

**APROXIMACIÓN TEÓRICA A UNA SEMIOSIS
EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO**

Bárbula, Junio de 2012



**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**APROXIMACIÓN TEÓRICA A UNA SEMIOSIS EN EL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO**

TUTOR:

Dr. Próspero G. González M.
C.I. V-3640490

AUTORA:

Lcda. Yely Noguera
C.I. V- 12430669

Bárbula, Junio de 2012



**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**APROXIMACIÓN TEÓRICA A UNA SEMIOSIS
EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO**

Trabajo de Grado presentado ante la
Dirección de Estudios de Postgrado
de la Facultad de Ciencias de la
Educación de la Universidad de
Carabobo para optar al título de
Magíster en Educación Matemática.

Bárbula, Junio de 2012



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



VEREDICTO

Nosotros, miembros del jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: **APROXIMACIÓN TEÓRICA A UNA SEMIOSIS EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO**, presentado por la ciudadana **YELY NOGUERA MACHADO**, titular de la cédula de identidad N° 12430669, para optar al título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, estimamos que el mismo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser considerado como: **Aprobado**

Nombres y Apellidos

C.I.

Firma del Jurado

Bárbula, Junio de 2012

DEDICATORIA

A Dios:

Por darme la sabiduría, fortaleza, entendimiento y guiarme para alcanzar el éxito que hoy representa la presente investigación.

Al Tutor:

Dr. Próspero G. González M. por su apoyo y orientación profesional en todo el proceso investigativo.

A la Dirección de Postgrado de FACE-UC:

Por haberme proporcionado los medios y las herramientas para el enriquecimiento en experiencias y conocimientos inherentes a mi crecimiento profesional.

A mis padres:

Por haberme dado la vida y estar conmigo apoyándome en cada momento con palabras sabias.

A mi esposo e hijos:

Por su amor, por estar presentes, por el apoyo incondicional y su comprensión infinita.

A mis hermanas y hermanos:

Por sus palabras de aliento, colaboración y amor omnipresente.

A los colegas, compañeros y amigos:

Por todas las sugerencias, aportes y pensamientos positivos durante todo este tiempo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

porque me ha dado la energía y fortaleza para culminar satisfactoriamente esta meta profesional y académica.

A la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo

por brindarme la oportunidad de formarme en la Maestría en Educación Matemática.

Al tutor Doctor Próspero Guillermo González Méndez,

quién ha sido pilar fundamental en mi formación académica, profesional y personal.

A todos los docentes del Programa Maestría en Educación Matemática

que dieron su aporte e insumos para el desarrollo de la presente investigación.

A los colegas:

Msc. Rafael Ascanio, Msc. Violerva Alastre, Msc. Lorena Cedillo, Lcdo. Javier Brizuela, Lcdo. Luis Pérez, Lcda. Luisana Sánchez, Lcda. Lila Carrillo, Profa Atilia Ojeda, Lcda. Maritza Gutiérrez, Lcda. María Ferreira y otros:

por haberme acompañado y orientado en todo este proceso académico de crecimiento profesional, por su valiosa colaboración y por su amistad.

Al personal y estudiantes de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro

por su colaboración en la fase de ejecución de la investigación.

A todos mis familiares, especialmente, Padres, Esposo e Hijos

que en todo momento me acompañaron y apoyaron con amor omnipotente.

¡MUCHAS GRACIAS A TODOS!

ÍNDICE DE CONTENIDO

	pp.
Portada.....	I
Veredicto	V
Dedicatoria	VI
Agradecimientos	VII
Resumen.....	X
Abstract	XI
Introducción	1
 CAPÍTULO I: EL PROBLEMA.	
Contextualización de la situación problemática	3
Objetivos de la Investigación	14
Objetivo General	14
Objetivos Específicos.....	14
Justificación	15
 CAPÍTULO II: MARCO CONCEPTUAL.	
Estudios Previos	17
Bases Teóricas Referenciales.....	24
Paradigmas de la Educación.....	24
Educación Matemática	28
Conocimiento Matemático	30
El constructivismo en el contexto del Pensamiento Abstracto ...	31
Semiótica ¿Qué significa?.....	34
Elementos semióticos.....	38
Desarrollo del pensamiento abstracto	40

Las estructuras madres y su contribución en el desarrollo del pensamiento abstracto	45
Objeto matemático	47
Información implícita y marco mental del sujeto cognoscente	
¿Realidad simbólica o Realidad Ontológica?	48
El Sistema Educativo Venezolano y el Currículo Matemático..	50
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA.	
Tipo y Diseño de la Investigación	59
Conglomerado de Informantes	61
Informantes Clave	61
Período de interacción humana vivenciada	61
Técnicas e Instrumentos de recolección de datos	61
Análisis de la información	66
Validez Interna de los datos	67
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA INFORMACIÓN.	
Análisis descriptivo de las actividades	71
Aplicación de las entrevistas	97
Triangulación y Categorización	125
Síntesis Interpretativa del Etnógrafo	126
CAPÍTULO V: DISQUISICIONES HOLÍSTICAS Y CONCLUSIVAS DE LA INVESTIGACIÓN PERTINENTES AL CONTEXTO ESTUDIADO.	
Disquisiciones del etnógrafo	127
Algunas limitaciones del etnógrafo	132
Proyección de la investigación	132
REFERENCIAS	133
ANEXOS	141

ÍNDICE DE CUADROS

	pp.
No. 1 Pensamiento Concreto vs, Pensamiento Abstracto	43
No. 2 Estructura Matemática Piagetiana vs. Estructura del Pensamiento.....	46
No. 3 Notas de Campo	62
No. 4 Relación mensual de la cuenta de ahorro de un trabajador	93
Resumen.....	X



**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**APROXIMACIÓN TEÓRICA A UNA SEMIOSIS EN EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO ABSTRACTO**

AUTOR: LIC. YELY NOGUERA

TUTOR: Dr. PRÓSPERO GONZÁLEZ

AÑO: 2012

RESUMEN

El propósito fundamental de la presente investigación fue derivar una aproximación teórica de la relación existente entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro. El estudio se enmarcó en una investigación de campo de carácter interpretativo bajo el enfoque etnográfico. La metodología empleada fue cualitativa, la cual se caracterizó por su carácter idiográfico (Bisquerra, 1989). El diseño se construyó a lo largo de la investigación, conocido como Diseño de Enfoque Progresivo. Los informantes clave fueron tres estudiantes con edades comprendidas entre trece y catorce años que cursaron materia pendiente matemática de primer año durante el período escolar 2010-2011 aplicando un muestreo intencional. Para la recopilación de los datos se utilizaron notas de campo; entrevistas personalizadas no estructuradas y el Test de Matrices Progresivas de Raven como instrumento secundario a los fines de verificar la capacidad eductiva de los informantes clave. El análisis de la información se efectuó mediante la triangulación de la información obtenida (Bisquerra, op. cit), en la cual se analizó en un primer nivel la identificación y relación de los códigos simbólicos referidos a las estructuras algebraicas (Piaget, 1979); y, en un segundo nivel, se organizaron las relaciones asociadas al desarrollo del pensamiento abstracto. El desempeño de los informantes durante la investigación no se ajusta al período de las operaciones formales señalado por Piaget (op. cit) y la capacidad eductiva aún no está desarrollada de acuerdo a la edad (Raven, 1976). Los estudiantes presentan dificultad para extraer las características relevantes y generalizar el contexto de construcción de los objetos matemáticos analizados. Asimismo, distorsionan semánticamente las propiedades aditivas con las propiedades multiplicativas y aplican un sentido ambiguo de los signos mas (positivo) y menos (negativo) vinculados a los números enteros como tal y a las operaciones matemáticas implícitas.

Palabras Clave: Semiótica, Objetos Matemáticos, Pensamiento Abstracto.



**REPUBLIC OF VENEZUELA
UNIVERSITY OF CARABOBO
FACULTY OF EDUCATION
AREA OF GRADUATE STUDIES
MASTER IN MATHEMATICS EDUCATION**



**THEORETICAL APPROACH TO THE DEVELOPMENT SEMIOSIS
ABSTRACT THINKING**

**AUTHOR: LIC. YELY NOGUERA
TUTOR: Dr. PRÓSPERO GONZÁLEZ
YEAR: 2012**

ABSTRACT

The main purpose of this study was to derive a theoretical relationship between the semiotic elements of mathematical objects and their association with the development of abstract thinking in students with mathematics pending matter Subsystem First Year Basic Education Unit Educational Antonio Herrera Toro. The study was part of a field research under the interpretive ethnographic approach. The methodology was qualitative, which is characterized by its ideographic character (Bisquerra, 1989). The design was built over the investigation, known as Progressive Design Approach. Key informants were three students aged thirteen and fourteen pending matter who studied mathematics first year during the 2010-2011 school using purposive sampling. For data collection field notes were used, unstructured personal interviews and the Test of Raven's Progressive Matrices as secondary instrument in order to verify the capacity of key informants Educative. The data analysis was performed by triangulating the information obtained (Bisquerra, op. Cit), which was analyzed in a first level identification and relationship of the symbolic codes related to algebraic structures (Piaget, 1979); and in a second level, organized relations associated with the development of abstract thought. The performance of the informants during the investigation does not fit the period of formal operations by Piaget pointed out (op. cit) and the ability Educative have not developed according to age (Raven, 1976). Students have difficulty extracting relevant features and generalize the context of construction of mathematical objects analyzed. Also, semantically the additive properties distort the multiplicative properties and apply an ambiguous sense of the signs plus (positive) and minus (negative) associated with the integers as mathematical operations such as implicit.

Keywords: Semiotics, Mathematical Objects, Abstract Thought.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Contextualización de la situación problemática

La educación como proceso transformador permite al individuo cognoscente desarrollarse plena e integralmente. Organismos internacionales como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (en adelante UNESCO, por sus siglas en inglés), promueven la educación como un derecho fundamental y señala que éste puede considerarse como un derecho clave puesto que permite el completo ejercicio y disfrute de todos los demás derechos humanos (2004, p. 21). De este principio se puede inferir que toda nación o país está comprometida con sus ciudadanos en garantizarles una educación de calidad, humanista, científica y tecnológica mediante políticas educativas que optimicen las estrategias de enseñanza y de aprendizajes en todas y cada una de las asignaturas que se imparten en los diferentes niveles.

Atendiendo a estos lineamientos, el derecho a la educación está consagrado en el preámbulo de la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999), y en el artículo tres *del citado documento* se encuentra plasmado el texto en el que se señala a la educación como un proceso fundamental para alcanzar los fines del estado en cuanto al desarrollo de la persona. Tomando en cuenta lo establecido en la Carta Magna, la Ley Orgánica de Educación (2009), indica que los principios de democratización, gratuidad y obligatoriedad atienden a los lineamientos de exigencias de construcción de un nuevo modelo de sociedad, hombre y país, estando en

concordancia con las directrices contenidas en el Plan de Desarrollo Económico y Social 2007-2013 del Proyecto Nacional Simón Bolívar (2007, consulta en línea).

En el artículo tres de la Ley Orgánica de Educación, de acuerdo con los instrumentos de ley antes mencionados, la educación tiene como finalidad fundamental el pleno desarrollo de la personalidad y se fomentará la conciencia ciudadana para su formación integral, que valore el ambiente, el trabajo y su participación activa en el proceso educativo. En el contexto venezolano han sido innumerables los esfuerzos por superar las deficiencias cognoscitivas de los estudiantes, particularmente en el campo de la matemática. Tales esfuerzos han sido abordados desde el *Centro Nacional para el Mejoramiento de la Ciencia* (CENAMEC, 2002), institución que se ha dedicado por más de veinticinco años a la realización de actividades dirigidas a docentes y estudiantes de los diferentes niveles del sistema educativo venezolano, con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, además de otras áreas del saber (Pogglioli, 2002). El logro de todo lo anteriormente expuesto contribuirá con la transformación social, cultural y científico-tecnológico de la sociedad venezolana.

En atención a lo antes expuesto, las políticas gubernamentales educativas deben estar orientadas a la exploración de todo el potencial del ciudadano para que pueda dar respuestas a los diversos problemas, atendiendo a los requerimientos de la sociedad. Para abordar las situaciones cotidianas o sociales, el sujeto debe poseer (entre otras facultades) una capacidad de abstracción que le permita trascender en sus decisiones y generar nuevas ideas o teorías para darle solución a contingencias inmersas en la problemática socio-cultural. La formación en, por y para el desarrollo de un pensamiento abstracto en los educandos es una necesidad.

Esta formación se consolida con la educación matemática escolar como disciplina científica. Shoenfeld (1987) señala que “la matemática es una disciplina de

análisis claro y lógico que nos ofrece herramientas para describir, teorizar, y enfrentarse con el mundo (y más tarde, mundo de ideas) de una manera coherente e inteligente” (p. 32). Son infinitas las herramientas que ofrecen los conocimientos matemáticos y que los profesores pueden emplear para el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes de educación media general.

Pero, el panorama real es adverso a lo planteado anteriormente, el alumnado se desmotiva y se le dificulta crear sus propias conjeturas, aunado a la noosfera de la matemática escolar rígida y taxativa. Prieto Figueroa (1989) al referirse a la enseñanza señaló, que los rendimientos deficientes en mucho de nuestros planteles obedecen a esa forma autocrática de proceder del maestro (p. 175). Desde entonces y hasta la presente fecha este proceder docente en el contexto educativo latinoamericano, no ha variado.

La problemática de la enseñanza de esta disciplina se analiza desde el principio que los docentes tienen la seguridad que es la más importante y difícil (Roldos y Pons, 2001) y, se sustenta en que la Matemática es la de mayor grado de dificultad para los estudiantes. A pesar de su importancia, se presentan dificultades en los procesos de aprendizaje, el éxito escolar es relativamente bajo y, según Gasquez (2001), se han diagnosticado distintos tipos de deficiencias.

Esta situación planteada, menoscaba la comprensión de los objetos matemáticos y la contextualización, aspectos que son fundamentales para el desarrollo del pensamiento abstracto. Varios autores coinciden que la matemática se concibe como dominio del pensamiento abstracto (González, 2004; Mora, 2002).

La atención hacia la educación matemática y las distintas políticas educativas en varios países, particularmente el rendimiento en resolución de problemas matemáticos, fomentada por organismos como el *Consejo Nacional de Profesores de Matemática* (NCTM, 1991), *Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias*

(TIMSS, siglas en inglés) y el *Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos* (PISA) muestran claramente la importancia del control de los conocimientos matemáticos como estrategia para el mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje, e impulso de unas concepciones metodológicas en los diferentes niveles de los sistemas educativos.

Esta relevancia de la inclusión de la matemática en el currículo ha sido expresado por diferentes especialistas en educación matemática que han dado sus opiniones y, a nivel mundial, han llegado a acuerdos importantes sobre el tópico, tal como es el caso de la *Comisión Internacional para la Instrucción Matemática* (ICMI, siglas en inglés), grupo que en un simposio celebrado en Kuwait en 1986, acordaron cuatro razones básicas para enseñar Matemática y sus correspondientes consecuencias curriculares, las cuales son:

- a) Desarrollo de la potencia crítica que capacita a la gente para manejar la masa de datos con la que constantemente somos bombardeados. Como consecuencia, se deriva la introducción de nociones estadísticas en todas las currícula de los niveles obligatorios.
- b) La existencia de una certeza verificable ausente en otros aspectos de la presencia humana. Dos consecuencias se derivan de este hecho:
 - b.1 Suministra al alumnado las suficientes Matemáticas como para convencerse de que existe algo que es verdad fuera de toda duda.
 - b.2 La enseñanza debe realizarse de forma que capacite y anime al alumnado a llegar a sus propias convicciones.
- c) El placer inherente de la creación matemática.
- d) El papel auxiliar de las Matemáticas, en crecimiento continuo y exponencial.

El compromiso de la comunidad docente es una enseñanza basada en estos principios, para que en su continua preparación académica, procure la optimización

del aprendizaje dentro del aula de clases durante la actividad matemática. Sin embargo, en la actualidad los profesores de secundaria se caracterizan por seguir impartiendo una enseñanza contraria, los educandos son advertidos como receptores dentro de la cadena comunicativa.

Por su parte, Guzmán (1993) señala que “una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática más bien que en la mera transferencia de contenidos” (p. 5). Es por ello, que urge una educación matemática de calidad que brinde oportunidades para que los estudiantes desarrollen su capacidad de utilizar las herramientas matemáticas para comunicar ideas e información, identifiquen aquellas situaciones susceptibles de ser expresadas en lenguaje algebraico y las resuelvan haciendo uso de medios matemáticos, desarrollen habilidades matemáticas para el dominio de diversos conocimientos que les permitan desempeñarse con éxito al resolver situaciones matemáticas novedosas o habituales o situaciones cotidianas, comprendan y comuniquen información de tipo matemático, establezcan y realicen conexiones entre los conceptos matemáticos y las otras disciplinas.

En este orden de ideas, Kilpatrick (1993) señala que la educación matemática es una ciencia de la práctica y que su objeto de estudio es la actividad misma de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (p. 21). Si el proceso educativo de la matemática está enfocado hacia el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas, quiere decir que una de las funciones de la formación en matemática es enseñar a pensar y descubrir las ideas abstractas de los sujetos cognoscentes dentro del contexto en que se desenvuelve.

En la realidad, la contextualización de los saberes matemáticos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje queda supeditada a la disposición de los docentes para mostrar los contenidos y a la motivación de los estudiantes para adquirir los

conocimientos. Al respecto, Cooney (1994) hace referencia a esta situación cuando manifiesta que algunos profesores “describen la enseñanza de las matemáticas como un proceso *paso a paso*” (p. 12). En el hecho educativo actual, la acción del estudiante no se corresponde con el pensamiento y, éste a su vez, no coordina las acciones en la actividad matemática. La comprensión o el significado de los objetos matemáticos no se logra.

En tal sentido, Luciani (1997) indica que “comprender una palabra equivale a saber cómo se usa y aplica dentro de un contexto lingüístico. Es un proceso “pensante” [...], en cuanto que habita y se gesta en el sujeto que piensa-actúa. El pensar supera todo estado meramente mental [...] El pensar y la acción quedan unidos en un solo acto” (p. 160). En lo señalado, se puede interpretar que todo proceso de significación (comprensión) de una palabra (signo) es un acto del pensamiento. De ser así, la comprensión simbólica de los objetos matemáticos presentados en cada sesión de aprendizaje no solo desarrolla el pensamiento abstracto sino que necesita de él para asimilar su significado.

El empeño en transformar el contexto antes expuesto, se han observado esfuerzos a nivel local traducidos en el diseño de instrumentos curriculares que mejoren el proceso educativo. Por ejemplo, el Currículo Básico Nacional aún vigente (1998, p. 9), establece que dominar la matemática, y sobre todo poder enseñarla, constituye una de las metas más elevadas y más trascendentales de todo plan de formación significativo y que en la medida que esa perspectiva se mantengan dentro de la educación, será posible plantear la formación de un individuo proactivo y capacitado para la vida en sociedad.

Esta formación en matemática es entendida como el dominio de habilidades y conocimientos matemáticos útiles para desempeñarse con eficacia ante situaciones problemáticas, cuya solución requiera la puesta en práctica de dichas habilidades y

conocimientos. Empero, en la actualidad la formación matemática a nivel de secundaria no es asimilable para los estudiantes, y su enseñanza es descontextualizada.

Para superar esta realidad, Torres Gerver señala en su libro *Un sueño para Venezuela* (2000, p. 15) que “la educación secundaria juega un papel fundamental en la capacitación de los trabajadores para absorber tecnologías más sofisticadas de producción y de esta manera desarrollar su potencial productivo”. No cabe duda que todos quieren lograr esta meta, pero la educación matemática en las aulas de la educación media general venezolana, desde tiempos pasados hasta el presente, no desarrolla las potencialidades del estudiantado.

Al respecto, Mora (2001) manifiesta que los cambios curriculares y los planes y/o programas llevados a cabo no han tenido el éxito esperado, él y otros investigadores indican que la enseñanza de la matemática en Venezuela sigue siendo formalista, descontextualizada, aislada y con una abstracción absoluta (p. 18). Esta problemática educativa no ha variado en la última década. La calidad de la educación matemática ha sido, y sigue siendo, cuestionada. Posiblemente, el andamiaje teórico o aprendizaje simbólico de los estudiantes es inconsistente con respecto al nivel de desarrollo del pensamiento.

Siguiendo esta línea, Rivas (2005) percibe “una enseñanza de la matemática sin sentido, sin vinculación con la vida, desconectada de la realidad inmediata del niño, del puberto y del adolescente”. (p.167). Esta situación ha propiciado que investigadores del campo educativo se aboquen al estudio del desarrollo del pensamiento y la construcción de los conocimientos matemáticos en los sujetos cognoscentes.

Castillo (2001), publicó un artículo en la revista *Hipótesis* (Revista Venezolana de investigación en educación, Año 1. N° 0-Junio 2001), en donde señala que es importante la construcción, en el estudiante, de una epistemología previa que permita distinguir la relación entre la realidad física del hecho y el aspecto normativo del pensar (marco de referencia). En contraste a lo señalado por este investigador, está la percepción común entre la comunidad docente que concibe la naturaleza de la matemática como aquella que se refiere al uso de símbolos abstractos unido a un conjunto de reglas y procedimientos que conllevan a la solución de problemas determinados.

Esta problemática planteada, ha hecho que los investigadores en educación matemática se organicen para estudiar respecto a la situación. Particularmente, cuando han observado el bajo rendimiento estudiantil presentado en la asignatura y los resultados que arrojan las diferentes mediciones evaluativas a nivel latinoamericano. Para ello, a continuación se muestran evidencias estadísticas que reflejan lo antes señalado:

En la Prueba de Rendimiento Regional aplicada por UNESCO (op. cit) para matemática y lenguaje, Venezuela obtuvo el último lugar entre todos los países participantes. Otro informe de data reciente, del *Proyecto Regional de Educación para América Latina (2003)*, indica que la calidad de la Educación Básica Venezolana es inadecuada, ya que pocos alumnos adquieren la habilidad para resolver problemas, desarrollar un pensamiento crítico y tomar decisiones. Hasta el momento, estas cifras ratifican la preocupación por el significado de los signos matemáticos y las relaciones derivadas entre ellos a fin de contribuir con el mejoramiento del proceso educativo

En Venezuela la primera y única evaluación realizada a nivel nacional tuvo lugar en 1998 por el *Sistema Nacional de Medición y Evaluación de Aprendizaje* (SINEA), cuyas cifras publicadas en 1999 presentan las debilidades en la formación

matemática del estudiantado, en particular. En dicho estudio las competencias que poseían los alumnos de tercero, sexto y noveno grado de educación básica en el área de Matemática se concentraron por debajo de la media aritmética del grupo (12,56 puntos) en el nivel de no logro. La población abordada fue de 28 764 estudiantes y reveló que 17 Entidades Federales se ubicaron por debajo de la media aritmética en Matemática.

