se tiene que $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$, por ejemplo:

Elemento Neutro: El **0** es el elemento neutro para la adición en Z, ya que todo número entero $\boldsymbol{a}$ más 0 da como resultado el mismo número $\boldsymbol{a}$**,** es decir, $\boldsymbol{a}+0=\boldsymbol{a}$ y $0+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$

Elemento opuesto: En la adición en Z, la suma de un numero entero $\boldsymbol{a}$ con su opuesto $(-\boldsymbol{a})$ es igual a 0, o sea que $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\mathbf{0}$ y $(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$

Resta de los números enteros

Para restar dos números enteros se suma al minuendo el opuesto del sustraendo. Sea $\boldsymbol{a}$ él minuendo y $\boldsymbol{b}$ el sustraendo, entonces $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$**.**

Ejemplo: $(-7) - (+8) = (-7) + (-8) = -15$

Multiplicación de los números enteros

Para hallar el producto de dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando los dos factores tienen el mismo signo, y negativo si tienen signos distintos.

Ejemplos: $(+3) \times (+5) = +15$

$(-5) \times 7 = -35$

$(-7000) \times (-3) = 21000$

Propiedades de la multiplicación en los números enteros (Z)

En la multiplicación de los números enteros se cumplen las propiedades conmutativa, asociativa, elemento neutro y propiedad distributiva con respecto a la adición o sustracción.

Propiedad Conmutativa: Establece que si se cambia el orden de los factores no se altera el producto, es decir, si $a, b \in Z$ entonces $a \times b = b \times a$

Por ejemplo: $(-3) \times 4 = -12$ **y** $4 \times (-3) = -12$

En la multiplicación de números enteros se cumple la propiedad conmutativa.

Por ejemplo: a) $3 \times [(-2) \times 8] = (-6) \times 8 = -48$

b) $3 \times [(-2) \times 8] = 3 \times (-16) = -48$

Propiedad Asociativa: Establece que si se agrupan los factores de distintas formas se obtiene el mismo producto, es decir, si $a \times b \times c \in Z$. Entonces $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Por ejemplo: a) $3 \times [(-2) \times 8] = (-6) \times 8 = -48$

b) $\mathbf{3 \times [(-2) \times 8] = 3 \times (-16) = -48}$

Se agrupan de distintas formas los factores y en ambos casos se obtuvo el mismo producto; por lo tanto, en la multiplicación en **Z** se cumple la propiedad asociativa.

Elemento neutro en la multiplicación en **Z** es el **1,** es decir si $\boldsymbol{a \in Z}$ entonces $\boldsymbol{a \times 1 = 1 \times a}$ por ejemplo: a) $\mathbf{(-4) \times 1 = -4}$

b) $1 \times (-25) = -25$

Factor cero: Todo número entero multiplicado por cero es igual a cero, es decir si $\boldsymbol{a \in Z}$ entonces $\boldsymbol{a \times 0 = 0}$ **y** $\boldsymbol{0 \times a = 0}$

Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición: Se aplica cuando uno de los factores es una suma con dos o más sumandos y consiste en multiplicar cada uno de ellos por el otro factor, para luego sumar estos productos, es decir, si $\boldsymbol{a, b, c \in Z}$ entonces, $\boldsymbol{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$

Por ejemplo: a) $\mathbf{(-2) \times (4 + 6) = (-2) \times 10 = 20}$

b) $\mathbf{(-2) \times (4 + 6) = (-2) \times 4 + (-2) \times 6 = (-8) + (-12) = -20}$

Por lo tanto, en la multiplicación en Z se cumple la propiedad distributiva con respecto a la adición.

División de los Números Enteros

La división exacta de los números enteros se realiza como la división de números naturales, pero teniendo en cuenta que el signo del cociente se coloca siguiendo la regla de los signos para la multiplicación. Cuando una división no es exacta se realiza con los valores absolutos y se coloca el cociente el signo correspondiente según la regla de los signos. Es decir se dividen los valores absolutos de los números; si el dividendo y el divisor tienen igual signo, el cociente es positivo y si el dividendo y el divisor tienen diferente signo, el cociente es negativo.

Por ejemplo: a) $10 \div 2 = 5$
b) $(-10) \div 2 = (-10 \div 2) = -5$
c) $[(-10) \div (-2)] = +(10 \div 2) = +5$
d) $10 \div (-2) = -(10 \div 2) = -5$

Fracciones

Una fracción representa las partes que se toman de un todo o unidad y se expresa de la forma**:** $\frac{a}{b}$ donde $a \in Z^*$ es el **numerador** de la fracción y $b \in Z^*$ es el **denominador.**

El denominador b indica las partes iguales en que se divide ese todo o unidad, y el numerador a indica las partes que se toman.
Por ejemplo: $\frac{4}{5}$

Una fracción representa también una división, en la cual el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor .Por ejemplo, $\frac{4}{5}$ indica que el todo se ha dividido en 5 partes iguales y se han tomado cuatro de esas partes, pero también indica la división de 4 entre 5.

Clasificación de las Fracciones

Fracción Unidad

La fracción unidad: es aquella fracción en la cual el numerador es igual al denominador .Es decir la fracción $\frac{a}{b}$ es una fracción unidad si $a = b$, por ejemplo: $\frac{5}{5} = 1$

Fracciones Propias

Una fracción es propia si el valor absoluto del numerador de la fracción es menor que el valor absoluto del denominador. Es decir, la fracción $\frac{a}{b}$ es propia si $|a| < |b|$.

Por ejemplo $\frac{3}{6}$, es una fracción propia, ya que $|3| < |6|$

Fracciones Impropias

Una fracción es impropia si el valor absoluto del numerador de la fracción es mayor que el valor absoluto del denominador, es decir, la fracción $\frac{a}{b}$ es impropia si $|a| > |b|$. Por ejemplo la fracción $\frac{9}{2}$ es impropia, ya que $|9| > |2|$.

Fracciones Nulas

Una fracción es nula si el numerador de la fracción es igual a cero, ya que al dividir 0 entre cualquier número entero, el cociente es cero; es decir, es una fracción de la forma $\frac{0}{b}$ con $b \in Z^*$. Por ejemplo, cada una de las fracciones son nulas $\frac{0}{-1}$ y $\frac{0}{15}$. Todas las fracciones nulas representan al cero, en el ejemplo anterior $\frac{0}{-1} = 0$ y $\frac{0}{15} = 0$.

Fracciones Enteras

Una fracción es entera si el numerador de la fracción es múltiplo del denominador, de manera que al dividir el numerador entre el denominador el cociente es un número entero. Es decir, la fracción $\frac{a}{b}$ es entera si $a \div b \in Z$. Por ejemplo:

a) La fracción $\frac{12}{4}$ es entera, ya que $12 \div 4 = 3$ y el número $3 \in Z$; y

b) La fracción $\frac{-6}{3}$ es entera, ya que $-6 \div 3 = -2$ y el número $-2 \in Z$.

Como todo número entero es múltiplo de 1, se tiene que toda fracción cuyo denominador es 1 es una fracción entera, por ejemplo, las fracciones $\frac{-7}{1}$ y $\frac{18}{1}$

Fracciones Decimales

Una fracción es decimal si su denominador es la unidad seguida de ceros. Por ejemplo, la fracción $\frac{3}{10}$ es una fracción decimal.

Fracciones Equivalentes

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes entre sí, si $a \times d = b \times c$. Por ejemplo, las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{14}{21}$ son equivalentes entre sí porque los productos cruzados son iguales: $2 \times 21 = 42$ y $3 \times 14 = 42$, o sea $2 \times 21 = 3 \times 14$.

Amplificación de Fracciones

Amplificar una fracción consiste en multiplicar sus dos términos por un mismo entero distinto de 0 para obtener una fracción equivalente. Considera la fracción $\frac{a}{b}$. Para x perteneciente al conjunto de los números enteros distintos de 0 se cumple que: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times \frac{x}{x}$

Por ejemplo, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{8}$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24} \Longrightarrow \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{15}{40} \Longrightarrow \frac{3}{8} = \frac{15}{40}$$

Simplificación de Fracciones

Simplificar una fracción consiste en dividir sus dos términos entre un divisor común para obtener una fracción equivalente. Considera la fracción $\frac{a}{b}$ y x un número entero mayor que 1. Si $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ son múltiplos de x, entonces $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ se pueden dividir entre x para obtener una fracción equivalente, de manera que $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \div \frac{x}{x}$.

Por ejemplo, $\frac{28}{42} = \frac{28}{42} \div \frac{2}{2} = \frac{2814}{4221}$ y $\frac{14}{21} = \frac{14}{21} \div \frac{7}{7}$ entonces $\frac{28}{42} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ en este caso cuando una fracción no se puede simplificar más, la fracción se denomina fracción irreducible.

Fracciones Irreducibles

Una fracción es irreducible si sus términos son primos entre sí, es decir, si el máximo común divisor de sus términos es la unidad. Una de las formas de simplificar una fracción hasta hallar su fracción irreducible, es calculando el máximo común divisor de los dos términos de la fracción; luego, dividiendo ambos términos entre el máximo común divisor calculado. Por ejemplo, para simplificar la fracción $\frac{12}{18}$ de modo que la fracción resultante sea irreducible, se calcula el máximo común divisor de 12 y 18 el cual es 6; después se dividen entre 6 los términos 12 y 18 se obtiene la fracción irreducible $\frac{2}{3}$ que es equivalente a la fracción $\frac{12}{18}$, ya que $12 \times 3 = 2 \times 18$.

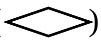
Números Racionales

En sentido amplio, se llaman números racionales a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero (una fracción común). El término “racional” alude a “ración” o “parte de un todo”, y no al pensamiento o actitud racional.

En sentido estricto, número racional es el conjunto de las fracciones equivalentes a una dada; de todas ellas, se toma como representante canónico del dicho número racional a la fracción irreducible, la de términos más sencillos.

Se define un número racional como un decimal finito o infinito periódico (por ejemplo el número decimal finito 0,75 es la representación del número racional ¾. El número decimal infinito periódico 0,333… es la representación decimal del número racional 1/3). El número racional permite resolver ecuaciones del tipo ***ax*** = ***b*** cuando ***a*** y ***b*** son números enteros (con "***a***" distinto de cero).

El conjunto de los números racionales se denota por **Q** que significa "cociente" (***Quotient*** en varios idiomas europeos). Este conjunto de números incluye a los números enteros y es un subconjunto de los números reales. Las fracciones equivalentes entre sí (número racional) son una clase de equivalencia, resultado de la aplicación de una relación de equivalencia al conjunto de números fraccionarios.

En el antiguo Egipto ya se calculaba utilizando fracciones unitarias (aquellas cuyos denominadores son enteros positivos, como ½, ¼). El jeroglífico de una boca abierta () denotaba la barra de fracción (/), y un jeroglífico numérico escrito debajo de la "boca abierta" denotaba el denominador de la fracción.

Construcción de los Números Racionales

Se considera las parejas de números enteros (a, b) donde $b \neq 0$. $\frac{a}{b}$ Denota a (a, b). A a se le llama numerador y a b se le llama denominador. Al conjunto de estos números se le denota por Q. Es decir:

$$Q = \left\{\frac{p}{q}, p \in Z, q \in Z, q \neq 0\right\}$$

Por ejemplo, la fracción $\frac{2}{3}$. Al multiplicar sus términos por cada uno de los números enteros distintos de 0, se obtienen las siguientes fracciones equivalentes:

$\ldots\frac{-8}{-12}=\frac{-6}{-9}=\frac{-4}{-6}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}\ldots$ El conjunto formado por todas estas fracciones equivalentes representa un mismo número llamado número racional.

Números racionales positivos y números racionales negativos

Un número racional es positivo si los términos de las fracciones que lo representan tienen signos iguales; o es negativo si los términos de las fracciones que los representan tienen signos diferentes. Por ejemplo las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{-2}{-5}$ representan dos números racionales positivos; en cambio, las fracciones $\frac{-5}{12}$ y $\frac{9}{-4}$ representan dos números racionales negativos y se escriben $\frac{2}{-5}$ y $\frac{9}{-4}$.

Subconjuntos notables en Q

El conjunto de los números racionales está formado también por el conjunto de los números enteros, ya que si ***a*** es un número entero, entonces $\frac{a}{1}$ es un número racional. Esto indica que el conjunto de los números enteros está contenido en el conjunto de los números racionales. Por esta razón, los números racionales son una extensión de los números enteros.

Por otro lado, no todo número racional es entero. Por ejemplo, el número racional $\frac{5}{8}$ no es entero. Así, Z es un subconjunto de Q, pero Z y Q son conjuntos distintos.

En el conjunto de los números racionales se pueden distinguir los siguientes subconjuntos notables:

El conjunto de los números racionales positivos, denotado por Q^+:

$$Q^+ = \left\{\ldots\frac{3}{1};\frac{-5}{2};\frac{3}{4};\frac{-1}{-3};\frac{-1}{-4}\ldots\right\}$$

El conjunto de los números racionales negativos, denotado por Q^-:

$$Q^{-} = \left\{ \dots \frac{-3}{2}; \frac{4}{-3}; \frac{1}{-1}; \frac{4}{5}; \frac{-2}{3}; -\frac{1}{2} \dots \right\}$$

El conjunto de todos los números racionales diferentes de 0, denotado por Q^*

$$Q^{*} = \left\{ \dots \frac{5}{-1}; \frac{4}{3}; \frac{1}{-1}; \frac{6}{5}; \frac{1}{7}; \frac{2}{5}; \frac{-3}{-4} \dots \right\}$$

De esta manera, se cumplen las siguientes expresiones:

Q^+ ¢ Q Q^- ¢ Q Q^* ¢ Q

Representación de un número racional en la recta

Representación de un número racional positivo sobre la recta

Para ubicar sobre la recta numérica un número racional positivo, se debe considerar la fracción que lo representa: si es propia o si es impropia.

Si es propia, se divide la unidad de 0 a 1 en partes iguales, según indica el denominador, y a partir de 0 se cuenta hacia la derecha tantas partes como indica el numerador.

Si es impropia, se transforma la fracción en un número mixto, se cuenta hacia la derecha la parte entera que indica el número mixto, y a partir de allí se toma del siguiente segmento la parte fraccionaria.

Representación de un número racional negativo sobre la recta

Para ubicar sobre la recta numérica un número racional negativo, se debe considerar la fracción que lo representa: si es propia o si es impropia. Si es propia, se divide la unidad de 0 a -1 en tantas partes iguales como indica el denominador, y a partir de 0 se cuenta hacia la izquierda tantas partes como indica el numerador. Si es impropia, se transforma la fracción en un número mixto, se cuenta hacia la izquierda la parte entera que indica el número mixto, y a partir de allí se toma del siguiente segmento la parte fraccionaria.

Orden en Q

La comparación de números racionales permite establecer una relación de orden en Q. Dos números racionales ***a*** y ***b*** se pueden comparar si se representan en la recta numérica, de manera que ***a*** es menor que ***b*** si ***a*** esta a la izquierda de ***b*** en la recta. También, se pueden comparar varios racionales, de manera que, si sus denominadores son iguales, el racional mayor es el que tiene mayor numerador, y el menor es el que tiene menor numerador. Por ejemplo, en los racionales $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{7}$ y $\frac{3}{7}$ el mayor es $\frac{5}{7}$ y el menor $\frac{2}{7}$.

Sin los denominadores son diferentes y se tienen dos racionales, estos se pueden comparar según el producto cruzado.

Dados dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se cumple que:

$\frac{a}{b}$ es **menor que** $\frac{c}{d}$, y se escribe $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, si $a \times d < b \times c$

$\frac{a}{b}$ es **mayor que** $\frac{c}{d}$, y se escribe $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, si $a \times d > b \times c \times$

$\frac{a}{b}$ es **igual a** $\frac{c}{d}$, y se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a \times d = b \times c$

Por ejemplo $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{8}$. Al calcular el producto cruzado se obtiene que $2 \times 8 = 16$ y $5 \times 3 = 15$. Como 16>15 entonces $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$.

Adición de números racionales con igual denominador

La suma de números racionales que tienen el mismo denominador es un número racional cuyo numerador es la suma de los numeradores de los sumandos, y cuyo denominador es el denominador común. Por ejemplo:

$$\frac{23}{100}+\frac{47}{100}+\frac{10}{100}=\frac{23+47+10}{100}=\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$$

Sustracción de números racionales con igual numerador

La resta de dos números racionales que tienen el mismo denominador es un número racional cuyo numerador es la resta de los numeradores de los términos, y cuyo denominador es el denominador común. Por ejemplo:

$$\frac{47}{100}-\frac{23}{100}=\frac{47-23}{100}=\frac{24}{100}=\frac{6}{25}$$

$$\frac{5}{8}-\frac{7}{8}=\frac{5-7}{8}=-\frac{2}{8}=-\frac{1}{4}$$

Adición de números racionales con diferente denominador

Para sumar números racionales con diferentes denominadores, se hallan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Luego se suman los numeradores y se deja el mismo denominador. Existen varios métodos para efectuar la suma, los cuales son:

a) **Método del Mínimo Común Múltiplo:** Este método consiste en reducir las fracciones a un mínimo denominador común, y luego sumar las fracciones resultantes. Por ejemplo: $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=$

Se halla el denominador común mediante el cálculo del mínimo común múltiplo de los denominadores de cada fracción:

$$\begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$4=2^2$ $\qquad 8=2^3$ $\qquad 5=5$ $\qquad 10=2\times5$

$$\text{m.c.m. } (4, 8, 5, 10) = 2^3 \times 5 = 40$$

Se halla el numerador de cada fracción, para ello se divide el mínimo común múltiplo entre cada denominador y su resultado se multiplica por su respectivo numerador:

$$40 \div 4 = 10 \quad 40 \div 8 = 5 \quad 40 \div 5 = 8 \quad 40 \div 10 = 4$$

$$10 \times 3 = 30 \quad 5 \times 5 = 25 \quad 8 \times 2 = 16 \quad 4 \times 3 = 12$$

Se escriben las fracciones reducidas y se realiza la adición:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{30}{40} + \frac{25}{40} + \frac{16}{40} + \frac{12}{40} = \frac{30+25+16+12}{40} = \frac{83}{40}$$

La fracción resultante se convierte en irreducible si no lo es. O si la fracción es impropia, se puede expresar como un número mixto, en este caso $\frac{83}{40} = 2\frac{3}{40}$

b) **Método del Producto en Cruz:** Este método se utiliza cuando se tienen solo dos sumandos y sus denominadores son primos entre sí. Se realiza de la siguiente manera: Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. Se suman estos productos y se obtiene el numerador de la suma. El denominador de la suma es el producto de los denominadores de los sumandos. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{6}{7} = \frac{2 \times 7 + 3 \times 6}{3 \times 7} = \frac{14 + 18}{21} = \frac{32}{21}$$

Sustracción en los números racionales con diferente denominador

Para restar números racionales con diferentes denominadores, se hallan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Luego, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Por ejemplo:

$$\frac{8}{5}-\frac{26}{15}=\frac{24}{15}-\frac{26}{15}=\frac{-2}{15} \qquad \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1\times3-1\times2}{2\times3}=\frac{1}{6}$$

Propiedades de la adición en los números racionales

Propiedad Conmutativa: La propiedad conmutativa en la adición de los números racionales indica que el orden de los sumandos no altera la suma. Es decir, para todo número racional de la forma $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se cumple que: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

Por ejemplo: $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$ y $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{9+8}{12}=\frac{17}{12}$

Entonces, $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

Propiedad Asociativa: La propiedad asociativa en la adición de los números racionales indica que al agrupar los sumandos de distintas formas se obtiene la misma suma, es decir la suma de tres o más números racionales es independiente de cómo se asocian sus sumandos. De manera que, dados $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ y $\frac{e}{f}\in Q$, se cumple que: $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$ esta propiedad permite sumar más de dos números racionales y también eliminar e intercalar paréntesis apropiadamente en cualquier suma. Por ejemplo: $\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{5}=\frac{6}{2}+\frac{3}{5}=\frac{30+6}{10}=\frac{36}{10}=\frac{18}{5}$ y $\frac{5}{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)=\frac{5}{2}+\frac{5+6}{10}=\frac{5}{2}+\frac{11}{10}=\frac{25+11}{10}=\frac{36}{10}=\frac{18}{5}$

Entonces, $\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{5}=\frac{5}{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)$

Elemento Neutro: El 0 es el elemento neutro para la suma de números racionales, de manera que al sumar el 0 a un número racional $\frac{a}{b}$, se obtiene el mismo número racional $\frac{a}{b}$, es decir: $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$ y $0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$

Por ejemplo: $\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}+\frac{0}{2}=\frac{1+0}{2}=\frac{1}{2}$

Elemento Opuesto: Cada número racional tiene un opuesto que es el número racional que sumado con el resulta 0. El opuesto de un número racional $\frac{a}{b}$ se denota mediante $-\frac{a}{b}$. Así, $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$; $\frac{a}{b}$ es el opuesto de $-\frac{a}{b}$. Por ejemplo, el opuesto de:

$\frac{2}{3}$ es $-\frac{2}{3}$, ya que $\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=0$; y el opuesto de $-\frac{3}{4}$ es $\frac{3}{4}$, ya que $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{4}=0$

Definición de suma y multiplicación en Q

Se define la suma: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

Se define la multiplicación: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

Relaciones de equivalencia y orden en Q

Se define la equivalencia $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ cuando *ad=bc*

Los racionales positivos son todos los $\frac{a}{b}$ tales que *ab>0*

Los racionales negativos son todos los $\frac{a}{b}$ tales que *ab<0*

Se define el orden $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ cuando *ad−bc>0*

Notación

Los números de tipo $\frac{-a}{b}$ son denotados por $\frac{a}{-b}$

Las sumas de tipo $\frac{a}{b}+\frac{-c}{d}$ son denotadas por $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$

$\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}\right)$ Denota a $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}$

Todo número $\frac{p}{1}$ se denota simplemente por *p*.

Propiedades de los números racionales

El conjunto de los números racionales con la suma y multiplicación definida de esta manera forman un cuerpo.

Propiedades de la suma y multiplicación

La suma en Q es conmutativa, esto es: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

La suma en Q es asociativa, esto es:

$$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{p}{q}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{p}{q}=\left(\frac{a}{b}+\frac{p}{q}\right)+\frac{c}{d}$$

La multiplicación en Q es asociativa, esto es:

$$\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\times\frac{p}{q}\right)=\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)\times\frac{p}{q}$$

La multiplicación se distribuye en la suma, esto es

$$\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}+\frac{p}{q}\right)=\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)+\left(\frac{a}{b}\times\frac{p}{q}\right)$$

Existencia de neutros e inversos

Para cualquier racional $\frac{a}{b}$ se cumple que $\frac{a}{b}+\frac{0}{1}=\frac{a}{b}$ entonces $\frac{0}{1}$ es el neutro aditivo de los racionales y se le denota por 0.

Para cualquier racional $\frac{a}{b}$ se cumple que $\frac{a}{b}\times\frac{1}{1}=\frac{a}{b}$ entonces $\frac{1}{1}$ es el neutro multiplicativo de los racionales y se le denota por 1.

Cada número racional $\frac{a}{b}$ tiene un inverso aditivo $\frac{-a}{b}$ tal que $\frac{a}{b}+\frac{-a}{b}=0$

Cada número racional $\frac{a}{b}$ con excepción de 0 tiene un inverso multiplicativo $\frac{b}{a}$ tal que $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$

Equivalencias notables en Q

$\frac{ca}{cb} = \frac{a}{b}$ si $c \neq 0$ y $b \neq 0$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$\frac{0}{a} = \frac{0}{b} = 0$, a y $b \neq 0$

$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = 1$, a y $b \neq 0$

2.4 BASES LEGALES

La educación es el recurso fundamental de toda sociedad, ya que de él se derivan el fortalecimiento de los valores éticos y morales necesarios para la transformación y construcción de un país a través de la educación y el trabajo. De igual manera, es el enriquecimiento de las capacidades individuales y sociales del ser humano para ajustarse a las exigencias tecnológicas de hoy en día, y la adaptación de los miembros de una sociedad que necesitan destrezas y habilidades, para la supervivencia en el mundo en que convivimos, y ser participes en el desarrollo de todas las áreas del conocimiento científico, social, económico, laboral y cultural.

Por consiguiente, cabe destacar que de allí se comprende, lo establecido en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999), en el artículo 103: "Toda Persona tiene derecho a una educación integral, de calidad, permanente, en igualdad de condiciones y oportunidades, sin más limitaciones que las derivadas de sus aptitudes, vocación y aspiraciones…" (p. 85).

Sin duda alguna, los objetivos de la educación venezolana, es construir una sociedad que produzca una transformación social, que permita el enriquecimiento productivo de la nación a través de la participación de cada uno de los ciudadanos que conforman el país, unido a los aportes que da el aprendizaje que le garantiza al individuo, la apropiación activa y creadora del conocimiento técnico y científico.

De igual forma, en la Ley Orgánica de Educación, (LOE) 2009, en el artículo 14.

> La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, concebida como un proceso de formación integral, gratuita, laica, inclusiva y de calidad, permanente, continua e interactiva, promueve la construcción social del conocimiento, la valoración ética y social del trabajo y la integralidad y preeminencia de los derechos humanos, la formación de nuevos republicanos y republicanas para la participación activa, consciente y solidaria, en los procesos de transformación individual y social… La didáctica está centrada en los procesos que tienen como eje la investigación, la creatividad y la innovación, lo cual permite adecuar las estrategias, los recursos y la organización del aula, a partir de la diversidad de intereses y necesidades de los y las estudiantes. (p. 16-17).

En este sentido, la educación debe impartirse, a todos los ciudadanos en igualdad de condiciones y formar individuos acordes con las exigencias de su entorno, donde desarrollen sus habilidades cognitivas y metacognitivas, para la transformación del espacio social de manera productiva en beneficio de cada uno de los integrantes de esta sociedad.

En la misma perspectiva que aquí se adopta, en el artículo 15 de la Ley Orgánica de Educación (2009), con respecto a los fines de la educación, en el numeral ocho, con respecto a la asignatura de matemática, plantea que es necesario: "Desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación en filosofía, lógica y matemática, con métodos innovadores que privilegien el aprendizaje desde la cotidianidad y la experiencia". (p. 19).