El análisis de las pruebas determinó que los alumnos presentaron dificultades en las operaciones básicas con números reales, solución de problemas, desconocimiento de contenidos matemáticos básicos tales como radicación, polinomios, funciones, potenciación y geometría, entre otros. Cabe resaltar, que en este sentido, la educación matemática venezolana se ha caracterizado, y se sigue caracterizando en la actualidad, por centrarse en el paradigma repetitivo y mecánico de la instrucción del álgebra y la aritmética, rezagando los conceptos geométricos, estadísticos y probabilísticos en la educación media general.

Por su parte, Sarco, *Jefe del Programa de Admisión a la Educación Superior de la Oficina de Planificación de la Educación Superior (OPSU)*, citado por Herrera (2001), afirmó que los bachilleres sólo aprendieron entre 9 y 11% de los contenidos que se imparten a lo largo de 11 años de escolaridad (incluye primaria y secundaria), lo cual indica, que de 11 años de estudio, tanto hembras como varones, en promedio sólo aprovecharon 1,2 años y si se traslada, sólo al bachillerato de 5 años se beneficiaron únicamente de 2 años. Esta afirmación refleja la realidad de la enseñanza de la sociedad venezolana, en donde la formación del ciudadano sigue siendo tradicional, positivista, conductista y el nivel de comunicación entre las partes que interactúan en el proceso se centra en el docente.

Otro referente es la *Vigésima Séptima Olimpiada Venezolana de Matemática*, organizada por el Centro Nacional de Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 2002), en donde quedó demostrado que de un total de 17313

participantes, sólo clasificaron 1893 alumnos con una nota promedio que oscila entre 7 y 11 puntos, y resultaron aprobados en el certamen final, solamente 20 aspirantes, con calificaciones de 10 y 11 puntos. Estos resultados muestran las dificultades matemáticas presentadas por los estudiantes participantes. Este mismo organismo sostiene que uno de los grandes problemas que atraviesa la Educación Venezolana está referida al número de estudiantes aplazados en Matemática, situación que se corrobora con las evidencias empíricas establecidas según los estudios del plan decenal (1993 - 2003) en cuanto a la comprensión lectora y matemáticas.

En este orden de ideas, el Ministerio de Educación y Deportes [Ministerio del Poder Popular para la Educación] basándose en los datos aportados por el Consejo Nacional de Universidades (CNU) y la OPSU en el proceso nacional de admisión 2002-2003, indicó que el índice académico, promedio de notas, razonamiento verbal y razonamiento matemático reflejan un bajo nivel académico y, específicamente, el estado Carabobo presenta un promedio de 48,253 en razonamiento matemático, lo que se encuentra debajo del mínimo aprobatorio que es 50. Esta situación es generalizada en las aulas de clases durante la actividad matemática y es la que se refiere a la dificultad que tienen los estudiantes en la comprensión de los objetos matemáticos.

Del discurso exhibido, se deriva el hecho que desde hace décadas se viene observando (empírica y científicamente) fragilidades en la formación matemática del estudiantado, en todos los niveles del sistema educativo nacional. Esta problemática ha sido abordada desde diversas perspectivas con el propósito de palear los efectos negativos de una educación matemática mecánica y conductista.

Sin embargo, hasta el momento es poco lo que se ha conseguido para reducir los indicadores desalentadores del desempeño estudiantil en matemática (Morales y Crides, 2004; Orozco y González, 1998; Gual y Blanco, 1997; Muñoz, 1995; Rico,

1995). Las dificultades cognoscitivas de los educandos en matemática de secundaria es preocupante, una actitud abstracta anodada (individuo que no piensa, de Anquim, 1977, p. 25) y la no comprensión (significados) de los objetos matemáticos hace preguntarse cuál es la influencia de la semiosis en el aprendizaje de la matemática.

Para Cassirer (1964) “el signo no es una mera envoltura eventual del pensamiento, sino su órgano esencial y necesario” (p. 27). Este interés en la relación existente entre los elementos semióticos y el desarrollo del pensamiento abstracto es consecuencia natural del papel esencial que desempeñan los medios de expresión en los procesos cognoscitivos.

Desde la década de los noventa se observa creciente interés en la comunidad de investigación en educación matemática por el uso de nociones semióticas en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1993; Vile y Lerman, 1996, Cobb y Bauersfeld, 1995; Ellerton y Clarkson, 1996; Sierpinska, 1994; Godino, 1996), en el nivel de secundaria. Estos estudios convergen en el énfasis hacia la noción de significado y las relaciones semióticas como ejes centrales para la educación matemática.

Por lo antes expuesto y para orientar la investigación se formula la siguiente interrogante:

¿Cuál es la relación que existe entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Derivar una aproximación teórica de la relación existente entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.

Objetivos Específicos:

- Caracterizar los elementos semióticos de los objetos matemáticos contenidos en el currículo del Primer Año del Subsistema Educación Básica.
- Categorizar los elementos semióticos identificables en la adquisición de los conocimientos matemáticos en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.
- Determinar cómo se asocian los elementos semióticos presentes en los objetos matemáticos y el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.
- Formular aspectos teóricos de la semiosis en el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes con materia pendiente matemática de Primer Año del Subsistema Educación Básica de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.

Justificación de la Investigación.

Es necesario que el proceso educativo esté sujeto a un proceso de análisis permanente considerando que mediante la optimización del mismo se construirán las capacidades, habilidades, destrezas y conocimientos significativos al sujeto cognoscente en aras de su efectiva participación en la sociedad que forma parte.

La educación secundaria prepara al futuro ciudadano en, por y para la vida, en todos los contextos en los que se desenvuelve y haciendo uso del conocimiento que adquirió durante su proceso de aprendizaje. En tal sentido, es necesario analizar los elementos semióticos presentes durante la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, a los fines de relacionarlos o asociarlos con el desarrollo del pensamiento abstracto y las habilidades de razonamiento que permitan al educando aprender constantemente y con significación las situaciones prácticas de su vida cotidiana y académica.

Si este propósito, que señala el currículo matemático de educación secundaria, no se logra a cabalidad, es punto de reflexión del educador sobre el proceso educativo que desarrolla. La problemática de la comprensión y la semiosis en la enseñanza y aprendizaje matemático, ha sido objeto de estudio en innumerables oportunidades. Los procesos de significación e interpretación de los objetos matemáticos constituyen una pieza fundamental del engranaje en el gran sistema semiótico de la educación matemática, cuyo objetivo es mejorar la calidad de los aprendizajes adquiridos por el estudiantado.

El presente trabajo tuvo como propósito contribuir con la formación matemática integral del estudiante en el desarrollo del pensamiento abstracto para facilitar la comprensión de los objetos matemáticos y las relaciones semióticas entre

ellos, tomando en cuenta las habilidades y destrezas básicas. También se busca dar respuesta a uno de los componentes de la problemática existente en las aulas de clases referido a la significación (comprensión) de dichos objetos mostrados por los docentes a los estudiantes.

Asimismo, se desea generar en el docente una actitud indagadora sobre la comprensión matemática y las relaciones semióticas que se suscitan entre los objetos matemáticos que promueven el desarrollo el pensamiento abstracto del educando mediante las reflexiones a que diera lugar la presente investigación. La educación matemática implica la consideración de una nueva visión para sustituir y revisar la comprensión de éstos objetos.

En el área de matemática se pretende, que mediante la relación existente entre los elementos semióticos y los objetos propios de la disciplina en educación media general, los adolescentes desarrollen el pensamiento abstracto de manera significativa para que no pierdan la motivación y el interés por cada nuevo aprendizaje. Lo que se enseña y aprende en esta etapa requiere de un cambio de paradigma. El presente estudio estuvo dado a investigaciones y teorías referidas a la semiótica y educación matemática.

Para finalizar, en definitiva se contribuirá a que se fomente una serie de capacidades, acciones y pensamientos que se interrelacionan con los aspectos semióticos y aprendizajes matemáticos, cumpliendo con lo establecido en el artículo quince (Art. 15) literal ocho de la Ley Orgánica de Educación (2009), la cual señala que se debe desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación de la filosofía, lógica y matemáticas [...] (p. 3).

CAPÍTULO II

MARCO CONCEPTUAL

La educación matemática ha contribuido en el desarrollo sostenido de las sociedades del mundo, particularmente, la científica. Mucho se ha discutido sobre la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, sin embargo aún queda un campo extenso que investigar. La presente investigación propone una vía conceptual alternativa en la búsqueda de soluciones y en pro de contribuir en la formación de un sujeto pensante y capacitado en, por y para la vida. Se presenta a continuación las fundamentaciones teóricas que sustentan este estudio.

Estudios Previos

Delgado (1999) en su artículo “*Cómo fomentar el pensamiento abstracto del alumno en clase de matemáticas*” (publicado en la revista electrónica de la Academia de Ciencias de México, marzo) señala que los estudiantes de secundaria tienen la edad idónea para aprender a pensar en forma sofisticada, abstracta. Sin embargo, también indica que no todos llegan a dominar esta forma de pensamiento. Por tal motivo, propone una metodología en la que el maestro de matemáticas ayuda al estudiante a acostumbrarse a pensar de forma abstracta. Finalmente, concluye que la metodología basada en la resolución de problemas ayuda a pensar de manera formal contribuyendo el alcance del estadio de las operaciones formales. Este artículo aporta elementos teóricos que se relacionan al desarrollo del pensamiento abstracto durante la actividad

matemática y posee varios aspectos semióticos que sustentan el presente estudio. Estos elementos permitirán establecer las posibles relaciones semióticas entre los objetos matemáticos y el desarrollo del pensamiento abstracto.

Finol y Djukich (2002) en su investigación *La Semiótica en Venezuela. Historia, situación actual y perspectivas* (publicada Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes: Signa [Publicaciones periódicas]: revista de la Asociación Española de Semiótica. N° 6 Año 2003), hacen un recorrido histórico de la semiótica venezolana desde las primeras generaciones hasta la actualidad en el ámbito intelectual, particularmente enfocan la importancia de la conformación de grupos de investigación latinoamericanos en la materia que promuevan sus conocimientos en los congresos a nivel local, regional, nacional e internacionalmente.

Cabe destacar, que la relevancia de esta investigación al presente proyecto se debe al énfasis que se debe hacer en la conformación de equipos de trabajo que se aboquen al estudio, desde la concepción semiótica de los objetos matemáticos y la relación existente en el desarrollo del pensamiento abstracto de los educandos en secundaria, de la educación matemática en la sociedad venezolana.

Rujano, Socas y Palarea (2003) en su obra *Análisis y Clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución, generalización y modelización del álgebra* (obra publicada en la Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática. Vol. 2, p. 61-74., 2008) señalan que los errores cometidos por estudiantes dependen de los contenidos de las tareas presentadas y del proceso, así como también indican que muchos errores tienen su origen en ausencia de sentido (estos se originan en los distintos estadios de desarrollo: semiótico, estructural y autónomo). Igualmente plasman que una vez determinado el origen del error, las estrategias de remedio van dirigida a dar sentido a los objetos matemáticos o

a crear una actitud racional hacia las matemáticas, enfatizando que la superación de estos errores requiere una participación activa del estudiante.

Es esencial que tanto los docentes como los estudiantes estén conscientes de los errores cometidos durante la ejecución de las tareas, particularmente si ocurren por significados ausentes. A diferencia de lo que concluyen los autores no solo se requiere la participación de los estudiantes si no la disposición pedagógica de los docentes comprometidos con el proceso educativo (enseñanza y aprendizaje). En síntesis, este estudio pretende la descripción sobre cómo el proceso semiótico influye en el aprendizaje de la matemática de secundaria, es decir, en el desarrollo del pensamiento abstracto.

Socas y Camacho (2003) en su artículo *Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones* (publicado en el Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2, p. 151) señalan que en los currículos de matemática en España se encuentran dos formas diferentes de entender el aprendizaje de las matemáticas: “como la apropiación de un saber constituido y acabado” o “como un proceso de construcción y de abstracción de relaciones, progresivamente más complejas, elaboradas en y a partir de la actividad del alumno”.

La currícula del Sistema Educativo Venezolano no escapa a esta realidad, en lo que se refiere al abordaje del aprendizaje de la matemática. Los paradigmas educativos abordados en dichos currículos son diversos. Recientemente, el *Currículo Básico Nacional* vigente se enmarca bajo el paradigma constructivista, pero en la realidad de la enseñanza de la matemática el paradigma sigue siendo positivista.

En atención a esta preocupación (sobre cómo se concibe el aprendizaje de la matemática) la presente investigación estudia el proceso de significación cognitiva,

la construcción de saberes matemáticos y cómo la institución académica contribuye a la finalidad educativa: desarrollo del pensamiento (en este caso, abstracto).

Puig (2004), del Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Valencia, en su artículo *Signos, Textos y Sistemas Matemáticos de Signos* usa el concepto de signo de Peirce y su tipología de los signos para explorar algunas características de signos matemáticos, desarrolla unas nociones de texto y sistema matemático de signos suficientemente amplias como para dar cuenta de los que efectivamente se usan en situaciones de enseñanza, describiendo los Modelos de Enseñanza en términos de secuencias de textos y procesos de abstracción en Sistemas Matemáticos de Signos.

En el mismo hace referencia a los fenómenos que se producen en lo que es el campo de interés de la matemática educativa con un lenguaje semiótico porque los concibe como procesos de significación y de comunicación, y, es de este tipo de procesos de los que precisamente trata la semiótica. Ese proceso semiótico (de abstracción) es el objeto de estudio del presente trabajo a fin de buscar respuestas a conductas de aprendizaje durante la actividad matemática mostradas por los sujetos cognoscentes en la educación secundaria.

Cardamone (2004), Coordinador del Sector de Diagnóstico y Rehabilitación Neuropsicológica del Hospital Rivadavia en Buenos Aires en su artículo denominado *Neuropsicología del Pensamiento: un enfoque histórico-cultural* presenta un desarrollo de los principios básicos, la estructura psicológica y la organización cerebral del pensamiento abstracto desde el enfoque vigostkiano con ejemplos clínicos para caracterizar cada uno de sus planteamientos. Concluye que la conceptualización formulada desde la óptica de la teoría histórico-cultural realiza aportes positivos para un futuro modelo neuropsicológico del pensamiento que permitirá comprender mejor el complejo proceso mental. El autor no es docente

empero los fundamentos teóricos que plantea son valiosos para el desarrollo del pensamiento abstracto, particularmente porque están basados en los postulados constructivistas.

Márquez (2005), en su investigación sobre *La estructura de los pensamientos* realiza un análisis de la obra del filósofo alemán *Gottlob Frege* contrastándolo con la tesis planteada por *Michael Dummet* (hace referencia de los artículos de *David Bell* y *Carlo Penco*) en la cual llega a la propuesta que las tesis están relacionadas con dos nociones distintas de sentido que cumplen propósitos diferentes en la obra de *Frege*. En sus conclusiones indica que la noción de sentido para *Frege* es una noción epistemológica mientras que la noción de pensamiento queda muchas veces ontologizada.

En contraparte la preocupación principal para *Dummet* es el entendimiento lingüístico, siendo éste el papel central del pensamiento. Según el autor, *Frege* tenía nociones o modelos distintos para el sentido, el pensamiento y la extensión de las expresiones. Esta investigación aporta información sobre cómo éstos filósofos de la matemática concebían el pensamiento (particularmente, abstracto) y los procesos de significación. En todo proceso de investigación en educación matemática es relevante la consideración filosófica de personajes como *Frege* y otros, cuyos aportes teóricos en la temática referida al sentido y al pensamiento son referentes importantes.

Tamayo, Valera y Sánchez (2005), en su trabajo *Cognición, Aprendizaje y Currículo* señalan que las herramientas semióticas soportan actividades colaborativas y su introducción en la instrucción matemática potencia las situaciones didácticas y logros curriculares. La investigación estuvo orientada en la identificación de diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales usando la calculadora graficadora TI-92 Plus, con niños y niñas de 14-15 años de

edad, que cursaban grado noveno en la Institución Educativa Manuel Germán Cuello en César, Colombia.

En las conclusiones los autores manifiestan que la conversión de registros semióticos posibilita la construcción del conocimiento en lo referente a la comprensión de los objetos matemáticos así como también que la visualización y representaciones “ejecutables” en la herramienta (o instrumento) semiótico son de importancia en la educación matemática y en especial para cualificar procesos cognitivos.

Este equipo de investigadores desarrolló otra investigación llamada *la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS), instrumentos de mediación y el análisis del objeto variación lineal* (siguiendo esta misma línea relacionada a las funciones semióticas en el campo de la educación matemática) en donde analizaron las propiedades del objeto de estudio en los textos de escolares de Educación Básica con la misma calculadora graficadora y argumentaron en sus conclusiones que las funciones semióticas son herramientas de tipo descriptivo que pueden ser útiles, ya que permiten describir con un lenguaje unificado muchos procesos que se han estudiado en el campo del pensamiento matemático.

Este trabajo proporciona información sobre cómo esta herramienta semiótica facilita no sólo la enseñanza sino también el aprendizaje de la matemática en estudiantes adolescentes (12 años a 18 años). El aporte sobre cómo las funciones semióticas permiten un análisis óptimo al momento de hacer el estudio de los objetos matemáticos en un determinado momento del proceso de enseñanza y aprendizaje es de vital interés. En este particular, se investiga sobre los elementos semióticos que permiten la construcción del conocimiento matemático escolar.

Arrieche (2007), en la ponencia presentada en la Conferencia Especial de la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa realizada en la Facultad de Humanidades de la Universidad del Zulia en Maracaibo -Venezuela y publicada en la Revista Paradigma, Volumen XXVIII N° 2 (diciembre, 2007, 227/243), titulada *¿Qué se investiga en Educación Matemática?: Perspectiva de un investigador en desarrollo*, da a conocer a la comunidad científica en general los aportes a la investigación en educación matemática de nuestro país.

Señala que la Educación Matemática en Venezuela se encuentra en proceso de desarrollo como disciplina científica, haciendo un abordaje *grosso modo* de las investigaciones venezolanas realizadas desde la UPEL-Maracay en colaboración con el Departamento de Didáctica de Matemática de la Universidad de Granada-España desde la década de los ochenta. En el desarrollo del discurso exhibido, hace un paseo por los trabajos concluidos y los que se encuentran en proceso hasta esa fecha.

Luego plantea algunas recomendaciones en cuanto a posibles temas que podrían ser investigados: (a) aspectos epistemológicos de los objetos matemáticos puestos en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, (b) conocimiento matemático y didáctica del profesor, (c) currículo de matemática, (d) evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, (e) uso de los software educativos y la calculadora graficadora en la enseñanza de la matemática, (f) análisis cognitivo y didáctico de los objetos matemáticos, (g) análisis semiótico y didáctico de los procesos de estudio de la matemática, y (h) análisis semiótico y didáctico de los textos.

De los temas sugeridos por Arrieche, los que corresponden a los literales (c), (f) y el (g) son los que guardan relación estrecha con el presente proyecto, en lo que respecta al análisis de la relación que existe entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos asociados con el desarrollo del pensamiento abstracto.

Bases Teóricas Referenciales

Paradigmas en Educación.

En las aulas conviven durante todo el año escolar sujetos con capacidades de adquirir conocimientos y con la disponibilidad de transmitir lo que conocen. Los educandos son individuos sociales con particularidades, personalidades propias y formas de aprender individuales, pero, que por naturaleza, conviven con otros y se relacionan con ellos.

La actividad matemática es un ambiente social en donde el docente propicia un aprendizaje colaborativo y cooperativo, respetando dichas individualidades y las relaciones que se suscitan entre ellos. En educación media general, se concibe al proceso educativo como continuo humano y percibe al alumno como un ser social solidario que se interrelaciona con los otros como parte de su formación integral, promoviendo la construcción de conocimientos como principal fuente de enriquecimiento intelectual apoyado de valores inherentes a la cultura de la sociedad.

Este conocimiento escolar ha experimentado en el devenir de su historia socio-educacional una evolución del proceso, ha habido cambios de modelos o paradigmas, que de alguna manera han pretendido la optimización del hecho educativo. Dentro de los más destacados se consideran:

El paradigma humanista.

De acuerdo con el paradigma humanista, los alumnos son entes individuales, únicos, diferentes de los demás; personas con iniciativa, con necesidades personales de crecer, con potencialidad para desarrollar actividades y para solucionar problemas creativamente. Hernández Rojas (citado por García, 2003) menciona que la educación

tradicional es partidaria de la enseñanza directa y rígida, predeterminada por un currículo inflexible y centrada en el profesor; mientras que la educación humanista se define como de tipo indirecto, pues en ella el docente permite que los alumnos aprendan mientras impulsa y promueve todas las exploraciones, experiencias y proyectos que éstos preferentemente inicien o decidan emprender a fin de conseguir aprendizajes vivenciales con sentido (p. 4). En su concepción, los estudiantes no son seres que sólo participan cognitivamente sino personas con afectos, intereses y valores particulares, a quienes debe considerarse en su personalidad total. La teoría *humanista* es aquella que permite la sensibilización del individuo como ser pensante que está inmerso en un contexto socioambiental en continuo cambio.

Paradigma Cognitivo

Los estudios de enfoque cognitivo surgen a comienzos de los años sesenta y se presentan como la teoría que ha de sustituir a las perspectivas conductistas que había dirigido hasta entonces la psicología. Todas sus ideas fueron aportadas y enriquecidas por diferentes investigadores y teóricos, que han influido en la conformación de este paradigma, tales como: Piaget y la psicología genética, Ausubel y el aprendizaje significativo, la teoría de la Gestalt, Bruner y el aprendizaje por descubrimiento y las aportaciones de Vygotsky, sobre la socialización en los procesos cognitivos superiores y la importancia de la "zona de desarrollo próximo", por citar a los mas reconocidos.

Las ideas de estos autores tienen en común el haberse enfocado en una o más de las dimensiones de lo cognitivo (atención, percepción, memoria, inteligencia, lenguaje, pensamiento, entre otros). Desde los años cincuenta y hasta la década de los ochenta, sobre las bases del paradigma cognitivo se desarrollaron muchas líneas de investigación y modelos teóricos sobre las distintas facetas de la cognición. Se puede afirmar, que en la actualidad ya no es un paradigma con una aproximación

monolítica, por cuanto existen diversas corrientes desarrolladas dentro de este enfoque, como por ejemplo: el constructivismo, la propuesta socio cultural, entre otras.

La teoría cognitiva, proporciona grandes aportaciones al estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, como la contribución al conocimiento preciso de algunas capacidades para el desarrollo del pensamiento, tales como: la atención, la memoria y el razonamiento. Muestra una nueva visión del ser humano, al considerarlo como un organismo que realiza una actividad basada fundamentalmente en el procesamiento de la información, muy diferente a la visión reactiva y simplista que hasta entonces había defendido y divulgado el conductismo. Reconoce la importancia de cómo las personas organizan, filtran, codifican, categorizan, y evalúan la información y la forma en que estas herramientas, estructuras o esquemas mentales son empleadas para acceder e interpretar la realidad.

Considera que cada individuo tendrá diferentes representaciones del mundo, las que dependerán de sus propios esquemas y de su interacción con la realidad, e irán cambiando y serán cada vez más sofisticadas. En conclusión, la teoría cognitiva determina que "aprender" constituye la síntesis de la forma y contenido recibido por las percepciones, las cuales actúan en forma relativa y personal en cada individuo, y que a su vez se encuentran influidas por sus antecedentes, actitudes y motivaciones individuales. El alumno es un sujeto activo procesador de información, que posee competencia cognitiva para aprender y solucionar problemas; dicha competencia, a su vez, debe ser considerada y desarrollada usando nuevos aprendizajes y habilidades estratégicas.

Mientras que el profesor parte de la idea de que un alumno activo que aprende significativamente, que puede aprender a aprender y a pensar. El docente se centra especialmente en la confección y la organización de experiencias didácticas para

lograr esos fines. No debe desempeñar el papel protagónico en detrimento de la participación cognitiva de los alumnos.

Paradigma Constructivista.

En este paradigma la construcción del conocimiento no es un sencillo asunto de transmisión y acumulación de contenidos cognoscitivos, sino "un proceso activo" por parte del alumno que ensambla, extiende, restaura e interpreta, y en consecuencia construye conocimientos partiendo de su experiencia e integrándola con la información que recibe. Este paradigma busca ayudar a los estudiantes a internalizar, reacomodar, o transformar la información nueva. Esta transformación ocurre a través de la creación de nuevos aprendizajes y esto resulta del surgimiento de nuevas estructuras cognitivas (Grennon y Brooks, 1999), que permiten enfrentarse a situaciones iguales o parecidas en la realidad.

El docente cede su protagonismo al estudiante, quien asume el papel fundamental en su propio proceso de formación. Es el alumno quien se convierte en el responsable de su propio aprendizaje, mediante su participación y la colaboración con sus compañeros. Para esto habrá de automatizar nuevas y útiles estructuras intelectuales que le llevarán a desempeñarse con suficiencia no sólo en su entorno social inmediato, sino en su futuro profesional. Es el propio educando quien habrá de lograr la transferencia de lo teórico hacia ámbitos prácticos, situados en contextos reales.

El motor de la actividad cognitiva es el conflicto cognitivo. En toda actividad constructivista debe existir una circunstancia que haga tambalear las estructuras previas de conocimiento y obligue a un reacomodo del viejo conocimiento para asimilar el nuevo. El individuo aprende a cambiar su conocimiento y creencias del mundo, para ajustar las nuevas realidades descubiertas y construir su conocimiento.

Típicamente, en situaciones de aprendizaje académico, se trata de que exista aprendizaje por descubrimiento, experimentación y manipulación de realidades concretas, pensamiento abstracto y crítico, diálogo y cuestionamiento continuo. Detrás de todas estas actividades descansa la suposición de que todo individuo, de alguna manera, será capaz de construir su conocimiento a través de tales actividades.

Educación Matemática

En términos de *D'Amore* (2006) la educación matemática se considera un campo de trabajo que ocupa a un grupo considerable de profesionales al tratarse de una actividad social clave para la formación de los ciudadanos en una sociedad democrática avanzada (p. 35). Esta educación particular abarca desde las nociones de la cantidad, del número, la forma y demás conceptualizaciones matemáticas. Partiendo del hecho que la matemática es el lenguaje de la ciencia ésta da forma objetiva a múltiples problemas permitiendo una actitud racional frente a la toma de decisiones.

Por su parte, *Rico y otros* (2005) señalan que la educación matemática es un conjunto de ideas, conocimientos, procesos, actitudes y, en general, de actividades implicadas en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tienen lugar con carácter intencional. De estos planteamientos, se precisa que la educación es concebida como la indagación permanente de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática basada en el método científico que se sustenta por un marco epistemológico orientado hacia la transformación del sujeto cognoscente.

La educación en matemática durante muchos años ha sido percibida por los estudiantes como un ambiente de estudio rígido y poco motivador en el aprendizaje

escolar, obstruyendo de esta manera la construcción del conocimiento matemático. Sólo se ha limitado la enseñanza de la disciplina formal a una repetición de procedimientos mecánicos, algorítmicos y tediosos que no tienen aplicabilidad en el contexto cotidiano de los educandos.

Los educadores han centrado su función como instructores, argumentando que el universo de las matemáticas ya está construido, se olvidan del rol que tienen como orientador, guía, mediador y formador, no sólo del conocimiento matemático, sino de valores universales que rigen nuestro mundo humano, en el cual todos nos vemos afectados e involucrados por ser individuos sociales por naturaleza y evolución. Se plantea, entonces, que el docente de esta disciplina reflexione y comienza actuar como un ser humano que educa a otros humanos; en consecuencia, debe *humanizar* el proceso educativo del conocimiento matemático con la finalidad de lograr un aprendizaje *formal humanizado*.

Paradigmas en Educación Matemática

Gascón (2002) plantea ciertas formas ideales que denomina ***paradigmas***, o las formas más usuales de pensar la resolución de problemas en matemáticas, hace referencia a cuatro paradigmas y los caracteriza en el contexto didáctico y hace énfasis que el ***cuarto paradigma*** denominado ***constructivista***, es el más idóneo para la resolución de problemas con el objetivo de que los alumnos puedan construir nuevos conocimientos. El autor retoma la caracterización que hace **Douady (1986)** de una “situación problema”:

- El alumno ha de poder introducirse en la resolución del problema y ha de poder considerar lo que es una solución posible.
- Los conocimientos del alumno han de ser, en principio, insuficientes para resolver el problema.

- La “situación problema” ha de permitir al alumno decidir si una solución determinada es correcta o no.
- El conocimiento que se desea que el alumno adquiera (“construya”) ha de ser la herramienta más adecuada para resolver el problema al nivel de conocimientos del alumno.
- El problema se ha de poder formular en diferentes “cuadros” (por ejemplo, cuadros físico, geométrico, algebraico) entre los que han de poderse establecer correspondencias.

El avance que constituye este paradigma con respecto a los demás es que integra el momento exploratorio con el momento teórico, dando gran importancia al papel de la actividad de resolución de problemas en la génesis de los conceptos.

Conocimiento Matemático

El conocimiento matemático es entendido como aquel que tiene como objetivo desarrollar en el sujeto habilidades numéricas, simbólicas, relaciones, operaciones y las propiedades formales para la resolución de problemas. El proceso escolar sirve a la organización de la actividad matemática dentro del ambiente de aprendizaje, ya que el alumno ha de acercarse al *pensamiento matemático* (Labinowics, 1987). La actividad tiene que apoyarse en recursos e instrumentos formales que permitan a los alumnos de manera progresiva ir construyendo su propio conocimiento matemático al resolver problemas simples (contexto escolar y cotidiano) y complejos (contexto científico y representaciones simbólicas).

Epistemología Piagetiana

Ha contribuido significativamente en la comprensión de los procesos del aprendizaje en el individuo cognoscente. El aporte psicogenético permite una mejor

comprensión acerca de cómo el sujeto cognoscente se relaciona interactivamente con su conocimiento, lo cual requiere de un alto grado de creatividad más que de invención.

Piaget (1979) señala que “el problema esencial de una teoría del conocimiento es cómo se construye el nuevo conocimiento...” (p.28). Considera al individuo como un ser epistémico, ya que explora la forma de pensamiento en el niño como un sistema cognoscitivo del crecimiento evolucionando sus propias estructuras. En pocas palabras, el sujeto adquiere el concepto de número si logra los procesos de: clasificación, seriación y ordenación, a través de estructuras mentales de asimilación y acomodación constitutivas del proceso de equilibración.

Todo lo anterior requiere de otro proceso cognitivo que es intrínseco o inherente al desarrollo de las estructuras lógico matemáticas: la observación. Este proceso de construcción del conocimiento permite de alguna manera, entender la interacción semiótica dentro de las instituciones educativas, por cuanto los estudiantes se adaptan a los lineamientos establecidos por los profesores y, según la estructura cognitiva que poseen, asimilan la información (contenidos) que le son presentados en la actividad de aula y los acomodan a sus nuevas experiencias y condiciones (comprensión).

El Constructivismo en el contexto del dominio del Pensamiento Abstracto

En el *Constructivismo* se percibe al individuo como un ser activo y pensante que desarrolla sus estructuras cognitivas en el transcurso de su existencia biológica. En este sentido, en toda labor pedagógica es preponderante que se aborden las estrategias y actividades/tareas bajo esta perspectiva. El constructivismo es una concepción epistemológica que se ha nutrido de otras teorías y de diferentes autores

partidarios a la misma. Desde el siglo XVIII cuando Vico Giambattista empleó el término *viabilidad* hasta Piaget, Glasersfeld, Maturana, Valera, Cellérier entre otros. Ha sido clasificada en trivial (piagetiana), radical (glasersfeldiana) y teoría de la información (celleriana); pero todas convergen en cuatro principios básicos que le permiten al individuo construir el conocimiento, estos son:

1. El conocimiento se percibe de forma activa por el sujeto cognoscente.
2. La función del conocimiento es adaptativo en términos de *viabilidad*.
3. La cognición sirve a la organización del mundo experiencial (interno) del individuo.
4. La exigencia de una socialidad intersubjetiva del sujeto.

El aprendizaje escolar es un proceso de construcción de conocimiento propio del alumno a partir de ideas previas (información implícita); y la enseñanza como la mediación de ese proceso de construcción. En este sentido Perkins (1991) indica que “el trabajo del profesor constructivista es mantener a los alumnos en su zona de desarrollo próximo, proporcionándole la suficiente ayuda y guía, pero no demasiado” (p.19). Es decir, el aprendizaje escolar se concibe como un proceso de construcción de conocimiento propio del estudiante a partir de estructuras previas (esquemas implícitos), y a la enseñanza como la mediación de ese proceso de construcción, se puede interpretar como la negociación entre el conocimiento nuevo, o por construir, y el que ya posee el sujeto estructurado en esquemas o representaciones.

Estas representaciones desarrollan el pensamiento abstracto. Para ello, el docente en matemática debe ofrecer una enseñanza basada en la concepción constructivista que permita a los estudiantes construir el conocimiento matemático a

partir de significados propios del simbolismo empleado, y no simples algoritmos repetitivos y mecánicos.

Por otra parte, Maturana (1997) indica que nada existe más allá del lenguaje para cuestionar la existencia de una realidad independiente del observador; Vigostky también le otorga importancia a los sistemas de signos construidos culturalmente al valorar cómo se construyen los conocimientos; Piaget (1979) considera que los signos [...] tienen una función de soporte y de instrumentos del pensamiento ya que favorecen la adquisición y mantenimiento de la información (p.115).

En lo que respecta al lenguaje matemático, Resnick (1986) destaca que este juega un doble papel. Por un lado, al igual que el lenguaje natural, es limitado y refiere a entidades matemáticas (número, transformaciones, operaciones y sus relaciones) y es empleado para pensar y hablar de dichas entidades. Éstas últimas más que signos son símbolos que denotan axiomas, teoremas y relaciones más generales; lo que le asigna vida propia al lenguaje matemático, también llamado lenguaje simbólico; el cual se requiere estudiar desde una óptica semiótica para contextualizarlo al conocimiento construido por el estudiante.

Es necesario que los docentes que imparten la asignatura matemática ofrezcan detalles minuciosos y detallado sobre el significado del simbolismo matemático, para

que los sujetos cognoscentes construyan conocimientos cada vez más abstractos y generales; más que algorítmicos repetitivos. En virtud de anteriormente señalado, el pensamiento abstracto, explicado por Piaget (op. cit.), ha de consolidar el marco mental en formas más elevadas y abstractas de razonamiento (esquemas, representaciones, conceptos).

Gómez-Granell (1997) refiere que la adquisición del conocimiento y el lenguaje matemático se produce únicamente gracias a la escolarización y la instrucción intencional (p. 201). Lo cual se puede afirmar que el razonamiento formal, requiere del dominio de un lenguaje simbólico que permita al sujeto cognoscente un eficaz desenvolvimiento en su discurso matemático y esto lo provee la escuela. Desde el punto de vista pedagógico, la matemática ha sido impartida en las escuelas con carácter sintáctico, en otros casos pragmático, más que semántico.

En otras palabras, centrado en procedimientos algorítmicos bajo la perspectiva del docente y en vez de contextualizarlos a la comprensión del significado simbólico de los conceptos matemáticos que los alumnos tienen sobre ellos. Lo antes planteado, hace pensar que los profesores en matemática deben reflexionar sobre cómo los estudiantes aprehenden los conocimientos matemáticos, partiendo de la postura constructivistas que el significado es producto del proceso de negociación de saberes al cual se llega mediante el consenso durante la actividad de aprendizaje.

Esto no implica que el lenguaje natural no se tome en cuenta sino que tiene que haber una relación semántica coexistente entre éste y el lenguaje simbólico para que se produzca un aprendizaje significativo, con sentido en educación matemática. En el proceso educativo se requiere, casi con carácter de urgencia, comprender los fenómenos relacionados a los procesos de significación en la adquisición del conocimiento matemático y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto.

Semiótica. ¿Qué significa?

La teoría de los signos o semiótica tuvo un gran desarrollo en la época antigua: en los sofistas, en Platón, en Aristóteles, en los estoicos, en los epicúreos y en los escépticos encontramos muchos análisis. La semiótica ha sido asimismo cultivada en la época moderna por autores como Locke (1956) y Leibniz (1977). En la época más reciente las investigaciones semióticas han sido muy abundantes: Peirce (1977), Ogden y Richards (1964), estos últimos basándose en la doctrina de los signos de Bentham. Morris (1985) y otros lógicos contemporáneos han desarrollado no solamente los estudios semióticos, sino que también han considerado el término semiótica como central en muchas investigaciones lógicas y filosóficas.

En el Diccionario Filosófico de Ferrater Mora (2005) el signo es definido como un medio (un *principium cognoscendi*) por medio del cual "un ser pensante concluye a una cosa significada" (p. 665). La significación de la cosa (objeto matemático) es subyacente al pensamiento del sujeto cognoscente. La mayor parte de filósofos, epistemólogos, semióticos (y otros especialistas en la materia) reconocen que no se perciben directamente las significaciones y, menos aun, lo significado, sino el signo por el cual lo significado adquiere una significación.

Por otra parte, Marin (1998) en la obra *Conceptos claves de gramática, lingüística y literatura* define a la semiótica como la ciencia que estudia las unidades lingüísticas llamadas signos a fin de identificarlas, descubrir sus marcas distintivas y descubrir su significación (p.198). En este sentido, esta definición coincide con el planteamiento peirceano señalado en la demarcación del problema.

Semiótica es una palabra antigua que recuperó Locke en los estoicos para la modernidad en su obra *Ensayo sobre el entendimiento humano* (op. cit), en donde divide al ámbito del saber en: la Physica, la Práctica y la Semiotike señalando que “esta ciencia consiste en considerar la naturaleza de los signos de que se vale la mente para entender las cosas, o para comunicar sus conocimientos a los otros” (p. 728). Las otras ciencias se suscriben de la semiótica para señalar sus teorías, alcances y relaciones entre ellas.

En opinión de Eco (1995) hay otros aspectos en cada una de las ciencias (formales, experimentales, sociales y humanas) que pertenecen al ámbito de la semiótica. La matemática como ciencia formal, por ende, pertenece a este ámbito; particularmente porque emplea signos y símbolos para señalar, definir y demostrar axiomas, teoremas y propiedades. La semiótica se divide en varias disciplinas específicas, a saber: la sintaxis, la semántica y la pragmática. Desde el punto de vista de Pierce (op. cit.), se denomina *Semiótica* aquella ciencia que se encarga de estudiar al signo como elemento de forma. En cuanto a la relación símica señala: “Defino signo como cualquier cosa que es así determinada por alguna otra, llamada objeto, y que aquí determina un efecto sobre una persona, a cuyo efecto llamo interpretante, siendo este último de este modo determinado por el primero” (p.81). Su concepción consistía en la utilización del signo para la formación de nuevo conocimiento con el fin de alcanzar la verdad.

En este sentido muestra una relación triádica entre signo-objeto-interpretante o referente-significante-significado, en donde el primero ejerce una influencia de mediador entre el objeto y su interpretante. La esencia del signo es la terceridad, es decir, deben estar involucrados estos tres elementos y no menos de ellos. Dichos elementos peirceanos son constitutivos en la semiosis, sin embargo no consideran al intérprete como esencial para la función sígnica.

Mientras que Morris (1985), discípulo de Peirce, sí considera necesario al intérprete para la función del signo, en cuanto que percibe a la semiosis como un proceso en el cual el signo es algo que produce una respuesta en un organismo. Desarrolló la teoría peirceana con una perspectiva vinculada al positivismo lógico y al conductismo en psicología, considerando cuatro factores en la semiosis:

Lo que actúa como signo, aquello a que el signo alude, y el efecto que produce en determinado intérprete en virtud del cual la cosa en cuestión es un signo para él. Estos tres componentes de la semiosis pueden denominarse, respectivamente, el vehículo sígnico, el designatum, y el interpretante; el intérprete podría considerarse un cuarto factor. (p.27)

A diferencia de su maestro, Morris (op. cit) le asigna al sujeto o intérprete esa función semiótica característica; de acuerdo a sus creencias interpretará o le asignará sentido al signo. Existen distintas clasificaciones de los signos, sin embargo, están influenciadas por la concepción peirceana (índice, icono, símbolo). A tal efecto, *Pierce* (op. cit.) señala que los dos primeros de la clasificación, índice e icono, son a su vez, símbolos. En educación matemática se emplean a los signos como símbolos porque refieren a entes más abstractos como axiomas, teoremas, propiedades. Es por ello el carácter simbólico del lenguaje formal.

Sin embargo, si se usa la terminología peirceana, las expresiones algebraicas no son símbolos, sino que son iconos. Haciendo un análisis particular, las letras de las expresiones algebraicas son índices, al ser cada una índice de una cantidad, sin

embargo tampoco son símbolos; la expresión algebraica en su conjunto exige que se asigne a cada una la cantidad correspondiente. Peirce (op. cit) señala que:

[...] una fórmula algebraica es un icono, que ha sido convertido en tal mediante las reglas de conmutación, asociación y distribución de los símbolos. Puede parecer a primera vista que es una clasificación arbitraria llamar icono a una expresión algebraica; que podría igualmente o más adecuadamente ser considerada como un signo convencional [símbolo] compuesto. [...] Esta capacidad de revelar una verdad inesperada es precisamente aquello en que consiste la utilidad de las fórmulas algebraicas, por lo cual el carácter icónico es el predominante. (p. 263)

Entonces, surge la interrogante ¿cuáles signos de las expresiones algebraicas son considerados símbolos dentro del proceso semiótico?, ¿cuál es la relación entre los elementos semióticos y los objetos matemáticos inmersos en las expresiones algebraicas?. Aquellos signos (objetos matemáticos) que evocan operaciones, tales como los signos: $+$, $-$, $\times$, $\sqrt{\quad}$, entre muchos otros, en las expresiones algebraicas son, según Puig (op. cit), “un ejemplo de la imbricación de los tres tipos de signos en las escrituras matemáticas: las letras son *índices*, los signos $+$, $=$, ... son *símbolos* y la expresión globalmente considerada es un *icono*” (p. 5).

Elementos Semióticos

Los elementos de la semiosis se centra en la primera tarea que afronta la semiótica, ¿en qué consiste el signo?, o en otros términos la acción sígnica. Para dar respuesta a esta interrogante, primero hay que destacar lo que hace de algo un signo es su finalidad de representar o de sustituir o estar por otra cosa.

En la teoría peirceana la relación sígnica (relación semiótica) se establece entre un signo, un objeto y un pensamiento interpretante (que es un signo a la vez). Esta relación manifiesta la función de terceridad del signo, esto quiere decir que su

función es la de mediar entre un objeto y su interpretante (Peirce, op. cit.). En la semiosis la categoría determinante de la representación es la terceridad, por cuanto involucra tres elementos (semióticos), y no es posible reducirlo a menos elementos. Quiere decir, *que un suceso A produce un segundo suceso, B, como medio para la producción de un tercer suceso, C.*

A partir de este postulado, Peirce (como filósofo kantiano), sentó las bases para establecer una clasificación de la variedad de signos que se forman en la relación existente entre el objeto, su significado y su interpretante. El núcleo problemático está en la utilización de la noción de interpretante. El planteamiento semiótico de este autor señala que puede haber semiosis indistintamente de la acción del interpretante, quedando una especie de vaguedad para quienes se interesan en el tema.

El cuarto elemento aludido por Morris (op. cit.), es importante para el proceso de la semiosis. La diferencia de los dos planteamientos antes mencionados, es que el primero pone énfasis en el objeto como determinante del signo y del interpretante, mientras que el segundo enfoca su atención en los intérpretes de los signos (sujetos cognoscentes). En el presente estudio, se asume estas dos referencias teóricas para la construcción de la siguiente relación tetraédrica:

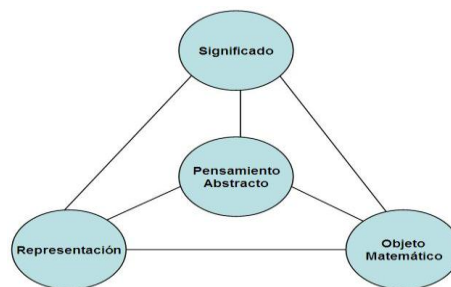


Figura 1: Tetraedro Semiótico

La comprensión del proceso de semiosis presente en el tetraedro esta sustentada en el entendimiento de la apercepción conciente del estudiante (intérprete) respecto a su propio aprendizaje y de la direccionalidad docente en la enseñanza de los objetos

matemáticos. En la representación del objeto, proceso mediante el cual se forman los conocimientos matemáticos, la activación del pensamiento es fundamental durante la actividad en aula.

Esto quiere decir, que el estudiante debe en primera instancia entender la tarea inicial (planteamiento solicitado) y, en segunda instancia, mediante un sistema de operaciones matemáticas, consigue satisfacer la demanda cognitiva final (resultado obtenido). Para que se active el pensamiento de los alumnos, se distinguen cuatro aspectos que se considera importantes para ello:

1. Comprensión de la actividad matemática.
2. Asertividad en la resolución de la tarea asignada.
3. Producción Semiótica durante el proceso cognitivo activado.
4. Apercepción final entre el “planteamiento solicitado” y el “resultado obtenido”.

Desarrollo del Pensamiento

En el desarrollo evolutivo del ser humano existen un conjunto de procesos intelectuales que le permite desenvolverse en su hábitat natural. Estos son los Procesos Cognitivos, los cuales son un conjunto de procesos de sistemas autónomos dentro del sistema cognitivo y se clasifican de la siguiente manera:

- 1- Procesos cognitivos **básicos**: sensación, atención, percepción, memoria y aprendizaje.
- 2- Procesos cognitivos **superiores**: pensamiento, razonamiento, resolución de problemas, lenguaje, inteligencia y metacognición.