Evidentemente que la formación del individuo debe apegarse al desarrollo de cada una de sus capacidades que le permitan mejorar sus niveles de vida a través de una educación de calidad con la finalidad de impulsar todos los componentes cognitivos para que se dé el proceso de aprendizaje aprovechando todo lo que ofrezca el medio social donde se desempeñe, y contribuir al perfeccionamiento de todas sus habilidades.

Al respecto, en la Ley Orgánica para la Protección del Niño, Niña y Adolescente (2007), en el parágrafo primero, se indica “El estado debe crear y sostener escuelas, planteles e institutos oficiales, de carácter gratuito que cuenten con los espacios físicos, instalaciones y recursos pedagógicos para brindar una educación integral de la más alta calidad”. (p. 10)

Dentro de este marco, se tiene que considerar abiertamente, que la calidad de la educación, debe ser un aporte de todas las instituciones a los individuos que conforman esta sociedad, sustentado en la idea del carácter pedagógico e integral, es decir que la formación educativa debe agotar todos los recursos didácticos, estratégicos, metodológicos, que den pertinencia al proceso educativo adecuado al modelo social que se vive hoy en día.

2.5 TABLA DE ESPECIFICACIONES

Cuadro N° 1: Tabla de Especificaciones.

Objetivo General: Proponer un Diseño Contextual en el Proceso de Aprendizaje del contenido de la Adición de los Números Racionales del Primer Año de Educación Media General de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado". Ciudad Alianza, Estado Carabobo.

Objetivo Específico	Variables	Definición Conceptual	Categoría	Dimensión	Sub-Dimensiones	Indicadores	Ítems	Tipo de Instrumento
Diagnosticar las debilidades de los estudiantes con relación al proceso de aprendizaje del contenido de la adición de los números racionales en el primer año de educación media general de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado".	Proceso de Aprendizaje en la Adición de Números Racionales	**Aprendizaje:** Los aprendizajes son el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores). Marques (2008). **Números Racionales:** Está formado por el conjunto de todas las fracciones equivalente a una dada se representan con la letra ***Q***. **Adición:** La suma de números racionales que tienen el mismo denominador es un número racional cuyo numerador es la suma de los numeradores de los sumandos, y cuyo denominador es el denominador común. Para sumar números racionales con diferentes denominadores, se hallan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Luego se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.	**Comprensión:** Entender la información, captar el significado, trasladar el conocimiento a nuevos contextos, interpretar hechos, contrastar, ordenar, agrupar, inferir las causas, predecir las consecuencias. Bloom (1956). **Aplicación:** Hacer uso de la información, utilizar métodos, conceptos, teorías en situaciones nuevas; solucionar problemas usando habilidades o conocimientos. Bloom (1956). **Análisis:** Encontrar patrones, organizar las partes, reconocer significados ocultos, identificar componentes. Bloom (1956).	Números Racionales	Adición de Números Racionales	Efectúa la adición de fracciones con igual denominador.	1 2	Prueba Objetiva de Selección Simple
						Efectúa la adición de fracciones con diferentes denominadores.	3 4	
					Propiedades de la Adición de Números Racionales	Aplica la Propiedad Conmutativa en la Adición de Fracciones.	5	
						Aplica la Propiedad Asociativa en la Adición de Fracciones.	6	
						Aplica la Propiedad del Elemento Neutro en la Adición de Fracciones.	7	
						Indica cual es el Elemento Opuesto de la Fracción.	8	
						Aplica la Propiedad Distributiva en la Adición de Fracciones.	9	
					Problemas de Adición de Números Racionales con igual y diferente denominador	Resuelve problemas de Adición de Fracciones con iguales denominadores.	10	
						Resuelve problemas de Adición de Fracciones con diferente denominador.	11 12	
						Calcular Adición de Números Racionales con diferente denominador.	13	
					Ecuaciones en los Números Racionales	Resuelve ecuaciones en los Números Racionales.	14	
						Resuelve problemas de Adición con Números Mixtos.	15	
					Plantear Problemas de Adición de Números Racionales	Plantea Problemas de Adición de Números Racionales.	16	

Fuente: González, (2011). Tabla de Especificaciones del Instrumento Dirigido a los Alumnos.

2.6 Definición de Términos

Adición: Acción y efecto de añadir o agregar, operación aritmética fundamental, simbolizada por el signo + que reúne en una sola, dos o más cantidades de igual naturaleza. (Larousse, 2004, p.43).

Contextual: s.m. conjunto de circunstancias en que se sitúa un hecho. LING. Conjunto de los elementos (fonema, morfema, frase, etc.) que preceden dentro de un enunciado y que pueden determinar su correcta interpretación.

Estrategias: es el conjunto de líneas de acción que precisan el cambio a recorrer. Constituye la forma de acción que sirve para ejecutar el proceso de un determinado sentido, dándole especificidad a las políticas, sirve de guía para definir prioridades, establecer rumbos y asignar recursos racionalmente.

Factibilidad: es la posibilidad cierta de que una acción estratégica pueda ser aplicada y/o que un objeto pueda ser alcanzado durante un tiempo definido.

Fracción: operador formado por dos números enteros, a (numerador) y b (denominador),que se describe ab y que define el resultado obtenido a partir de una magnitud, dividiéndola por b y multiplicándola por a, pudiéndose invertir ambas.

Números Racionales: cada uno de los números que resultan de la ampliación de los números enteros. (Larousse, 2004, p.43).

Observación: es recabar información de nuestro medio, lo cual provee los insumos de cualquier proceso cognoscitivo más complejo. (Larousse, 2004, p. 730).

Problema: es una situación que refiere de una solución o respuesta que no es evidente para la persona y por lo tanto, tiene que ser buscado. (Cenamec, 2002. p. 2).

Procesos Cognoscitivo: son métodos, mecanismos o protocolos internos que usa una persona para percibir, asimilar, almacenar y recuperar conocimientos. (Larousse, p. 830).

Resolución de Problemas: es un proceso intelectual complejo; implica la reorganización de los elementos de la situación planteada, conjuntamente con los conocimientos significativos al problema, para generar y ejecutar un plan de acción que permita alcanzar la solución (Cenamec, 2000. p. 2).

CAPÍTULO III

3. MARCO METODOLÓGICO

La metodología es una de las etapas de la investigación que implica la elaboración y formulación de un modelo operativo donde se propone un diseño de investigación. Esto constituye una estrategia general que permite al investigador cubrir las diferentes etapas de la investigación para obtener los datos y la información necesaria, a objeto de comprobar los supuestos que orientan al estudio.

Asimismo, según Palella y Martins (2003), "la metodología es una guía procedimental, producto de la reflexión, que provee pautas lógicas generales pertinentes para desarrollar y coordinar operaciones destinadas a la consecución de objetivos intelectuales o materiales del modo más eficaz posible" (p. 73).

Dentro de esta perspectiva, para Hurtado y Toro (1998), consideran que

> El diseño del marco metodológico constituye la médula de la investigación, se refiere al desarrollo propiamente dicho del trabajo investigativo: la definición de la población sujeta a estudio y la selección de la muestra, diseño y aplicación de los instrumentos, la recolección de los datos, la tabulación, análisis e interpretación de los datos. (p. 78).

Por consiguiente, la siguiente investigación tiene como propósito fundamental desarrollar un diseño contextual que posee estrategias de aprendizaje para el contenido de la Adición de los Números Racionales en el Primer Año de Educación Media General, relacionando actividades como problemas, ejercicios y juegos de carácter cotidiano y contextual sustentado en la Teoría Social de Lev Vygotsky y la Teoría Constructivista de David Ausubel.

3.1 Tipo de Investigación

El tipo de investigación, según Palella y Martins (2003), "orienta sobre la finalidad general del estudio y sobre la manera de recoger las informaciones o datos necesarios" (p. 82).

En la perspectiva que aquí se adopta, el estudio se ubicó en la Modalidad de Proyecto Factible en el cual se elaboró un Diseño Contextual sobre el aprendizaje del contenido de la adición de números racionales en el primer año de Educación Media General. El proyecto factible según Manual de Trabajo de Grado de Especialización y Maestrías y Tesis Doctorales (2006) de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador señala que:

> Consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales. El proyecto debe tener apoyo en una investigación de tipo documental, de campo o un diseño que incluya ambas modalidades. (p.21).

Dentro de este marco, según Palella y Martins (2003)

> Las investigaciones que asuman la modalidad de proyecto factible deben incluir un capitulo adicional que, en la mayoría de los casos será el sexto el cual constará de una introducción o presentación, los objetivos que persigue la propuesta; la justificación, de acuerdo con los resultados del estudio (…) y el diseño del proyecto: programa, plan, libro, entre otros (según el caso). Este diseño debe estar sustentado en un enfoque teórico de planificación el cual permite incorporar elementos como: objetivos, contenidos, estrategias, acciones, actividades, indicadores, entre otros. (p. 92).

En este sentido la presente investigación contará con el diseño o propuesta de estrategias de aprendizaje con actividades relacionadas con la adición de números racionales para estudiantes de primer año de educación media general.

3.2 Diseño de la Investigación

Con referencia a la presente investigación, es considerado un diseño de campo, no experimental, que para Palella y Martins (2003),

> Es el que se realiza sin manipular en forma deliberada ninguna variable. El investigador no varía intencionalmente las variables independientes, se observan los hechos tal y como se presentan en su concepto real y en un tiempo determinado o no, para luego analizarla. (p. 81).

En relación al enfoque cuantitativo, se empleó un diseño de campo como ya se menciono anteriormente, no experimental transeccional, que al respecto Hernández y Otros (2008), manifiestan "este nivel de investigación se ocupa de recolectar datos en un solo momento y en un tiempo único, su finalidad es la de describir las variables y analizar su incidencia o interacción en un momento dado sin manipularlas". (p. 208).

Procedimiento

- Diagnóstico de la necesidad
- Estudio de factibilidad de la propuesta
- Diseño de la propuesta

Fase I. Diagnóstico

Con respecto al Diagnóstico, Cruz (2007), refiere que el diagnóstico educativo, implica "establecer objetivos, recoger información, analizar, interpretar y valorar datos, obtenidos para tomar decisiones educativas, que deben jugar un papel esencial en la elaboración de adaptaciones curriculares, las que van a dar respuesta a las necesidades educativas especiales de cada sujeto". (p. 11). Del mismo modo, Hurtado y Toro (1998), consideran que el diagnóstico "es la etapa en la cual se identificará el problema, se recogerán y procesarán todas las informaciones referentes a él". (p. 121). También consideran que se debe realizar una buena inserción para hacer un diagnóstico suficientemente completo, lo cual comprende una identificación del problema que se logra a través de: entrevistas, conversaciones, dinámica de grupo, observaciones, discusiones grupales y otras actividades dentro de la comunidad. Esto se hace necesario para elaborar un plan que guie en el proceso de recolección de la información. Del mismo modo, Balestrini (2001), citado por Rojas (2009) se refiere al

> Proceso valorativo mediante el cual se identifica con base a ciertas metodologías los problemas, deficiencias o necesidades de un objeto determinado. Constituye una primera aproximación a la situación del objeto en estudio, en el que se detectan los aspectos que requiere cambiarse o mejorarse. (p. 40)

En esta fase se verificó la necesidad de la propuesta mediante una investigación descriptiva, cuya finalidad fue diagnosticar para obtener información real y concreta respecto a la necesidad de la propuesta, para ello se aplicó un instrumento diseñado para tal fin, correspondiente a una prueba diagnóstico de conocimiento objetiva de selección simple dirigido a una muestra de estudiantes de primer año de Educación Media General en la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado". En este sentido, se puede afirmar que el nivel descriptivo, el cual para Arias (1997), citado por Palella y Martins (2003), se refiere al "grado de profundidad con que se aborda un objeto o fenómeno". (p. 86).

De igual manera los mismos autores indican que, el nivel descriptivo cumple, "el propósito de interpretar realidades de hechos, incluye descripción, de los fenómenos, además consiste en la caracterización de un hecho o grupos con el fin de establecer su estructura o comportamientos". (p. 86).

La información recogida se utilizó para establecer la necesidad más importante, que es la de realizar la propuesta, dirigida específicamente a los estudiantes de primer año, con el contenido matemático de adición en los números racionales.

Fase II. Estudio de la Factibilidad de la Propuesta

Corresponde a la segunda fase del proceso metodológico, de la modalidad donde se establecen los criterios que permiten asegurar el uso óptimo de los recursos empleados, así como los efectos del proyecto en el área o sector al que se destina. Para Cerda (1995), citado por Hernández (2010), la factibilidad de un proyecto tiene como finalidad, permitir la selección entre las variantes (si esta no se ha cumplido en la fase anterior), determinar las características técnicas de la operación, fijar los medios a implementar, establecer los costos de operación y evaluar los recursos disponibles reales y potenciales. Así mismo, el autor afirma que los resultados del estudio de factibilidad influyen en las decisiones tomadas por las personas responsables del proyecto.

Su viabilidad se caracteriza por comprender las siguientes etapas: Factibilidad Técnica, Económica, Financiera, Institucional, Social y Administrativa. (Hernández 2010), (p.p. 14,15). En la presente investigación, la factibilidad se sustento en a) Factibilidad Técnica: ya que cuenta con la infraestructura de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado" (salones de clases, biblioteca, pizarrones y espacios físicos de utilidad para los estudiantes y los docentes); en cuanto a b) Factibilidad Económica: costo de adquisición del material. No representa carga alguna para la institución, ya que fue elaborado por la investigadora, c) Factibilidad Financiera: las fuentes de financiamientos utilizados fueron proporcionados por medio de ingresos propios de la investigadora, d) Factibilidad Institucional: fue factible la colaboración institucional, ya que hubo la disponibilidad de parte de las autoridades a prestar su colaboración al abordaje de la problemática planteada.

De acuerdo a las necesidades que pudieran presentarse, lo cual es de vital importancia para el desarrollo de la propuesta, e) Factibilidad Social: la propuesta persigue principalmente incluir al estudiante, ya que está dirigida esencialmente a la problemática que se presenta en la comprensión, aplicación y uso del contenido de la adición de fracciones, a partir de esta base se quiere involucrar a todo el estudiantado que pueda tener acceso a la propuesta planteada, f) Factibilidad Administrativa: representa una alternativa y tiene vida útil puesto que es un plan de actividades de estrategias pedagógicas para el aprendizaje de la adición de números racionales a nivel de estudiantes de primer año, que corresponde a políticas o disposiciones legales del estado para la educación, aludiendo a lo que establece la Ley Orgánica de Educación y la Constitución de la Republica Bolivariana de Venezuela.

Fase III. Diseño de la Propuesta

El diseño de la propuesta, está basado en estrategias didácticas para la comprensión y aprendizaje del contenido de la adición de los números racionales del primer año de educación media general.

3.3 Población y Muestra

Población

Es el conjunto de individuos o elementos a quienes se refiere la investigación, en este sentido. Desde esta perspectiva se considera que:

> La población de una investigación es el conjunto de unidades de las que se desea obtener información y sobre las que se van a generar conclusiones. Es el conjunto finito o infinito de elementos; personas o cosas pertinentes a una investigación y que generalmente suele ser inaccesible. (Palella y Martins, 2003)

De igual manera, para Hurtado y Toro (1998), "la población o universo se refiere al conjunto para el cual serán validas las conclusiones que se obtengan, a los elementos o unidades (personas, instituciones o cosas) que se van a estudiar". (p.78).

En este mismo orden de ideas, para Arias (2006), "la población es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes, para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Esta queda delimitada por el problema y por los objetivos del estudio". (p.81).

Dentro de este orden de ideas, cabe destacar, que este estudio se realizó con la selección de 150 estudiantes que conforman las secciones desde la “A” hasta la “F” que cursan la asignatura de matemática en el primer año de educación media general de la Unidad Educativa Nacional “Padre Santiago Florencio Machado”, Ciudad Alianza Municipio Guacara Edo. Carabobo.

Muestra

La muestra es un subconjunto de la población, es decir, es una parte de esta, debe ser representativa de la misma de donde procede. (Palella y Martins, 2003). Es decir, es el conjunto de elementos definidos de una población

> Hurtado y Toro (1998). Acotan que con la muestra se trabajará realmente en el proceso de la investigación, a ellos se observará y se les aplicará los cuestionarios y demás instrumentos, se tomarán sus datos, se analizarán y se generalizarán los resultados de toda la población. (p. 79).

Se seleccionó una muestra no probabilística, según Hernández (2008), “llamada también “muestras dirigidas” que suponen un procedimiento de selección informal que se utilizan en muchas investigaciones cuantitativas y cualitativas”. (p.206).

Para los efectos de la investigación se seleccionó el muestreo no intencional. Al respecto Arias (2006), afirma “los elementos son escogidos con base en criterios o juicios preestablecidos por el investigador”. (p.85). Para efectos de la investigación, la muestra está constituida por 24 estudiantes de la misma población de la Unidad Educativa Nacional “Padre Santiago Florencio Machado”.

3.4 Técnicas e Instrumentos para la Recolección de la Información

Orozco y Otros (2002). “Se refiere al establecimiento de los medios y precisión de las técnicas utilizadas para la recolección de los datos, el tipo de instrumento, las escalas de medición, la validez y confiabilidad de los instrumentos”. (p. 42).

Instrumentos

Es de primordial importancia destacar, que previamente a la aplicación del instrumento se elaboro la Tabla de Especificaciones, contentiva de los siguientes elementos: el objetivo general, objetivo especifico, variables, definición conceptual, categoría, dimensión, subdimensiones e indicadores, ítems y tipo de instrumento; partiendo de estas ideas se elaboro el instrumento que se empleo para medir el objetivo especifico "Diagnosticar las Debilidades de los Estudiantes con relación al Proceso de Aprendizaje del Contenido de la Adición de los Números Racionales en el Primer Año de Educación Media General de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", ubicado en Ciudad Alianza, Municipio Guacara del Estado Carabobo, el cual consistió en una prueba objetiva, contentiva de 16 ítems de preguntas cerradas y respuestas concretas, donde solamente tenían que señalar las respuestas. Para Ruiz (2002),

> Las pruebas objetivas son aquellas en las que el estudiante no necesita construir o redactar las respuestas, sino leer la pregunta, pensar la respuesta, identificarla y marcarla; o leer la pregunta, pensar la respuesta y completarla; comúnmente se utiliza una clave de calificación que designa la respuesta correcta. (p. 133)

De igual modo, el mismo autor señala que este tipo de pruebas objetivas pueden "estar integradas por ítems de varios tipos; por ejemplo: verdadero-falso, pareo, completación, selección simple y múltiple". (p. 135). En la investigación se utilizo la prueba de selección simple. El mismo autor indica, que

> Los ítems de selección simple y múltiple constan de dos partes: a) un enunciado, que puede estar representado por una frase o una pregunta; y b) cuatro o más alternativas de respuesta una de las cuales es la opción correcta (en el caso de los ítems de opción simple), el resto se conoce como distractores y deben guardar relación con el enunciado que las introduce. (p. 141).

Para reunir la información que determino la necesidad de la propuesta, se elaboró un solo instrumento: una prueba de rendimiento tipo objetiva, para Ruiz (2002), las pruebas objetivas son de:

> Respuestas breves; su mayor ventaja está en que se elimina la subjetividad y la variabilidad al calificarla, ya que de antemano se establecen criterios precisos e invariables para puntuarlas; comúnmente se utiliza una clave de calificación que designa la respuesta correcta. (p. 133).

Por consiguiente, se aplicó a los estudiantes. La cual buscó determinar y medir los conocimientos que los estudiantes tienen en relación a la adición de números racionales, la información proporcionada permitió la necesidad de la propuesta presentada como alternativa, que incidirá en cambios significativos para el desarrollo de habilidades en la adición de números racionales.

3.5 Validez y Confiabilidad del Instrumento

La validez y la confiabilidad de los instrumentos, son entendidas como la manera de evaluar cada una de las partes que conforma los distintos instrumentos, diseñados por el investigador, en la misma forma, son dos características fundamentales que tratan de medir rasgos o atributos, en el caso de la validez representa la relación entre lo que se mide y aquello que realmente se quiere medir, y la confiabilidad representa la influencia del azar en la medida; es decir, es el grado en el que las mediciones están libres de la desviación producida por los errores causales.

Validez

Es una condición necesaria de todo diseño de investigación y significa que dicho diseño "permite detectar la relación real que pretenden analizar", es decir que sus resultados deben contestar las preguntas y no otro asunto.

> Ruiz (2002). La validez es la que permite estudiar la exactitud con que pueden hacerse mediciones significativas y adecuadas con un instrumento, en el sentido que mida realmente el rasgo que pretende medirse, es usualmente estimada mediante la correlación de una variable en estudio con un criterio. (p.p. 73, 242). El estudio de la validez involucra valorar el grado en que un instrumento se aproxima, desde el punto de vista métrico al objeto que presente medirse.

Para determinar la validez del instrumento, se recurrió a la validez de contenido a través del juicio de expertos. Se consultó a tres especialistas en la enseñanza de las matemáticas a quienes se les entregaron las pruebas objetivas, la tabla de especificaciones y una matriz de registro de validación con relación a la pertinencia de los ítems y las variables del estudio, contentiva de la siguiente escala de validación: escala de comprensión, tendenciosidad y coherencia, que permitió determinar la validez interna del instrumento de la investigación. (Anexos A-1, A-2, A-3). En este caso, se analizaron los instrumentos para determinar la existencia de la validez de contenido, y posibles sugerencias de tales expertos para diseñar los instrumentos finales que se muestran en los anexos.

Confiabilidad

La confiabilidad está orientada hacia el grado de homogeneidad de los ítems del instrumento en relación con las características que pretende medir, también se define como la ausencia relativa de error de medición en el instrumento, es decir, para Ruiz (2002), el termino confiabilidad es "sinónimo de precisión". (p. 56). El mismo autor señala que la confiabilidad

> Permite técnicamente determinar la utilidad de los resultados de un instrumento de medición en su grado de reproducibilidad, se refiere al hecho de que los resultados obtenidos con el instrumento en una determinada ocasión, bajo ciertas condiciones, deberían ser similares si volvieran a medirse el mismo rasgo en condiciones idénticas. (p. 55).

Para calcular el coeficiente de confiabilidad se utilizó el modelo Kuder-Richardson que consiste en estimar la confiabilidad de consistencia interna de una prueba, por consiguiente la consistencia interna de una prueba para Ruiz (2002), "es lo que permite determinar el grado en que los ítems de una prueba esta correlacionados entre sí". (p. 64).

Pruebas cuyo reactivos se califican como acertados o erróneos se fundamenta en la evaluación del desempeño en cada reactivo, el valor se encuentra en una sola aplicación.

En lo que respecta al modelo Kuder-Richardson (1937), para estimar la confiabilidad de consistencia interna de una prueba, siendo uno de los más conocidos, la denominada fórmula 20, el cual se representa de la siguiente manera

$$r_{\mu} = \frac{n}{n-1} * \frac{V_t - \Sigma\, pq}{V_t} \cong r_{\mu} = \frac{n}{n-1} * \frac{S^2{}_t - \Sigma\, S^2{}_t}{S^2{}_t}$$

r_{μ}: Coeficiente de la confiabilidad.

n : Número de ítem que contiene el instrumento.

V_t : Varianza total de la prueba.

$\Sigma\, pq$: Sumatoria de la varianza individual de los ítems.

p : Proporción de los sujetos que pasaron un ítem, sobre el total de sujetos.

q : 1- p.

pq : Resultado obtenido, es la sumatoria de las varianzas individuales de los ítems, o sea $\Sigma\, pq$.

$S^2{}_t$: Varianza total de la prueba.

$\Sigma\, S^2{}_t$: Sumatoria de la varianza total de la prueba.

Para interpretar el coeficiente de confiabilidad de la prueba se consideró por la siguiente escala:

Cuadro N° 2: Rangos de Confiabilidad

Rangos	**Magnitud**
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0,01 a 0,20	Muy Baja

Fuente: Ruiz (2000)

$$r_{\mu} = \frac{n}{n-1} * \frac{S^2{}_t - \Sigma\, S^2{}_t}{S^2{}_t}$$

Sustituyendo:

$$r_{\mu} = \frac{24}{24-1} * \frac{6.67 - 2.46}{6.67}$$

$$r_{\mu} = \frac{24}{23} * \frac{4.21}{6.67}$$

$$\boxed{r_{\mu} = 1.04 * 0.63 = 0.66}$$

Se concluyo que el coeficiente de confiabilidad es alto, considerándose aceptable.

Análisis e Interpretación de Datos

Para analizar y comprender los datos recogidos, los primeros pasos necesarios son la clasificación y tabulación de los mismos, ordenada y sometida a tratamiento por técnicas matemáticas o estadísticas y luego los resultados de estos análisis se presentaron mediante cuadros, tablas, diagramas, pictogramas, entre otras.

Es necesario presentar ordenadamente los cuadros y gráficos e irlos explicando y comentando de manera que queden claros los resultados obtenidos en la investigación y las relaciones encontradas entre las variables.

CAPITULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Se realizan con el fin de diagnosticar y analizar los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados, para Orozco, Labrador y Palencia (2002), "es la fase crucial del proceso de investigación comúnmente esta parte es denominada discusión o resultados." (p. 43). En lo que respecta a la investigación, se aplico una prueba objetiva (Anexo A-1) de 16 ítems a 24 estudiantes del Primer Año de Educación Media General de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", con la intención de diagnosticar el conocimiento que tienen los estudiantes en el contenido de la adición de números racionales.

Cabe destacar que la interpretación de los resultados se relaciona con lo planteado en el marco teórico en lo que a teoría se refiere y a los objetivos fijados en el mismo.

Para efectos de la investigación, se procedió a tabular las respuestas obtenidas en la prueba diagnóstico aplicada a los estudiantes y se realizo el análisis estadístico utilizando el Programa Estadístico SPSS 17.0 (2008), se calculó las medidas de tendencia central: media, moda, Mediana, desviación típica, Frecuencia relativa y porcentaje. Los resultados se graficaron en diagramas circulares.

En relación al análisis estadístico, el tratamiento de los datos permite proporcionar respuestas a la interrogante de la investigación, por lo tanto la descripción de los resultados en cada uno de los ítem de la prueba objetiva aplicada se mostrará de manera ilustrada en las tablas y gráficos que se mostrarán a continuación y que están distribuidos de la siguiente manera:

1. Se muestra las tablas de distribución de frecuencias de las respuestas contentivas de los siguientes elementos: numero de ítem, nombre de la variable, sub-dimensión, indicador, categoría (correcta e incorrecta).