Dentro del segundo grupo de la clasificación se encuentra el pensamiento, que como proceso psicológico de nivel superior ha ocupado un papel importante en las investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. El psicólogo argentino Cardamone (op. cit.) lo define como “la capacidad cognitiva para la resolución de problemas inéditos o nuevos utilizando para ello la experiencia previa del sujeto” (p. 2). Los problemas que requieren ser resueltos mediante la aplicación de estrategias cognitivas más compleja, planificada y apoyadas en los sistemas de operaciones lógicas presentes en el pensamiento abstracto. Un aspecto a considerar dentro de esta capacidad cognitiva es el proceso de educación que el sujeto debe adquirir para contribuir con el desarrollo de este pensamiento.

Este proceso consiste en que el sujeto cognoscente extraiga nuevas comprensiones e informaciones a partir de lo que percibe o lo que conoce (Raven J.C, Court y Raven J., 2008). Toda conducta eductiva requiere de un proceso perceptivo más activo, en vez de analítico o mecánico. Se supone, que a partir de los once años, el individuo está en capacidad para desarrollar la comprensión (captar los significados de las palabras y símbolos abstractos) y/o la actividad eductiva que conlleva, posiblemente al desarrollo del pensamiento abstracto.

Retomando los aportes de la teoría piagetiana, en cuanto a la construcción del conocimiento por parte del sujeto cognoscente, esta plantea los siguientes elementos importantes para el desarrollo del pensamiento:

a) *El funcionamiento de la inteligencia.*

b) *Esquema*, los objetos externos son siempre asimilados a una estructura mental organizada y determinada que puede ser transferida y generalizada. Presenta niveles distintos de abstracción, los básicos son: Selección, Interpretación, Integración, Complejidad, Aditividad, Formación, Actualización, Supletoriedad, Activación, Multifuncionalidad, Instruccionalidad.

c) *El proceso de equilibración:* entre los esquemas del sujeto y los acontecimientos externos, entre los propios esquemas del sujeto y los que se traducen en una integración jerárquica de esquemas diferenciados.

d) *Etapas del desarrollo cognitivo:* Etapa sensorio-motriz (0 a 2 años), Etapa Pre-operacional (2 a 7 años), Etapa de las operaciones concretas (7 a 11 años), Etapa de las operaciones formales (11 años en adelante).

En la teoría piagetiana, el desarrollo del pensamiento transcurre durante los primeros quince o dieciseis años de vida del sujeto y afirma que el cambio de un nivel inferior de conocimiento hacia un nivel superior de conocimiento es construido por éste mediante la acción. En el marco de la presente investigación la última de estas etapas es la que consolida el cuerpo teórico al corresponder con el período de la adolescencia, propia de los estudiantes que cursan estudios en educación media general. Esta etapa se inicia alrededor de los diez u once años y se completa aproximadamente entre los quince y dieciséis años.

Vergnaud (1988), como intelectual de la corriente psicogenética, señala unas consideraciones psicológicas al respecto sobre el proceso educativo en secundaria, y en particular, como hechos que condicionan la construcción del conocimiento matemático:

a) El análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes.

b) las conductas, representaciones y fenómenos inconscientes de los profesores, padres y demás participantes.

La importancia de la comprensión holística del desarrollo del pensamiento requiere que el docente que imparte la asignatura indague sobre todo lo relacionado al desarrollo de las potencialidades y capacidades del estudiantado. La capacidad educativa le permite al cognoscente extraer nuevas comprensiones e información partiendo de lo que se percibe o lo ya conocido (experiencias previas).

Pensamiento Abstracto

Los procesos de pensamiento lógico y/o abstracto han sido estudiados desde épocas remotas, por Pitágoras, Zenón de Elea, Parménides, Platón, Aristóteles, además de por la Escuela estoica, representada por Filón de Megara y por Crisipo. Este tipo de pensamiento refleja el mundo de una manera más plena y profunda, constituyendo la forma más compleja del conocimiento (Guetmanova, 1989).

De hecho, se deriva de la coordinación de las acciones que realiza el sujeto con los objetos. Las operaciones lógico matemáticas, antes de ser una actitud puramente intelectual, requiere de la construcción de estructuras internas y del manejo de ciertas nociones que son, ante todo, producto de la acción y relación del sujeto con objetos y sus pares, que a partir de una reflexión le permiten adquirir las nociones fundamentales de clasificación, seriación y la noción de número.

Otros estudios sobre la naturaleza del pensamiento, particularmente matemático avanzado, como los de Tall (1991) señala que las experiencias previas y la actividad cultural intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático (abstracto). Entre los procesos del pensamiento matemático avanzado se encuentra la abstracción, la representación, la visualización y la conceptualización.

En otro estudio, Tall, Viner y otros (2001) presentan una teoría del desarrollo simbólico que revela una bifurcación en el desempeño de la aritmética entre el procedimiento para contar y el pensamiento proconceptual que involucra el uso flexible de símbolos distinguiendo tres tipos de procesos cognitivos básicos asociados al conocimiento matemático: la percepción, la acción y la reflexión.

Para hacer una diferenciación entre el pensamiento concreto y el pensamiento abstracto, se muestra un cuadro mediante el cual Andonegui (2004) destaca algunas diferencias entre ellos:

Cuadro N° 1

<i>Pensamiento Concreto</i>	<i>Pensamiento Abstracto</i>
Adherido a lo real	Lo posible se subordina a lo real porque éste último es un subconjunto de lo posible
Lógica de clases y relaciones	Lógica de proposiciones, formula y constata hipótesis
Operaciones de Primer Orden, es decir, las operaciones se realizan directamente sobre los datos de la realidad.	Operaciones de segundo orden. Las operaciones se realizan sobre las proposiciones que a su vez están basadas en datos de la realidad

Fuente: Andonegui, M. (2004). El desarrollo del pensamiento lógico. Caracas: Colección procesos educativos

Como se puede observar, es necesario que la educación matemática fortalezca el desarrollo del pensamiento abstracto aprovechando cada unas de las condiciones del contexto para favorecer las potencialidades cognitivas e intelectuales de los educandos. Sin embargo, en las actividades de aula se tiende a realizar rutinas que se centran en tareas cuyas acciones están dirigidas al abordaje del pensamiento concreto del estudiante.

La importancia del desarrollo del pensamiento (abstracto) y la relación con los elementos semióticos queda evidenciada en la siguiente expresión de Varela-Villegas (2002): “en el seno de la escuela, pensamos e interactuamos con el otro por medio de palabras y frases” (p.132). El docente como mediador al comunicar a sus alumnos nueva información matemática debe emplear un código común sin perder el sentido simbólico del contenido que se imparte.

Por el contrario, en los ambientes de aprendizajes matemáticos los docentes planifican sesiones de manera conductista, alejándose de una de las finalidades de la educación matemática: desarrollar el pensamiento abstracto del estudiantado. La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se deben ajustar y construir pedagógicamente sobre la base de la abstracción a fin de una comprensión constructiva por parte de los estudiantes.

A través de los significados que las personas atribuyen a las palabras, revelan los grados de abstracción que ellos han logrado en su pensamiento (Smagorinsky, Cook y Johnson, 2003). En el marco teórico que se establezca ha de existir una interrelación entre la realidad física y social. La Educación Matemática debe fortalecer las diferentes formas de abstracción y operación mental que constituye esta asignatura.

La enseñanza debe centrarse en esta capacidad en los educandos, de esta manera es posible que se desarrollen las estructuras relativas a objetos manipulados por las operaciones reversibles durante la actividad matemática en aula. Mediante los conocimientos lógico-matemáticos se accede a la fuente del razonamiento que está en el sujeto. Este tipo de conocimiento es el que construye el individuo cognoscente al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos. Lo enseñado por el docente y lo que el estudiante aprenda sólo tendrá validez y relevancia cuando lo aprendido desarrolle el pensamiento abstracto.

Las Estructuras Madres y su contribución en el desarrollo del pensamiento abstracto

Bourbaki es el pseudónimo bajo el que algunos de los mejores matemáticos franceses, publicaron, a partir del final de los años treinta, una serie de libros. En los cuales se ofrecía una exposición sistemática de una parte importante de la matemática. Este programa fue desarrollándose desde entonces, y fue Piaget quién logró sacarle punta fina introduciéndolo en su teoría genética como fundamento del desarrollo del pensamiento en el sujeto. El planteamiento bourbakista distingue tres tipos básicos de estructuras, que son las denominadas Estructuras Madres, las cuales son:

a) Estructuras algebraicas: son aquellas en las que intervienen una, o varias, leyes de composición u operaciones. Estas leyes tienen propiedades como la asociatividad, existencia de elemento neutro, existencia de elemento inverso, conmutatividad, etc. Son ejemplos de ellas la de grupo, anillo, cuerpo, espacio vectorial, etc. Pueden intervenir igualmente leyes de composición externas, como en el caso de los espacios vectoriales.

b) Estructuras de orden: Son las correspondientes a relaciones de orden definidas en un conjunto dado, es decir, aquellas relaciones que tienen las propiedades: i) reflexiva: xRx , ii) antisimétrica: xRy , yRx implican $x = y$ iii) transitiva: xRy , yRz implican xRz . Ejemplos de estas relaciones son los órdenes habituales en los números naturales o los reales.

Otro ejemplo importante es el de los subconjuntos de un conjunto dado con la relación de contenido: $A R B$ si A está contenido en B .

A estas relaciones puede asociarse la estructura de retículo.

c) Estructuras topológicas: son aquellas relacionadas con nociones como límite, continuidad, o convergencia. Las más conocidas pueden definirse a partir de la noción de *distancia* en un conjunto cualquiera, que es posible generalizar considerablemente.

La primera de las mencionadas fundamenta conceptualmente el presente estudio. El cuadro que a continuación se presenta se establece una comparación entre las estructuras de pensamiento y las estructuras matemáticas piagetianas:

Cuadro N° 2

Estructura Algebraica <i>(Reversibilidad por inversión: capacidad para imaginar la acción contraria)</i>	Estructura Matemática Piagetiana: <i>agrupaciones aditivas y multiplicativas de clases.</i>		Estructura del Pensamiento
	Estructura de Grupo: $A + B \in G$ $A \times B \in G$	Ley de Composición Interna	Coordinación de dos esquemas de acción que se añade a los anteriores.
	$+A - A = 0 \rightarrow +A = 0 + A$ $x A : A = T \rightarrow x A : T = A$	Operación Inversa	Una operación matemática puede realizarse en dos sentidos: análisis y síntesis. Inversión del proceso.
	$+A + 0 = +A$ $x A : T = A$	Operación de Identidad	Retorno al punto de partida y encuentro sin cambios.
	$(A + B) + C = A + (B + C)$ $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$	Ley Asociativa	Alcance del mismo resultado por diversas vías. Las composiciones se asocian.

Fuente: Diseño Propio (2011)

Estas estructuras están íntimamente relacionadas con otras elementales, como las agrupaciones de clases aditivas y multiplicativas, las cuales construye el sujeto mediante abstracciones reflexivas (extracción de elementos de un nivel inferior de actividad del sujeto para proyectarlas en un nivel superior). En el nivel educativo de secundaria los alumnos se encuentran en plena transformación biológica de la pubertad y presentan grandes cambios en su personalidad, es por ello que el sistema escolar debe ser garante que se desarrollen estas estructuras que le permitirán al futuro ciudadano resolver problemas dentro de su contexto social, cultural y académico.

Objeto Matemático

Los entes son todo aquello que se nos presenta de alguna forma. Anquim (1977) señala que los entes provienen de algo que les da entidad y que esta es presencia, también postula que el ente es el primero que el intelecto concibe realmente (p. 46), esto porque da razón de todo y hace mención de todos. Asimismo, establece una existencia de varios tipos de entes: el natural-físico, general y

matemático. Este último, es el que se aborda como objeto de estudio en educación matemática.

Por otra parte, Heidegger (1971), en su obra *El Ser y el Tiempo*, señala que los entes referidos a las relaciones espaciales y numéricas se denominan intemporales (p. 77), puesto que el hombre está estrechamente vinculado al mundo. Lo cual quiere decir, que no se da la existencia humana sin una comprensión inicial y una ocupación permanente de las cosas que forman el mundo de cada hombre en su inmediatez y cotidianeidad. Al mirar de modo cognitivo a los entes, desde el punto de vista heideggeriano, se puede señalar que el hombre adopta tardíamente una actitud científica frente a éstos al tratarlos como objetos de conocimiento.

Partiendo de estas consideraciones, la noción filosófica *ente* sirve de fundamento para hacer referencia a la expresión “objeto matemático”, por cuanto cada signo o símbolo presentado en las estructuras algebraicas, de acuerdo al contexto, da razón de conocimientos precedentes (a priori) y, a su vez, hace mención de conocimiento procedentes (a posteriori). Por otra parte, Piaget (op. cit.) expresó que:

“...no existen ya entes matemáticos..., puesto que en cada nivel de la escala se pueden tomar como objetos los elementos de los niveles inferiores y las propias operaciones, así como las estructuras, pueden convertirse, a su vez, en objetos matemáticos respecto de una teoría situada en un nivel superior” (p. 156).

Por ejemplo, cuando se muestra en el aula de primer año del subsistema educación básica la expresión $3x + 2 = 10 - 2$ a la población estudiantil, en primer lugar se debe evocar los conocimientos de las operaciones básicas como: adición, sustracción, multiplicación y división, con sus respectivas propiedades aditivas y multiplicativas (a priori). Luego de la comprensión de los procesos lógicos matemáticos pertinentes, se debe introducir la noción de trasposición de términos

para el establecimiento de las relaciones entre los objetos matemáticos hasta obtener la solución que satisface la equivalencia.

En conclusión, se asume como objeto matemático al conjunto de símbolos que emergen de un sistema de conceptualizaciones y su significado está determinado por los contextos problemáticos que se dan en los procesos de resolución.

Información implícita y marco mental del sujeto cognoscente, ¿Realidad Ontológica ó Realidad Simbólica?

La información implícita se refiere a la que el sujeto cognoscente tiene estructurada y establecida en su sistema mental. Ésta es inmediatamente evocada cuando la nueva información está vinculada a ese campo informativo y que, a su vez, influye en el proceso comunicativo y de adquisición de conocimiento. Para ello, el marco mental del individuo que recibe el mensaje, el que escucha, está determinado por esquemas.

Bartlett (citado por Renkema, 1999) señala que un esquema es un conjunto organizado de conocimiento sobre un elemento del mundo en particular (p.207). Éstos esquemas permiten la interpretación y las inferencias que el sujeto debe realizar para procesar, asimilar, acomodar y equilibrar la nueva información. En la educación matemática es muy importante que el docente tome en cuenta el marco mental de sus estudiantes y, particularmente, la información implícita que ellos poseen para la adquisición de la nueva información. En el caso de la eliminación de los signos de agrupación los alumnos no logran comprender el verdadero sentido de las reglas de los signos, la mayoría de ellos cuando resuelven problemas de este tipo lo hace por mera memorización del algoritmo empleado, en un campo sintáctico más que semántico.

El docente en matemática no se ocupa de este último campo. El entorno de los estudiantes y sus informaciones implícitas quedan en un segundo plano, prevaleciendo una realidad simbólica sin significado. En este sentido, Pedro Hernández (citado por Arnay y Rodrigo, 1998) hace la siguiente reflexión: "los esquemas, a pesar de su generalización, aplicable a situaciones diversas, constituyen referencias a realidades concretas, como hechos, objetos o realidades cotidianas [...] el resultado son los conceptos abstractos, principios o teorías personales". (p.112)

El docente durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática atribuye a los signos y símbolos una función de instrumentación del pensamiento abstracto, pero éstos ¿lo modifican en profundidad?. Su papel debe consistir en la mediación de experiencias enriquecedoras que potencien la formación de esquemas representacionales significativos en la construcción del conocimiento de la asignatura. Asimismo, esta tarea docente conlleva otra función, desarrollar el pensamiento abstracto. La relación semiótica entre los símbolos, las estructuras algebraicas y la información implícita de los estudiantes son aspectos de estudio para delimitar su asociación con este pensamiento.

El Sistema Educativo Venezolano y el Currículo Matemático.

Antes de abordar cualquier consideración con respecto al currículo matemático y nuestro sistema educativo hay que hacer mención conceptual al respecto. Según los estándares de la NCTM (op. cit), un currículo es un plan operativo que detalla qué matemáticas necesitan conocer los estudiantes y qué debe hacer el profesor para que los alumnos desarrollen el conocimiento matemático.

Tomando en cuenta esta línea, la educación secundaria venezolana requiere actualizar el diseño curricular matemático en todos los subsistemas, particularmente

en el nivel de educación media del subsistema educación básica. Todo lo relacionado al pensum curricular de los contenidos matemáticos de este nivel datan de 1983 con el diseño del currículo de la tercera etapa de educación básica, mientras que los programas del plan de estudio de educación media, diversificada y profesional fueron elaboradas en los años setenta. El más resaltante ha sido el decreto 120 (Bravo, 2002), con algunas modificaciones desde ese entonces hasta el presente. Sin embargo, hay que destacar que dichos cambios no han sido cambios significativos.

El profesor o maestro se le asigna la responsabilidad de ser garante de un proceso educativo de calidad acorde con las necesidades e intereses del estudiante en proceso de formación mediante la *Reforma Educativa Venezolana Educación Básica* (Ministerio de Educación, Cultura y Deportes, 1998), la cual establecía:

... entiende a los maestros como sus principales protagonistas. En ellos recae la principal responsabilidad por desarrollar una práctica educativa adaptada a las condiciones particulares de cada escuela y de cada grupo de alumnos. Una docencia dirigida al aprendizaje de lo importante, al fortalecimiento de valores, al respeto y al desarrollo del ser de cada estudiante, no puede ser un ejercicio mecánico donde solo se “apliquen recetas”. (p. 18)

Sin embargo, esta autonomía ha sido interpretada como poder pedagógico en el cual el docente decide qué impartir y cómo hacerlo, relegando los intereses y necesidades del educando en segundo plano. Esta situación, en vez de mejorar la educación tal y como se pretendía con dicha reforma, ha perpetuado la tradición conductista y mecanicista de la enseñanza y el aprendizaje, en especial en la asignatura matemática de secundaria.

En lo que respecta a la estructura del sistema educativo venezolano, actualmente esta conformado por dos subsistemas: educación básica y universitaria, tal y como está establecido en la Ley Orgánica de Educación (2009). El primer subsistema está estructurado de la siguiente manera:

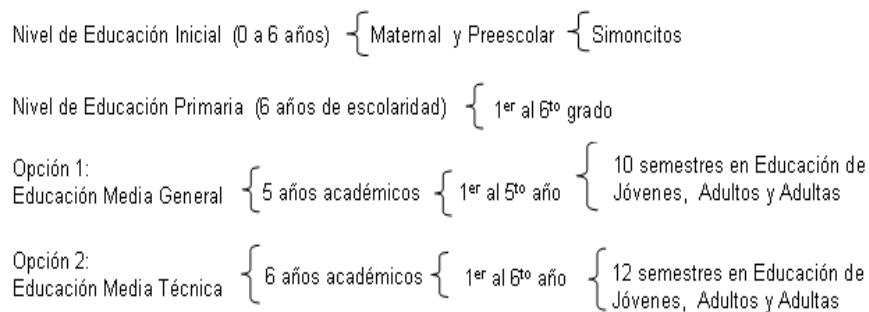


Figura 2: Organización del Subsistema Educación Básica, tomado de la Denominación de Planteles (2011)

Un currículo matemático debe orientarse hacia la comprensión de los procesos y proporcionar significado y sentido a los objetos matemáticos enfocando su enseñanza y aprendizaje al desarrollo del pensamiento abstracto del estudiantado. Para orientar la actual investigación se realizó una revisión del currículo matemático del nivel de educación media general (secundaria). A continuación se especifican los objetos matemáticos desde el primer año hasta el quinto año de educación media:

PRIMER AÑO.

Conjuntos Numéricos:

1. **Conjunto de Números Naturales (N):** Se hace un breve repaso sobre la definición, Relación de Orden en N, operaciones matemáticas definidas en N y ecuaciones de primer grado.
2. **Conjunto de Números Enteros (Z):** definición y representación gráfica, valor absoluto, Relación de Orden en Z, Adición algebraica y sus propiedades, Multiplicación y sus propiedades, división, potenciación y propiedades, ecuaciones en Z.
3. **Conjunto de Números Racionales (Q):** múltiplos y divisores, descomposición factorial, mínimo común múltiplo, máximo común divisor, definición y representación gráfica en Q, Relación de Orden en Q, fracciones

y expresiones decimales, adición algebraica y sus propiedades, multiplicación y sus propiedades, división, potenciación y propiedades.

Geometría:

1. Circunferencias y círculos.
2. Polígonos.
3. Triángulos.
4. Cuadriláteros.
5. Áreas y volúmenes.

Probabilidad y Estadística:

1. Probabilidad.
2. Diagrama de árbol.
3. Recolección y Organización de datos.
4. Distribución de Frecuencias.
5. Agrupación de datos en intervalos de clase.
6. Histogramas.

Informática:

1. Algoritmos.
2. Datos, información y procesamiento de datos.
3. Estructura de la computadora.
4. Aplicaciones de la computadora.

SEGUNDO AÑO.

Álgebra:

1. Funciones: relación, función afín, tipo de funciones.

2. Polinomios:

- Adición Algebraica de expresiones algebraicas.
- Multiplicación de Polinomios
 - Productos Notables.
 - Factorización.
 - División de Polinomios.
 - Fracciones Racionales.

Geometría:

1. Proyecciones y Sistema de Coordenadas Cartesianas.
2. Vectores en el plano.
3. Transformaciones en el plano.
4. Congruencia.
5. Rectas y ángulos.

Probabilidad y Estadística:

1. Sucesos.
2. Probabilidad de sucesos independientes.
3. Medidas de Tendencia central.

Informática:

1. Algoritmos.
2. Diagrama de flujo.
3. Introducción a la programación.
4. Lenguajes de programación.

TERCER AÑO.

Conjuntos Numéricos:

1. Conjunto de Números Reales (R).

- Expresiones decimales.
- Números Irracionales.
- Operaciones con números reales: aproximaciones, adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Radicación en $\mathbb{R}$.
- Relación de Orden en $\mathbb{R}$: valor absoluto, intervalos, inecuaciones.

Álgebra:

1. Funciones Reales: dominio, rango.
2. Sistemas Lineales.
3. Función Cuadrática.

Geometría:

1. Plano Real: puntos, distancia, punto medio.
2. La recta en el plano: ecuaciones de la recta, posiciones relativas de dos rectas.
3. Métodos de demostración.
4. Semejanza de Triángulos: Teoremas de: Pitágoras, Euclides, Thales.

Probabilidad y Estadística:

1. Cálculo de Probabilidades.
2. Espacio Muestral.
3. Procesos estocásticos.
4. Probabilidad condicional.
5. Medidas de Tendencia Central.
6. Sucesos.
7. Gráficos.

Informática:

1. Hardware y Software de un computador.
2. Algoritmos y diagramas de flujo.

3. Programas y Lenguajes de Programación.

CUARTO AÑO.

Conjuntos Numéricos:

1. Conjunto de Números Complejos (C).

- Potencias de i .
- Conjugado y norma de un número complejo.
- Operaciones con números complejos: adición, sustracción, multiplicación y división.

Álgebra:

1. Funciones:

- Dominio, rango, tipos de funciones.
- Función de Variable Real: Lineal, Afín, Cuadrática, Cúbica.
- Funciones definidas a trozos.
- Función Exponencial: definición, característica, ecuaciones exponenciales.
- Función Logarítmica: definición, características, concepto de logaritmo, propiedades de logaritmos, ecuaciones logarítmicas y sistemas de ecuaciones.

2. Sucesiones.

3. Progresiones:

- Aritméticas
- Geométricas.

Trigonometría:

1. Ángulos, medición de ángulos, longitud de arco, velocidad angular y lineal, triángulos (tipos, cálculo de área, Teoremas de Pitágoras.

2. Funciones Trigonométricas.

- Signo de las funciones trigonométricas de un ángulo normal.
- Relaciones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

- Reducción de ángulos en el primer cuadrante.
- Circunferencia Unitaria.
- Gráfica de las funciones trigonométricas.
- Funciones trigonométricas inversas.
- Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos (Teorema del Seno y del Coseno).
- Identidades Trigonómicas.
- Ecuaciones trigonométricas.

Probabilidad:

1. Experimentos Aleatorios y Espacios Muestrales.
2. Permutaciones, Combinatoria.
3. Probabilidad, Conjuntos, Probabilidad Condicional.
4. Tablas de Contingencia.
5. Triángulo de Tartaglia y Binomio de Newton.

QUINTO AÑO.

Álgebra:

1. Espacio Vectorial en el espacio ($\mathbb{R}^3$).
 - Vectores en el espacio.
 - Transformaciones Lineales.
 - Matrices.
 - Determinantes.
 - Sistemas de Ecuaciones Lineales.
 - Polinomios.
 - Inecuaciones.

Geometría:

1. Secciones Cónicas:
 - Circunferencia
 - Parábola.

- Elipse
- Hipérbola
- 2. Ecuación de la recta en el espacio.
- 3. Ecuaciones paramétricas.
- 4. Ecuación General de la recta.
- 5. Ecuación del plano.

Probabilidad, Estadística y Teoría Combinatoria:

1. Experimentos y sucesos.
2. Probabilidad de espacios muestrales finitos.
3. Métodos de conteo y combinatorios.
4. Probabilidad de la unión de sucesos.
5. Sucesos independientes.
6. Regla de Bayes.
7. Binomio de Newton.
 - Potencias de un binomio.
 - Fórmula general.
8. Métodos numéricos:
 - Medidas de Tendencia Central
 - Medidas de Dispersión.
 - Cuartiles, deciles y percentiles.
 - Varianza de una población y de una muestra.
 - Curva normal y franja de normalidad.

Esta currícula en matemática en el nivel de educación media (considerada en otros términos como secundaria) está ajustada a lineamientos legales e institucionales organizados por el estado docente para asegurar la formalización de la adquisición de dichos conocimientos matemáticos garantizando el pleno desarrollo del pensamiento lógico y crítico de los ciudadanos que pertenecen al sistema escolar venezolano.

Los contenidos matemáticos de cada año constituyen una dosificación del aprendizaje según el grado de dificultad y el desarrollo evolutivo en cuanto a la sistematicidad de los saberes impartidos. El currículo matemático empleado por el docente en aula debe estar orientado a la planificación de los contenidos, actividades y relaciones epistémicas destinadas a la formación del ciudadano como ser humano y ciudadano que convive y formará parte del nuevo modelo de sociedad venezolana.

La educación matemática no debe ser transmitir conocimientos matemáticos sino un proceso de significación que apunta hacia el futuro para la transformación de los contextos socioculturales a los fines de mejorar las formas de convivencia y de vida. Asimismo, los educadores matemáticos están llamados a promover valores sociales y estimular actitudes favorables a la comprensión de los significados de los objetos matemáticos contenidos en el currículo mencionado.

Cabe destacar, que en el Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano se hace un nuevo planteamiento de la currícula escolar en cuanto a la organización de los contenidos matemáticos. Sin embargo, el mismo se encuentra en construcción. Es un proyecto en progreso que aun no ha sido institucionalizado en las leyes educativas como tal. Por lo expuesto, no se consideró su estructura cónsona para la investigación.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

La finalidad de toda investigación educativa está orientada a la búsqueda de soluciones. Investigadores como Keeves y Husén (2004, p. 26) hacen referencia a una “unidad de la investigación educativa” al señalar que los problemas educativos son complejos y que pueden ser abordados mediante diversos enfoques con la existencia de un solo paradigma que los englobe. En este sentido, se presenta a continuación el proceso metodológico que se siguió en la presente investigación.

Tipo y Diseño de Investigación

Según los objetivos del presente estudio se enmarca en el paradigma interpretativo. De esta manera, se pretende llegar a una comprensión de lo que sucede y qué significado dan los sujetos a la problemática abordada. Durante la realización del estudio se observaron los comportamientos de aprendizaje de los participantes durante un tiempo ininterrumpido (Goetz y LeCompte, 1988), para ello se empleó una metodología cualitativa que se caracteriza por su carácter idiográfico, al estar referida a la interpretación del sujeto, de lo particular, de lo subjetivo (Bisquerra, 1989).

Según la naturaleza de los datos, es una investigación de campo en la cual se utilizó el método etnográfico (Pérez Serrano, 2004), el cual permitió comprender los el contexto sociocultural de la conducta cognoscitiva de los informantes clave. En atención a ello, se desarrolló un diseño que se construyó a lo largo de la indagación, el cual se muestra a continuación:

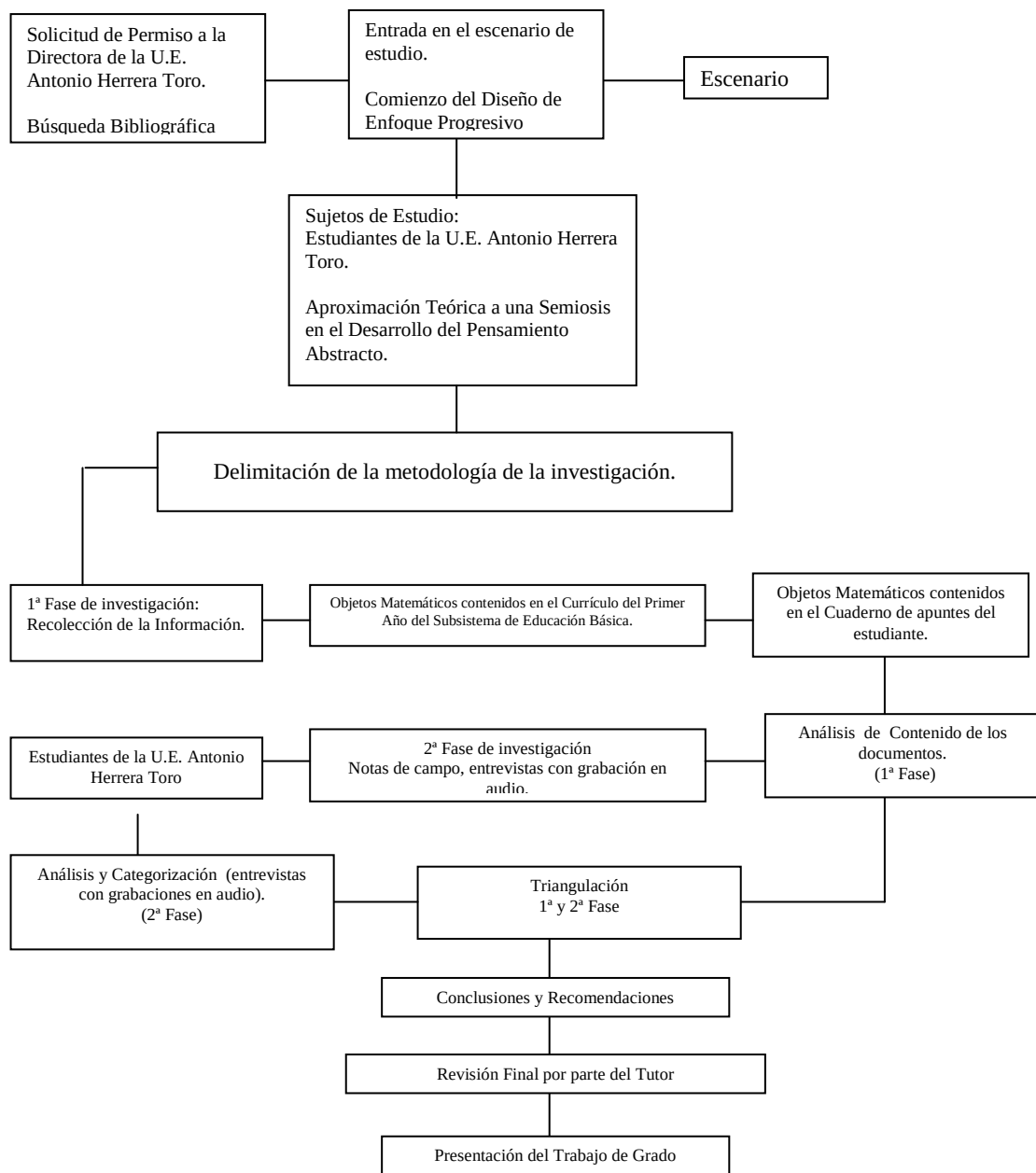


Figura 3: Diseño de Enfoque Progresivo (Elaboración Propia).

Conglomerado de Informantes

El estudio se aplicó a estudiantes de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro, el cual está ubicado en la Avenida Miranda del Municipio Valencia del Estado Carabobo.

Informantes Clave.

En la selección de los informantes se aplicó la muestra intencional o basada en criterios (Martínez Miguelez, 2009), del total de la población estudiantil se escogieron tres (3) estudiantes cursantes con materia pendiente matemática del primer año del Subsistema Educación Básica con edades comprendidas entre trece (13) y catorce (14) años, dos de sexo femenino y uno de sexo masculino.

Período de interacción humana vivenciada

Para el estudio de este grupo de informantes se empleó el método transversal al realizar la recogida de datos durante un lapso escolar (Bisquerra, op.cit.). Durante ese período se estructuraron cinco sesiones de actividades matemáticas con interacciones grupales e individuales y una sesión de entrevista personalizada con grabación en audio.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

En todo proceso de investigación es relevante la elección adecuada de los instrumentos de recogida de datos. Para Fox (1986), la calidad de la investigación no puede ser mejor que la calidad de los métodos que se utilizan para recoger y analizar

los datos. En función de los objetivos definidos se empleó técnicas de recolección de información orientadas a alcanzar los fines propuestos.

La primera técnica empleada fue la *observación participante*, porque permitió percibir la interacción individual y cooperativa de los sujetos durante la actividad matemática, Bisquerra (op.cit) señala que:

la observación se convierte en técnica científica en la medida en que: 1) sirva a un objetivo de ya formulado en la investigación,; 2) es planificada sistemáticamente; 3) es controlado sistemáticamente y relacionada con proposiciones más generales...; 4) está sujeta a comprobación y control de validez y fiabilidad (p.134).

La observación ha sido constante al desempeñar un doble papel, como investigadora y tutora de sesiones de aprendizaje. Para ello, se utilizaron notas de campo, las cuales sirvieron para asentar y detallar las experiencias que se observaron durante todo el proceso investigativo mediante un Diario de Sesiones. Tomando en cuenta a Samaja (2003), quien manifiesta que toda descripción de un objeto complejo puede realizarse mediante un sistema de matriz de datos y partiendo de observaciones previas, se establecieron los siguientes aspectos a observar:

Cuadro N° 3
Notas de Campo.

Instrumento de Observación	Aspectos a observar	Indicadores
Notas de Campo	Grado de Atención	Alto
		Medio
		Bajo
	Grado de Participación	Alto
		Medio
		Bajo
	Nivel de Razonamiento	Alto
		Medio
		Bajo
	Recurso Didáctico	Bueno
		Regular
		Por mejorar

A continuación se especifican cada uno de los aspectos que se observaron con sus respectivos indicadores:

Nivel de atención: expresiones corporales y visuales observadas en los alumnos durante las sesiones, interpretándolas como síntomas del interés de los estudiantes basada en recientes investigaciones en metodología observacional que sostienen que los movimientos del cuerpo son índices válidos de distintos procesos psicológicos (Anguera, Villaseñor, Lozada y Hernández, 2000). Los indicadores fueron:

- *Alto*: todos los informantes estuvieron atentos del desarrollo de los objetos matemáticos y de los comentarios del docente y de los compañeros, comportamiento puesto de manifiesto a través de las posturas corporales y de la conducta visual que dirigían su mirada al hablante.
- *Mediano*: alguno de los informantes estuvo distraído.
- *Bajo*: los informantes se mostraron distraídos y aburridos al no dirigir la mirada al hablante.

Nivel de participación: grado en que los informantes participaron, formulando preguntas relativas al contenido matemático desarrollado e intercambios de significados para comprender las tareas incluidas en el material escrito y las estrategias de resolución de las situaciones tareas/problemas planteadas. Los indicadores fueron:

- *Alto*: todos los informantes participaron activamente, intercambiando significados.
- *Medio*: Alguno de los participantes se mostraron indiferente o se resistieron a participar.
- *Bajo*: Un solo informante participó activamente.

Nivel de razonamiento: capacidad de razonamiento de los informantes al establecer relaciones y/o conexiones entre distintos objetos matemáticos y los diferentes

sistemas de representación semiótica: verbal, simbólico y gráfico. Los indicadores fueron:

- *Alto*: las preguntas y reflexiones elaboradas por los informantes, se refirieron a los aspectos más complejos de los distintos objetos matemáticos desarrollados en las sesiones.
- *Medio*: alguno de los informantes realizaba preguntas y/o argumentaciones consideradas de fácil comprensión.
- *Bajo*: escasas preguntas de los informantes manifestaron aspectos complejos de los contenidos desarrollados.

Recurso didáctico: presentación y desarrollo de los contenidos en el material escrito, correspondencia entre el número y nivel de exigencias de las tareas/problemas planteadas. Los indicadores fueron:

- *Bueno*: se desarrollaron todas las actividades diseñadas para las sesiones.
- *Regular*: se desarrollaron alrededor de la mitad de las tareas.
- *Por mejorar*: se llevó a cabo un pequeño porcentaje de las actividades.

Este instrumento fue elaborado con la finalidad de hacer seguimiento escrito y llevar un control del desarrollo de las sesiones y lo que acontecía. Asimismo, la investigadora mediante el diario de sesiones registró las acciones vivenciadas en la actividad, las propias impresiones e interpretaciones. En el mismo se recogió la información referida a lo que se planificó para cada sesión, las tareas realizadas, el desarrollo las mismas, actitudes y algunos planteamientos de los informantes clave y la autora de la investigación. Cabe destacar, que este instrumento constituyó un recurso flexible para la labor investigativa.

La segunda técnica aplicada fueron las *entrevistas no estructuradas personalizadas*, las cuales detectaron las destrezas y habilidades presentadas por los

estudiantes en la realización de las tareas matemáticas. Este tipo de técnicas es aquella que no lleva un guión preestablecido, sino que se formulan ciertas preguntas guías o generadoras, con la finalidad que la conversación fluya con libertad y flexibilidad. La intencionalidad es que surjan datos de relevancia para la investigación.

Se requirió la verificación de la capacidad deductiva de los informantes. Para ello, se procedió a la revisión de los diversos test disponibles. Luego de analizarlos se seleccionó el Test de Matrices Progresivas de Raven, el cual permite al individuo desplegar conceptos de algún nivel que hagan más fácil pensar sobre situaciones y acontecimientos complejos. Este instrumento estandarizado a mediados de los setenta en Gran Bretaña y a mediados de los ochenta en Estados Unidos, presenta figuras geométricas. Cada una representa una fuente o sistema de pensamiento. Cada serie integra una escala de matrices en orden de complejidad creciente, construidas para revisar de la forma más completa posible los sistemas del pensamiento. Se presenta un estímulo continuado y después de la interpretación, se deduce algo.

En total, son sesenta (60) matrices, las cuales se encuentran organizadas en orden de dificultad creciente. Las primeras series plantean variados problemas de educación de relaciones (percepción estructurada). A todas se les ha quitado una parte; en el área inferior se muestran varias opciones (de seis a ocho) para que el sujeto encuentre cual le falta a la matriz. Los elementos se agrupan en cinco series, cada una de las cuales contiene dos matrices en orden de dificultad creciente: el primer grupo de las series A, B requieren de precisión en la discriminación y el segundo grupo de las series, C,D,E tiene mayor dificultad, puesto que comprenden analogías, permutaciones y alteración del modelo. Los procesos objeto de estudio en las series son los siguientes:

Serie A: Completamiento del dibujo simple que envuelve la relación de semejanza.

Serie B: completación del dibujo con cambios progresivos.

Serie C: aprehensión de varias figuras como un todo a completar con los principios de: semejanza, asimetría y orientación de la parte.

Serie D: Razonamiento coherente por analogía con el razonamiento espacial mediante el cambio asimétrico en la figura modificada.

Serie E: Razonamiento abstracto por adición o sustracción de un carácter dado a una figura modificada.

En la presente investigación, cada figura fue presentada a los informantes en el orden preestablecido sin limitaciones de tiempo. Sin embargo, tanto la aplicación como el análisis difiere de la forma preestablecida tradicionalmente, porque en los ítem que se observaron respuestas incorrectas se le preguntaba a cada sujeto porqué había seleccionado dicha respuesta y la justificación oral se anotaba por escrito en el cuaderno de registro de la investigadora. Esto con el fin de observar la expresión semántica y pragmática de acuerdo al grado de dificultad que el problema presentó para los informantes.

Análisis de la información

La convivencia con los estudiantes en el contexto de investigación durante un lapso escolar permitió la oportunidad de efectuar análisis y comparaciones continuas entre las relaciones que se suscitaron entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos que se asociaron al desarrollo del pensamiento abstracto de los educandos. De esta manera se logró ajustar las categorías establecidas al proceso de aprendizaje matemático en un momento determinado.

Para ello, se utilizó la Triangulación (Bisquerra, op.cit.), técnica metodológica que permitió establecer en un primer nivel, la identificación y relación de los categorías referidas a las estructuras algebraicas (Piaget, op.cit.); y, en un segundo nivel, la organización de las relaciones asociadas entre elementos semióticos y el desarrollo del pensamiento abstracto.

En lo que respecta a los resultados obtenidos por medio del Test de Matrices Progresivas de Raven, éstos fueron analizados cualitativamente para la comparación acerca de la capacidad eductiva de los informantes en el proceso semiótico al ofrecer la solución a problemas con niveles de mayor dificultad y su posible asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto.

Validez Interna de los datos

Para garantizar la estabilidad, el nivel de congruencia y la concordancia interpretativa de los datos de la investigación (Goetz y LeCompte, op. cit), se procedió de la siguiente manera:

1ra. Fase:

a) Revisión documental del marco conceptual.

b) Revisión de los Objetos Matemáticos contenidos en el Currículo del Subsistema de Educación Básica, los cuales una vez que fueron categorizados en el marco conceptual se escogió como unidad de análisis curricular el de primer año, por cuanto representa el momento de transición entre el nivel de primaria y el de educación media (secundaria), el cual se considera que sienta las bases para el futuro desempeño matemático del estudiante, particularmente los referidos a las estructuras

aditivas y multiplicativas en los números enteros. Las categorías conceptuales seleccionadas fueron:

- Representación gráfica de los números enteros.
- Adición de números enteros.
- Sustracción de números enteros.
- Multiplicación de números enteros.

c) Verificar el aprendizaje de los Objetos Matemáticos contenidos en los apuntes del estudiante: las notas se registraron en el diario elaborado con la finalidad de facilitar la reflexión semiótica sobre los escritos realizados en la ejecución de las tareas por parte de los informantes clave durante las sesiones.

d) Análisis de Contenido de los documentos (Currículo y apuntes de los informantes).

2da. Fase:

a) Revisión de los instrumentos de evaluación aplicado por el docente/tutor en los momentos de la materia pendiente de la asignatura matemática de primer año.

b) Se organizaron cinco sesiones de aprendizaje con actividades grupales e individuales en las cuales se abordaron las categorías conceptuales antes mencionados (representación gráfica de números enteros, adición, sustracción y multiplicación de números enteros) por considerarse objetos matemáticos de relevancia para el desarrollo del pensamiento abstracto en el nivel de educación media del Subsistema Educación Básica.

c) Se realizó una entrevista personalizada a cada informante. La cual ha sido una valiosa fuente de información para los objetivos establecidos en la investigación. Las entrevistas se realizaron en un ambiente cordial, de respeto y empatía.

Para darle mayor confiabilidad al estudio las entrevistas fueron grabadas en audio con una micrograbadora con sistema activado de voz y con el respectivo consentimiento de los informantes. A continuación se describe la misma:

* *Duración*: se efectuaron en dos fases: la primera fase para la ejecución de las tareas/problemas que duró aproximadamente de 20 a 25 minutos y la segunda fase para la grabación en audio con un máximo de duración de 36 minutos y un mínimo de 20 minutos.

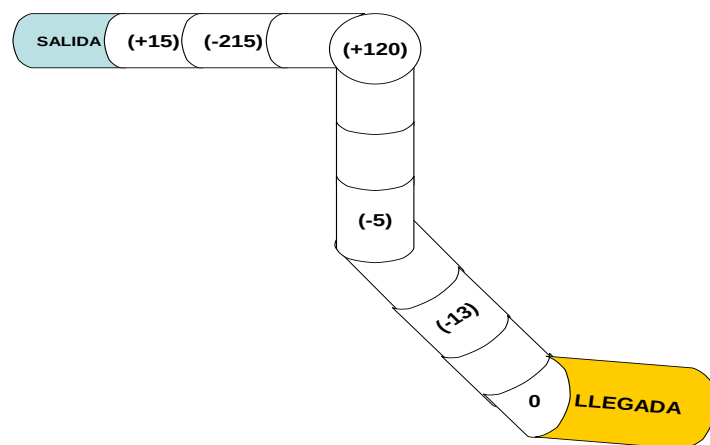
* *Número*: se consideró necesaria una sola entrevista a cada informante considerando el tiempo laborable de la autora de la investigación y el horario académico de las mismas.

* *Escenario*: Departamento de Control de Estudio y Evaluación de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.