2. La tabla es de carácter descriptivo, poseen número de ítem, número de estudiantes (N), que presentaron la prueba, la media, desviación estándar, frecuencia y porcentaje.

3. Análisis de cada ítem con su dimensión, sub-dimensiones, indicadores.

4. Cuadro de distribución de frecuencias y porcentaje por cada ítem.

5. Grafico de diagrama circular donde se visualiza los porcentajes dados en la tabla.

6. Análisis de los resultados, que se visualizan e n la tabla y el grafico

En último lugar se elaboran las conclusiones ajustada a los análisis procesados.

Cuadro N° 3

Distribución de respuestas de los estudiantes del primer año, sección "D" de Educación Media General de la Unidad educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", con respecto a la adición de números racionales.

Ítems Variable: Aplicar la Adición.

Subdimensiones: Adición de Números Racionales.

Indicador: Efectúa la Adición de Fracciones.

		Descriptiva		Categoría 0		1	
	N	Media	SD	Fr	%	Fr	%
Preg 1	24	0.9583	0.2041	1	4.2	23	95.8
Preg 2	24	0.3750	0.4945	15	62.5	9	37.5

Preg 3	24	0.9583	0.2041	1	4.2	23	95.8
Preg 4	24	0.4167	0.5036	14	58.8	10	41.7

Nota: N: Número de Estudiantes. SD: Desviación Estándar. Fr: Frecuencia. 0: Incorrecto. 1: Correcta.

ÍTEM N° 1

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Adición de Números Racionales.

Ítem 1: Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{8}{5}+\frac{9}{5}$ resulta:

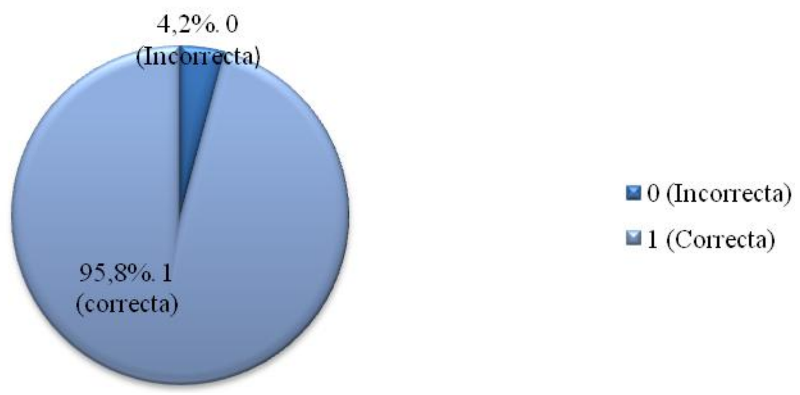
a $\frac{15}{2}$ b $\frac{24}{21}$ c $\frac{56}{6}$ d $\frac{17}{5}$

Cuadro N° 4 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 1.

Ítem 1	0	1
Frecuencia	1	23
Porcentaje	4.2	95.8

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta.

Gráfico N° 1. Diagrama circular de la respuesta del item 1



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

En el gráfico del ítem 1 indica que el 95.8 % de los estudiantes respondieron correctamente, mientras que el 4.2 por ciento incorrectamente, presentando cierto grado de dificultad al no responder la suma de fracciones con igual denominador. Mejorar todas las interpretaciones utilizando las teorías.

ÍTEM N° 2

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Adición de Números Racionales.

Ítem 2 Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{4}{9} + \frac{5}{9}$ resulta:

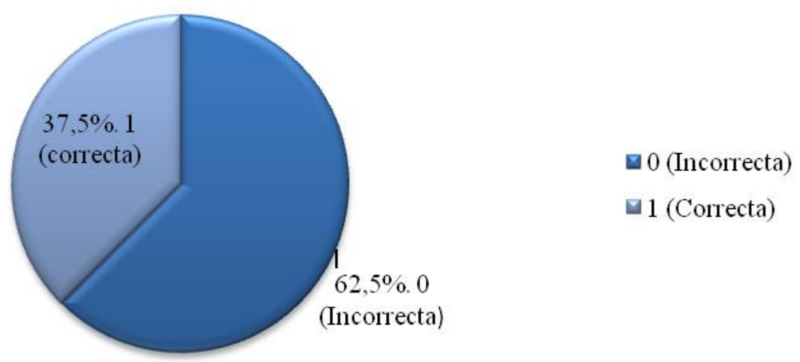
a) 1 b) $\frac{9}{18}$ c) $\frac{36}{45}$ d) $\frac{20}{81}$

Cuadro N° 5 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 2.

Ítem 2	0	1
Frecuencia	15	9
Porcentaje	62.5	37.5

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 2. Diagrama circular de la respuesta del item 2



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

En el gráfico del ítem 2, se evidencia que el 62.5% respondió incorrectamente, mientras que el 37.5% correctamente. La dificultad que presenta este ítem a pesar que las fracciones son de igual denominador, es que la respuesta correcta en las alternativas esta simplificada, lo que indica que presentan dificultades en la simplificación de fracciones.

ÍTEM N° 3

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Adición de Números Racionales.

Ítem 3 Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{7}{5}+\frac{7}{4}$ resulta:

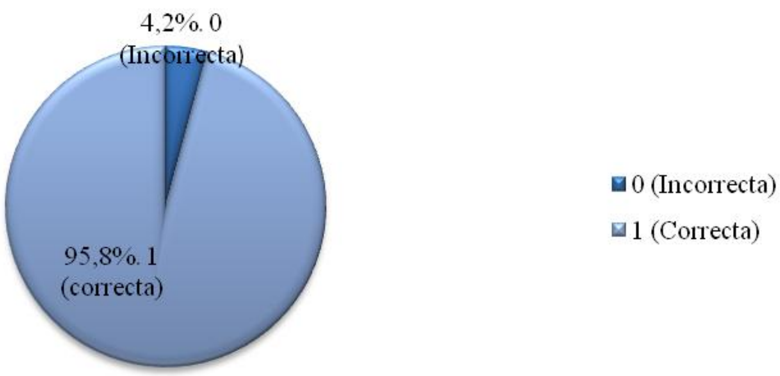
a $\frac{4}{9}$ b $\frac{3}{9}$ c $\frac{3}{20}$ d $\frac{63}{20}$

Cuadro N° 6 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 3.

Ítem 3	0	1
Frecuencia	1	23
Porcentaje	4.2	95.8

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 3. Diagrama circular de la respuesta del item 3



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Los resultados obtenidos en la gráfica del ítem 3, indican que el 95,8% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta y 4,2% incorrectamente. Demostrando que presentan dificultades al identificar cuando aplicar la regla de fracciones con igual denominador, ya que en el ítem las fracciones son con iguales numeradores.

ÍTEM N° 4

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Adición de Números Racionales.

Ítem 4 Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{5}{3}+\frac{7}{5}+\frac{1}{6}$ resulta:

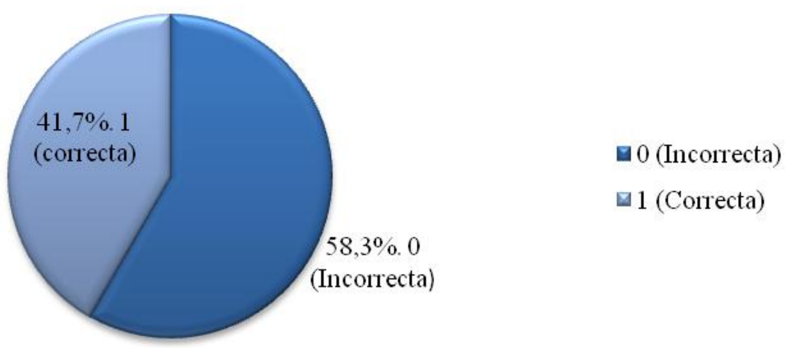
a $\frac{13}{14}$ b $\frac{97}{30}$ c $\frac{36}{14}$ d $\frac{13}{90}$

Cuadro N° 7 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 4.

Ítem 4	0	1
Frecuencia	14	10
Porcentaje	58,8	41,2

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 4. Diagrama circular de la respuesta del item 4



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

En la gráfica del ítem 4, se puede evidenciar que el 58,3% de los estudiantes respondió incorrectamente lo que indica que presentan dificultades en la adición de fracciones con diferente denominador, mientras que un 41,7% respondió correctamente.

Cuadro N° 8

Distribución de respuestas de los estudiantes del primer año, sección “D” de Educación Media General de la Unidad educativa Nacional “Padre Santiago Florencio Machado”, con respecto a la adición de números racionales.

Ítems Variable: Aplicar la Adición.

Subdimensiones: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Indicador: Aplica e Indica las Propiedades de la Adición de Fracciones.

	Descriptiva			Categoría 0		1	
	N	Media	SD	Fr	%	Fr	%
Preg 5	24	0.8750	0.3378	3	12.5	21	87.5
Preg 6	24	0.5833	0.5036	10	41.7	14	58.3
Preg 7	24	0.4167	0.5036	14	58.3	10	41.7
Preg 8	24	0.6667	0.4815	8	33.3	16	66.7
Preg 9	24	0.6250	0.4945	9	37.5	15	62.5

Nota: N: Número de Estudiantes. SD: Desviación Estándar. Fr: Frecuencia. 0: Incorrecto. 1: Correcta.

ÍTEM N° 5

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Ítem 5 Al Aplicar la Propiedad Conmutativa a la Adición de Fracciones $\frac{14}{5}+\frac{3}{5}=\frac{3}{5}+\frac{14}{5}$ resulta:

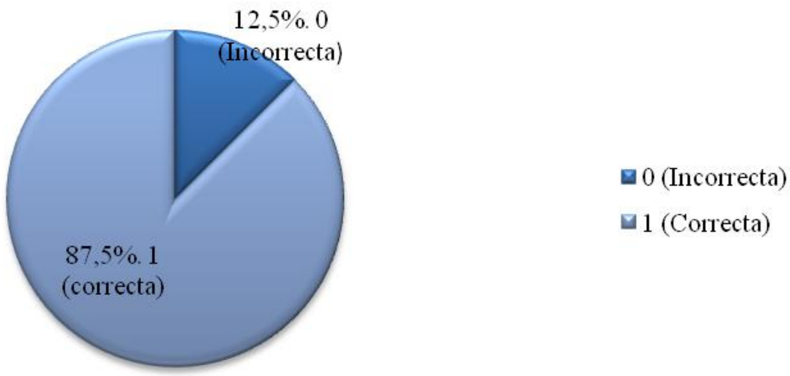
a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{17}{5}$ c) $\frac{20}{15}$ d) $\frac{7}{10}$

Cuadro N° 9 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 5.

Ítem 5	0	1
Frecuencia	3	21
Porcentaje	12.5	87.5

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 5. Diagrama circular de la respuesta del item 5



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

En el gráfico del ítem 5, se evidencia que un 87.5% de estudiantes respondieron correctamente al ítem número 5, mientras que 12.5% de estudiantes presentan dificultades al reconocer la aplicación de la propiedad conmutativa y efectuar la adición de fracciones.

ÍTEM N° 6

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Ítem 6 Al Aplicar la Propiedad Asociativa a la Adición de Fracciones $\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\right)+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{4}\right)$ resulta:

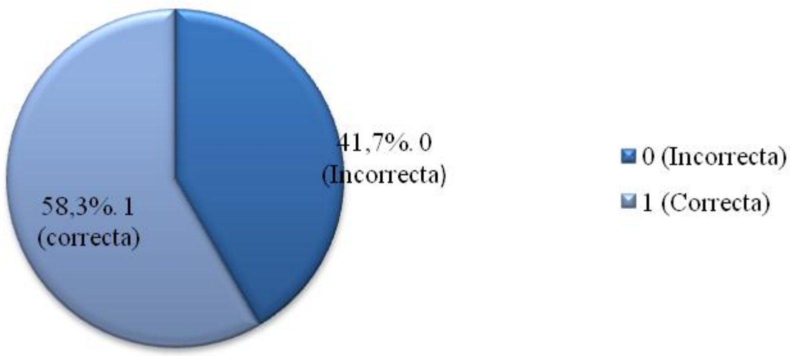
ⓐ $\frac{43}{36}$ ⓑ $\frac{6}{15}$ ⓒ $\frac{32}{72}$ ⓓ $\frac{27}{36}$

Cuadro N° 10 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 6.

Ítem 6	0	1
Frecuencia	10	14
Porcentaje	41.7	58.3

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 6. Diagrama circular de la respuesta del item 6



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación:

Los resultados obtenidos del gráfico del ítem 6, indican que el 58.3% respondió correctamente el ítem número 6, mientras que el 41.7% de estudiantes respondió incorrectamente, presentando dificultades al reconocer la aplicación de la propiedad asociativa y la adición de números racionales.

ÍTEM N° 7

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Item 7 Al Aplicar la Propiedad del Elemento Neutro en la Adición de Fracciones $\frac{1}{2} + 0$ resulta:

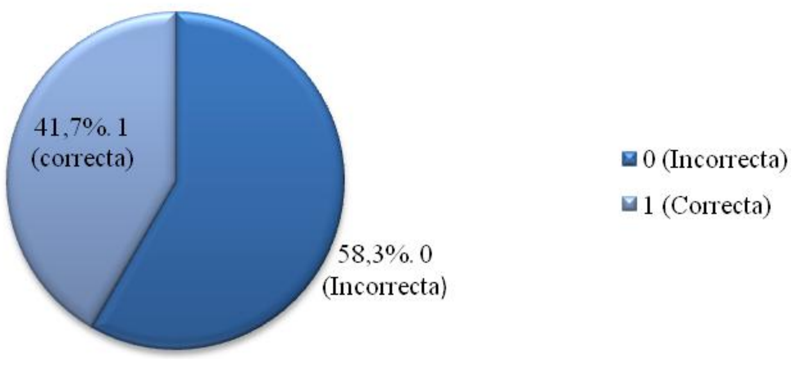
a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{0}{2}$ d) 1

Cuadro N° 11 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 7.

Ítem 7	0	1
Frecuencia	14	10
Porcentaje	58.3	41.7

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 7. Diagrama circular de la respuesta del item 7



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Los resultados del gráfico del ítem 7, indican que el 58.3% de los estudiantes respondieron incorrectamente el ítem número 7 evidenciándose dificultad al reconocer la aplicación de la propiedad del elemento neutro en la adición de fracciones, mientras que un 41.7% respondió correctamente la pregunta.

ÍTEM N° 8

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Ítem 8 Indica Cual es el Elemento Opuesto de la Fracción $\frac{2}{17}$

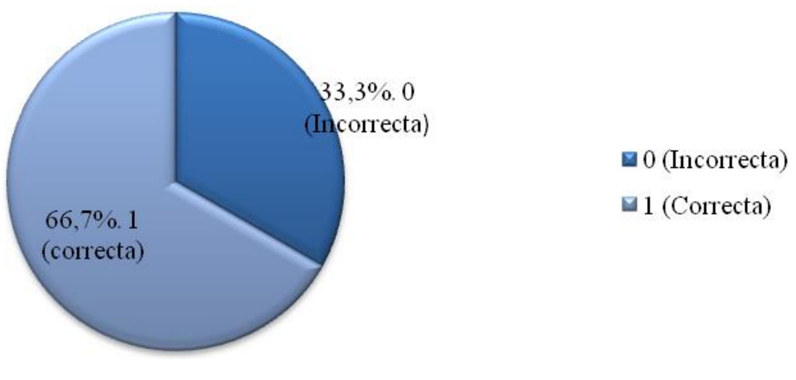
a $\frac{2}{17}$ b $\frac{17}{2}$ c $\frac{1}{17}$ d $\frac{-2}{17}$

Cuadro N° 12 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 8.

Ítem 8	0	1
Frecuencia	8	16
Porcentaje	33.3	66.7

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Grafico N° 8. Diagrama circular de la respuesta del item 8



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Se evidencia en la grafica del ítem 8, que un 66.7% respondieron correctamente el ítem numero 8 al identificar cual es el elemento opuesto de la fracción dada, mientras que un 33.3% respondió incorrectamente, presentan dificultades al identificar el elemento opuesto de una fracción.

ÍTEM N° 9

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Propiedades de la Adición de Números Racionales.

Ítem 9 Al Efectuar la Propiedad Distributiva en la siguiente Operación de Fracciones $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$ resulta:

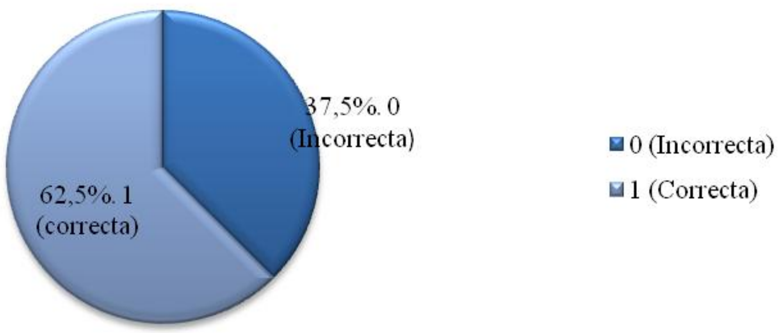
a $\frac{4}{7}$ b $\frac{2}{24}$ c $\frac{2}{12}$ d $\frac{11}{24}$

Cuadro N° 13 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 9.

Ítem 9	0	1
Frecuencia	9	15
Porcentaje	37.5	62.5

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 9. Diagrama circular de la respuesta del item 9



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Los resultados de la gráfica del ítem 9, indican que un 62.5% de los estudiantes respondió correctamente a la pregunta y 37.5% respondió incorrectamente la pregunta, presentando dificultades al efectuar la propiedad distributiva en la operación con fracciones.

Cuadro N° 14

Distribución de respuestas de los estudiantes del primer año, sección "D" de Educación Media General de la Unidad educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", con respecto a la adición de números racionales.

Ítems Variable: Aplicar la Adición.

Subdimensiones: Problemas de Adición de Números Racionales.

Indicador: Resuelve y Calcula Problemas de Adición de Números Racionales.

				Categoría			
		Descriptiva		0		1	
	N	Media	SD	Fr	%	Fr	%
Preg 10	24	0.8750	0.3378	3	12.5	21	87.5
Preg 11	24	0.2083	0.4149	19	79.2	5	20.8
Preg 12	24	0.4583	0.5090	13	54.2	11	45.8
Preg 13	24	0.0000	0.0000	24	100.0	0	0

Nota: N: Número de Estudiantes. SD: Desviación Estándar. Fr: Frecuencia. 0: Incorrecto. 1: Correcta.

ÍTEM N° 10

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Problemas de Adición de Números con Igual y Diferente Denominador.

Ítem 10: Un deportista trota $\frac{7}{8}$ de kilómetros el lunes, $\frac{9}{8}$ kilómetros el martes y $\frac{5}{8}$ kilómetros el miércoles. ¿Cuantos kilómetros troto en total?

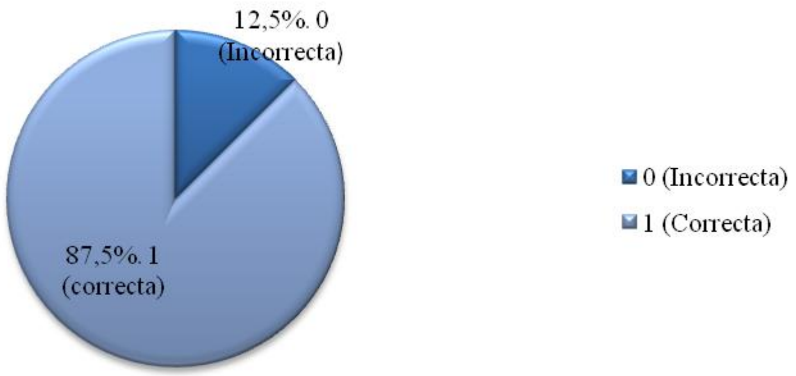
ⓐ $\frac{39}{8}$ ⓑ $\frac{36}{24}$ ⓒ $\frac{52}{64}$ ⓓ $\frac{21}{8}$

Cuadro N° 15 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 10.

Ítem 10	0	1
Frecuencia	3	21
Porcentaje	12.5	87.5

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 10. Diagrama circular de la respuesta del item 10



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Se evidencia en la gráfica del ítem 10, que un 87.5% respondieron correctamente el ítem numero 10, mientras que un 12.5% respondió incorrectamente presentando dificultades en la resolución de problemas de adición con números racionales de igual denominador.

ÍTEM N° 11

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Problemas de Adición de Números con Igual y Diferente Denominador.

Ítem 11: Un campesino siembra $\frac{1}{5}$ de un terreno en Enero, $\frac{1}{4}$ en Febrero, $\frac{2}{5}$ en Marzo y $\frac{1}{8}$ en Abril. ¿Qué porción de terreno fue sembrada?

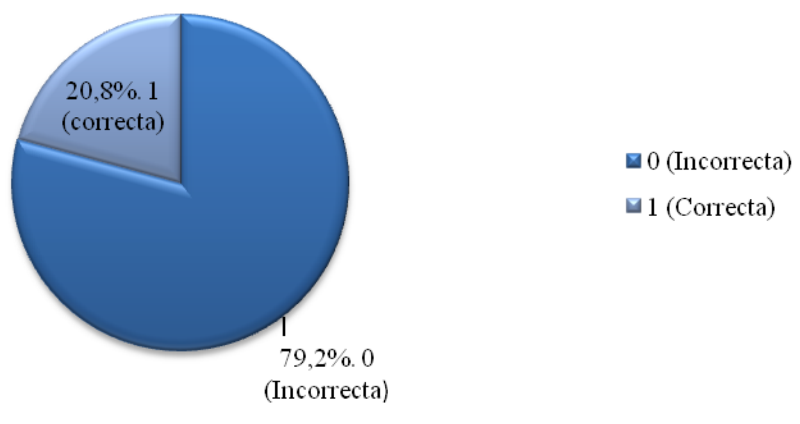
a $\frac{29}{40}$ b $\frac{20}{22}$ c $\frac{5}{28}$ d $\frac{39}{40}$

Cuadro N° 16 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 11.

Ítem 11	0	1
Frecuencia	19	5
Porcentaje	79.2	20.8

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 11. Diagrama circular de la respuesta del item 11



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

Se indica en la gráfica del ítem 11, que un 79.2% respondieron incorrectamente el ítem numero 11, evidenciándose dificultades en la resolución de problemas de adición con diferente denominador, mientras que un 20.8% respondió correctamente.

ÍTEM N° 12

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Problemas de Adición de Números con Igual y Diferente Denominador.

Ítem 12: Luis compro $\frac{1}{2}$ kilogramo de tomate, $\frac{1}{4}$ kilogramo de papa y $\frac{1}{3}$ kilogramo de zanahoria ¿Cuántos kilos de verduras compro Luis en total?

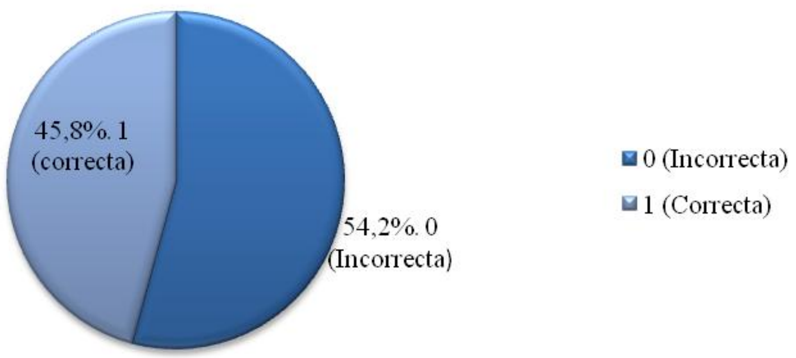
ⓐ $\frac{1}{9}$ ⓑ $\frac{3}{12}$ ⓒ $\frac{12}{9}$ ⓓ $\frac{13}{12}$

Cuadro N° 17 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 12.

Ítem 12	0	1
Frecuencia	13	11
Porcentaje	54.2	45.8

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Grafico N° 12. Diagrama circular de la respuesta del item 12



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

La gráfica del ítem 12, demuestra que un 54.2% respondieron incorrectamente el ítem número 12, evidenciándose dificultades en la resolución de problemas de adición con diferente denominador, mientras que un 45.8% respondió correctamente.

ÍTEM N° 13

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Problemas de Adición de Números con Igual y Diferente Denominador.

Ítem 13: Calcula la fracción que debe figurar en el cuadrado para que se cumpla la igualdad señalada, y el resultado es:

$$\frac{3}{4} + \square = \frac{7}{12}$$

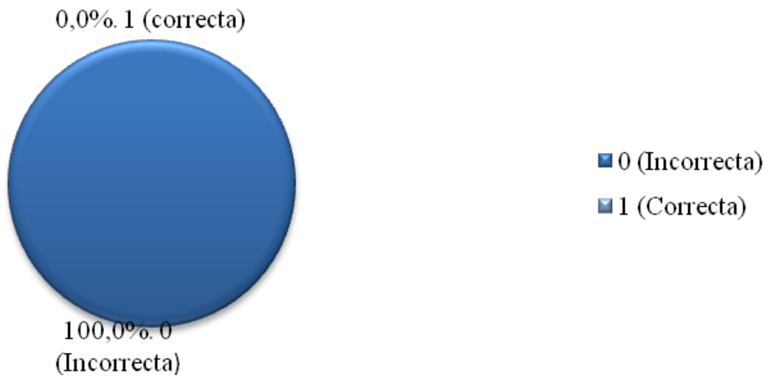
a $\frac{2}{4}$ b $\frac{1}{2}$ c $-\frac{1}{6}$ d $\frac{2}{3}$

Cuadro N° 18 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 13.

Ítem 13	0	1
Frecuencia	24	0
Porcentaje	100.0	0.0

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Grafico N° 13. Diagrama circular de la respuesta del item 13



Interpretación:

La gráfica del ítem 13, indica que el 100% de los estudiantes contesto incorrectamente la pregunta, evidenciando dificultades en cálculo de fracciones, uso de lenguaje algebraico, ya que pudieron argumentar con el uso de una variable para resolverlo por medio de una ecuación, no utilizaron pensamiento lógico para hallar la fracción restante, entre otras estrategias que pudieron haber utilizado para encontrar la respuesta correcta.

Cuadro N° 19

Distribución de respuestas de los estudiantes del primer año, sección "D" de Educación Media General de la Unidad educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", con respecto a la adición de números racionales.

Variable: Aplicar la Adición.
Subdimensiones: Ecuación en los Números Racionales.
Indicador: Resuelve Ecuaciones en los Números Racionales.

Ítems	Descriptiva			Categoría 0		Categoría 1	
	N	Media	SD	Fr	%	Fr	%
Preg 14	24	0.2917	0.4643	17	70.8	7	29.2
Preg 15	24	0.0000	0.0000	24	100.0	0	0.0

Nota: N: Número de Estudiantes. SD: Desviación Estándar. Fr: Frecuencia. 0: Incorrecto. 1: Correcta.

ÍTEM N° 14

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Ecuaciones en los Números Racionales.

Ítem 14: Al resolver la siguiente ecuación en ***Q***. $x + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ Resulta:

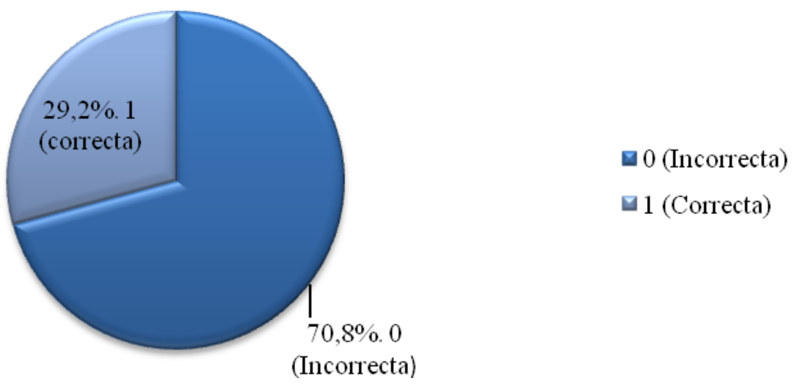
a $\frac{5}{36}$ b $\frac{5}{6}$ c $\frac{6}{5}$ d $\frac{2}{3}$

Cuadro N° 20 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 14.

Ítem 14	0	1
Frecuencia	17	7
Porcentaje	70.8	29.2

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 14. Diagrama circular de la respuesta del item 14



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

La gráfica del ítem 14, muestra que un 70.8% de los estudiantes contestaron incorrectamente el ítem número 14 en lo que respecta a la resolución de ecuaciones en los números racionales, evidenciándose dificultades en la aplicación de propiedades para resolver ecuaciones e incluso en la transposición de términos; y un 29.2% contesto correctamente la pregunta.

ÍTEM N° 15

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Ecuaciones en los Números Racionales.

Ítem 15: Para realizar un trabajo un albañil emplea $5\frac{5}{2}$ sacos de cemento el primer día y el segundo día emplea $3\frac{4}{5}$ sacos de cemento. ¿Cuánto cemento empleo el albañil en esos dos días?

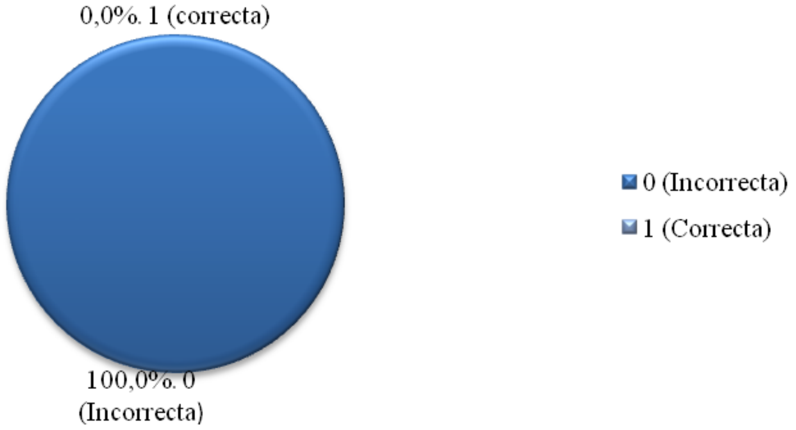
a) $11\frac{3}{10}$ b) $3\frac{19}{5}$ c) $6\frac{5}{4}$ d) $6\frac{1}{2}$

Cuadro N° 21 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 15.

Ítem 15	0	1
Frecuencia	24	0
Porcentaje	100.0	0.0

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 15. Diagrama circular de la respuesta del item 15



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación:

La gráfica del ítem 15, indica que el 100% de los estudiantes contesto incorrectamente la pregunta, evidenciando dificultades en identificar números mixtos, fracciones propias e impropias, transformaciones de fracciones impropias a números mixtos.

Cuadro N° 22

Distribución de respuestas de los estudiantes del primer año, sección "D" de Educación Media General de la Unidad educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado", con respecto a la adición de números racionales.

Ítems	Variable: Aplicar la Adición.						
	Subdimensiones: Plantear Problemas de Adición de Números Racionales.						
	Indicador: Plantea Problemas de Adición de Números Racionales.						
				Categoría			
	Descriptiva			0		1	
	N	Media	SD	Fr	%	Fr	%
Preg 16	24	0.1250	0.3378	21	87.5	3	12.5

Nota: N: Número de Estudiantes. SD: Desviación Estándar. Fr: Frecuencia. 0: Incorrecto. 1: Correcta.

ÍTEM N° 16

Dimensión: Números Racionales.

Subdimensión: Plantear Problemas de Adición de Números Racionales.

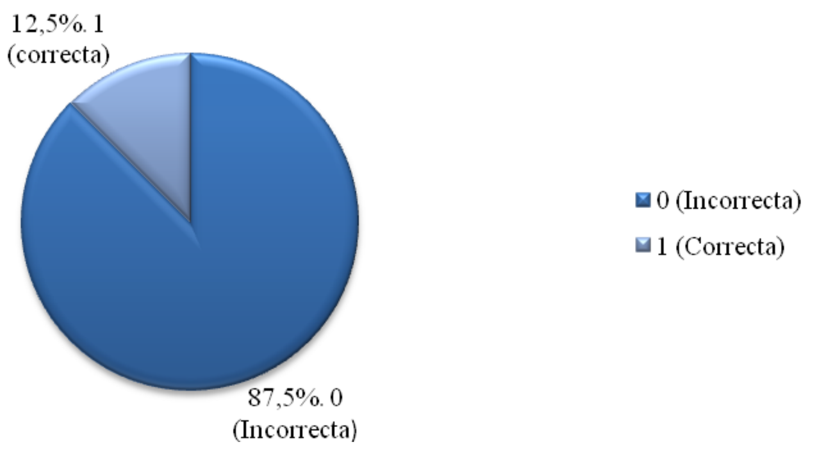
Ítem 16: Plantea un problema en que se necesite la suma de fracciones y resuelve.

Cuadro N° 23 Distribución de frecuencia y porcentaje ítem 16.

Ítem 16	0	1
Frecuencia	21	3
Porcentaje	87.5	12.5

Fuente: González, E. (2012). 0: Incorrecta. 1: Correcta

Gráfico N° 16. Diagrama circular de la respuesta del item 16



Fuente: González, E. (2012).

Interpretación

En el gráfico del ítem 16, se evidencia, que el 87.5% no respondió la pregunta en el sentido que no hubo planteamiento de algún problema de adición de fracciones, falta de disponibilidad para plantear el problema, falta de habilidades y destrezas para realizar enunciados. Mientras que un 12.5% elaboró el enunciado de la pregunta y resolvió correctamente.

4.1 CONCLUSIONES

De acuerdo con el razonamiento que se ha visualizado en los datos recogidos, mediante la aplicación del aprueba a los 24 estudiantes de primer año de educación media general, se observó que los resultados arrojan las siguientes conclusiones:

1. Se evidenció que tienen un alto nivel de dificultad al efectuar la adición de números racionales con igual denominador, suman numerador con numerador y denominador con denominador, es decir no toman en cuenta la regla para efectuar este tipo de operaciones, además no simplifican resultados.

2. En la adición de números racionales con diferente denominador, muestran un mayor nivel de deficiencias, efectuando la operación sumando igual numeradores con denominadores, presentando dificultades, cuando tienen que aplicar el mínimo común múltiplo.

3. Muestran dificultades para identificar aplicación de las propiedades de la adición de números racionales como la conmutativa, asociativa, elemento neutro en la adición.

4. Presentan dificultades para efectuar operaciones combinadas, tal es el caso que se visualiza al efectuar la propiedad distributiva.

5. En la resolución de problemas con números racionales, muestran dificultades en el uso del lenguaje matemático, no interpretan, ni comprenden lo que se les pregunta.

6. Presentan un alto nivel de deficiencia en el uso del lenguaje lógico formal, lo que les crea una incertidumbre, al momento de operar con fracciones, tal dificultad se visualiza en el ítem numero 3.

7. No interpretan simbología, no hay comprensión y por consiguiente no habrá resolución a los problemas de adición de número racionales. La

dificultad observada se visualizó en la ecuación presentada en el ítem número 15.

8. En la resolución de problemas de números racionales mixtos, el nivel de dificultad presentado fue muy alto, no interpretan la simbología de un número mixto, no hubo comprensión, y por supuesto no hubo resolución del problema.

9. Muestran un alto índice de deficiencia en la construcción de un problema de adición de números racionales, al no poder plantear un enunciado con suma de fracciones.

Hechas las consideraciones anteriores, se concluye que los estudiantes presentan un alto nivel de deficiencia, al presentar la prueba objetiva aplicada, lo que conlleva a que la propuesta sea factible. Se visualizó las deficiencias de los estudiantes en relación al campo de los números racionales, específicamente en la adición de fracciones, lleva la investigación a una reflexión sobre la actuación escolar del estudiante cuando se enfrenta a los procedimientos y operaciones matemáticas, las cuales muchas veces genera en ellos incertidumbres e inquietudes al no poder contestar correctamente un procedimiento matemático o si lo contestan les crea una angustia si estará bien, llevando de alguna u otra manera al estudiantado al fracaso escolar y se observa, cuando se muestran índices de repitencia en la asignatura de matemática e incluso alto índice de aplazados en las diferentes pruebas de admisión que practican algunas instituciones en el país, porque a medida que el estudiante avanza en sus etapas educativas, va arrastrando una serie de deficiencias en los conocimientos básicos de la matemática, que conlleva a la frustración y se visualiza en los niveles de educación superior.

Esto ha generado que surjan ideas, pensamientos y propuestas para la mejora de la educación matemática, como lo proponen, Freudenthal (1991), en el principio de reinvención que expresa que la "educación matemática debe dar a los alumnos la oportunidad guiada por el maestro de reinventar la matemática (no crean ni descubren, sino reinventan modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas con un proceso similar al que usan los matemáticos al inventarlas)"

(p. 55). Es decir, que el docente debe ser un mediador entre lo que se enseña y lo que se aprende, porque el resultado es una combinación de saberes que conllevaran al estudiantado a un éxito en su vida educativa, social, productiva y cultural, ya que la enseñanza de esta ciencia debe ser de utilidad en acciones de la vida cotidiana, como lo sugiere el mismo autor "que las matemáticas son en primer lugar y principalmente una actividad humana de resolución de problemas, de ver los problemas, pero es también una actividad de organización de una disciplina que se aplica en situaciones de la vida diaria" (p. 7).

Por consiguiente, las acciones educativas en relación a la enseñanza de la matemática, específicamente al presente estudio sobre la adición de números racionales deben contener actividades de origen cotidiano tanto en lo verbal como en lo simbólico, de manera que el estudiante relacione el lenguaje formal con la vida cotidiana, es decir que haya una transversalización de lo lógico formal a lo cotidiano, a la esencia de lo que se aprende es necesario para la utilización en la vida diaria y darle sentido a cada uno de los contenidos que se aprenden en la escuela, que no son conocimientos solo de almacenaje sino de utilización cuando alguna circunstancia de la vida así lo requiera.

4.2 RECOMENDACIONES

En la actualidad se viven cambios acelerados en el proceso educativo, lo que conlleva al surgimiento de personas más capacitadas y desempeño académico acorde con las necesidades y exigencias del mundo de hoy en cuanto a: medios de comunicación, internet, lo digital, laboral, económico, cultural y científico, por consiguiente la función de la escuela juega un papel preponderante en la preparación y orientación de los jóvenes que se dirigen hacia esas exigencias; en consecuencia, ellos tienen que construir su propio aprendizaje en torno a conocimientos, habilidades, competencias, valores y actitudes que le permitirán luego insertarse al campo productivo, por ello se requiere, entonces tener estudiantes más instruidos, lo que forja a mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje en las instituciones.

De tal modo, la autora de la investigación considera hacer las siguientes recomendaciones, que de alguna u otra manera contribuyen a solventar la problemática planteada en la investigación.

En primer lugar, se debe incentivar a los docentes a crear condiciones motivadoras en el aula de clases, para generar un ambiente agradable, apto para el proceso enseñanza-aprendizaje.

Se hace necesario, que los docentes dirijan actividades de aula que promueva la participación dinámica y permanente de los estudiantes a fin de construir aprendizajes realmente significativos.

Es conveniente indicar que los docentes apliquen estrategias de enseñanza que vinculen los nuevos conocimientos no solo con los saberes ya adquiridos, sino también con los intereses sociales, necesidades, valores e inquietudes personales que presentan los estudiantes.

Se hace necesario que los docentes realicen mesas de trabajo, donde se analicen, discutan, investiguen las deficiencias que tienen los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones y sus operaciones.

Es conveniente recomendar, que los docentes participen con frecuencia a talleres de formación sobre los recursos para el aprendizaje de las fracciones.

También, se recomienda a los docentes el uso de los navegadores de internet, donde se encuentran diferentes tipos de software educativos, juegos, estrategias didácticas, recomendaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones con números racionales, adaptadas al desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Como orientación a los docentes, se sugiere que propicien el uso de material concreto (láminas, carteles, plantillas y otros) que permitan al estudiante visualizar y manipular los conceptos y operaciones con fracciones.

5. DISEÑO DE LA PROPUESTA

Autor: Lic. Emma González

DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL

5.1 Presentación de la Propuesta

La presente propuesta está diseñado para propiciarle a los estudiantes un conjunto de estrategias que le permitan el aprendizaje de la Adición de números Racionales en el nivel de Educación Media General, con actividades donde puedan desarrollar habilidades, destrezas, capacidad de interpretar, relacionar, deducir y aplicar de esta manera procedimientos matemáticos en la resolución de diferentes actividades con fracciones, específicamente en la adición de números racionales con igual y diferente denominador, propiedades de la adición, ecuaciones y números mixtos.

De igual manera constituye un recurso para el aprendizaje de la asignatura matemática a nivel de cualquier ambiente escolar, ya que las actividades además de poseer desarrollo de conocimientos matemáticos son juegos recreativos que permiten ampliar destrezas cognitivas.

5.2 Justificación de la Propuesta

Una estrategia es un plan que permite guiar las acciones para lograr un objetivo y está conformada por una secuencia de pasos que conducen al logro de ese objetivo. Por lo tanto, las estrategias conllevan a un proceso conformado por un conjunto de pasos sucesivo, es decir ordenados de acuerdo a un criterio. Además de ello se apoyan en los procesos de pensamiento para adquirir conocimientos las cuales enriquecerían las posibilidades comunicativas entre profesor y estudiante y fundamentalmente contribuir a la comprensión de la utilidad de las matemáticas en su medio social. Por lo tanto este diseño tiene la intención de brindar una calidad de enseñanza en el aprendizaje de las matemáticas con el uso de estrategias que permitan que los estudiantes trabajen dinámicamente en actividades donde desarrollen la construcción del saber matemático a través de situaciones cotidianas incluyendo conceptos numéricos, operaciones básicas y resolución de problemas, juegos y curiosidades matemáticas.

En esta misma perspectiva es importante señalar que existe un conjunto de principios metodológicos que sirven de fundamentos a la enseñanza de la matemática en la escuela básica y cuya aplicación por parte del docente puede ayudarle a lograr el propósito esbozado anteriormente, algunos de dichos principios son los siguientes:

1. La enseñanza de la matemática debe constituir una actividad problematizadora en la cual la construcción del conocimiento matemático sea lo fundamental para esto.

2. El aprendizaje de la matemática constituye una actividad que implica un proceso continuo de integración, análisis-síntesis.

3. El niño ha de descubrir los conocimientos por si mismo guiados por el educador, quien estructura la situación de aprendizaje.

4. El docente debe tener conciencia de que los pasos iniciales de todo aprendizaje son lentos.

5. En la presentación del contenido y las actividades de aprendizaje debe tenerse cuidado en tomar en cuenta tanto la etapa del desarrollo cognitivo en la que se encuentra el estudiante.

6. La evaluación y corrección de los trabajos hechos por los estudiantes constituyen etapas claves del proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Por lo tanto la siguiente propuesta se justifica porque permite que los estudiantes desarrollen experiencias cognitivas en el aprendizaje de la adición de números racionales en el primer año de Educación Media General.

5.3 Objetivos de la propuesta

Objetivo General

PROPICIAR ACCIONES QUE PERMITAN MEJORAR EL APRENDIZAJE EN LA ADICION DE NUMEROS RACIONALES DE LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE EDUCACION MEDIA GENERAL.

Objetivos Específicos

1. Proponer actividades a los estudiantes a través de situaciones que conducen a la resolución de problemas de adición de números racionales con igual y diferente denominador en el primer año de educación media general.
2. Incentivar al estudiante a formar las nociones y describir por si mismo las relaciones y propiedades matemáticas en la adición de números racionales.

3. Crear situaciones activas de aprendizaje en la adición de números racionales en el primer año de educación media general.

4. Integrar el desarrollo de habilidades cognitivas en el aprendizaje de ecuaciones con números racionales.

5. Fomentar el desarrollo del proceso de aprendizaje en el contenido de la adición de números racionales.

6. Fortalecer el interés de los estudiantes en el proceso de aprendizaje en la resolución de problemas de adición con números mixtos.

5.4 Estructura de la Propuesta

En el desarrollo de la propuesta se considera los aspectos que sustentan las teorías del aprendizaje, como son la sociocultural de Vygotsky y aprendizaje significativos de Ausubel.

Por consiguiente, la metodología a utilizar en el diseño, busca lograr la construcción del conocimiento matemático con los saberes previos que ya poseen los estudiantes en relación al contenido de la adición de números racionales, tales como: fracciones, conjunto de números racionales, propiedades de los números racionales, las notaciones que se le pueden dar a una fracción, fracciones equivalentes, números mixtos, adición de números racionales con igual y diferente denominador, operaciones combinadas de adición y sustracción con igual y diferente denominador, propiedades de la adición de números racionales, números mixtos, problemas de adición de números racionales, ecuaciones con números racionales y problemas con adición de números racionales; aunado a este contenido también se hace relevancia al conocimiento histórico de la matemática, con la narración de parte del docente que dirige las actividades de un hecho curioso en la historia de la matemática, por supuesto que todo debe estar enmarcado en un ambiente agradable y motivador donde las actividades que son en forma de juegos y coloridas se desplieguen en forma dinámica, en pareja para que los alumnos socialicen entre ellos e intercambien saberes, opiniones y desarrollen destrezas cognitivas.

Asimismo el plan de la propuesta está compuesto en sesiones que deben comprender los siguientes aspectos para cada clase:

En el inicio:

- Motivación
- Instrucciones
- Exploración de saberes previos.

En el Proceso: se desarrolla:

- La problematización
- La construcción.

En la salida:

- Transferencia
- Extensión
- Evaluación.

5.5 Sesiones de la Propuesta

Es un conjunto se situaciones de aprendizaje que cada docente diseña y organiza con secuencia lógica para desarrollar capacidades a través de los procesos cognitivos, mediante los aprendizajes esperados propuestos en la unidad didáctica.

Las actividades secuenciales de una sesión de aprendizaje son:

En el Inicio

1.- Motivación: Fomentar un ambiente adecuado en el aula, donde exista "ganas" de aprender. Se da durante toda la sesión de aprendizaje. Se creara un ambiente propicio que reúna una serie de condiciones físicas favorables, considerando la ventilación, la iluminación, la limpieza, el orden e incluso el olor. Además hacer comentarios positivos sobre cada uno de los estudiantes y resaltar la parte histórica de la matemática con la narración de algún hecho curioso de la misma.

2.-Instrucciones: El docente entregara a sus estudiantes un conjunto de actividades para resolver. La tarea de instrucción consistirá en resolver cada actividad y entender el proceso para elaborarlo. Cada actividad consta de dos hojas para cada estudiante que serán resueltas en pareja en una hoja de respuestas, en cada intervalo de la actividad habrá una serie de preguntas para aclarar las dudas correspondientes, además habrá una intervención del docente con una dinámica de contar alguna curiosidad matemática. En esta sesión, se dan las orientaciones necesarias para que los estudiantes puedan encaminar la atención hacia la actividad a realizar, es el momento para seleccionar cada pareja independientemente del sexo para desarrollar la actividad. Se dan instrucciones breves y concisas acerca del trabajo que realizaran en la clase.

3.- Exploración de saberes previos: El docente explora los conocimientos que el estudiante trae consigo. En esta sesión el docente dirigirá un dialogo socrático con los estudiantes para explorar y recordar algunos saberes previos necesarios para realizar actividad.

En el proceso:

4.- Problematización: Se plantea la actividad a realizar, se leen los enunciados y se analizan, para que los estudiantes lo ejecuten. Es considerado como actividad vital (el corazón) de un plan de sesión de aprendizaje. Activa los procesos cognitivos en el estudiante. Incidir en el uso del método Heurístico (Problemas del tipo ensayo).

5.- Construcción: Es la fase en la cual el estudiante va adquiriendo los nuevos conocimientos (Aprendizaje Significativo). Se orienta hacia el desarrollo de la actividad, donde el docente guía a los estudiantes empleando determinadas estrategias para que desarrollen de una forma activa las actividades a realizar. Es el momento en que el estudiante se apropie de la lógica del contenido y desarrolle sus conocimientos.

En la salida:

6.- Transferencia: Uso del conocimiento adquirido. Se utilizan los conocimientos para realizar la actividad, debe haber comunicación en la pareja o intercambio de ideas para la resolución de las mismas (dialogo de saberes).

7.-Extensión: Espacio en el cual se aplica o utiliza lo aprendido, en situaciones nuevas de su vida cotidiana. Con las actividades, se pretende que los estudiantes desarrollen capacidades de observación, análisis, clasificación, cálculo, establecer relaciones, resolver problemas matemáticos, ordenar y describir.

8.- Evaluación: Espacio en el cual se aplican estrategias formales y específicas (instrumentos de evaluación) para determinar el logro o no, de los aprendizajes esperados. Se destacan aspectos a evaluar como participación, aportes, cooperación, compromiso, desarrollo de la actividad entre otro.

En este mismo orden de ideas, la propuesta se compone de las siguientes sesiones:

Sesión N° 1: corresponde a los pre-requisitos sobre conocimientos de un número racional, fracciones equivalentes, números mixtos.

Sesión N° 2: corresponde a contenidos conceptual, procedimental y actitudinal. Incumbe a identificar e interpretar fracciones. Curiosidad matemática sobre el número más grande. Actividades 1, 2 y 3: identificar fracciones; indicar verdadero o falso, colorear, construir e identificar fracciones; hacer particiones en rectángulos en blanco y sombrear las fracciones indicadas. Exploración de conocimientos previos: interpretar fracciones como parte de un todo, como un cociente, como razón,

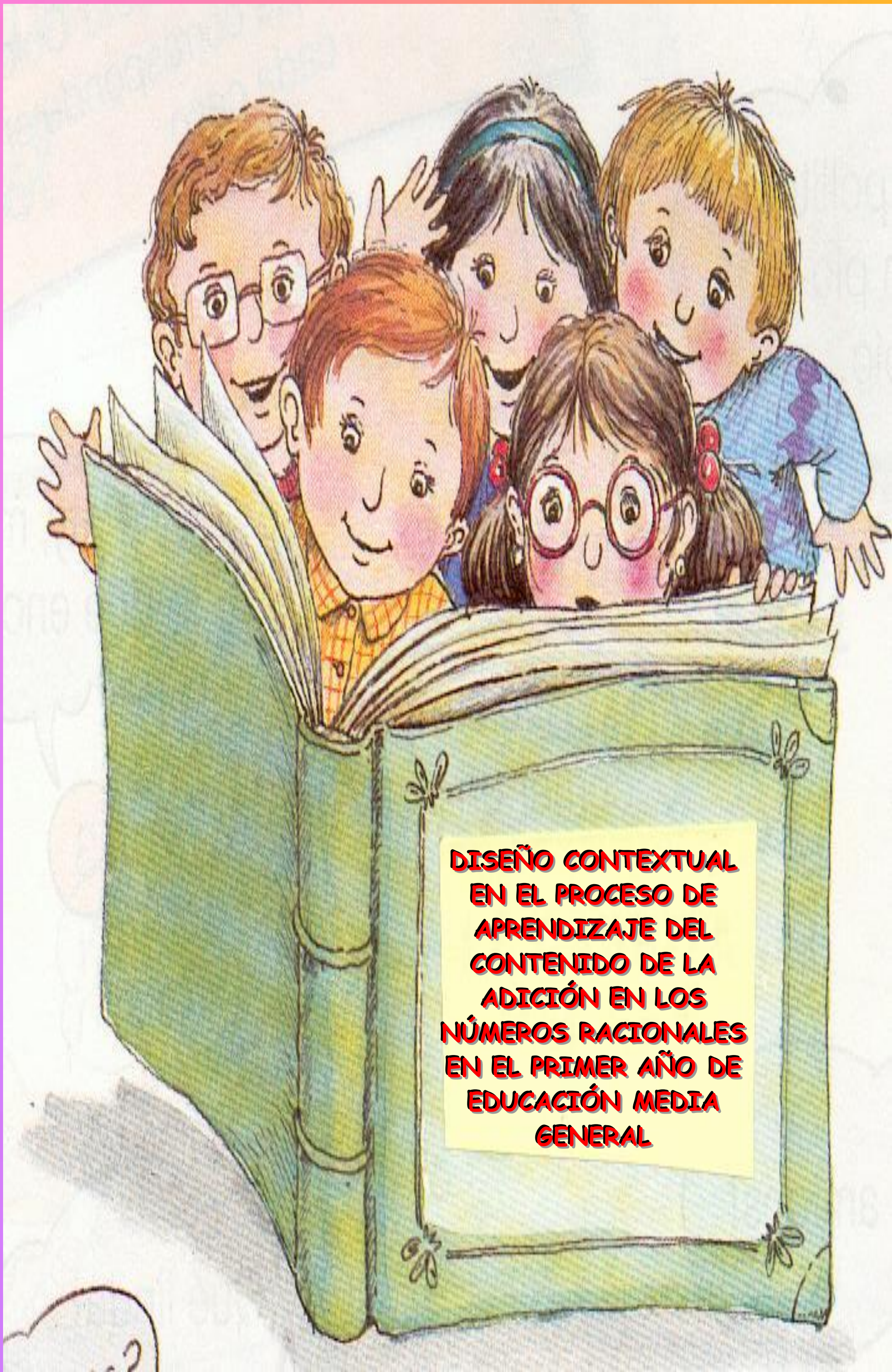
Sesión N° 3: contenido conceptual, procedimental, actitudinal; corresponde a adición de números racionales con igual y diferente denominador. Curiosidad matemática sobre cuadrado mágico. Exploración de saberes previos, los estudiantes deben realizar mapa de conceptos sobre adición de los números racionales. Actividades N° 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: realizar criptograma, ubicar fracciones en los vértices de un cubo, ubicar fracciones en los lados de un triangulo, sigue la pista y completa el cuadro, completar cuadro mágico, operar con fracciones, completando tablas.