* *Identidad de los individuos informantes*: se elaboró una ficha académica de cada entrevistado con nombres, apellidos, registro académico.

Las actividades que guiaron la entrevista fueron las siguientes:

1. Un corsa avanza 10 metros y luego retrocede 8 metros. ¿cuál es el resultado de la operación? ¿cuál es la distancia recorrida por el auto?
2. Juguemos justificando cada una de las operaciones realizadas.



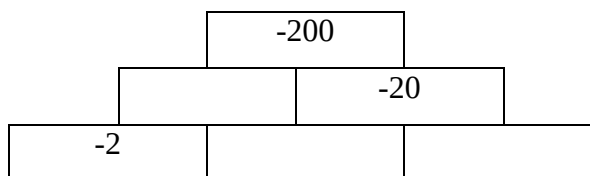
3. Realiza la adición o la sustracción que corresponda en cada ejercicio representándola en la recta numérica:

a) $(+5) + (-8) =$

b) $(-11) - (-13) =$

c) $(+4) - (+) =$

4. Cada uno de los bloques del montón reposa sobre dos bloques inferiores. El número del bloque representa la multiplicación de los números de los bloques sobre los que reposa. Completa los números que faltan.



a) ¿Cuál número multiplicó por (-20) ? Por qué.

b) ¿Cuáles números multiplicó en los bloques base de (-20) ? Justifique.

En un primer momento se le entregó a cada informante el material impreso con las actividades tareas, luego se inició la grabación en audio con el consentimiento de cada estudiante en la cual justificaban los procesos seguidos al resolver cada tarea. La conversación fue flexible y con respeto a las aportaciones de los entrevistados.

Cabe resaltar, que al solicitarles a los estudiantes su autorización para la grabación en audio se mostraron nerviosos, pero al explicar que la información grabada es confidencial mostraron receptividad y espontaneidad durante el diálogo. Al finalizar cada entrevista se le permitió a cada informante escuchar la grabación para la confiabilidad de los datos suministrados.

d) Análisis y categorización de las entrevistas con grabación en audio.

e) Triangulación de las diferentes fuentes de información (Pérez Serrano, op. cit.): consistió en el control cruzado de las diferentes informaciones recopiladas, como lo constituyeron las notas de campo, las entrevistas y Test de Matrices Generales de Raven, con el propósito de aumentar la validez y confiabilidad de la investigación. Este procedimiento permitió la comparación y categorización de los datos obtenidos y, a su vez, permitió la optimización de las inferencias de los resultados.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA INFORMACIÓN

Análisis Descriptivo de las Actividades

Los informantes clave son estudiantes cursantes del segundo año con materia pendiente Matemática de Primer Año. Para ello, el Departamento de Control de Estudios y Evaluación de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro asignó un docente tutor durante el período escolar 2010-2011, el cual debía orientar a dichos alumnos durante el proceso de actividades remediales y atenderlos para la verificación de los aprendizajes previa a la evaluación correspondiente.

Cuando se solicitó información al departamento, se pudo evidenciar que el docente empleó para la estrategia de aprendizaje un material fotocopiado que correspondía a páginas de textos de matemática con el contenido, cuyo registro semiótico mostraba dos recuadros: uno contenía tips sobre las reglas básicas de los algoritmos conceptuales a seguir y el otro un conjunto de ejercicios de aplicación. La verificación previa de los aprendizajes no la realizó el profesor, aduciendo que su tiempo era reducido debido a que tenía su carga horaria completa en aula de clases y no disponía de tiempo extra para atender a dichos estudiantes.

Cabe destacar, que los informantes tuvieron tres oportunidades previas para aprobar la asignatura pendiente. En las evaluaciones se evidenciaron debilidades semióticas en la ejecución de las tareas, tales como: dificultad para establecer la relación de orden entre números enteros, dominio deficiente de las estructuras

aditivas y multiplicativas en números enteros y números racionales, ausencia de significado de las estructuras simbólicas.

En base a lo anteriormente descrito, se efectuó una revisión de las pruebas aplicadas. En líneas generales, se muestra a continuación las evidencias sintácticas observadas:

Inciso 1

$$(-7) \boxed{>} 0$$

Inciso 2

$$(-3) \boxed{>} (-1)$$

Inciso 3

$$(+2) \boxed{<} 0$$

Inciso 4

$$0 \boxed{>} (+6)$$

Inciso 5

$$(+45) + (-60) = -105$$

Inciso 6

$$(+45) + (-60) = -80$$

Inciso 7

$$3^3 = 333 = 100$$

Inciso 8

$$(-3)^3 = 3.3.3 = 27$$

Inciso 9

$$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = 27$$

Inciso 10

$$\frac{5}{2} + \frac{1.1}{2} = \frac{16}{2}$$

Inciso 11

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$$

Inciso 12

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{0}$$

Figura 4: Compendio de respuestas incorrectas en Pruebas de Materia Pendiente. Tomado del Departamento de Control de Estudio de la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro.

Una vez finalizada la revisión de las diferentes pruebas, se procedió a la función del rol del investigador como participante en el proceso. Para ello, se organizaron cinco sesiones de aprendizaje en las cuales se abordaron como objetos matemáticos: representación gráfica, relación de orden, adición, sustracción y multiplicación de números enteros.

En la **Primera Sesión** se conversó con los informantes respecto a la metodología que se seguiría, los motivos por los cuales la investigadora compartiría con ellos durante cinco sesiones. Luego, se aplicó el Test de Matrices Progresivas de Raven, explicitando en cada una de las series lo que se requería para marcar la pieza faltante en cada figura. La finalidad de la aplicación de este instrumento fue que los estudiantes utilizaran habilidades de observación y de percepción para la deducción de la pieza faltante. El tiempo se prolongó con un máximo de cuarenta y cinco minutos. Los resultados se analizaron cualitativamente, partiendo de las respuestas incorrectas y la justificación de las mismas:

Informante 1:

La disposición de la estudiante al inicio de la aplicación de este test fue de fatiga cuando observó que las figuras presentadas eran figuras geométricas. Sin embargo, luego de las instrucciones dadas y una vez que se le daba tiempo para ofrecer las respuestas se mostró interesada. Las respuestas correctas de la serie A fueron en total nueve. Las tres incorrectas se muestran a continuación:

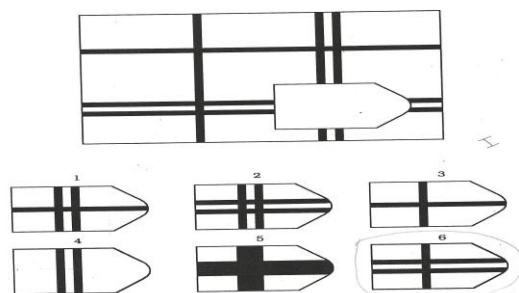


Figura 5: Respuesta de I₁ en A8.

R: “Por que son líneas que se cruzan entre sí en la pieza que falta”

Interpretación: la figura escogida no tiene congruencia con la imagen.

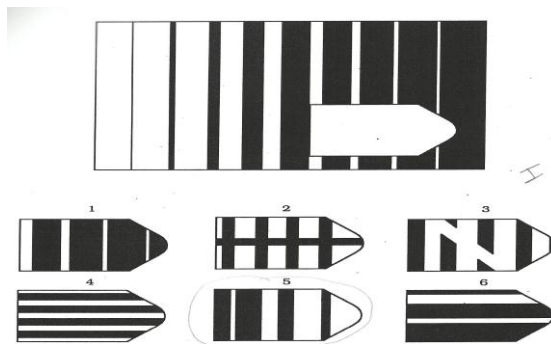


Figura 6: Respuesta de I₁ en A9.

R: “la número cinco es la que encaja en las líneas gruesas y delgadas de la figura”

Interpretación: orientación de la figura pasada por alto.

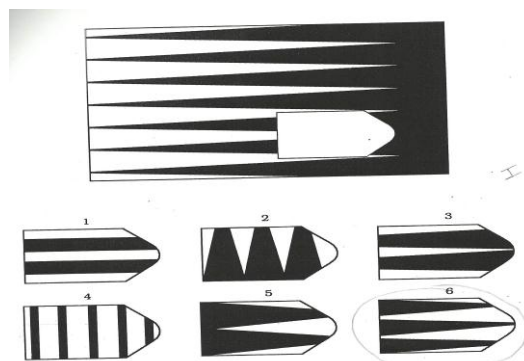


Figura 7: Respuesta de I₁ en A10.

R: “porque la seis es la pieza...eh.. bueno la que cumple con lo que se necesita en la figura, porque es como un rompecabezas profe”

Interpretación: la figura está mal orientada.

En las respuestas de la serie B las primeras seis respuestas resultaron correcta, mientras que las últimas seis fueron respuestas incorrectas. A medida que aumenta el

grado de dificultad, las respuestas correctas son menos frecuentes. En la serie B sólo obtuvo seis correctas.

En el caso de la serie C todas las respuestas resultaron incorrectas porque la informante no logró visualizar el patrón de cada figura. En la serie D obtuvo sólo una respuesta correcta y en la serie E sólo dos respuestas correctas. La capacidad eductiva de la estudiante es muy bajo al no haber obtenido una mayor cantidad de respuestas correctas en el primer grupo de las series (A, B) y en el segundo grupo de las series (C,D y E).

Informante 2:

El estudiante mostró confusión al momento de las instrucciones, luego de responder la primera tarea de la serie A se le aclararon las inquietudes presentadas y continuó normalmente con su material del test. Las soluciones correctas de la serie A fueron en total nueve y las tres incorrectas fueron:

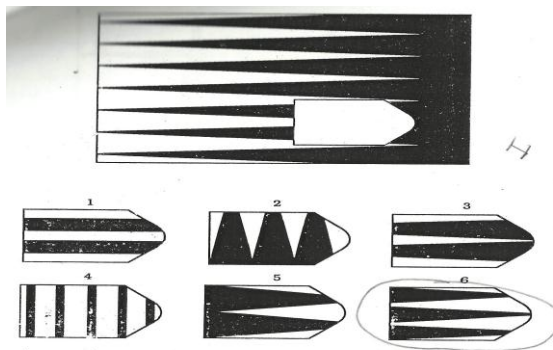


Figura 8: Respuesta de I₂ en A10.

R: “Por que... el dibujo... los espacios blancos entrarían con la del dibujo”.

Interpretación: la figura está mal orientada.

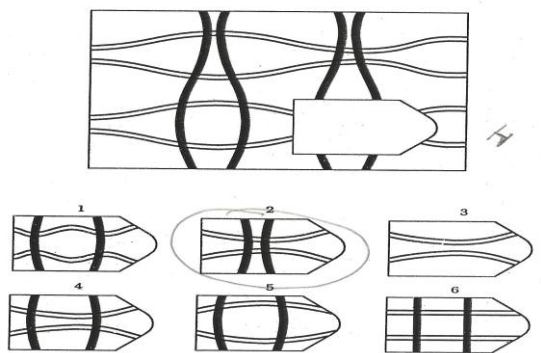


Figura 9: Respuesta de I_2 en A11.

R: "Por que son las cuerdas que... las cuerdas blancas que se cruzan"

Interpretación: completa una pauta lineal sin relacionarla con la otra.

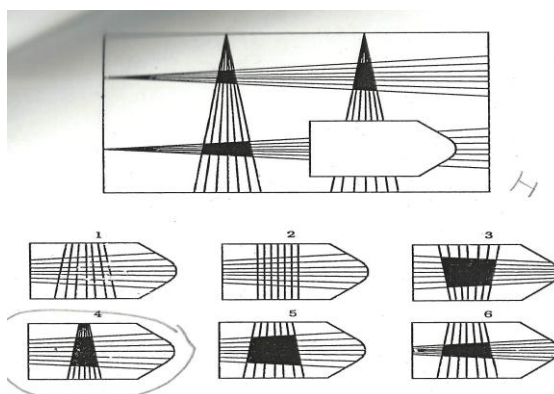


Figura 10: Respuesta de I_2 en A12.

R: "Las líneas acostadas son las que tienen la misma inclinación que la del dibujo"

Interpretación: combina figuras de modo incongruente.

En las soluciones ofrecidas en la serie B nueve resultaron correctas y tres incorrectas. En la serie C ofreció cuatro soluciones correctas y el resto incorrectas. En la serie D marcó sólo tres correctas y las restantes nueve incorrectas. Mientras, que en la serie E seleccionó una sola solución correcta y once incorrectas.

Se pudo percibir que el estudiante posee un bajo nivel de desarrollo en la capacidad

eductiva, al haber resuelto correctamente mayor cantidad de ítem en el primer grupo de las series (A, B) y una cantidad reducida de soluciones correctas en el segundo grupo de las series (C,D y E).

Informante 3:

La estudiante se mostró nerviosa al inicio, luego de recibir las instrucciones y a medida que se desarrollaba la actividad fue adquiriendo confianza. En cuanto a las respuestas de la serie A, diez resultaron correctas y sólo dos incorrectas. Estas últimas se muestran a continuación:

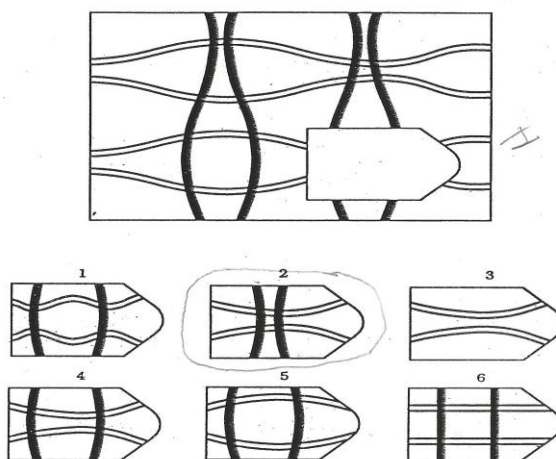


Figura 11: Respuesta de I₃ en A11.

R: “Las líneas negras y blancas se cruzan entre ellas y... las blancas se parecen a la figura que falta en el dibujo”.

Interpretación: completa una pauta lineal sin relacionarla con la otra.

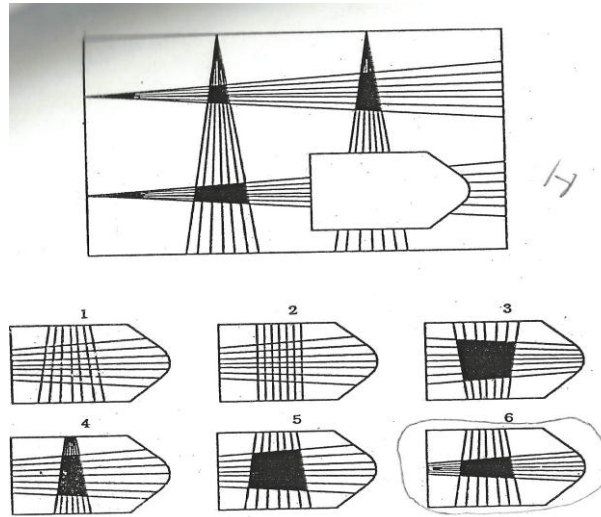


Figura 12: Respuesta de I₃ en A12.

R: "Eh.....son las líneas que al juntarse... forma el espacio negro del dibujo"

Interpretación: repitió la figura mostrada en la imagen.

Al observar las soluciones ofrecidas en la serie B, se pudo constatar que cuatro fueron correctas y ocho incorrectas. En la serie C no ofreció soluciones correctas. En la serie D marcó sólo tres correctas. Mientras, que en la serie E seleccionó una sola solución correcta. La frecuencia de las respuestas incorrectas en las últimas cuatro series permite señalar que la estudiante posee un bajo nivel de desarrollo de la capacidad eductiva.

A medida que el nivel de dificultad aumentaba en las series, se le dificultaba establecer el patrón o la relación de la imagen, la figura y la posible solución correcta, al haber resuelto correctamente mayor cantidad de ítem en el primer grupo de las series (A, B) y una cantidad reducida de soluciones correctas en el segundo grupo de las series (C,D y E). En los tres casos, la frecuencia de respuestas incorrectas son similares a lo largo de la revisión de las mismas en dicho instrumento.

En la **Segunda Sesión**, se inició la actividad verificando los aprendizajes sobre el Objeto Matemático (en lo sucesivo: OM) “adición en el conjunto de los números naturales”. La primera actividad planteada fue un problema aritmético aditivo de primer orden (o de una etapa):

Cuánto dinero tiene Betzabeth, si se sabe que la mamá le dio como regalo de cumpleaños trescientos sesenta bolívars y el tío Juan le regaló ochenta y cinco bolívars.

Al revisar los resultados en los apuntes de los informantes, se observó lo siguiente:

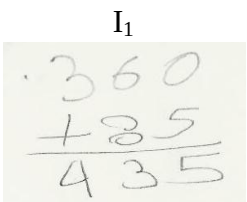
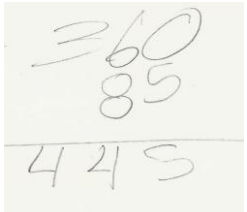
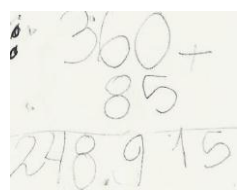
I₁	I₂	I₃
		

Figura 13: Respuesta de Informantes (problema aritmético aditivo 1).

Interpretación:

I₁: Al preguntarle al informante que justificara su resultado, manifestó: - *seis más ocho son trece*, - lo hizo contando desde seis -. Observándose que la estructura de agrupación de clases y la sucesión numérica no están consolidadas cognitivamente. De igual modo, se puede señalar que el significado establecido presenta distorsión semántica en la operación aditiva.

I₂: En este caso, la estudiante expresó: - *seis más ocho son catorce y tres más nada es tres*. Se percibe que la justificación verbal no se corresponde con la sintaxis desarrollada.

I₃: En la organización sintáctica de los sumandos, la estudiante lo hace correctamente. Pero en la conceptualización emplea una multiplicación inadecuada particular. Al manifestarle que justificara el resultado obtenido, expresó: - *cinco por tres quince, seis por tres dieciocho más uno diecinueve, como el cero no tiene valor no lo multiplico, ahora trabajo con ocho por seis cuarenta y ocho y ocho por tres veinticuatro*. Se puede observar que en vez de sumar multiplicó, iniciando el proceso por la izquierda, luego multiplicó seis decenas del primer factor con las tres centenas del mismo factor sumando la llevada, luego hizo lo propio multiplicando ocho sin tomar en cuenta el cero al considerar que no tiene valor.

Una vez verificados los procesos conceptuales aplicados por los sujetos clave en la adición, se hizo lo propio con la sustracción. Para ello, se presentó un segundo planteamiento:

El padre de Pedro le entregó 123 bolívars para que se comprara algunos materiales escolares que requiere para las clases. Pedro gastó en la librería un total de 98 bolívars al comprar un texto de matemática, un cuaderno y una caja de lápices. ¿Cuánto dinero le quedó a Pedro?.

En la revisión de los resultados, se verificó:

I₁	I₂	I₃
- 123	- 098	- 123
98	123	98
35	075	134

Figura 14: Respuesta de Informantes (problema aritmético aditivo 2).

Interpretación:

I₁: La estudiante justificó el resultado obtenido señalando: - *el tres le pide prestado al dos y se lee trece menos ocho que es igual a cinco y en el medio, como dos es menor que nueve le pide prestado al uno leyéndose doce menos nueve es igual a tres,*

quedando el uno sin nada. Es evidente que no hay uso del significado de la noción de valor posicional de cada cantidad, trayendo como consecuencia que el “pedir prestado” significa que la cantidad de la unidad requiere una decena para efectuar la sustracción y que por lo tanto la cifra de las decenas quedó con una decena menos, y de manera análoga en toda la operación.

I₂: La argumentación del informante es: *como Pedro gastó noventa y ocho se le resta a lo que tenía antes de hacer la compra.* La resolución de esta operación se ve afectada por la ausencia en la comprensión del objeto matemático “sustraendo” y “minuyendo” en la sustracción de números naturales, observándose que no percibe el orden de cada uno de los elementos y la identificación del valor posicional de cada cantidad que conforma las cifras.

I₃: La justificación de la alumna fue: - *como tres es menor que ocho le pide prestado al dos y al restar es igual a cuatro, lo mismo con el dos que es menor que nueve le pide prestado al uno y al restar es tres, y el uno menos nada es igual a uno.*

En atención a lo observado, lo planificado por la investigadora se debió ajustar para realizar aclaraciones conceptuales sobre los OM: “Sistema de Numeración Decimal” y el “Valor posicional de números naturales” para decantar los significados preestablecidos, los cuales son previos a la comprensión de la ampliación del Conjunto de Números Naturales hacia el Conjunto de Número Enteros, es decir, lograr el paso de la Aritmética al Álgebra.

En la **Tercera Sesión** se abordaron los OM: “Representación Gráfica de Números Enteros” y “Relación de Orden de Números Enteros”. Se inició con una lectura sobre la necesidad de ampliar los números naturales, luego se solicitó a los informantes que trazaran una representación gráfica de la recta numérica y se pudo verificar lo siguiente:

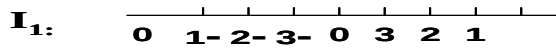


Figura 15: Respuesta de I_1 (Relación de Orden).

Interpretación:

En este registro se puede deducir que el OM “recta numérica” carece de significado para la estudiante, parece que prevalece un contexto cardinal en vez del contexto ordinal. Otro aspecto a resaltar, es el hecho que se ubica doblemente el cero como número y el signo – de las cantidades negativas ha sido colocado después del número representado. La relación de orden en la recta trazada y la noción de opuesto de un número natural denominado número negativo son conceptos ausentes de sentido y significado.

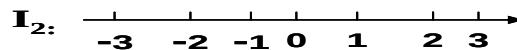


Figura 16: Respuesta de I_2 (Relación de Orden).

Interpretación:

En este caso, se percibe distorsión semántica al emplear escalas diferentes de unidades patrón para la ubicación de los puntos en la recta numérica para representar los números. La noción de magnitud y estimación entre dos o más cantidades son objetos matemáticos que no se avizoran en el panorama cognitivo de esta estudiante.

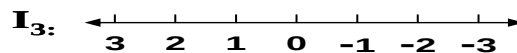


Figura 17: Respuesta de I_3 (Relación de Orden).

Interpretación:

En este caso, se percibe distorsión semántica al representar los números positivos del lado izquierdo y los números negativos del lado derecho del origen.

Luego, se empleó una estrategia con una cinta de papel cuyos extremos estaban recortados en forma de punta de flecha:

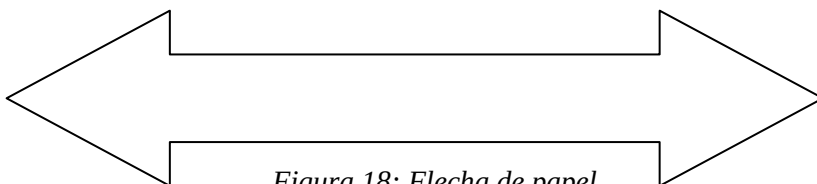


Figura 18: Flecha de papel.

se invitó a los informantes doblar la cinta de tal manera que los extremos se tocaran entre sí:



Figura 19: Doble de la flecha de papel.