Sesión N° 4: contenidos conceptual, procedimental, actitudinal. Corresponde a propiedades de la adición de números racionales. Curiosidad matemática: biografía de Pitágoras. Exploración de saberes previos: los estudiantes deben realizar un mapa mental sobre las propiedades de la adición de los números racionales. Actividades N° 11 y 12: complete los esquemas aplicando la propiedad conmutativa; considerando la igualdad, sustituye y aplica la propiedad asociativa.

Sesión N° 5: contenidos conceptual, procedimental, actitudinal. Corresponde a números mixtos. Curiosidad matemática: nacimiento de los jeroglíficos. Exploración de saberes previos: los estudiantes deben realizar un esquema sobre la construcción de un número mixto. Actividades N° 13 y 14: problema sobre adición de números mixtos, completar el esquema, convirtiendo las fracciones mixtas a fracciones impropias.

Sesión N° 6: contenidos conceptual, procedimental, actitudinal. Corresponde a ecuaciones. Curiosidad matemática sobre el número siete. Exploración de saberes previos: los estudiantes deben realizar un mapa conceptual sobre la construcción de ecuaciones. Actividad N° 15: pirámide de ecuaciones.

Sesión N° 7: contenidos conceptual, procedimental, actitudinal. Corresponde a operaciones combinadas con números racionales, adición de números racionales con igual y diferente denominador, propiedades de la adición de números racionales, ecuaciones en los números racionales y números mixtos. Curiosidad matemática: nacimiento de las fracciones. Exploración de saberes previos: el docente dirigirá un debate con los estudiantes sobre el contenido de la adición de números racionales. Actividades N° 16, 17, 18 y 19: criptograma matemático, contentivo de 17 operaciones con números racionales, dominó de fracciones, puzle (rompecabezas) con operaciones sencillas con números racionales, receta de cocina que será dirigida con ayuda del docente.



DISEÑO CONTEXTUAL EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONTENIDO DE LA ADICIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL

5.5.1 SESIÓN I

PRE-REQUISITOS

EXPLORACION DE SABERES PREVIOS

Como pre-requisito en la propuesta, los estudiantes deben poseer nociones sobre las fracciones y números racionales, para conectarlas con la adición de fracciones, que de acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno y se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos adquiridos con los que ya posee, por supuesto mostrando interés por aprender. Por consiguiente, deben conocer los siguientes principios matemáticos de los números racionales:

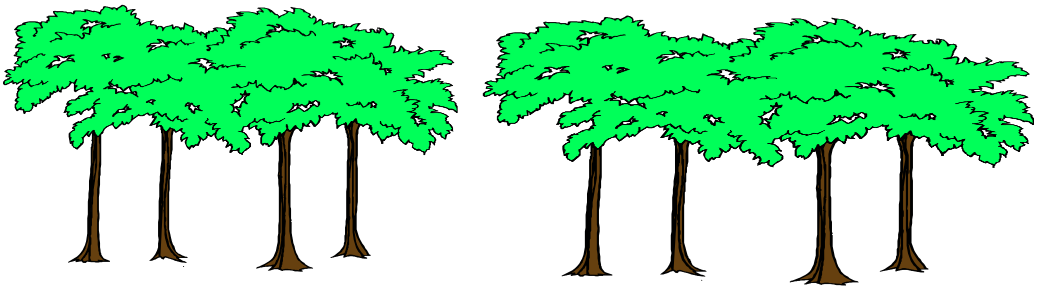
LOS NÚMEROS RACIONALES

El conjunto de los números racionales, (Q) está formado por los números enteros y los números fraccionarios, se simboliza con la letra Q.

Anteriormente hemos visto que el conjunto Z (números enteros) surge, como una necesidad de ampliar los números naturales (N). Por consiguiente vemos que existen muchos problemas de la vida diaria y de la matemática que no tienen solución en los números enteros (Z), por ejemplo:

Queremos repartir dos (2) naranjas en partes iguales, entre cuatro (4) niños, y expresar numéricamente el resultado. ¡No hay un número entero que nos represente la expresión: $2 \div 4$!

O tal vez queremos sembrar ocho (8) árboles en línea recta en una longitud de veinte (20) metros. ¿Cuál es la separación en metros entre cada dos (2) árboles? ¡No hay un número entero que nos exprese: $20 \div 8$!



Así mismo nos preguntamos ¿Cuál es la solución $2x = 5$?

¡No hay un número entero que nos exprese: $x = \frac{5}{2}$!

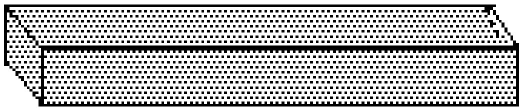
En consecuencia ninguna de estas situaciones tiene como solución un número entero. Por lo tanto es necesario ampliar Z para darle solución a estos tipos de problemas. La cual hay que recurrir otro tipo de número: la fracción, que representan al conjunto de los números racionales.

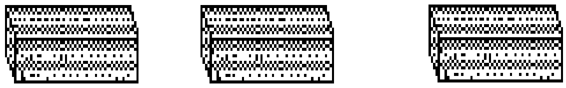
Se denomina fracción a un número de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, con b distinto de 0. Simbólicamente al conjunto de las fracciones (F) se escriben de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{F} = \left\{\frac{a}{b}; \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{Z} \; y \; \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Z}^*\right\}$$

Son ejemplos de fracciones: $\frac{2}{3}; \frac{-3}{8}; \frac{4}{7}; \frac{0}{9}$; entre otros.

En la fracción $\frac{a}{b}$ el número a, colocado encima de la raya de fracción se denomina numerador, y el número b colocado debajo, se llama denominador. Una fracción puede interpretarse como expresión de parte de un todo; en este caso el denominador indica el número de partes iguales en que se ha dividido el objeto o número y el numerador indica el número de esas partes iguales que se toman. Por ejemplo si un listón de madera se divide en tres (3) partes iguales, cada parte es un tercio del listón original:



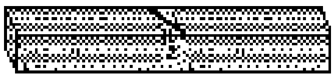


$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

Listón de madera

Un tercio del listón

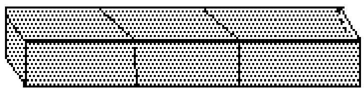
Dos tercios de listón es:



$\frac{2}{3}$

Dos tercios del Listón

Tres tercios de liston es:
(EL LISTON COMPLETO)



$\frac{3}{3} = 1$

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS RACIONALES

- Es un conjunto infinito.
- No tiene ni primero ni último elemento.
- Todo número racional ya sea entero o fraccionario se puede expresar con infinitas fracciones equivalentes.

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Números Naturales (N)

Números Enteros Negativos

Números Enteros (Z)

Números Enteros Negativos

Números fraccionarios

Las notaciones más comúnmente usadas para expresar una fracción son:

$a : b$

Como una razón

$\frac{a}{b}$

Como una fracción

$a : b$

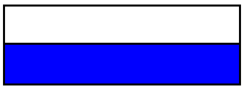
Como un cociente

$a : b$

Como un par

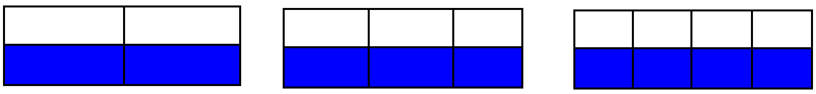
FRACCIONES EQUIVALENTES

En la figura que aparece a continuación hemos coloreado una parte de ella:



La parte coloreada representa la fracción $\frac{1}{2}$.

La misma parte coloreada podemos representarla por otras fracciones:



$\frac{2}{4}$ $\quad$ $\frac{3}{6}$ $\quad$ $\frac{4}{8}$

Además de representar la misma parte coloreada, las fracciones: $\frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}$ tienen otra propiedad muy importante.

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}, 1 \times 4 = 2 \times 2$

$\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}, 2 \times 6 = 4 \times 3$

$\frac{3}{6} \times \frac{4}{8}, 3 \times 8 = 6 \times 4$

¡Los productos cruzados de las fracciones son iguales!

Esto nos sugiere la siguiente definición en el conjunto F de las fracciones:

Dos Fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si se cumple $a \times d = b \times c$

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes, escribimos: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ADICIÓN DE FRACCIONES MIXTAS

Reglas para sumar dos o más fracciones mixtas

1) Se transforma la fracción mixta en fracción impropia, multiplicando el numero natural por el denominador y a este producto se le suma el numerador de la misma.
2) Se utiliza cualquiera de los métodos para sumar fracciones.

Ejemplo:

$$5\frac{2}{5} + 7\frac{8}{9} = \frac{28}{5} + \frac{71}{9} = \frac{252 + 355}{45} = \frac{607}{45}$$

Sesión 1

Contenido a Evaluar

Conceptual

Fracciones

Procedimental

Identificar e interpretar fracciones.

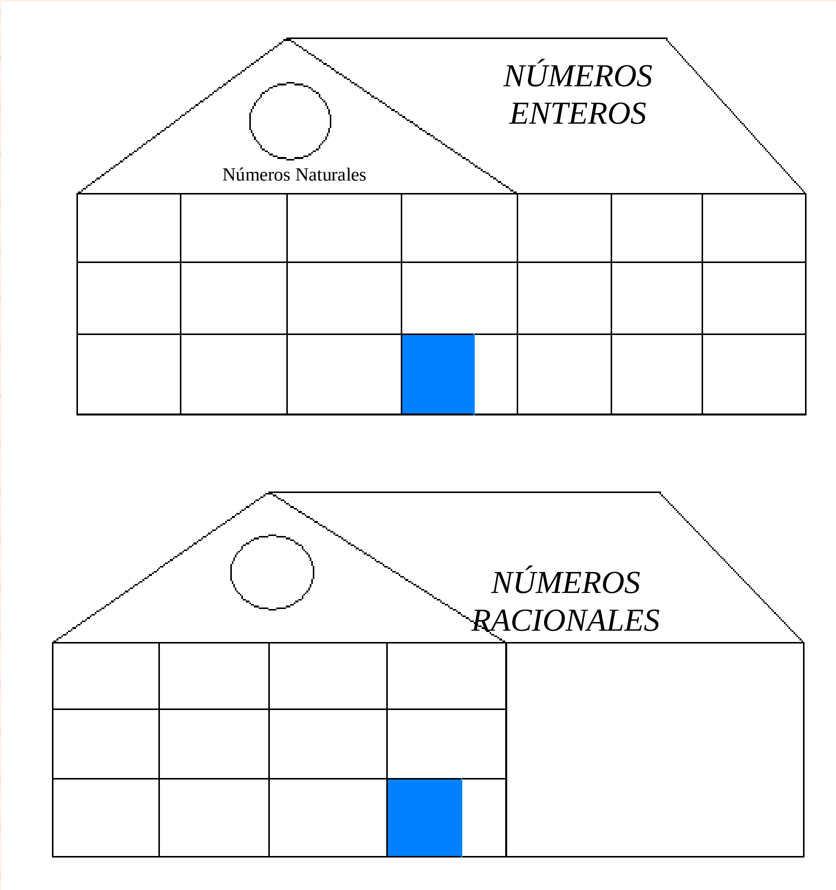
Actitudinal

Valoración de las ventajas del aprendizaje de las fracciones.

Actividad N° 1. Identificación de Fracciones

Motivación: *Curiosidad Matemática: El Número Más Grande: "Cuentan que una vez hubo un hombre que quiso escribir el número más grande del mundo y escribió y escribió hasta que al momento de morir tenia escrito un numero larguísimo, pero un niño le dijo: « ¡más uno! » y el hombre tuvo que admitir que el número más grande no existe".*

Clasificación de Números: *Llega la hora de descansar y algunos de los números se han despistado y no saben ni en qué casa ni en qué lugar les corresponde colocarse. ¿Puedes ayudarles?*

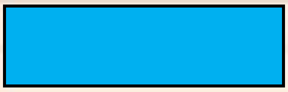


$-\frac{1}{6}; \frac{6}{2}; -2; \frac{3}{5}; 4; 2{,}3; -10; 1; 23; -25; -7; 2^2; \frac{13}{17}; -9; -15; \frac{50}{-7}; \frac{81}{24};$

$\frac{54}{6}; 11; 13; -17; -1; \frac{6}{3}; \frac{24}{2}; \frac{-21}{11}; \frac{37}{21}; -3; 19; \frac{5}{2}; 33; 18,; 9; 5; 6; 7; 8$

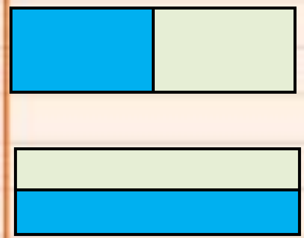
Si tienes alguna casilla libre, invéntate números que puedas colocar.

Identificar Fracciones



Unidad

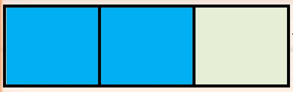
12



Un medio

$\frac{1}{2}$

Un medio de 12 es igual a 6



Dos tercios

$\frac{2}{3}$

Dos tercios de 12 es igual a 8

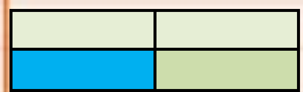
Un tercio de 12 es igual a 4

Cinco sextos

$\frac{5}{6}$

Cinco sextos de 12 es igual a 10

Un sexto de 12 es igual a 2



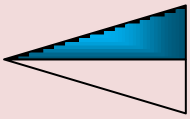
Un cuarto

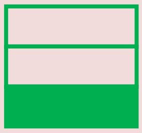
$\frac{1}{4}$

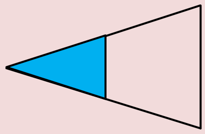
Dos cuartos de 12 es igual a 6

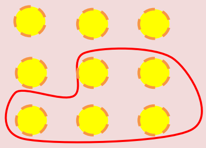
Un cuarto de 12 es igual a 3

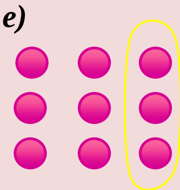
Actividad N° 2: Indica verdadero (V) o falso (F)

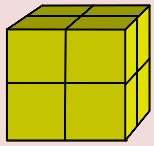
a)  $\frac{1}{2}$ ◯

b)  $\frac{1}{3}$ ◯

c)  $\frac{1}{2}$ ◯

d)  $\frac{1}{2}$ ◯

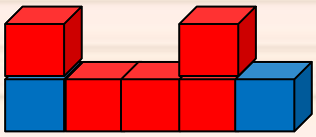
e)  $\frac{1}{3}$ ◯

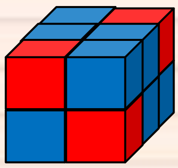
f)  $\frac{8}{8}$ ◯

Colorea $\frac{1}{2}$ de los cuadritos de color rojo, $\frac{1}{5}$ de color verde y $\frac{1}{10}$ de color amarillo

¿Qué fracción representa el total coloreado? ¿Qué parte queda sin pintar?

¿Qué fracción de cada construcción es de color rojo?

$\frac{}{}$ 

$\frac{}{}$ *Solo hay tres cubos rojos.* 

Tilda las expresiones correctas

En este conjunto de personas…

◯ $\frac{5}{5}$ Son adultos

◯ $\frac{5}{2}$ Son varones

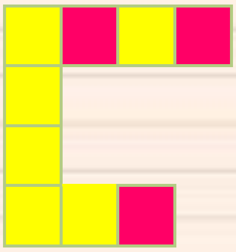
◯ $\frac{5}{3}$ Son mujeres

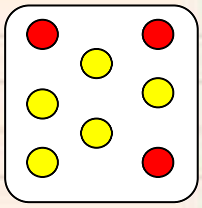
◯ $\frac{3}{5}$ Son mujeres

◯ $\frac{2}{5}$ Son varones

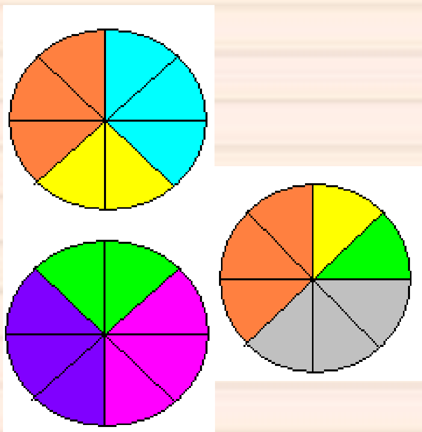
Explorando Conocimientos: Interpretación de Fracciones

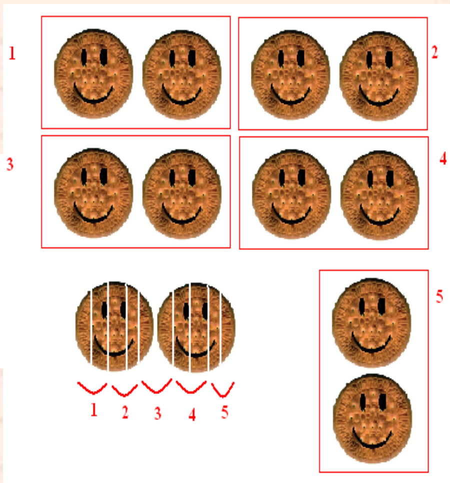
Fracción como parte de un "todo": *El "todo" o unidad en la forma de un objeto continuo (una torta, un rectángulo) o de un conjunto discreto (número de animales en un rebaño, número de formas geométricas) es dividida en partes iguales como se muestran a continuación.*





Fracción como un cociente: *La interpretación como cociente, donde un número de objetos necesita ser compartido o repartido equitativamente es muy frecuente, ejemplos: dividir una docena de galletas entre cinco, o dividir tres pizzas entre ocho.*

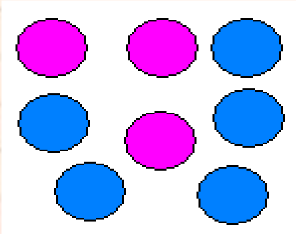




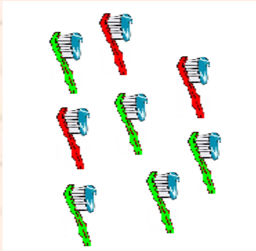
$\frac{3}{8}$ *Es la representación de dividir 3 pizzas entre 8. A cada uno le corresponde tres octavos de pizza.*

$\frac{12}{5}$ *Es la representación de repartir 12 galletas entre cinco personas. A cada uno le corresponde dos galletas y dos quintos de galletas.*

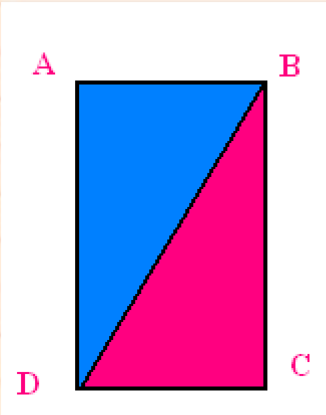
Fracción como razón: *Se utiliza la fracción para indicar una comparación entre dos magnitudes*



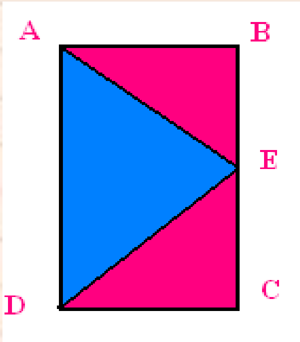
La razón de bolas rojas a bolas amarillas es $\frac{3}{5}$



En una caja hay 3 cepillos de dientes rojos y 5 verdes. La probabilidad de sacar un cepillo de diente verde al azar es $\frac{5}{8}$



La razón del área del rectángulo ABCD al área del triangulo es $\frac{2}{1}$



La razón del área del rectángulo ABCD al área del triangulo ABE $\frac{4}{1}$

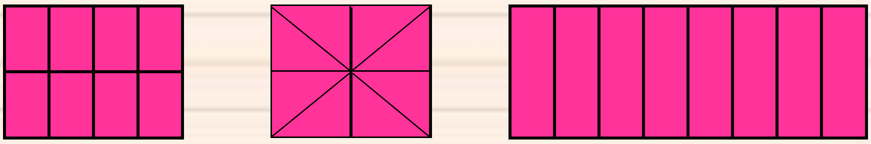
Fracción como operador: *En esta interpretación la fracción actúa como una operación matemática doble: divide y multiplica. El denominador divide y el numerador multiplica.*

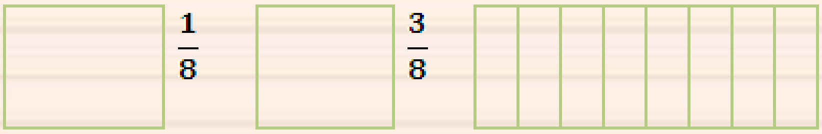
$$\begin{tikzcd} 20 \arrow[r, "x\,3"] \arrow[d, ":5"'] \arrow[dr, "\frac{3}{5}\text{ de }20"] & 60 \arrow[d, ":5"] \\ 4 \arrow[r, "x\,3"'] & 12 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 63 \arrow[r, "x\,5"] \arrow[d, ":9"'] \arrow[dr, "\frac{5}{9}\text{ de }63"] & 315 \arrow[d, ":9"] \\ 7 \arrow[r, "x\,5"'] & 35 \end{tikzcd}$$

12 es $\frac{3}{5}$ *de 20 y 35 es* $\frac{5}{9}$ *de 63*

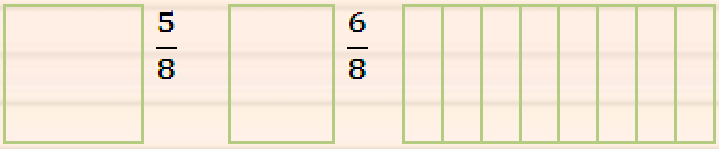
Actividad N° 3: Observa algunas particiones de un rectángulo en octavos

Instrucciones: *haz otras particiones de los rectángulos en blanco y sombrea las fracciones indicadas*





$\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$



$\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{2}{8}$

Sesión 2
Contenido a Evaluar

Conceptual

Adición de Números Racionales (Q) con Igual y Diferente Denominador.

Procedimental

Realizar operaciones combinadas, problemas de adición y sustracción de números racionales con igual y diferente denominador, haciendo uso de los productos en cruz y mínimo común múltiplo de los denominadores. Usando diversas estrategias.

Actitudinal

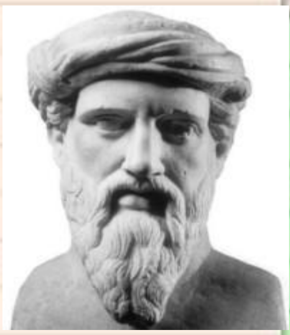
Manifestación de una actitud crítica ante la solución de un problema. Curiosidad por las interrelaciones que se establecen entre la matemática y el mundo real.

Comentario de Parte del Docente sobre curiosidad matemática: *y hace referencia a un antiguo libro chino Yih King de autor desconocido, se explica la historia de una enorme tortuga que apareció una vez en el rio amarillo. Tenía unas marcas extrañas en su caparazón: eran los números del 1 al 9 dispuestos en tal forma que cualquiera que fuera la dirección en que se hiciera la suma el resultado era siempre 15. Era un cuadrado mágico.*

Exploración de Saberes Previos

Para explorar los saberes previos de los estudiantes el docente les indicará que deben realizar un mapa de conceptos sobre la adición de números racionales.

Actividad N° 4: Matemático Misterioso



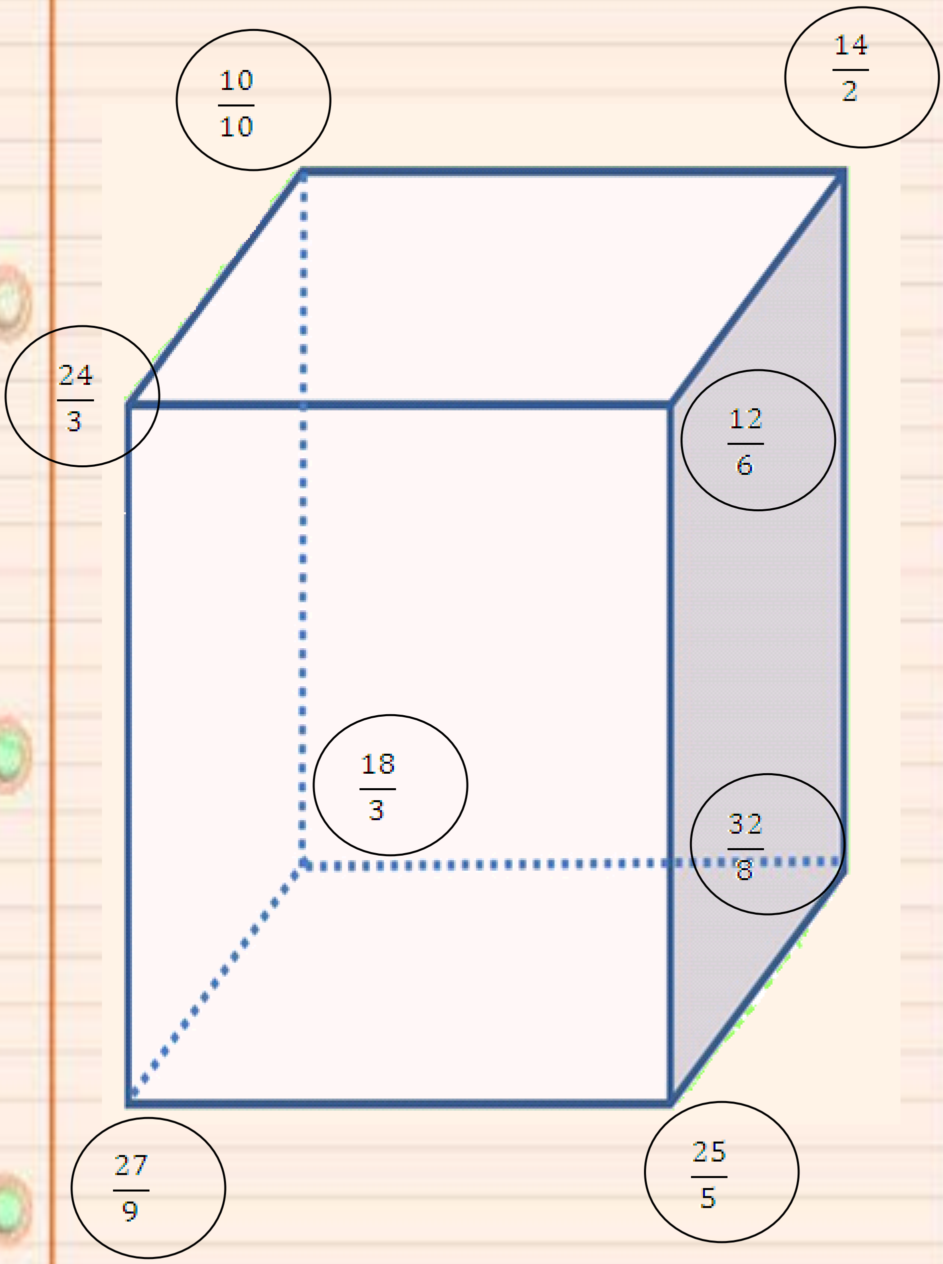
Se trata de encontrar al personaje que se esconde en este código. Resuelve uno por uno cada uno de los ejercicios que se plantean a continuación. Tu resultado será un número. Cambia ese número por la letra correspondiente del alfabeto, teniendo en cuenta el cuadro que te presentamos a continuación. Con las letras obtendrás el nombre del personaje que buscas. ***Ayuda:*** *Es un filósofo y matemático muy importante.*

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O
$\frac{19}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{18}{5}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{30}{7}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{28}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{19}{17}$	$\frac{25}{11}$	$\frac{13}{17}$	$\frac{48}{5}$

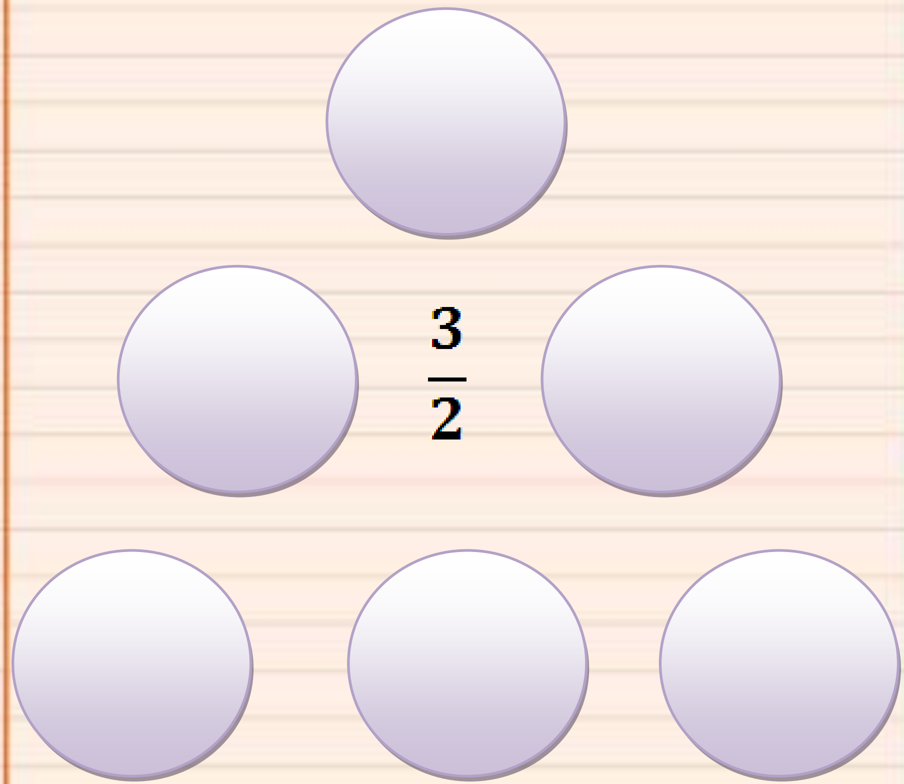
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
4	$\frac{21}{9}$	$\frac{27}{10}$	$\frac{13}{42}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{20}{7}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{35}{7}$	$\frac{42}{31}$	$\frac{27}{13}$	$\frac{24}{9}$

EJERCICIOS	*RESULTADO*	*LETRA*
$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{9}{3}$		
$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$		
$\frac{4}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$		
$\frac{16}{6}+\frac{3}{6}$		
$\frac{1}{2}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$		
$\frac{11}{5}+\frac{13}{5}+\frac{24}{5}$		
$\frac{3}{2}+\frac{6}{5}$		
$\frac{2}{3}+\frac{5}{2}$		
$\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$		

Actividad N° 5: Ubicar las 8 fracciones en cada vértice del cubo de tal forma que la simplificación de las fracciones y las sumas de los vértices de cada cara sean igual a 18



Actividad N° 6: Coloca en cada círculo de la siguiente figura las fracciones $\frac{5}{2}$, $\frac{(-2)}{2}$, $\frac{18}{16}$, $\frac{6}{16}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{5}$. Una sola vez, de modo que la suma o resta de las fracciones en cada lado del triángulo sea igual al número del centro.



Actividad N° 7: Sigue la pista, completa el cuadro y simplifica.

a	***b***	$a+b$	$a-b$	$a\times b$	$a\div b$
$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{3}$			$\frac{30}{21}$	
		3	0		
	$\frac{1}{8}$		$\frac{13}{24}$		
	$\frac{6}{8}$				$\frac{18}{5}$
$\frac{10}{3}$					$\frac{4}{3}$

Actividad N° 8: Completa el siguiente cuadro mágico, en el cual la suma de cada fila, columna y diagonal es igual a 15

5		$\frac{16}{6}$	$\frac{9}{2}$
	$\frac{25}{6}$	4	
	$\frac{7}{2}$		$\frac{26}{6}$
3			$\frac{5}{2}$

Actividad N° 9: 0peraciones con fracciones: *Samuel es comerciante de frutas y lleva su carga al pueblo. En una alcabala del camino, las autoridades pesaron la carga incluyendo a Samuel, la carreta y el burro. El resultado fue 1528 kg. Si Samuel sabe que él pesa* $\frac{164}{2}$ *kg y que la carga es* $\frac{1000}{4}$ *kg de frutas, ¿Cuánto pesa la carreta y el burro? Completa en el siguiente esquema y obtendrás la solución del problema:*

Peso de Samuel	**+**	***Peso de la carga***	**+**	***Peso del burro y la carreta***	***= 1528 kg***
⇓		⇓		⇓	
	+		**+**	***¿?***	***= 1528 kg***

Actividad N° 10: Completa la siguiente tabla:

$+$	$\frac{-3}{7}$	-2	$\frac{7}{8}$
$\frac{3}{4}$			
$\frac{-2}{5}$			
$\frac{-6}{7}$			
-1			
$\frac{4}{9}$			

Sesión 3
Contenido a Evaluar

Conceptual

Propiedades de la Adición de Números Racionales

- Conmutativa
- Asociativa
- Elemento Neutro
- Elemento Simétrico

Procedimental

Aplicación de las propiedades conmutativas, asociativa, elemento neutro, elemento simétrico de la adición de números racionales.

Actitudinal

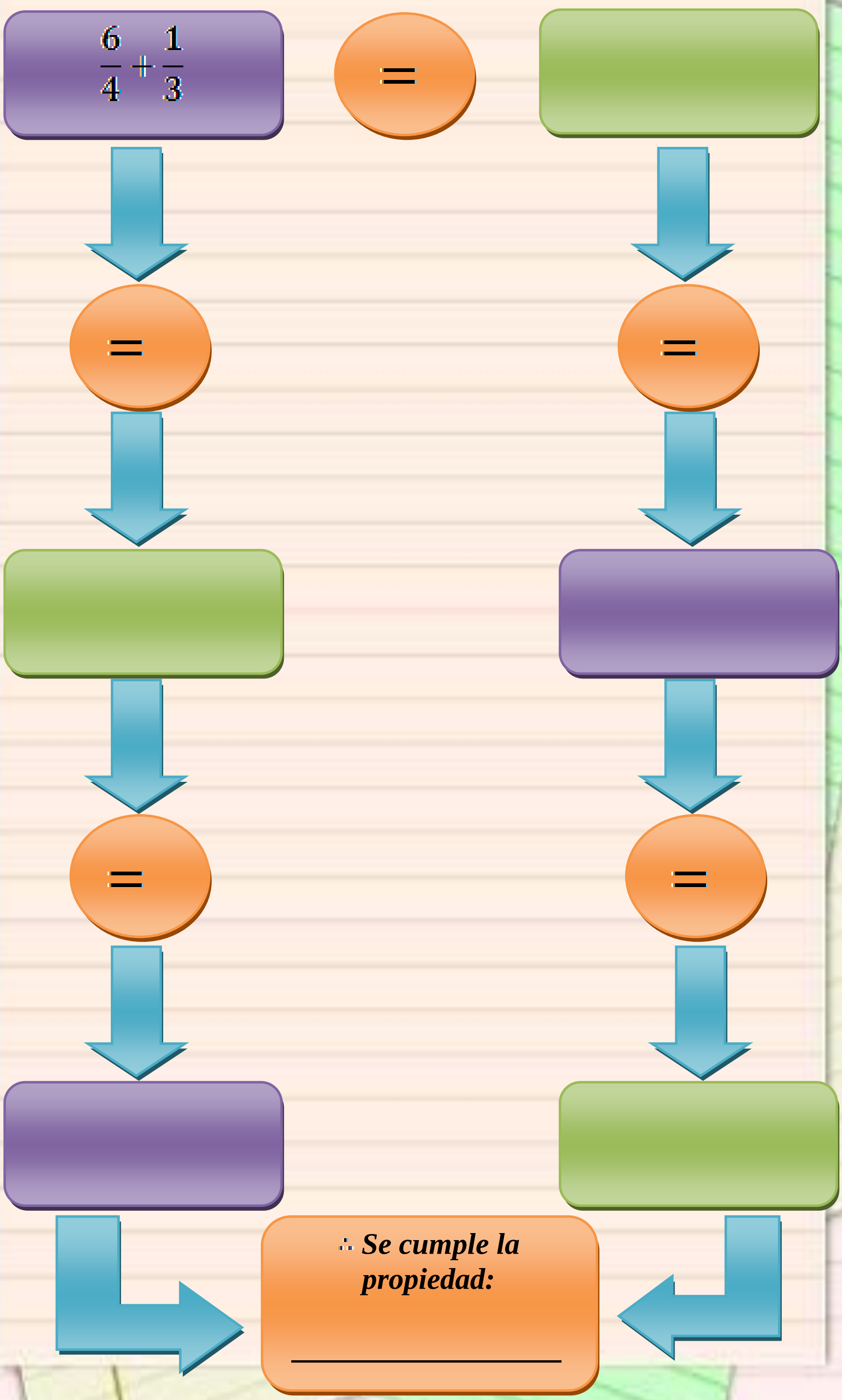
Aceptación de las normas de participación en todas las actividades lúdicas, diálogos y discusiones grupales.

Comentario del docente sobre curiosidad matemática: *el comentario resalta sobre la figura de Pitágoras de Samos quién fué un pensador y matemático griego que vivió en el siglo VI a.C. Nació en la Isla de Samos, en el Mar Egeo, y murió en Crotona en el sur de Italia. Sus aportes a las matemáticas fueron muchos. Pitágoras fué el creador de una escuela cuyos asistentes no eran todos matemáticos. La escuela pitagórica duro cerca de 150 años y tuvo 218 discípulos.*

Exploración de Saberes Previos

Para explorar los saberes previos de los estudiantes el docente les indicará que deben realizar un mapa mental sobre las propiedades de la adición de números racionales.

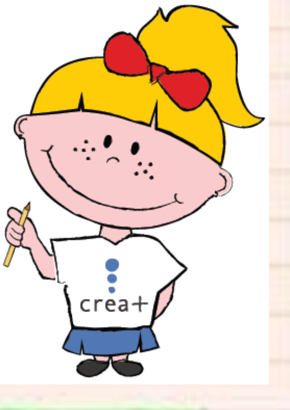
Actividad N° 11: Complete los esquemas aplicando la Propiedad Conmutativa



Actividad N° 12: Considerando la igualdad, sustituye y aplica la Propiedad Asociativa

$$\blacktriangle = \frac{1}{2} \qquad \maltese = \frac{2}{3} \qquad \blacksquare = \frac{3}{5}$$

$$(\blacktriangle + \maltese) + \blacksquare = \blacktriangle + (\maltese + \blacksquare)$$



Sesión 4

Contenido a Evaluar

Conceptual

Números Mixtos

Procedimental

La solución y elaboración de problemas y actividades en las cuales se utilicen los números mixtos.

Actitudinal

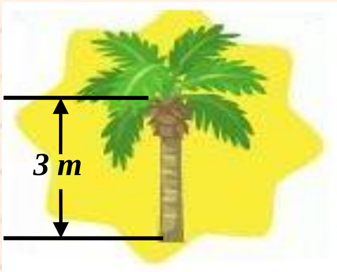
Curiosidad por las interrelaciones que se establecen entre la matemática y el mundo real.

Comentario del docente sobre curiosidad matemática: *los antiguos egipcios usaban los jeroglíficos para contar. La escritura egipcia tuvo su origen alrededor del año 3000 antes de Cristo, para escribir los números, los antiguos egipcios idearon un sistema de numeración en base diez, utilizando los jeroglíficos para representar los distintos ordenes de unidades.*

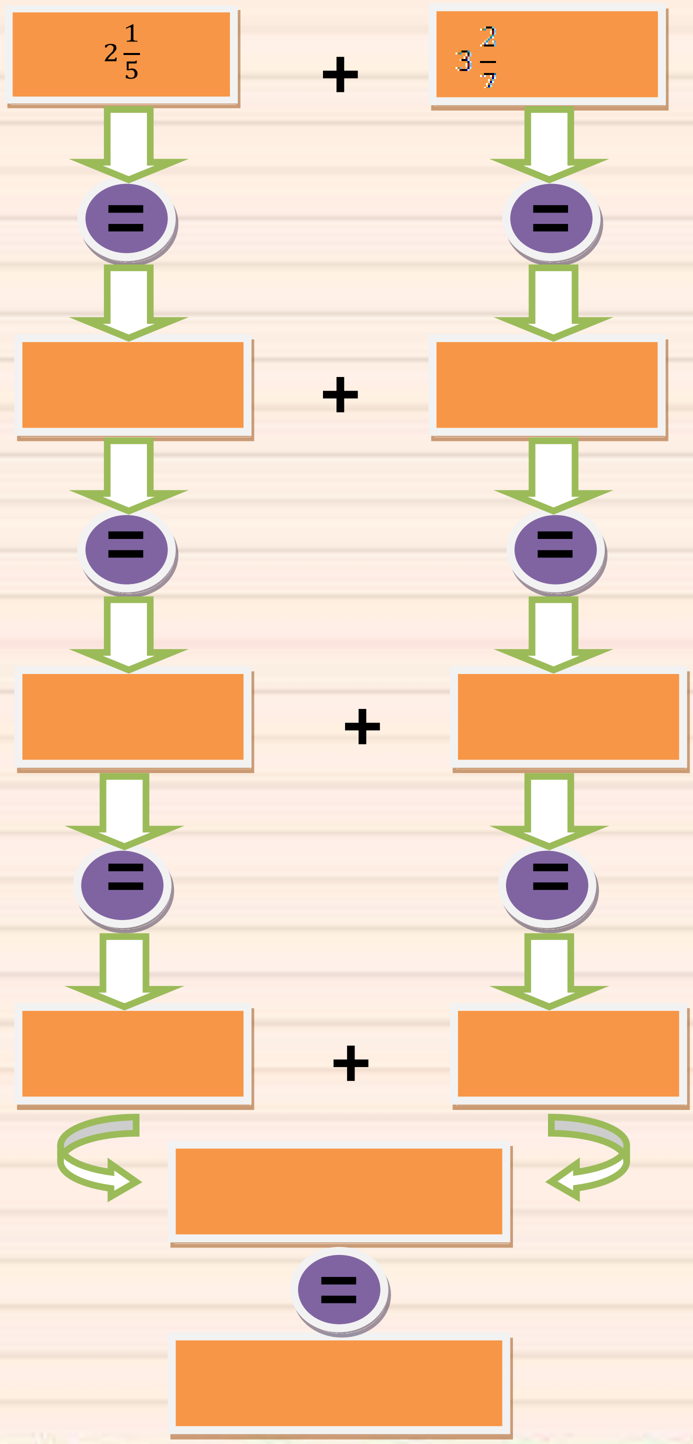
Exploración de Saberes Previos

Para explorar los saberes previos de los estudiantes el docente les indicará que deben realizar un esquema sobre la construcción de un número mixto.

Actividad N° 13: Tres cocos penden de un cocotero a 3 metros del suelo. Pedro que mide $1\frac{2}{3}$ levanta sobre sus hombros a Martin que mide $1\frac{5}{9}$ metros ¿Alcanza Martin con sus manos los cocos?



Actividad N° 14: Números mixtos: Completa el esquema. Convierte las fracciones mixtas a fracciones impropias y luego efectúa



Sesión 5

Contenido a Evaluar

Conceptual

Ecuaciones

Procedimental

- Distinción entre variables y constantes.
- Sustitución por variables de términos desconocidos en una igualdad. Reconocimiento de ecuaciones.
- Identificación de miembros, términos, incógnitas y solución de una ecuación en la cual intervienen números racionales.
- Observación de que al sumar, restar, multiplicar o dividir ambos miembros de una ecuación por el mismo número racional, se obtiene otra ecuación con la misma solución.

Actitudinal

- Apreciación de los recursos que brinda la naturaleza para elaborar y resolver problemas.
- Curiosidad e interés por descubrir regularidades y establecer relaciones.

Comentario del docente sobre curiosidad matemática: *el siete es un número misterioso. A lo largo de la historia el hombre ha considerado ciertos números naturales como cabalísticos o símbolos de eternidad. Uno de ellos es el numero 7. Siete son los días de la semana, los mares del mundo, los sabios de Grecia y los colores del arcoíris.*

Exploración de Saberes Previos

Para explorar los saberes previos de los estudiantes el docente les indicará que deben realizar un mapa conceptual sobre la construcción de ecuaciones.

Actividad N° 15: Ecuaciones: Pirámide de Ecuaciones

Debes resolver la pirámide, empezamos por la base y subiendo los escalones. Rellena las fracciones desconocidas, si te fijas utilizarás bien la prioridad de las operaciones. La solución es el escalón más alto de la pirámide.

$$x =$$

$$x = \frac{\quad}{\quad} - $$

$$x = \frac{8}{5} - \frac{\quad}{\quad}$$

$$x + \frac{3}{4} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{8}{5} - \frac{\quad}{\quad}$$

$$x + \frac{3}{4} = \frac{8}{5}$$

Sesión 6

Contenido a Evaluar

Conceptual

Adición de números racionales con igual y diferente denominador, propiedades de la adición de números racionales, ecuaciones en los números racionales, números mixtos.

Procedimental

Resolución de ejercicios en los cuales se utilicen operaciones aritméticas con los números racionales. Utilización de las propiedades conmutativa, asociativa, elemento neutro, elemento simétrico en la adición de números racionales (Q).

Resolución de problemas usando diversos procesos mentales, en los cuales se considere:

a) Lectura e interpretación de los enunciados.

b) Identificación de la información de que se dispone y lo que se quiere encontrar.

c) Selección y simbolización de las operaciones.

d) Expresión escrita de los resultados obtenidos.

e) Interpretación de los resultados.

Actitudinal

Reconocimiento de la importancia de transferir los conocimientos teóricos y prácticos ejecutando procesos básicos en la solución de ejercicios y problemas.

Comentario del docente sobre curiosidad matemática: *las fracciones fueron utilizadas por los babilonios cerca de 2000 a.C. Ellas fueron escritas en forma de valor de posición, esencialmente en la misma forma de escribir actualmente las fracciones decimales, pero con denominadores potencias de sesenta. En el Papiro Rhind de los egipcios se encuentra el primer tratado sistemático de fracciones propias o con la unidad como numerador. En el mismo se observa la escritura de varias fracciones. Las fracciones unitarias eran escritas utilizando un símbolo en forma de boca y el denominador debajo de este símbolo.*

Exploración de Saberes Previos

Para explorar los saberes previos de los estudiantes el docente dirigirá un debate con los estudiantes sobre el contenido de la adición de números racionales.

Actividad N° 16: CRIPTOGRAMA MATEMÁTICO

Resuelve los ejercicios de la hoja siguiente, a cada ejercicio le corresponde una solución, a la vez que a cada solución le corresponde una letra, como lo indica la tabla siguiente.

En la segunda tabla debes colocar la letra correspondiente a la solución de la ecuación que aparece en cada cuadro. Por ejemplo, para el primer cuadro, resuelves el ejercicio 17, este tendrá una solución y colocas en lugar de 17 la letra que corresponde a esa solución.

Si lo haces bien te saldrá una frase de un astrónomo y matemático muy conocido.

A	***B***	***C***	***D***	***E***	***F***	***H***	***I***	***L***	***M***	***N***	***O***
$\frac{3}{5}$	$\frac{41}{24}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{465}{216}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{21}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2229}{5}$	$\frac{23}{15}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{37}{40}$
R	***S***	***T***	***U***	***V***							
$\frac{2}{5}$	*4*	$\frac{-7}{12}$	$\frac{41}{24}$	$\frac{4}{5}$							

17	**1**	**15**		**4**	**1**	**12**	**8**	**4**	**1**	**12**	**10**	**7**	**1**	**15**

15	**14**	**9**		**8**	**17**		**1**	**17**	**3**	**1**	**6**	**8**	**12**	**14**

7	**14**	**9**		**8**	**17**		**7**	**16**	**1**	**17**		**13**	**10**	**14**	**15**

2	**1**		**8**	**15**	**7**	**3**	**10**	**12**	**14**		**8**	**17**

16	**9**	**10**	**5**	**8**	**3**	**15**	**14**

Criptograma Matemático

1. ***Resuelve la siguiente adición de números racionales con igual denominador:***
   $$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$$

2. ***Resuelve el siguiente problema: Un deportista trota $\frac{7}{8}$km el lunes, $\frac{9}{8}$km el martes y $\frac{5}{8}$km el miércoles. Calcula cuántos kilómetros troto en total.***

3. ***Resuelve la siguiente adición de números racionales con diferentes denominadores:***
   $$\frac{4}{6}+\frac{1}{6}$$

4. ***Resuelve la siguiente adición de fracciones con diferentes denominadores:***
   $$\frac{3}{10}+\frac{2}{5}+\frac{5}{6}$$

5. ***Resuelve el siguiente problema de adición de números racionales: Un frasco vacio pesa $\frac{1}{20}$kg y se le agregan $\frac{3}{4}$kg de caraotas. ¿Cuál es el peso del frasco con su contenido?***

6. ***Sobre Caracas ha caído $\frac{1}{2}$cm de agua de lluvia el lunes, $\frac{3}{8}$cm el día martes y el sábado $\frac{5}{6}$cm. ¿Cuánta agua de lluvia ha caído sobre caracas durante esa semana?***

7. ***Aplica la propiedad conmutativa***
   $$\frac{9}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{6}+\frac{9}{6}$$

8. ***Aplica la propiedad asociativa***
   $$\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{8}\right)+\frac{4}{9}=\frac{5}{6}+\left(\frac{7}{8}+\frac{4}{9}\right)$$

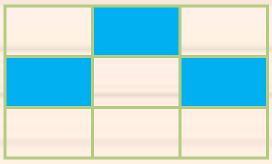
9. ***Hallar el opuesto del siguiente número racional: $-\frac{3}{2}$***

10. ***¿Cuál número sumado a $-\frac{2}{5}$ da como resultado 0?***

11. ***¿Qué número hay que sumarle a $\frac{2}{5}$ para que permanezca igual?***

12. $\frac{4}{3} + x = \frac{3}{4}$ ¿Cuánto vale x?

13. En el cuadro adjunto. ¿Qué fracción corresponde a la zona rayada?



14. Determinar el número que al restarle $\frac{1}{8}$ se obtiene como resultado $\frac{4}{5}$

15. ¿Cuántas veces está contenido $\frac{2}{7}$ en 14?

16. Efectúa $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{4}$

17. Un campesino recogió de su cultivo 220 kg de papa, $75\frac{1}{5}$ de ocumo y $150\frac{3}{5}$ kg de ñame. ¿Cuántos kilogramos recogió en total el campesino?

Actividad N° 17: Domino de Fracciones

Materiales:

28 piezas en tamaño aproximado de 10 cm x 5 cm.

Cuando una lleva la representación de una fracción y el símbolo correspondiente a la representación grafica de otra pieza, salvo en las dobles que llevan figura y símbolo correspondiente a la misma fracción.