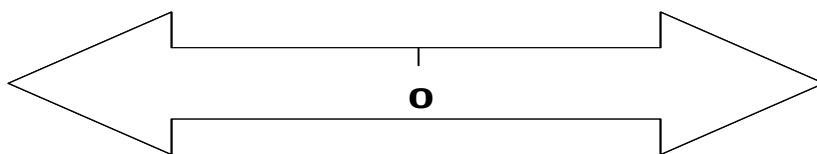


Figura 20: Representación gráfica del origen (cero).

luego en el lado derecho e izquierdo se ubicaron los puntos a igual distancia uno respecto del otro.

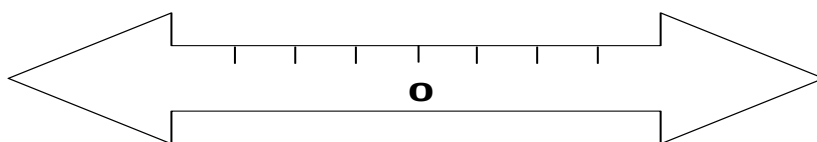


Figura 21: Representación gráfica de los puntos en la recta numérica.

Seguidamente, se les indicó a los alumnos “a cada punto ubicado del lado derecho del origen se le asigna un número positivo en orden creciente”.

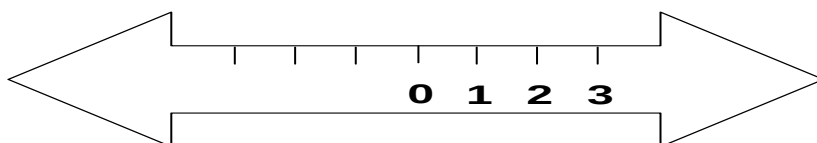


Figura 22: Representación cardinal y ordinal de cada punto en la recta numérica.

Ahora, en el lado izquierdo del origen “a cada punto se le asigna el número opuesto de los números positivos”, escribiendo el signo “-“ a su izquierda.

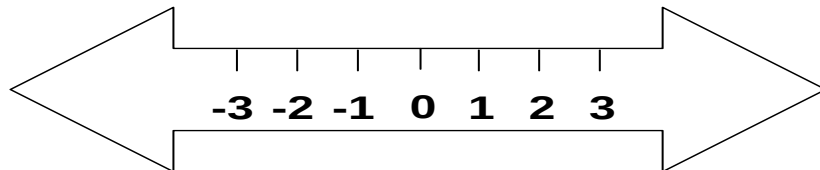


Figura 23: Representación de “opuestos” en la recta numérica.

Al doblar la cinta cada número debe coincidir con su opuesto “frente a frente”. Una vez que se ubican de esa manera podemos observar que el origen es el resultado de la adición entre ellos: Es decir, al contrastarlos se obtiene: $(+1) + (-1) = 0$.

Luego, se asignó la actividad:

Representa, en la recta numérica, cada par de números enteros y encierra con una circunferencia el número mayor de cada pareja: **a) 3 y -2** **b) -3 y -1**

Al revisar los apuntes, el trazado de la recta numérica era preciso y estaban correctamente representados la pareja de números, sin embargo al momento de identificar el número mayor se observó:

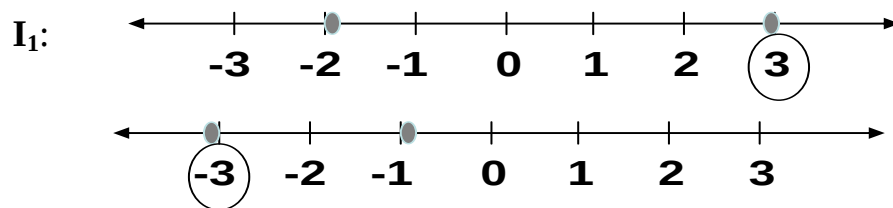


Figura 24: Respuesta de I_1 en representación gráfica de números enteros y relación de orden.

Interpretación:

Se puede percibir que en el primer par de números la identificación del número mayor está correctamente representada, sin embargo en el segundo ejemplo la

informante representó al entero (-3) como número mayor, presentándose dificultad en la significación de la relación de orden entre números negativos.

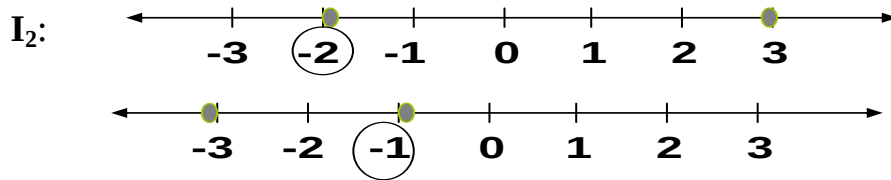


Figura 25: Respuesta de I_2 en representación gráfica de números enteros y relación de orden.

Interpretación:

Se puede percibir que en el primer par de números la identificación del número mayor está incorrectamente representada con el número (-2). Sin embargo, en el segundo ejemplo la respuesta es correcta. Al solicitarle al informante la justificación de sus respuestas, expresó que el número mayor es aquel que se encuentra más cercano al cero. En este caso, la comprensión de la relación de orden ha sido procesada con distorsiones semánticas que alteran el significado del objeto matemático.

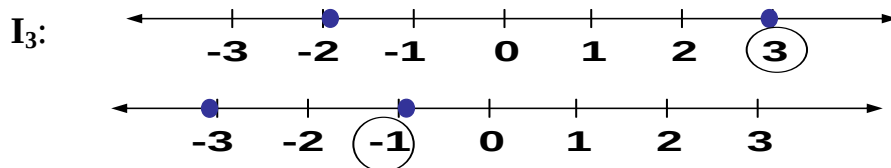


Figura 26: Respuesta de I_3 en representación gráfica de números enteros y relación de orden.

Interpretación:

La informante respondió correctamente en cada ejemplo, sin embargo al solicitarle que justificara las respuestas señaló que no tenía la explicación pero que así se lo había explicado el profesor que le daba clases particulares. Se evidencia un

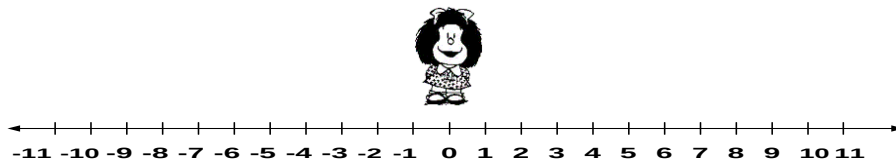
aprendizaje memorístico y repetitivo de patrones de enseñanza en el cual no hay significación del objeto matemático sino la ejecución de la tarea en cuestión.

Esta sesión culminó con la asignación de la actividad:

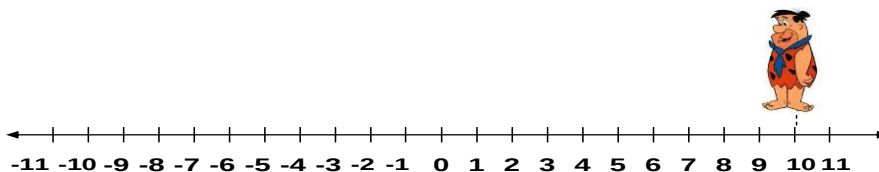
Representa en la recta numérica:

- a) *El número anterior y posterior a -1.*
- b) *El opuesto de -3*
- c) *Los números enteros comprendidos entre (-2) y (+1).*

En la **Cuarta Sesión** se desarrollaron los OM: “adición y sustracción de números enteros”. En primer lugar, se trabajó con la recta numérica, utilizando la tarea (hoja fotocopiada):



Mafalda avanzó nueve pasos, luego retrocedió siete pasos. Descansó un rato y luego avanzó dos pasos. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?



Pedro, desde el lugar en el cual se encuentra, retrocede quince lugares y luego avanza tres. Al rato, retrocede un lugar. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?

Figura 27: Tarea de Actividad de Inicio de Sesión Cuatro

Con estos planteamientos se pretendió introducir la adición de números

enteros con la noción de distancia, en el cual se asociaba a los números positivos como “avances” y a los números negativos como “retrocesos”. Se pudo observar que las estudiantes tienden a representar tanto los números como al resultado como puntos individuales en vez de la noción de desplazamientos para darle sentido al resultado. La dificultad de interpretación para otorgarle el significado a la operación de adición muestra que este modelo de enseñanza es insuficiente para la construcción del objeto matemático en cuestión.

Ahora, para consolidar la noción de “opuesto de”, se utilizó como estrategia una adaptación del Modelo Operatorio de Fichas en el Plano propuesto por Francisco Rivero de la Universidad de los Andes, adscrito al Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias en su obra “*Una representación semiótica para construir los números enteros*” (1997), al considerarlo pertinente para favorecer la comprensión de la temática.

En esta estrategia se usó cartulina en forma rectangular del tamaño de una hoja de papel bond carta (tablero) y fichas en foami de igual tamaño en colores blanco y negro para la construcción del concepto “opuesto de”. El tablero se dividió en dos zonas de áreas iguales trazando una línea vertical, el lado derecho representó cantidades positivas y el lado izquierdo lo correspondiente a cantidades negativas, de esta manera:

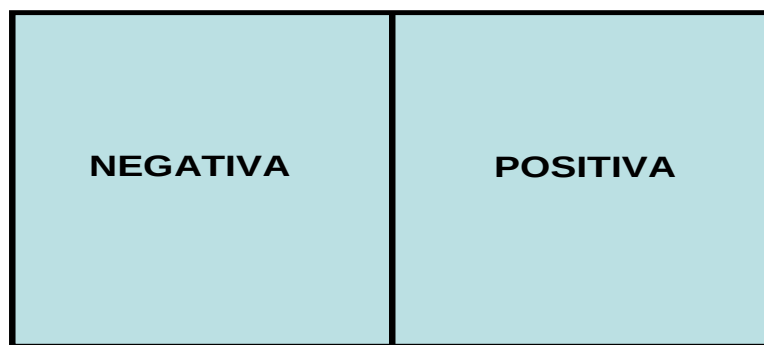


Figura 28: Tablero Didáctico “opuesto de”.

Se les explicó a los informantes que las fichas de color blanco se tenían que ubicar en el lado derecho y las fichas de color negro en el lado izquierdo.

A manera de práctica, se les dictó:

Andrés gana 5 puntos en la primera ronda del juego de cartas. Luego, en la segunda ronda pierde dos puntos. ¿Con qué puntaje terminó en el juego?

Se les solicitó que lo representara en el tablero. Las informantes lo hicieron correctamente, según se muestra en la figura:

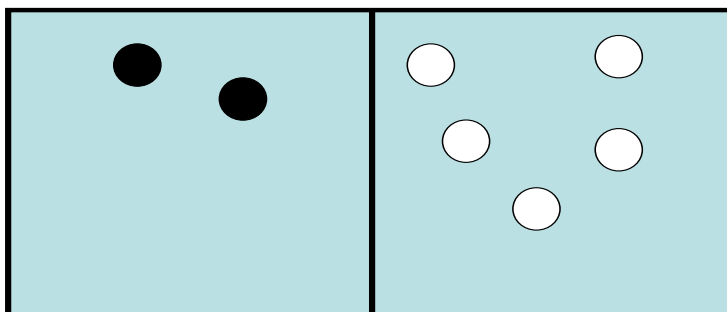


Figura 29: Representación en Tablero Didáctico.

Luego se invitó a las estudiantes que efectuarán la operación extrayendo la misma cantidad de fichas en ambas zonas del tablero. Se pudo observar que los informantes colocan las fichas de forma lineal, ya sea horizontal o vertical.

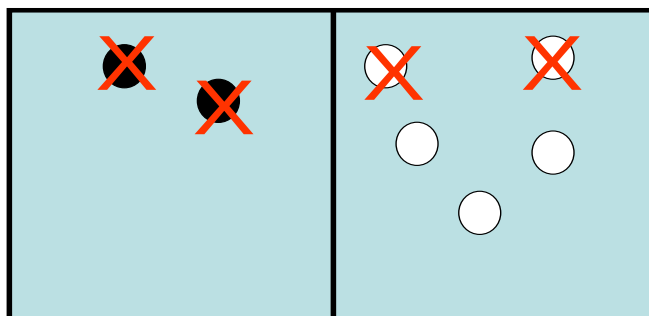


Figura 30: Extracción de fichas (propiedad cancelativa).

Las fichas marcadas con equis significa la extracción de las mismas (principio de cancelación). I₁ sacó de manera simultánea dos fichas en cada lado del tablero mientras que I₂ e I₃ lo hicieron sacando una ficha a la vez en cada lado.

Una vez que lo hicieron, se les preguntó: **¿En cuál lado quedaron fichas? ¿Cuántas quedaron?**, a continuación se muestra el tablero con las fichas restantes:

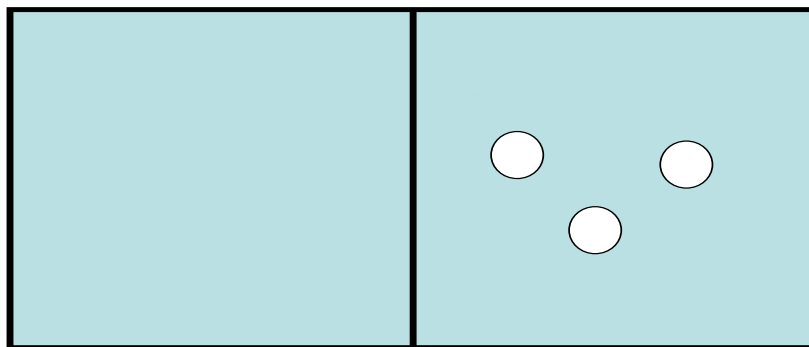


Figura 31: Cantidad de fichas obtenidas.

Luego, se escribió el resultado en la pizarra:

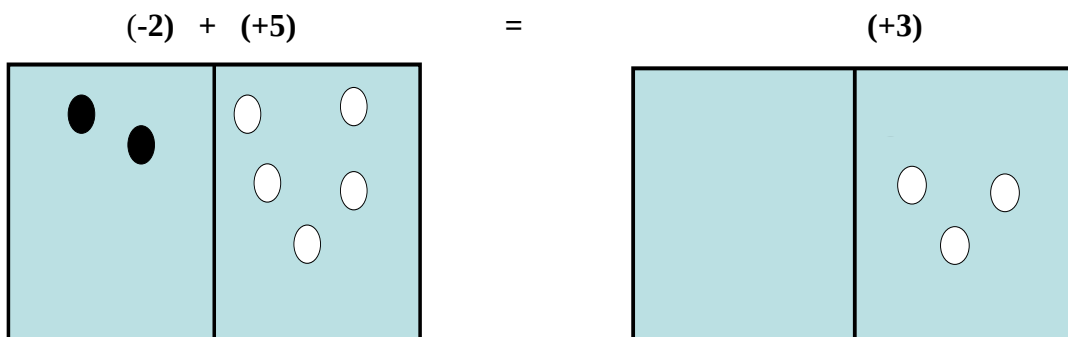


Figura 32: Comparación de operación original con el resultado obtenido.

Acto seguido, se les asignó la tarea de representar en el tablero la operación:

$(-4) + (-2)$ y en la revisión del resultado en el cuaderno de apunte se pudo observar lo siguiente:

I₁: **$(-4) + (-2) = (-6)$** , la informante manifestó: - *Profe, el resultado es la cantidad de*

fichas que se encontraban en el lado negativo.

Mientras que:

I₂: $(-4) + (-2) = (-2)$, en base a este resultado se le preguntó al estudiante cómo obtuvo ese resultado y contestó: *- porque la suma de números con distintos signos se restan y se coloca el resultado.*

Y por otra parte:

I₃: $(-4) + (-2) = 6$, al solicitarle la justificación del resultado la joven manifestó *- la suma de números con iguales signos se suman y se coloca el resultado con signo positivo porque es una suma.*

Interpretación:

Las respuestas emitidas por los informantes 2 y 3 muestran evidencia de repetición de las reglas de los signos para la adición y sustracción de números enteros, evidenciándose que los estudiantes asimilaron y adaptaron dicha información con base a la estructura cognitiva que poseen.

Una vez percibidas las dificultades presentadas, se procedió a dibujar en la pizarra el tablero con la representación del primer sumando:

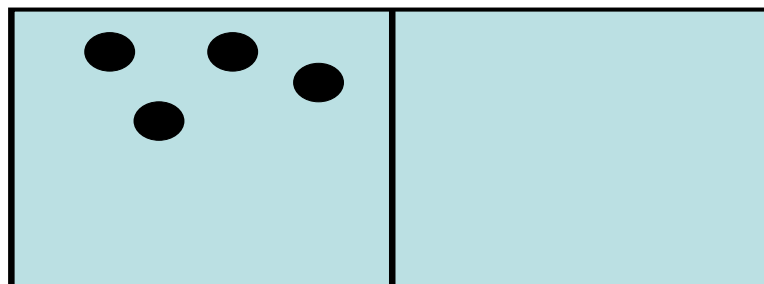


Figura 33: Representación del primer sumando. Caso 1.

Luego se representó el segundo sumando, quedando así:

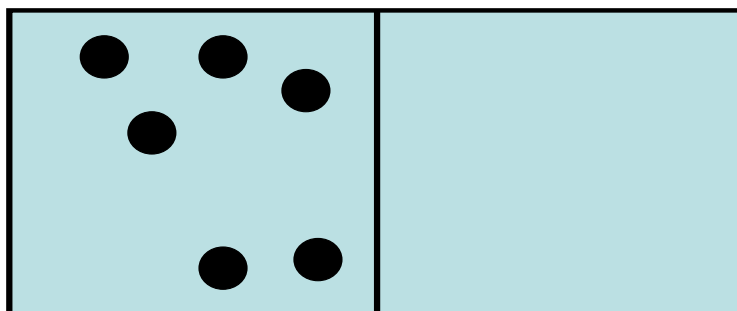


Figura 34: Representación del segundo sumando. Caso 1.

Se le preguntó a I_2 e I_3 , ¿Cuántas fichas se deben extraer del tablero?, ¿Cuántas fichas quedan en el lado positivo?, ¿Cuántas fichas quedan en el lado negativo?, ¿Cuál es el resultado de la operación?.

Al escribir en la pizarra, la operación queda representada de la siguiente manera:

$$(-4) + (-2) = (-6)$$

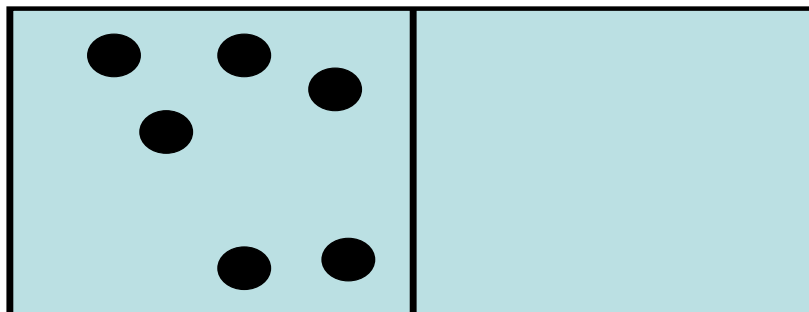


Figura 35: Resultado obtenido. Caso 1.

La actividad siguiente fue representar la operación $(+5) - (-2)$. Entendiendo el signo “-” como el “opuesto de”, señalándoles que debían ubicar las fichas tomando en cuenta esta condición.

Los estudiantes expresaron que no entendían. En tal sentido, se procedió a mostrarles la dinámica con un modelo que el investigador tenía en el escritorio. En primer lugar,

se deben ubicar las fichas correspondientes al primer sumando:

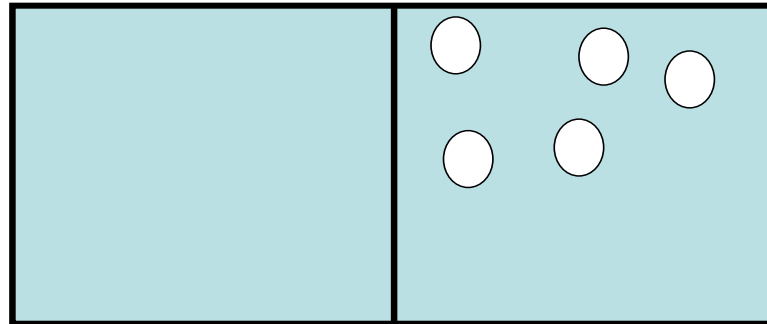


Figura 36: Representación del primer sumando. Caso 2.

Luego, el signo “-” inmediatamente a la derecha del primer sumando se lee “**opuesto del**” segundo sumando. En este caso, el opuesto de **(-2)**, **representado por las “fichas negras”**, es **(+2)** **representadas por las “fichas blancas”**.

Se aprovechó la ocasión para evocar el aprendizaje de la representación gráfica de números enteros en la recta numérica desarrollada en la sesión anterior [el opuesto de **(-2)** es **(+2)**], quedando el tablero de la siguiente manera:

$$(+5) - (-2) = (+7)$$

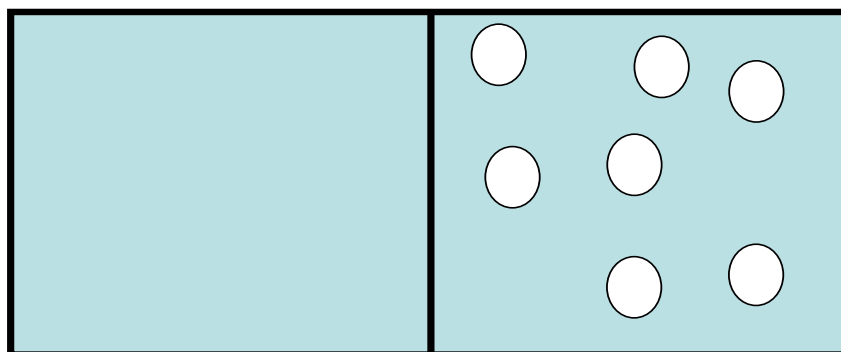


Figura 37: Representación del segundo sumando y resultado. Caso 2.

Luego, se les asignó que efectuarán las operaciones:

a) $(-7) + (+3)$. b) $(-2) + (+8)$. c) $(-8) - (+1)$.

Al cabo de cinco minutos, se hizo la revisión personalizada de la tarea, los

informantes 1 y 2 elaboraron correctamente la asignación, la informante 3 fue invitada a pasar a la pizarra para despejar las dudas que presentaba, tenía confusión con la noción de “opuesto de”.