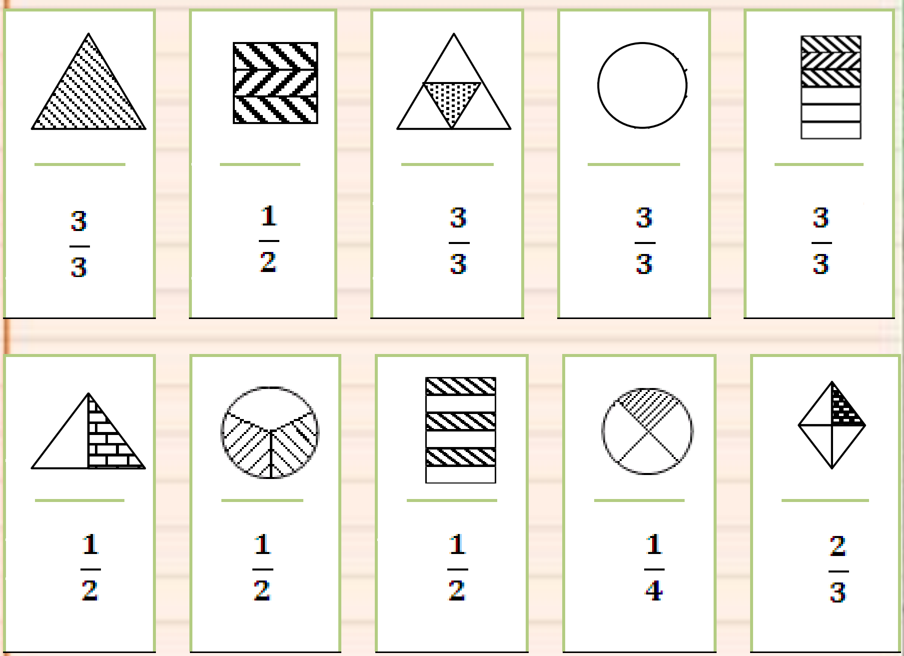
¿Para qué?

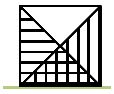
Reportar el concepto de fracción.

¿Cómo jugar?

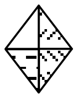
1. Se colocan las piezas boca abajo, se revuelven y se reparten entre los jugadores.

2. Comienza a jugar el que tenga el doble de $\frac{1}{2}$. El jugador siguiente debe jugar a la representación que corresponda al símbolo o el símbolo que corresponde a

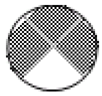




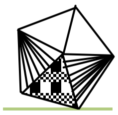
$\frac{1}{4}$



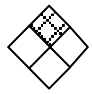
$\frac{2}{3}$



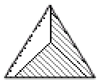
$\frac{3}{5}$



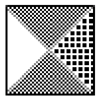
$\frac{3}{4}$



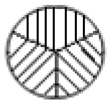
$\frac{3}{4}$



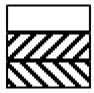
$\frac{3}{4}$



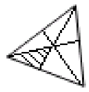
$\frac{3}{4}$



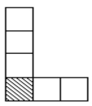
$\frac{1}{4}$



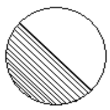
$\frac{2}{3}$



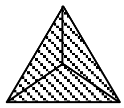
$\frac{2}{3}$



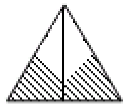
$\frac{1}{4}$



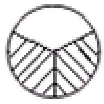
$\frac{1}{6}$



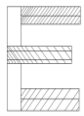
$\frac{1}{6}$



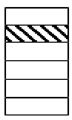
$\frac{3}{3}$



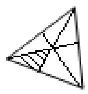
$\frac{1}{6}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{1}{6}$

Actividad 18: Puzle: Operaciones sencillas con números racionales

Puzle: Operaciones sencillas con números racionales

La quinta parte de un número más su cuádruple es igual a 42 unidades, determinar cuál es el número.	***Tres hermanos se sirven jugo de naranja de un recipiente, el primero se tomo $\frac{3}{7}$ de litro, el segundo $\frac{1}{3}$ y el tercero $\frac{2}{3}$ de litro. ¿Cuántos litros se tomaron en total?***	***Aplica elemento neutro*** $\frac{1}{9} + 0 =$	***Efectúa: Aplica propiedad conmutativa*** $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$
Para realizar un trabajo un albañil emplea $2\frac{1}{2}$ saco de cemento el primer día y el segundo día emplea $3\frac{4}{5}$ saco de cemento. ¿Cuánto empleo el albañil en esos dos días?	***Aplica elemento simétrico*** $\frac{5}{4}$	***Aplica la propiedad asociativa*** $\frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{1}{8}$	***Ana se comió $\frac{3}{7}$ de lechosa y Antonio $\frac{1}{7}$ ¿Cuántas lechosas se comieron en total?***

Puzle: Operaciones sencillas con números racionales:

Una vez que se han explicado las operaciones con números racionales y de haber hecho ejercicios e n el cuaderno, este puzle nos puede servir para consolidar los conocimientos adquiridos. Se les da figura en otro orden y deben pegar los recuadros en las soluciones de la plantilla siguiente.

Es importante que nos den las operaciones hechas con todo detalle y bien expresadas.

$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{63}{10}$	*10*
$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{9}$	*0*

Números Racionales en la Cocina

Si revisas las recetas de un libro de cocina, encontraras tanto en las instrucciones de medidas como las siguientes:

“$\frac{1}{2}$ kilo de maíz”… ”$1\frac{1}{2}$ De pollo de 1 kilo y $\frac{1}{2}$” … “$\frac{1}{2}$ pimentón rojo” … “calentar el horno $\frac{1}{4}$ de hora previamente” … “cocinar durante $\frac{3}{4}$ de hora” …

Actividad N° 19: Quesillo de Piña: Con ayuda de las señoras del comedor de la escuela y tu profesor, podrás realizar este delicioso postre y verificar con las medidas de los ingredientes el uso de las fracciones en la cocina.

Ingredientes:

- *2 piñas de $1\frac{1}{4}$ kilo cada una aproximadamente*
- *1 a $1\frac{1}{2}$ taza de azúcar*
- *1 taza de azúcar*
- *$\frac{1}{4}$ taza de agua para hacer un caramelo*
- *10 amarillas de huevo*
- *6 claras de huevo*

Respuesta a las Actividades

Actividad N° 1. Identificación de Fracciones

Motivación: *Curiosidad Matemática: El Número Más Grande: "Cuentan que una vez hubo un hombre que quiso escribir el numero más grande del mundo y escribió y escribió hasta que al momento de morir tenia escrito un numero larguísimo, pero un niño le dijo: « ¡más uno! » y el hombre tuvo que admitir que el número más grande no existe".*

Clasificación de Números: *Llega la hora de descansar y algunos de los números se han despistado y no saben ni en qué casa ni en qué lugar les corresponde colocarse. ¿Puedes ayudarles?*

NÚMEROS ENTEROS

Números Naturales

4	**1**	**23**	**5**	**7**	**-10**	**-25**
11	**13**	**19**	**6**	**-7**	**-9**	**-15**
33	**18**	**9**	**8**	**-17**	**-1**	**-3**

NÚMEROS RACIONALES

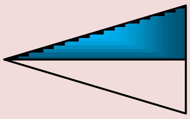
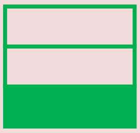
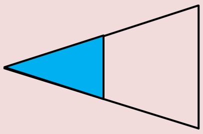
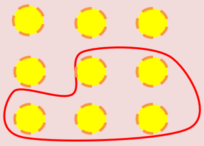
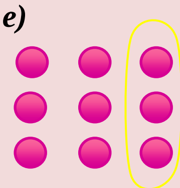
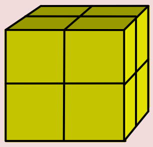
$-\frac{1}{6}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{13}{17}$	
$\frac{50}{-7}$	$\frac{81}{24}$	$\frac{54}{6}$	$\frac{6}{3}$	
$\frac{24}{2}$	$\frac{-21}{11}$	$\frac{37}{21}$	$\frac{5}{2}$	

$-\frac{1}{6};\frac{6}{2};-2;\frac{3}{5};4;2{,}3;-10;1;23;-25;-7;2^2;\frac{13}{17};-9;-15;\frac{50}{-7};\frac{81}{24};$

$\frac{54}{6};11;13;-17;-1;\frac{6}{3};\frac{24}{2};\frac{-21}{11};\frac{37}{21};-3;19;\frac{5}{2};33;18,;9;5;6;7;8$

Si tienes alguna casilla libre, invéntate números que puedas colocar.

Actividad N° 2: Indica verdadero (V) o falso (F)

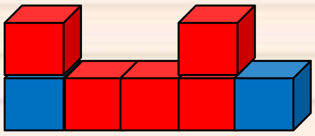
a)  $\frac{1}{2}$ (V)	b)  $\frac{1}{3}$ (V)	c)  $\frac{1}{2}$ (V)
d)  $\frac{1}{2}$ (F)	e)  $\frac{1}{3}$ (V)	f)  $\frac{8}{8}$ (V)

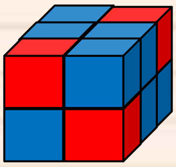
Colorea $\frac{1}{2}$ de los cuadritos de color rojo, $\frac{1}{5}$ de color verde y $\frac{1}{10}$ de color amarillo

¿Qué fracción representa el total coloreado? $\frac{4}{5}$

¿Qué parte queda sin pintar? $\frac{1}{5}$

¿Qué fracción de cada construcción es de color rojo?

$\frac{5}{7}$ 

$\frac{1}{4}$ *Solo hay tres cubos rojos.* 

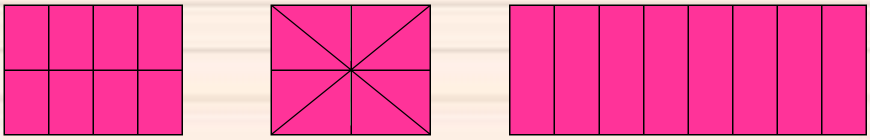
Tilda las expresiones correctas

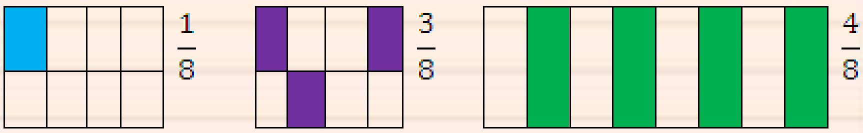
En este conjunto de personas…

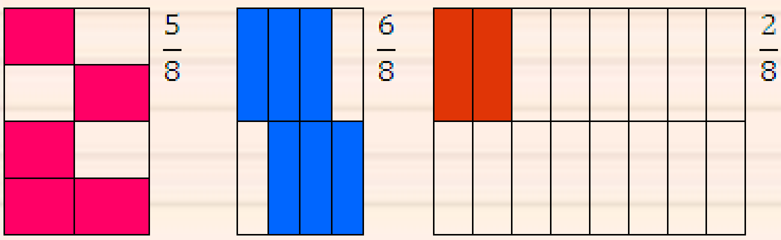
- (V) $\frac{5}{5}$ Son adultos
- ( ) $\frac{5}{2}$ Son varones
- ( ) $\frac{5}{3}$ Son mujeres
- (V) $\frac{3}{5}$ Son mujeres
- (V) $\frac{2}{5}$ Son varones

Actividad N° 3: Observa algunas particiones de un rectángulo en octavos

Instrucciones: *haz otras particiones de los rectángulos en blanco y sombrea las fracciones indicadas*

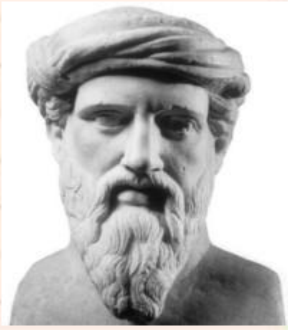






Actividad N° 4: Matemático Misterioso

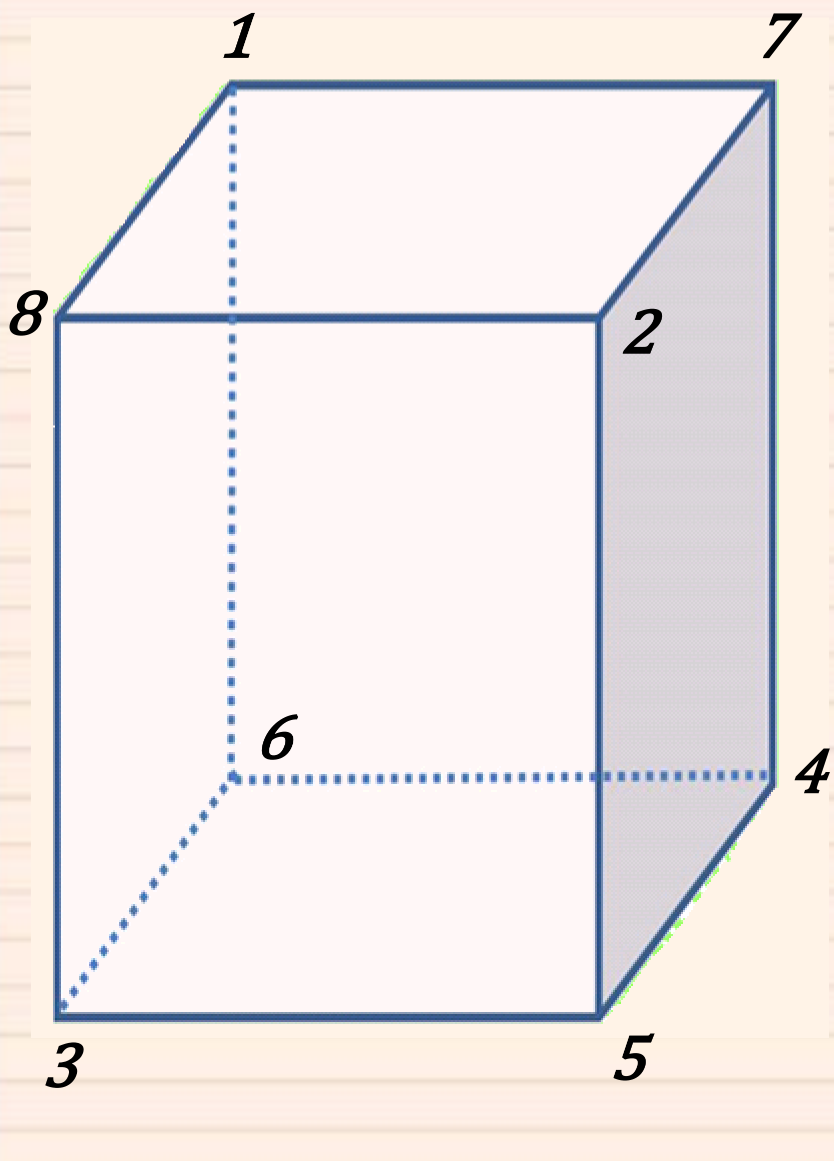
Se trata de encontrar al personaje que se esconde en este código. Resuelve uno por uno cada uno de los ejercicios que se plantean a continuación. Tu resultado será un número. Cambia ese número por la letra correspondiente del alfabeto, teniendo en cuenta el cuadro que te presentamos a continuación. Con las letras obtendrás el nombre del personaje que buscas. ***Ayuda:*** *Es un filosofo y matemático muy importante.*



A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*	*N*	*Ñ*	*O*
$\frac{19}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{18}{5}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{30}{7}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{28}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{19}{17}$	$\frac{25}{11}$	$\frac{13}{17}$	$\frac{48}{5}$
		P	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*	*W*	*X*	*Y*	*Z*			
		4	$\frac{21}{9}$	$\frac{27}{10}$	$\frac{13}{42}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{20}{7}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{35}{7}$	$\frac{42}{31}$	$\frac{27}{13}$	$\frac{24}{9}$			

EJERCICIOS	***RESULTADO***	***LETRA***
$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{9}{3}$	$\frac{2+1+9}{3}=\frac{12}{3}=4$	***P***
$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$	$\frac{1+2+3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$	***I***
$\frac{4}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$	$\frac{4+5+6}{7}=\frac{15}{7}$	***T***
$\frac{16}{6}+\frac{3}{6}$	$\frac{16+3}{6}=\frac{19}{6}$	***A***
$\frac{1}{2}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$	$\frac{7+5+1}{2}=\frac{13}{2}$	***G***
$\frac{11}{5}+\frac{13}{5}+\frac{24}{5}$	$\frac{11+13+24}{5}=\frac{48}{5}$	***O***
$\frac{3}{2}+\frac{6}{5}$	$\frac{(3\times5)+(2\times6)}{(2\times5)}=\frac{15+12}{10}=\frac{27}{10}$	***R***
$\frac{2}{3}+\frac{5}{2}$	$\frac{(2\times2)+(3\times5)}{(3\times2)}=\frac{4+15}{6}=\frac{19}{6}$	***A***
$\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$	$\frac{(1\times7)+(6\times1)}{(6\times7)}=\frac{7+6}{42}=\frac{13}{42}$	***S***

Actividad N° 5: Ubicar las 8 fracciones en cada vértice del cubo de tal forma que la simplificación de las fracciones y las sumas de los vértices de cada cara sean igual a 18



Actividad N° 6: Coloca en cada círculo de la siguiente figura las fracciones $\frac{5}{2}, \frac{(-2)}{2}, \frac{18}{16}, \frac{6}{16}, \frac{3}{6}, \frac{5}{5}$. Una sola vez, de modo que la suma o resta de las fracciones en cada lado del triangulo sea igual al número del centro.

$$\frac{-5}{2}$$

$$\frac{9}{2} \qquad \frac{3}{2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2} \qquad \frac{-3}{2} \qquad \frac{7}{2}$$

Actividad N° 7: Sigue la pista, completa el cuadro y simplifica.

a	b	$a+b$	$a-b$	$a\times b$	$a\div b$
$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{53}{21}$	$\frac{-17}{21}$	$\frac{30}{21}$	$\frac{18}{35}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{4}$	3	0	$\frac{9}{4}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{19}{24}$	$\frac{-13}{24}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$
$\frac{9}{5}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{51}{20}$	$\frac{21}{20}$	$\frac{27}{20}$	$\frac{18}{5}$
$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{3}$	$\frac{4}{3}$

Actividad N° 8: Completa el siguiente cuadro mágico, en el cual la suma de cada fila, columna y diagonal es igual a 15

5	$\frac{17}{6}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{9}{2}$
$\frac{19}{6}$	$\frac{25}{6}$	*4*	$\frac{22}{6}$
$\frac{23}{6}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{20}{6}$	$\frac{26}{6}$
3	$\frac{9}{2}$	5	$\frac{5}{2}$

Actividad N° 9: 0peraciones con fracciones: *Samuel es comerciante de frutas y lleva su carga al pueblo. En una alcabala del camino, las autoridades pesaron la carga incluyendo a Samuel, la carreta y el burro. El resultado fue 1528 kg. Si Samuel sabe que él pesa* $\frac{164}{2}$ *kg y que la carga es* $\frac{1000}{4}$ *kg de frutas, ¿Cuánto pesa la carreta y el burro? Completa en el siguiente esquema y obtendrás la solución del problema:*

Peso de Samuel + ***Peso de la carga*** + ***Peso del burro y la carreta*** ***= 1528 kg***

$\Downarrow$ $\Downarrow$ $\Downarrow$

$\frac{164}{2}kg$ + $\frac{1000}{4}kg$ + ***1196 kg*** ***= 1528 kg***

Actividad N° 10: Completa la siguiente tabla:

$+$	$\frac{-3}{7}$	-2	$\frac{7}{8}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{-5}{4}$	$\frac{13}{8}$
$\frac{-2}{5}$	$\frac{-29}{35}$	$\frac{-12}{5}$	$\frac{19}{40}$
$\frac{-6}{7}$	$\frac{-63}{49}$	$\frac{-20}{7}$	$\frac{1}{56}$
-1	$\frac{-10}{7}$	-3	$\frac{-1}{8}$
$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{63}$	$\frac{-14}{9}$	$\frac{95}{72}$

Actividad N° 11: Complete los esquemas aplicando la Propiedad Conmutativa

$\frac{6}{4} + \frac{1}{3}$ = $\frac{1}{3} + \frac{6}{4}$

=

$\frac{18+4}{12}$

=

$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$

=

$\frac{4+18}{12}$

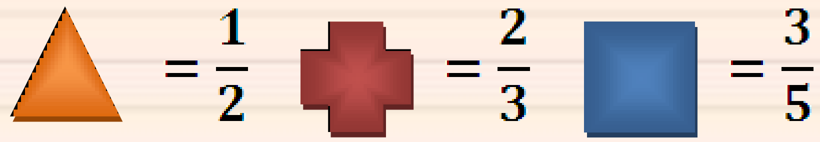
=

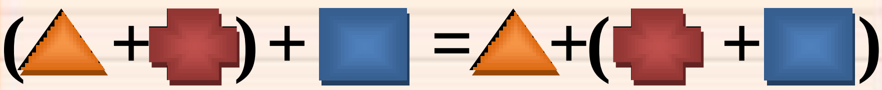
$\frac{22}{12} = \frac{11}{6}$

∴ Se cumple la propiedad:

Si se cumple

Actividad N° 12: Considerando la igualdad, sustituye y aplica la Propiedad Asociativa





$$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{5}=\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\right)$$

$$\left(\frac{(1\times 3)+(2\times 2)}{(2\times 3)}\right)+\frac{3}{5}=\frac{1}{2}+\left(\frac{(2\times 5)+(3\times 3)}{(3\times 5)}\right)$$

$$\left(\frac{3+4}{6}\right)+\frac{3}{5}=\frac{1}{2}+\left(\frac{10+9}{15}\right)$$

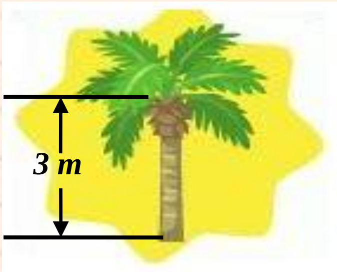
$$\frac{7}{6}+\frac{3}{5}=\frac{1}{2}+\frac{19}{15}$$

$$\frac{(7\times 5)+(6\times 3)}{(6\times 5)}=\frac{(1\times 15)+(2\times 19)}{(2\times 15)}$$

$$\frac{35+18}{30}=\frac{15+38}{30}$$

$$\frac{53}{30}=\frac{53}{30}$$

Actividad N° 13: Tres cocos penden de un cocotero a 3 metros del suelo. Pedro que mide $1\frac{2}{3}$ levanta sobre sus hombros a Martin que mide $1\frac{5}{9}$ metros ¿Alcanza Martin con sus manos los cocos?



$$1\frac{2}{3} + 1\frac{5}{9}$$

$$\left(\frac{(1 \times 3) + 2}{3}\right) + \left(\frac{(1 \times 9) + 5}{9}\right)$$

$$\left(\frac{3 + 2}{3}\right) + \left(\frac{9 + 5}{9}\right)$$

$$\frac{5}{3} + \frac{14}{9}$$

$$\frac{45 + 42}{27} = \frac{87}{27} = 3{,}2222$$

Martin si alcanza los cocos con sus manos

Actividad N° 14: Números mixtos: Completa el esquema. Convierte las fracciones mixtas a fracciones impropias y luego efectúa

$$2\frac{1}{5} \quad + \quad 3\frac{2}{7}$$

$$=$$

$$\left(\frac{(2\times 5)+2}{5}\right) \quad + \quad \left(\frac{(3\times 7)+2}{7}\right)$$

$$=$$

$$\left(\frac{10+2}{5}\right) \quad + \quad \left(\frac{21+2}{7}\right)$$

$$=$$

$$\frac{12}{5} \quad + \quad \frac{23}{7}$$

$$\frac{84+115}{35}$$

$$=$$

$$\frac{199}{35}$$

Actividad N° 15: Ecuaciones: Pirámide de Ecuaciones

Debes resolver la pirámide, empezamos por la base y subiendo los escalones. Rellena las fracciones desconocidas, si te fijas utilizaras bien la prioridad de las operaciones. La solución es el escalón más alto de la pirámide.

$$x = \frac{17}{20}$$

$$x = \frac{32 - 15}{20}$$

$$x = \frac{8}{5} - \frac{3}{4}$$

$$x + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{8}{5} - \frac{3}{4}$$

$$x + \frac{3}{4} = \frac{8}{5}$$

Actividad N° 16: CRIPTOGRAMA MATEMÁTICO

Resuelve los ejercicios de la hoja siguiente, a cada ejercicio le corresponde una solución, a la vez que a cada solución le corresponde una letra, como lo indica la tabla siguiente.

En la segunda tabla debes colocar la letra correspondiente a la solución de la ecuación que aparece en cada cuadro. Por ejemplo, para el primer cuadro, resuelves el ejercicio 17, este tendrá una solución y colocas en lugar de 17 la letra que corresponde a esa solución.

Si lo haces bien te saldrá una frase de un astrónomo y matemático muy conocido.

A	B	C	D	E	F	H	I	L	M	N	O
$\frac{3}{5}$	$\frac{41}{24}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{465}{216}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{21}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2229}{5}$	$\frac{23}{15}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{37}{40}$
R	**S**	**T**	**U**	**V**							
$\frac{11}{12}$	4	$\frac{-7}{12}$	$\frac{119}{20}$	$\frac{4}{5}$							

17	1	15		4	1	12	8	4	1	12	10	7	1	15

15	14	9		8	17		1	17	3	1	6	8	12	14

7	14	9		8	17		7	16	1	17		13	10	14	15

2	1		8	15	7	3	10	12	14		8	17

16	9	10	5	8	3	15	14

L	*A*	*S*		*M*	*A*	*T*	*E*	*M*	*A*	*T*	*I*	*C*	*A*	*S*

S	*O*	*N*		*E*	*L*		*A*	*L*	*F*	*A*	*B*	*E*	*T*	*O*

C	*O*	*N*		*E*	*L*		*C*	*U*	*A*	*L*		*D*	*I*	*O*	*S*

H	*A*		*E*	*S*	*C*	*R*	*I*	*T*	*O*		*E*	*L*

U	*N*	*I*	*V*	*E*	*R*	*S*	*O*

Criptograma Matemático

18. *Resuelve la siguiente adición de números racionales con igual denominador:*
$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$$

19. *Resuelve el siguiente problema: Un deportista trota $\frac{7}{8}$km el lunes, $\frac{9}{8}$km el martes y $\frac{5}{8}$km el miércoles. Calcula cuantos kilómetros troto en total.*

20. *Resuelve la siguiente adición de números racionales con diferentes denominadores:*
$$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$$

21. *Resuelve la siguiente adición de fracciones con diferentes denominadores:*
$$\frac{3}{10}+\frac{2}{5}+\frac{5}{6}$$

22. *Resuelve el siguiente problema de adición de nueros racionales: Un frasco vacio pesa $\frac{1}{20}$kg y se le agregan $\frac{3}{4}$kg de caraotas. ¿Cuál es el peso del frasco con su contenido?*

23. *Sobre Caracas ha caído $\frac{1}{2}$cm de agua de lluvia el lunes, $\frac{3}{8}$cm el dia martes y el sábado $\frac{5}{6}$cm. ¿Cuánta agua de lluvia ha caído sobre caracas durante esa semana?*

24. *Aplica la propiedad conmutativa*
$$\frac{9}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{6}+\frac{9}{6}$$

25. *Aplica la propiedad asociativa*
$$\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{8}\right)+\frac{4}{9}=\frac{5}{6}+\left(\frac{7}{8}+\frac{4}{9}\right)$$

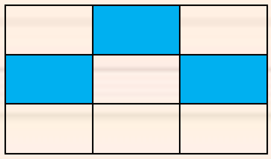
26. *Hallar el opuesto del siguiente numero racional: $-\frac{3}{2}$*

27. *¿Cuál numero sumado a $-\frac{2}{5}$ da como resultado 0?*

28. *¿Qué numero hay que sumarle a $\frac{2}{5}$para que permanezca igual?*

29. $\frac{4}{3} + x = \frac{3}{4}$ ¿Cuánto vale x?

30. En el cuadro adjunto. ¿Qué fracción corresponde a la zona rayada?



31. Determinar el número que al restarle $\frac{1}{8}$ se obtiene como resultado $\frac{4}{5}$

32. ¿Cuántas veces esta contenido $\frac{2}{7}$ en 14?

33. Efectúa $3\frac{1}{5} + 2\frac{3}{4}$

34. Un campesino recogió de su cultivo 220 kg de papa, $75\frac{1}{5}$ de ocumo y $150\frac{3}{5}$ kg de ñame. ¿Cuántos kilogramos recogió en total el campesino?

Actividad N° 17: Domino de Fracciones

Materiales:

28 piezas en tamaño aproximado de 10 cm x 5 cm.

Cuando una lleva la representación de una fracción y el símbolo correspondiente a la representación grafica de otra pieza, salvo en las dobles que llevan figura y símbolo correspondiente a la misma fracción.

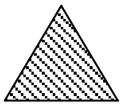
¿Para qué?

Reportar el concepto de fracción.

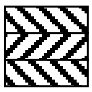
¿Cómo jugar?

1. Se colocan las piezas boca abajo, se revuelven y se reparten entre los jugadores.

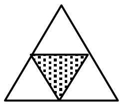
2. Comienza a jugar el que tenga el doble de $\frac{1}{2}$. El jugador siguiente debe jugar a la representación que corresponda al símbolo o el símbolo que corresponde a



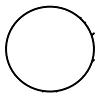
$\frac{3}{3}$



$\frac{1}{2}$

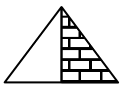


$\frac{3}{3}$

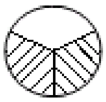


$\frac{3}{3}$

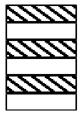
$\frac{3}{3}$



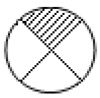
$\frac{1}{2}$



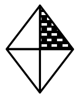
$\frac{1}{2}$



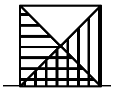
$\frac{1}{2}$



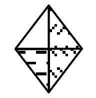
$\frac{1}{4}$



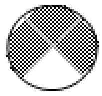
$\frac{2}{3}$



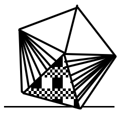
$\frac{1}{4}$



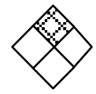
$\frac{2}{3}$



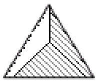
$\frac{3}{5}$



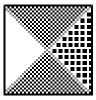
$\frac{3}{4}$



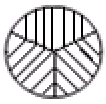
$\frac{3}{4}$



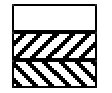
$\frac{3}{4}$



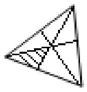
$\frac{3}{4}$



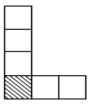
$\frac{1}{4}$



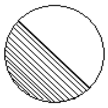
$\frac{2}{3}$



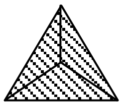
$\frac{2}{3}$



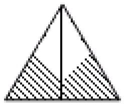
$\frac{1}{4}$



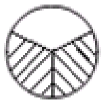
$\frac{1}{6}$



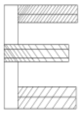
$\frac{1}{6}$



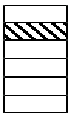
$\frac{3}{3}$



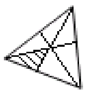
$\frac{1}{6}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{1}{6}$

Actividad 18: Puzle: Operaciones sencillas con números racionales

Números Racionales en la Cocina

Si revisas las recetas de un libro de cocina, encontraras tanto en las instrucciones de medidas como las siguientes:

“$\frac{1}{2}$ kilo de maíz”… ”$1\frac{1}{2}$ De pollo de 1 kilo y $\frac{1}{2}$” … “$\frac{1}{2}$ pimentón rojo” … “calentar el horno $\frac{1}{4}$ de hora previamente” … “cocinar durante $\frac{3}{4}$ de hora” …

Actividad N° 19: Quesillo de Piña: *Con ayuda de las señoras del comedor de la escuela y tu profesor, podrás realizar este delicioso postre y verificar con las medidas de los ingredientes el uso de las fracciones en la cocina.*

Ingredientes:

- *2 piñas de $1\frac{1}{4}$ kilo cada una aproximadamente*
- *1 a $1\frac{1}{2}$ taza de azúcar*
- *1 taza de azúcar*
- *$\frac{1}{4}$ taza de agua para hacer un caramelo*
- *10 amarillas de huevo*
- *6 claras de huevo*

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez, Y. (2006). ¡Auxilio! No puedo con la matemática. Revista Equisángulo. Sección: Ponencias número 002, volumen 1. Universidad de Los Andes, Mérida: Venezuela. [Revista en línea]. Disponible: http://www.actualizaciondocente.ula.ve/2Fequisangulo/2Fequisangulo@ula.ve [Consulta: 2011, Septiembre 03].

Arias, F. (2006). El Proyecto de Investigación: Introducción a la metodología científica. (5ª. ed.). Caracas: Episteme.

Artahona, E. (2005). Dificultades que presentan los estudiantes de la segunda etapa de educación básica en el aprendizaje de las fracciones. Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad Experimental Libertador. Instituto Pedagógico Experimental de Maracay Rafael Alberto Escobar Lara. Maracay: Estado Aragua.

Ausubel, D. (1963). Aprendizaje significativo: Un concepto subyacente. [Documento en línea]. Disponible: http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf [Consulta: 2010, mayo 15].

Bloom, B. (1956). Taxonomía de Bloom de habilidades del pensamiento. [Documento en línea]. Disponible: www.tupalanca.com/boletines/prueba.pdf. [Consulta: 2011, Octubre 10].

Brett C, E. y Suárez, W. (1999): Actividades de matemática 7mo. (3ª. ed.). Caracas: Distribuidora Escolar.

Chipia Lobo, J. (2010). Reflexión de la Enseñanza de la matemática. [Documento en línea]. Disponible: www.slideshare.net/joanfernandochipia/reflexion-de-la-matematica. [Consulta: 2011, Agosto 10].

Cenamec. (1997). Carpeta de matemática para docentes de educación básica. Caracas: Autor.

Cenamec. (2000). Carpeta de matemática para docentes de educación básica. Caracas: Autor.

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela. (1999). Gaceta Oficial de la República Bolivariana, 5453, marzo 3, 2000.

Coord. (2003). Enseñanza Contextual de matemática: piedra angular del cambio de paradigma. [Documento en línea]. Disponible: www.cord.org/.../Teaching%20**Contextual**ly%20Spanish.pdf.

Cruz Acosta, A. (2007). Diagnóstico de salud y diagnóstico educativo: un enfoque integral. [Revista en línea]: Disponible:

www.bvs.sld..cu/revistas/spu/vol22_2_96/spu03296.htm. [Consulta: 2011, diciembre 15].

Currículo Básico Nacional. Programa de Estudios de Educación Básica. (1997). Ministerio de Educación. Caracas: FEDUPEL.

Currículo Bolivariano. Ministerio de Educación. (2007).

Flores de González, H. y Agudelo P., A. M. (2010). El currículo integrado y la planificación didáctica integradora. Los Cortijo de Lourdes: Caracas: El Nacional. Brújula Pedagógica.

Fones, M. (2007). El país de los números. Republica de Colombia. Grupo Editorial Arquetipo.

Foliere, N. y Antolín, M. (2005). Como mejorar el aprendizaje en el aula y poder evaluarlo. Buenos Aires: Republica de Argentina: Currículo Latino Autral.

Freudenthal, H. (1991). Objetivo y empleo de la enseñanza de la matemática [Documento en línea]. Disponible: http://books.google.co.ve/books?id=8HSr-gj8F8QC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false [Consulta: 2011, julio 17].

Freudenthal, H. (1993). La Matemática como una Actividad Humana [Documento en línea]. Disponible: http://books.google.co.ve/books?id=8HSr-gj8F8QC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false [Consulta: 2011, julio 17].

Gadino, A. (S.F.). Matemática escolar. Cuaderno de pedagogía. Caracas: Venezuela: Laboratorio Educativo.

Gairin, J. (1999). Sistema de representación de números racionales positivos: un estudio con maestros en formación, Tesis Doctoral Publicada. Universidad de Zaragoza. Revista de enseñanza e investigación educativa, 10, 41-64.

Garduño, D. (2009). Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones [Documento en línea]. Disponible: http://es.scribd.com/doc/19711744/Una-Propuesta-Para-El-Aprendizaje-de-Las-Fracciones [Consulta: 2011, julio 17].

González, F. (1997). La enseñanza de la matemática: proposiciones didácticas. Aragua: FEDUPEL.

González, J. (2005). Significados institucionales y personales de las fracciones en educación básica. Trabajo de grado en Maestría no publicada. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico Rafael Alberto Escobar Lara. Maracay: Estado Aragua.

Hernández, A. (2010). El proyecto factible como modalidad en la investigación educativa. [Documento en línea]. Disponible: www.tupalanca.com/boletines/prueba.pdf

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2008). Metodología de la investigación. (4ª. ed.). México: Mc Graw-Hill.

Herrera, J. (2001). Bachilleres aplazados en matemática. El Universal. 4-3.

Hurtado, I. y Toro, J. (1998). Paradigma y métodos de investigación en tiempos de cambios. México: Mc. Graw Hill.

Instituto Nacional de Calidad y Evaluación. INCE. (2002). Informe sobre el Sistema Educativo Español. [Documento en Línea]. Disponible: http://books.google.co.ve/books?id=9yyrLPh9r50C&pg=PA1964&lpg=PA1964&dq=instituto+nacional+de+calidad+y+evaluacion+2002&source=bl&ots=m7yqdgM-wx&sig=lnhSdYsIBwvDYCPB14HbyyjoEpk&hl=es&sa=X&ei=GZ9nT7q0Is600AGDjsX7CA&ved=0CF0Q6AEwCQ#v=onepage&q&qf=false [Consulta: 2011, julio 27].

Ley Orgánica de Educación. (2009). Gaceta Oficial Nº 5929. Extraordinaria del 15 de Agosto de 2009. Ministerio del Poder Popular para la Educación. Caracas.

Ley Orgánica para la Protección de Niños, Niñas y Adolescentes. LOPNNA. (2007). Gaceta Oficial Extraordinaria Nº 5859, lunes 10 de diciembre de 2007. Gaceta oficial Nº 38.901 miércoles 2 de marzo de 2008. De la República Bolivariana de Venezuela.

Larousse. (2004). Diccionario Enciclopédico. (10ª. ed.). Colombia: El Autor.

Manual de trabajo de grado de especialización, maestría y tesis doctorales. Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. (FEDUPEL). (4ª. ed.). Caracas. (2006).

Marifé. (2007). Resultado de la prueba de aptitud académica son alarmantes. [Documento en línea]. Disponible: www.venelogia.com/archivo/1879 [Consulta: 2007, noviembre 20]

Marzano, R. (2009). Dimensiones del aprendizaje. [Presentación en línea, formato PowerPoint]. Disponible: www.slideshare.net/ozuani/modelo-manzano-EstadosUnidos. [Consulta: 2011, julio 17].

Mosquera, J. (2006). Evaluación de los aprendizajes en matemática. [Disponible en línea]. Disponible: http://es.scribd.com/doc/46935969/evaluacion-una [Consulta: 2010, junio 16].

Odreman T, N. (2006). Estrategias para el desarrollo del pensamiento. Venezuela: Editora El Nacional.

Oficina de Planificación del Sector Universitario y Centro para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia. (1997). Informe sobre medición y Evaluación Nacional. Caracas: Autor.

Orozco C., Palencia de M., A. y Labrador, M. (2003). Metodología: Manual práctico de metodología. Venezuela.

Palella y Martínez F. (2003). Metodología de la investigación cuantitativa. Caracas: FEDUPEL.

Pereira A., E.C. (2010) Tutorial basado en el software enciclopédico temático para la enseñanza de números racionales y sus operaciones en el primer año de la educación secundaria bolivariana en el municipio Guacara, Edo. Carabobo. Trabajo de Grado de Maestría no publicada. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Valencia. Estado Carabobo.

Pere Marqués, G. (2008). Didáctica. Los procesos de enseñanza y aprendizaje. La Motivación. [Documento en línea]. Disponible: http://www.peremarques.net/actodid.htm [Consulta: 2011, septiembre 17].

Principios y Estándares para la Educación Matemática. (2010). [Documento en línea]. Disponible: http://ebookbrowse.com/resumen-ejecutivo-principios-y-estandares-para-la-educacion-matematica-9-pdf-d33955341 [Consulta: 2011, julio 10].

Programa de estudio y manual del docente: tercera etapa educación básica. Asignatura matemática-física. (1987). Ministerio de educación. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. División de currículo. Caracas: El Autor.

Programa estadístico para análisis de datos en Internet. (2008). [Programa en línea]. Disponible: http://ibm-spss-statistics.softonic.com/

Rodríguez Alarcón, J. (2008). Teoría del desarrollo cognitivo. [Documento en línea]. Disponible: http://www.slideshare.net/sirxion/teorias-del-desarrollo-cognitivo [Consulta: 2010 septiembre 10].

Rodríguez, R. (2003). Matemática 7º Grado. Educación Básica. (2ª. ed.). Caracas: Larense.

Rojas. M., V. (2009). Material educativo computarizado para el aprendizaje de las operaciones con números racionales en el primer año de educación secundaria del Liceo Bolivariano “Fernando Figueredo” del Municipio Ricaurte, Estado Carabobo. Trabajo de Grado de Maestría no publicado. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Valencia. Estado Carabobo.

Ruiz Bolívar, C. (1992). La universidad venezolana en una época de transición. [Documento en línea]. Disponible: http://www.ucla.edu.ve/dac/investigaci%F3n/compendium7/epoca%20de%20transicion.htm [Consulta: 2010, mayo 10].

Ruiz Bolívar, C. (2002). Instrumento de Investigación Educativo: procedimiento para su diseño y validación. (2ª. ed.). Barquisimeto: Venezuela: CIDEG.

Sabino, C. (2008). El proceso de investigación [Documento en línea]. Disponible: http://metodoinvestigacion.wordpress.com/2008/02/25/el-proceso-de-investigacion-carlos-sabino/ [Consulta: 2011, junio 20].

Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje. SINEA. (1999). Informe para el docente. Ministerio de Educación. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. División control y evaluación. Caracas: El Autor.

Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje. SINEA. (2005). Informe para el docente. Ministerio de Educación. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. División control y evaluación. Caracas: El Autor.

Timss. (1995). Third International Mathematics and Science Study. Resultados globales en matemática.

Tineo, E. (2008). La ciencia en mi entorno: Experiencias sencillas dentro y fuera de nuestra aula. Los Cortijos de Lourdes: Editora: El Nacional.

UNESCO. (2000). Resumen Estadístico. Aplicación de prueba a nivel nacional de lenguaje y matemática. [Datos en línea]. Disponible: http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001492/149268s.pdf [Consulta: 2011, julio 27].

Vigotsky, L. (1978). Teoría del constructivismo social. [Documento en línea]. Disponible en: http://constructivismos.blogspot.com/2005/06/teoria-del-constructivismo-social-de.html [Consulta: 2010 junio 16].

Anexos

Universidad de Carabobo
Facultad de Ciencias de la Educación
Área de Estudios de Postgrado
Programa: Educación Matemática

Estimados estudiantes el presente instrumento consta de 16 ítems **y tiene como finalidad** conocer datos que serán fundamentales para la investigación del trabajo de grado titulado: "**Diseño Contextual en el Proceso de Aprendizaje del Contenido de la Adición de Números Racionales del Primer Año de Educación Media General en la U.E.N "Padre Santiago Florencio Machado" en Ciudad Alianza en el Municipio Guácara Estado Carabobo**".

Instrucciones:

a. El presente instrumento tiene 16 preguntas; cada una de ellas consta 4 alternativas, donde una sola es la correcta.
b. Lee cuidadosamente cada pregunta.
c. La prueba se realizara en forma individual.
d. Los resultados del presente instrumento nos serán tomados en cuenta para la evaluación de la asignatura.
e. Trate de responder el mayor número de preguntas.
f. Dispone de noventa (90) minutos para responder el instrumento.
g. Rellena el círculo de la alternativa correcta a cada pregunta.

Ejemplo: Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}$ resulta:

ⓐ $\frac{7}{6}$ ⓑ $\frac{15}{6}$ ● $\frac{7}{3}$ ⓓ $\frac{3}{6}$

Se relleno el círculo de la alternativa "C" porque es la respuesta correcta a la pregunta.

Gracias por tu colaboración.

Prueba Diagnostico

1. Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{8}{5}+\frac{9}{5}$ resulta:

ⓐ $\frac{15}{2}$ ⓑ $\frac{24}{21}$ ⓒ $\frac{56}{6}$ ⓓ $\frac{17}{5}$

2. Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}$ resulta:

ⓐ 1 ⓑ $\frac{9}{18}$ ⓒ $\frac{36}{45}$ ⓓ $\frac{20}{81}$

3. Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{7}{5}+\frac{7}{4}$ resulta:

ⓐ $\frac{4}{9}$ ⓑ $\frac{3}{9}$ ⓒ $\frac{3}{20}$ ⓓ $\frac{63}{20}$

4. Al Efectuar la Adición de Fracciones $\frac{5}{3}+\frac{7}{5}+\frac{1}{6}$ resulta:

ⓐ $\frac{13}{14}$ ⓑ $\frac{97}{30}$ ⓒ $\frac{36}{14}$ ⓓ $\frac{13}{90}$

5. Al Aplicar la Propiedad Conmutativa a la Adición de Fracciones $\frac{14}{5}+\frac{3}{5}=\frac{3}{5}+\frac{14}{5}$ resulta:

ⓐ $\frac{7}{5}$ ⓑ $\frac{17}{5}$ ⓒ $\frac{20}{15}$ ⓓ $\frac{7}{10}$

6. Al Aplicar la Propiedad Asociativa a la Adición de Fracciones $\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\right)+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{4}\right)$ resulta:

ⓐ $\frac{43}{36}$ ⓑ $\frac{6}{15}$ ⓒ $\frac{32}{72}$ ⓓ $\frac{27}{36}$

7. Al Aplicar la Propiedad del Elemento Neutro en la Adición de Fracciones $\frac{1}{2}+0$ resulta:

ⓐ 0 ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{0}{2}$ ⓓ 1

8. Indica Cual es el Elemento Opuesto de la Fracción $\frac{2}{17}$

ⓐ $\frac{2}{17}$ ⓑ $\frac{17}{2}$ ⓒ $\frac{1}{17}$ ⓓ $\frac{-2}{17}$

9. Al Efectuar la Propiedad Distributiva en la siguiente Operación de Fracciones $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$ resulta:

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{2}{24}$ c) $\frac{2}{12}$ d) $\frac{11}{24}$

10. Un deportista trota $\frac{7}{8}$ de kilómetros el lunes, $\frac{9}{8}$ kilómetros el martes y $\frac{5}{8}$ kilómetros el miércoles. ¿Cuantos kilómetros troto en total?

a) $\frac{39}{8}$ b) $\frac{36}{24}$ c) $\frac{52}{64}$ d) $\frac{21}{8}$

11. Un campesino siembra $\frac{1}{5}$ de un terreno en Enero, $\frac{1}{4}$ en Febrero, $\frac{2}{5}$ en Marzo y $\frac{1}{8}$ en Abril. ¿Qué porción de terreno fue sembrada?

a) $\frac{29}{40}$ b) $\frac{20}{22}$ c) $\frac{5}{28}$ d) $\frac{39}{40}$

12. Luis compro $\frac{1}{2}$ kilogramo de tomate, $\frac{1}{4}$ kilogramo de papa y $\frac{1}{3}$ kilogramo de zanahoria ¿Cuántos kilos de verduras compro Luis en total?

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{3}{12}$ c) $\frac{12}{9}$ d) $\frac{13}{12}$

13. Calcula la fracción que debe figurar en el cuadrado para que se cumpla la igualdad señalada, y el resultado es:

$$\frac{3}{4} + \square = \frac{7}{12}$$

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{3}$

14. Al resolver la siguiente ecuación en ***Q***. $x + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ resulta:

a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{2}{3}$

15. Para realizar un trabajo un albañil emplea $5\frac{5}{2}$ sacos de cemento el primer día y el segundo día emplea $3\frac{4}{5}$ sacos de cemento. ¿Cuánto cemento empleo el albañil en esos dos días?

a) $11\frac{3}{10}$ b) $3\frac{19}{5}$ c) $6\frac{5}{4}$ d) $6\frac{1}{2}$

16. Plantea un problema en que se necesite la suma de fracciones y resuelve.

2.5 TABLA DE ESPECIFICACIONES

Cuadro N° 1: Tabla de Especificaciones.

Objetivo General: Proponer un Diseño Contextual en el Proceso de Aprendizaje del contenido de la Adición de los Números Racionales del Primer Año de Educación Media General de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado". Ciudad Alianza, Estado Carabobo.

Objetivo Específico	Variables	Definición Conceptual	Categoría	Dimensión	Sub-Dimensiones	Indicadores	Ítems	Tipo de Instrumento
Diagnosticar las debilidades de los estudiantes con relación al proceso de aprendizaje del contenido de la adición de los números racionales en el primer año de educación media general de la Unidad Educativa Nacional "Padre Santiago Florencio Machado".	Aprendizaje Adición Números Racionales	**Aprendizaje:** Los aprendizajes son el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores). Marques (2008). **Números Racionales:** Está formado por el conjunto de todas las fracciones equivalente a una dada se representan con la letra ***Q***. **Adición:** La suma de números racionales que tienen el mismo denominador es un número racional cuyo numerador es la suma de los numeradores de los sumandos, y cuyo denominador es el denominador común. Para sumar números racionales con diferentes denominadores, se hallan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Luego se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.	**Comprensión:** Entender la información, captar el significado, trasladar el conocimiento a nuevos contextos, interpretar hechos, contrastar, ordenar, agrupar, inferir las causas, predecir las consecuencias. Bloom (1956). **Aplicación:** Hacer uso de la información, utilizar métodos, conceptos, teorías en situaciones nuevas; solucionar problemas usando habilidades o conocimientos. Bloom (1956). **Análisis:** Encontrar patrones, organizar las partes, reconocer significados ocultos, identificar componentes. Bloom (1956).	Números Racionales	Adición de Números Racionales	Efectúa la adición de fracciones con igual denominador.	1 2	Prueba Objetiva de Selección Simple
						Efectúa la adición de fracciones con diferentes denominadores.	3 4	
					Propiedades de la Adición de Números Racionales	Aplica la Propiedad Conmutativa en la Adición de Fracciones.	5	
						Aplica la Propiedad Asociativa en la Adición de Fracciones.	6	
						Aplica la Propiedad del Elemento Neutro en la Adición de Fracciones.	7	
						Indica cual es el Elemento Opuesto de la Fracción.	8	
						Aplica la Propiedad Distributiva en la Adición de Fracciones.	9	
					Problemas de Adición de Números Racionales con igual y diferente denominador	Resuelve problemas de Adición de Fracciones con iguales denominadores.	10	
						Resuelve problemas de Adición de Fracciones con diferente denominador.	11 12	
						Calcular Adición de Números Racionales con diferente denominador.	13	
					Ecuaciones en los Números Racionales	Resuelve ecuaciones en los Números Racionales.	14	
						Resuelve problemas de Adición con Números Mixtos.	15	
					Plantear Problemas de Adición de Números Racionales	Plantea Problemas de Adición de Números Racionales.	16	

Fuente: González, (2011). Tabla de Especificaciones del Instrumento Dirigido a los Alumnos.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÀREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Msc.: Gaudy Maldonado
Estimado Docente

Cumplo con participarle que usted ha sido seleccionado en calidad de experto para la validación del instrumento que se elaboro con el fin de recolectar información necesaria para la investigación titulada:

Diseño contextual en el proceso de aprendizaje del contenido de la adición en los números racionales en el primer año de educación media general.

Esperando su valiosa colaboración

____

Lic. Emma González

Anexos

- Títulos y Objetivos
- Prueba Objetiva
- Tabla de especificaciones
- Formato de validación

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÀREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Msc.: Argenis Sánchez

Estimado Docente

Cumplo con participarle que usted ha sido seleccionado en calidad de experto para la validación del instrumento que se elaboro con el fin de recolectar información necesaria para la investigación titulada:

Diseño contextual en el proceso de aprendizaje del contenido de la adición en los números racionales en el primer año de educación media general.

Esperando su valiosa colaboración

____

Lic. Emma González

Anexos

- Títulos y Objetivos
- Prueba Objetiva
- Tabla de especificaciones
- Formato de validación

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÀREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROGRAMA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Msc.: Marvis Bravo
Estimado Docente

Cumplo con participarle que usted ha sido seleccionado en calidad de experto para la validación del instrumento que se elaboro con el fin de recolectar información necesaria para la investigación titulada:

Diseño contextual en el proceso de aprendizaje del contenido de la adición en los números racionales en el primer año de educación media general.

Esperando su valiosa colaboración

Lic. Emma González

Anexos

- Títulos y Objetivos
- Prueba Objetiva
- Tabla de especificaciones
- Formato de validación