Una vez que los tres informantes comprendieron la dinámica, ahora se les planteó la siguiente actividad como tarea:

1. *Juana tenía veinte bolívars para la merienda escolar de la semana. El lunes gastó cinco. El martes compró un jugo de que costó dos bolívars mientras que el miércoles pagó en la cantina seis bolívars. El jueves sólo compró un tequeño que le costó tres bolívars. Pero el viernes, le brindó a Lisbeth una empanada y debió cancelar nueve bolívars. ¿Cuál es el resultado de los gastos efectuados por Juana?, ¿le quedó dinero?, ¿gastó justo el dinero que tenía?, ¿quedó debiendo dinero al cantinero?.*

2. *Realice las adiciones y sustracciones de los siguientes números enteros:*

a) $(-11) + (+20) =$ **b)** $(+15) - (-2) =$ **c)** $(-9) - (-5) =$ **d)** $(+13) + (-15) =$

Las tareas asignadas al finalizar las sesiones se revisaron individualmente, a los fines de verificar los aprendizajes apprehendidos.

En la **Quinta Sesión** se inició con la actividad siguiente para verificar el aprendizaje de la sesión anterior:

Cuadro N° 4

En el siguiente recuadro se muestra la relación mensual de la cuenta de ahorro de un trabajador, al finalizar el mes verifique el saldo final.

CONCEPTO	Bolívares		
	EGRESOS (-)	INGRESOS(+)	SALDO
Saldo anterior	---	---	579
Pago de recibo telefónico	231	---	?
Pago del recibo de electricidad	176	---	?
Compras varias	478	---	?
Nómina del mes	---	1235	?
Saldo final del mes.	?	?	?

En la tarea, fue necesario orientar el proceso paso por paso realizando la evocación de los objetos matemáticos presentados en las sesiones anteriores. La finalidad de la actividad era introducir el OM "multiplicación de números enteros" mediante la suma reiterativa.

Para iniciar, se invitó a los estudiantes que resolvieran la siguiente adición:

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) =$$

Los estudiantes deben descubrir por ellos mismos otras formas de expresarlo de manera abreviada. La informante tres señaló:

I₃- El resultado es menos veinte. Profe, pero yo puedo escribir más dos por diez y me da el mismo resultado.

Con la respuesta ofrecida por la estudiante se constata que aún persiste la distorsión semántica en lo que se refiere a los números enteros positivos y los números enteros negativos. Por otra parte, la participación de los informantes uno y dos es pasiva. Es decir, no plantearon otras formas para resolver dicha operación. Retomando la misma estrategia del tablero, se les invitó para que representaran tanto la adición como la operación planteada por la informante tres para que compararan los resultados.

Una vez que se establece la verificación de los resultados, se procedió a expresar a los informantes que la multiplicación es una operación abreviada de una adición reiterativa, es decir, aquella adición en la cual el sumando se suma consigo mismo n cantidad de veces, ejemplo (escrito en la pizarra):

[illegible]

Sumando: (-2)

Cantidad de veces que se suma: (+10)

En este caso, se lee “**el opuesto de dos se suma diez veces**”: **$(-2) \cdot (+10) = (-20)$**

Luego, se planteó el siguiente problema para verificar la capacidad de resolver problemas multiplicativos:

La señora María debe cancelar al banco tres meses de la cuota mínima de la tarjeta de crédito Visa, correspondientes a los meses de Julio y Agosto. La cuota de cada mes es 27 bolívares. Cuanto debe pagar la señora María al banco.

Los estudiantes emplearon la sintaxis: **$(-3) \cdot (+27) =$** , luego colocaron la cantidad de fichas en el tablero. Las informantes uno y dos obtuvieron el resultado, mientras que la informante tres presentó dudas al escoger las fichas para obtener el resultado.

La **I₁** preguntó: - *Profe, si cambiamos de lugar los números, $(+27) \cdot (-3)$ se diría sumar veintisiete tres veces su opuesto.*

Para ello, se manifestó que lo representarán en el tablero y verificarán los resultados, Después de dos minutos, se dieron cuenta que obtuvieron el mismo resultado, verificando la propiedad conmutativa para la multiplicación de números enteros. Luego, se realizó un juego con dados, en total se utilizaron tres dados. Cada dado tenía números enteros.

El juego consistió en lanzar los dados en tres oportunidades, realizando la operación de multiplicación con los números obtenidos con la finalidad de observar las estrategias de resolución de los informantes (propiedad asociativa, elemento absorbente, elemento neutro) en la hoja de apunte facilitada por la investigadora.

Acto seguido, se le formularon las siguientes preguntas: ¿al intercambiar los factores,

se mantiene o se altera el resultado?. ¿porqué seguiste ese orden al multiplicar?.

Como actividad de cierre, se asignó la tarea siguiente:

- 1. Encontrar cinco pares de números que multiplicados resulten (-12).*
- 2. Encontrar un número entero de manera tal que al multiplicar dicho número por (-5) el resultado sea positivo. ¿Cuál número cumple con esta condición? ¿Hay otro número que satisfaga esta condición?*

Aplicación de las entrevistas

Fueron aplicadas a los informantes clave en el Departamento de Control de Estudio y Evaluación de manera personalizada. La duración de las mismas se realizaron en dos fases como se señaló en el capítulo tres: la primera fase para la ejecución de las tareas/problemas en un tiempo no mayor de 25 minutos y la segunda fase para la grabación en audio en los siguientes momentos:

I₁: Informante 1. Lunes, 13 de junio de 2011. Hora: 11 am.

Fase de Ejecución de tareas: 24 min. Fase de Grabación en audio: 36 min

I₂: Informante 2. Lunes, 20 de junio de 2011. Hora: 11 am.

Fase de Ejecución de tareas: 32 min. Fase de Grabación en audio: 28 min

I₃: Informante 3. Lunes, 27 de junio de 2011. Hora: 11 am.

Fase de Ejecución de tareas: 54 min. Fase de Grabación en audio: 6 min

Se consideró necesaria una sola entrevista a cada informante partiendo del horario docente de la autora de la investigación y el horario académico de los mismos.

A continuación se muestran los diálogos de las grabaciones en audio:

Fecha: Lunes, 13/06/2011

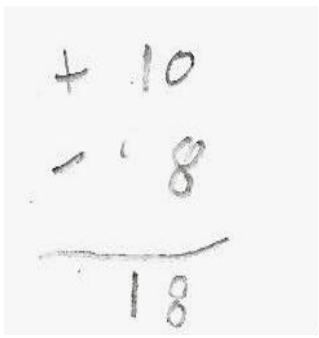
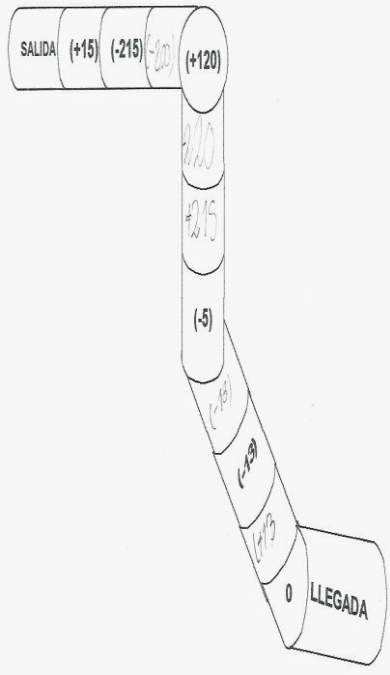
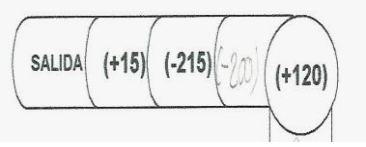
Hora: 11 AM - 12 M

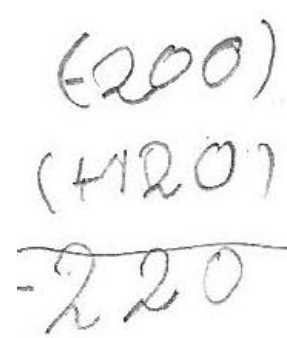
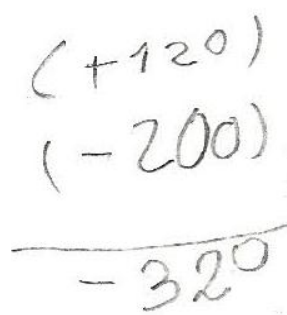
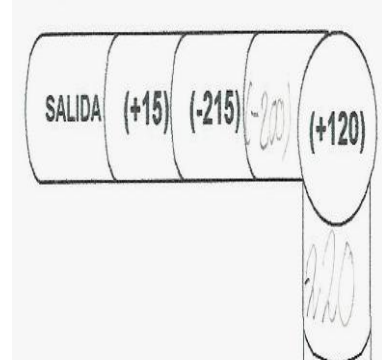
Duración: 1

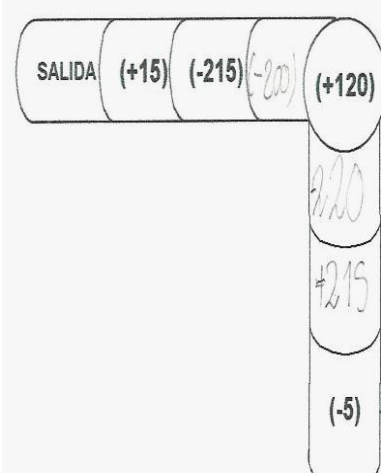
hora.

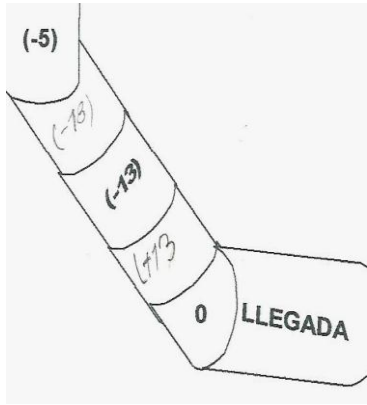
I₁: Informante 1

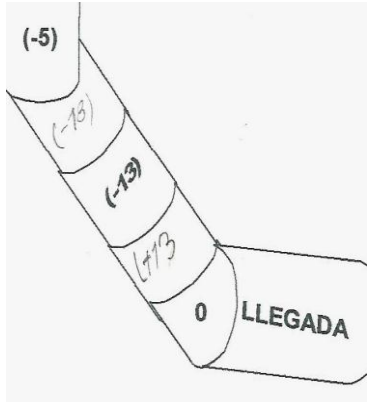
E: Entrevistadora

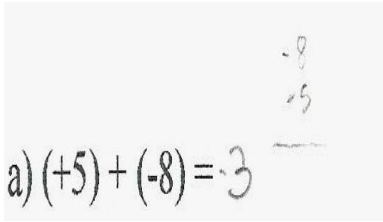
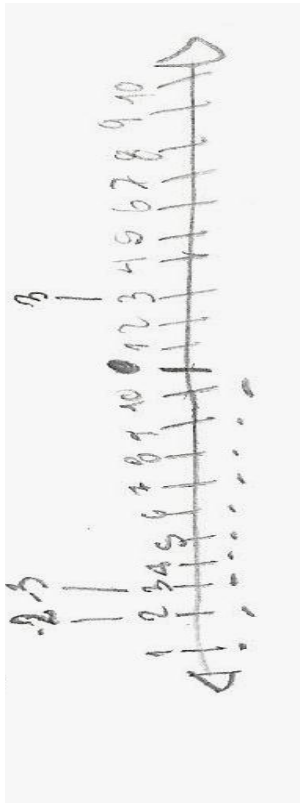
Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
1	E Bien, comenzamos con la entrevista a la informante número uno llamada Catherine. La pregunta número uno dice: Un corsa avanza diez metros y luego retrocede ocho metros, ¿cuál es el resultado de la operación? ¿cuál es la distancia recorrida por el auto?. Catherine, eh, dime qué hiciste para responder las preguntas, para resolver ese problema.	
2	I ₁ Hice una recta numérica por detrás y desde el cero avancé diez positivos y luego retrocedí ocho negativos.	
3	E Y, ¿cuál fue el resultado?	
4	I ₁ Menos dieciocho.	
5	E Y, ¿cuál fue la distancia recorrida por el auto?	
6	I ₁ Dieciocho.	
7	E ¿Por qué?	
8	I ₁ Porque, si son diez, aja, un corsa avanza diez metros y luego re..retrocede ocho metros, diez mas ocho son dieciocho.	
9	E Bien, en la segunda pregunta se especifica, juguemos justificando cada una de las operaciones realizadas. Empezamos con la salida en donde tenemos las dos primera casillas, mas quince menos doscientos quince, ¿cuál fue tu resultado?.	
10	I ₁ Menos doscientos.	
11	E ¿Qué hiciste allí?	
12	I ₁ Ahí tuve que... que restar.	
13	E Y, ¿cuál fue el resultado que obtuviste?	
14	I ₁ Menos doscientos. Luego	
15	E A menos doscientos, el cual fue el resultado que obtuviste, le.. ¿qué otra operación sigue allí?.	
16	I ₁ Mas ciento veinte.	
17	E Positivo o negativo.	
18	I ₁ Positivo.	
19	E Aja, ¿qué vamos hacer entonces?	
20	I ₁ Una ...	
21	E Apóyate en los resultados que obtuviste.	
22	I ₁ ... Una suma	

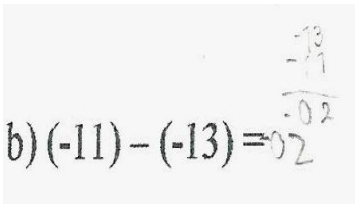
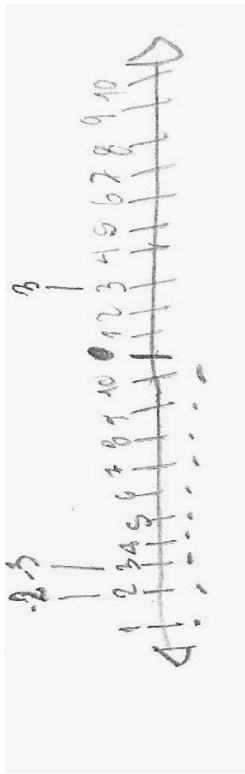
Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
23	E Una suma por qué.	  
24	I ₁ ... Si una suma porque aquí coloqué los números, tapé los signos coloqué el número mayor.	
25	E Y, cuál resultó ser el número mayor de acuerdo al procedimiento que acabas de decir.	
26	I ₁ Menos doscientos.	
27	E Aja, luego que colocaste el signo qué operación matemática realizaste.	
28	I ₁ Una suma.	
29	E ¿Por qué una suma?	
30	I ₁ ...	
31	E Aja, cuéntame por qué una suma.	
32	I ₁ ...	
33	E ¿Qué responde?	
34	I ₁ ...	
35	E No sabe la explicación, no sabe por qué sumaste.	
36	I ₁ ...	
37	E Si son signos diferentes, ¿se suman?.	
38	I ₁ Se restan.	
39	E Y, usted ¿qué hizo?	
40	I ₁ Sumar.	
41	E Y, ¿cuál fue el resultado que..le dio?	
42	I ₁ Trescientos veinte. Y, me debió haber dado ciento setenta, ciento ochenta.	
43	E Quiere decir, que en el momento que lo hiciste te equivocaste.	
44	I ₁ Si.	
45	E ¿Por qué?	
46	I ₁ Por que era restando.	
47	E Había que restar, ¿porque son signos iguales o diferentes?.	
48	I ₁ Diferentes.	
49	E Es decir, era un positivo con un negativo.	
50	I ₁ Si.	
51	E En base al resultado que obtuviste de la respuesta incorrecta, qué realizaste luego en el juego.	
52	I ₁ ...Coloqué doscientos veinte.	
53	E Que fue el resultado que obtuviste aunque era incorrecto. Luego qué tuviste que hacer.	
54	I ₁ ¿La siguiente casilla tenía un dato conocido? O, ¿estaba vacío?	

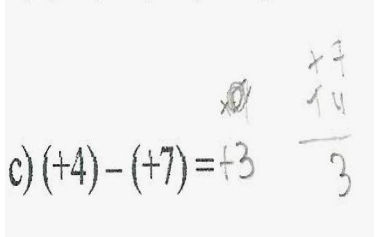
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
55	I ₁	Estaba vacío.	
56	E	En la siguiente casilla estaba vacía, y ¿la segunda casilla siguiente?	
57	I ₁	Si estaba. Tenía menos cinco.	
58	E	Ajá, con el resultado incorrecto que obtuviste más la casilla vacía, ¿qué debías hacer?	
59	I ₁	...	
60	E	Para que obtuviera menos cinco como resultado.	
61	I ₁	...	
62	E	El número que colocaste en la casilla vacía, ¿de dónde lo obtuviste?, ¿qué hiciste allí?	
		...	
63	E	Te recuerda que te dije que cuando estuviera vacío y tenía que obtener el resultado menos cinco tenía que buscar un número positivo o negativo que al efectuarlo con menos doscientos veinte obtuviese menos cinco, ¿te acuerda?	
64	I ₁	...sí.	
65	E	Y, ¿cuál fue el número que hallaste?	
66	I ₁	Doscientos quince.	
67	E	¿Qué signo tiene?	
68	I ₁	Mas.	
69	E	¿Por qué mas?	
70	I ₁	...	
71	E	Para que diera menos cinco, la cifra que colocara allí al restarlo o sumarlo con menos doscientos veinte tendría que resultar... menos cinco.	
72	I ₁	Menos cinco, hice una resta.	
73	E	Hiciste una resta, tapemos los signos para ver cuál es el mayor.	
74	I ₁	...	
75	E	¿Cuál es el mayor en valor absoluto?	
76	I ₁	Doscientos veinte.	
77	E	Y, entonces cuál es el signo del número mayor según el resultado incorrecto que obtuviste.	
78	I ₁	Menos.	
79	E	Por lo tanto, al efectuar la resta como tu dice se obtiene ¿menos cinco?, perfecto. Después, de menos cinco, viene la siguiente casilla, estaba vacía o tiene un	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
79	I ₁	dato conocido.	
80	E	Vacía.	
81	E	Y, después de esa casilla vacía vendría otra casilla. ¿Tenía o no tenía dato conocido?	
82	I ₁	Tenía un dato conocido.	
83	E	Ah... ¿qué dato conocido?	
84	I ₁	Menos trece.	
85	E	Bien, ¿qué hiciste allí?	
86	I ₁	Ahí, hice... hice... una resta.	
87	E	Aja, explícame.	
88	I ₁	Una suma.	
89	E	Una suma por qué.	
90	I ₁	Porque son signos iguales.	
91	E	Aja, y cuando son signos iguales que es lo que se debe hacer.	
92	I ₁	Una adición.	
93	E	Una adición, perfecto. Entonces, si sabemos que tenemos menos cinco y que el resultado debe ser menos trece, ¿cuál fue el número que obtuviste para sumarle menos cinco?	
94	I ₁	No entiendo (<i>susurrado</i>).	
95	E	Repito, si fue muy complicado lo que pregunté. El primer dato era menos cinco, la casilla siguiente estaba vacía y el resultado que debía obtener es menos trece. ¿Cuál fue ese número que al agruparlo o al adicionarlo con menos cinco dio menos trece? El que tú escribiste allí en esa casilla.	
96	I ₁	Menos dieciocho.	
97	E	Menos dieciocho. Tu acaba de decir, que debe sumarlo para que te de menos trece. Si sumamos menos dieciocho y menos cinco, ¿obtenemos menos trece?	
98	I ₁	No. Era una sustracción. Es una sustracción.	
99	E	Para hacer una sustracción, ¿tiene que ser de igual signo?	
100	I ₁	No, diferentes.	
101	E	Y, ese número que escribiste ¿tiene el mismo signo que menos cinco?	
102	I ₁	Si.	
103	E	¿Te diste cuenta en donde está el error?	
	I ₁	Si.	

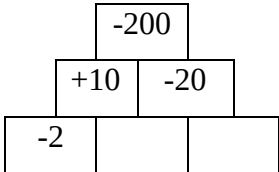
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
104	E	¿Dónde?	
105	I ₁	En el menos dieciocho.	
106	E	¿Qué debiste haber escrito?	
107	I ₁	Mas dieciocho.	
108	E	¿Mas dieciocho?, si...	
109	I ₁	Para poderlo restar.	
110	E	Al restarlo, mas dieciocho menos cinco tapando los signos ¿cuál es el mayor?	
111	I ₁	Menos dieciocho... mas dieciocho.	
112	E	Quiere decir que el resultado va a ser...	
113	I ₁	Menos trece.	
114	E	Mas dieciocho, tapando los signos es mayor; quiere decir que el signo del numero que tenga mayor valor absoluto, tapando los signos, el resultado tendrá ese mismo signo. Si el mayor es dieciocho y tiene signo positivo el resultado debería ser...	
115	I ₁	Negativo	
116	E	Positivo. Quiere decir, que tampoco resulta menos trece. Estamos en la disyuntiva si debimos o debiste adicionar o si debiste sustraer. ¿Cuál es ese número que al adicionarlo con menos cinco es igual a menos trece? En lenguaje coloquial, menos cinco significa deuda, debe cinco bolívares al final resulta que esta debiendo trece bolívares, ¿con cuánto te endeudaste para deba trece bolívares? Si al principio debía cinco...	
117	I ₁	Con menos dieciocho.	
118	E	¿Con menos dieciocho? Si al principio debía menos cinco y luego te endeuda con menos dieciocho ¿cuánto debe ahora?	
119	I ₁	Menos veintitrés.	
120	E	¿Es igual a menos trece?.	
121	I ₁	No.	
122	E	¿Cuál sería esa deuda para que sea menos trece?	
123	I ₁	...tenía que ser un menos...mas ocho.	
124	E	¿mas ocho? Cuando son signos diferentes	
125	I ₁	Se...uhm...	
126	E	Veamos..si efectuamos..	
127	I ₁	Se restan.	
128	E	Se restan, entonces no sería mas ocho, ¿sería?	

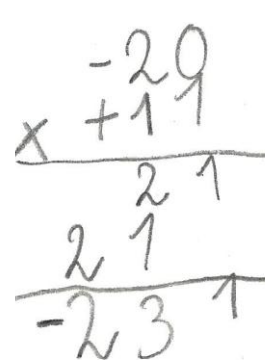
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
129	I ₁	Menos ocho.	 
130	E	Menos ocho, ¿para que sea?. Menos cinco menos trece ¿igual?. Menos cinco menos ocho, perdón, sería igual a...	
131	I ₁	Menos trece.	
132	E	Menos trece. Sigamos en la tercera pregunta, realiza la adición o sustracción que corresponda en cada ejercicio representándola en la recta numérica. Bien Catherine, en la primera actividad de la pregunta tres tenemos la siguiente operación matemática mas cinco mas, menos ocho. ¿Qué hiciste allí?	
133	I ₁	Tuve que tapar los signos y coloque, como el número ocho, el número menos ocho es el mayor...	
134	E	¿Mayor en?	
135	I ₁	Tapando los signos...	
136	E	Aja.	
137	I ₁	Lo coloqué de primero, luego como el número cinco es menor que el ocho lo coloqué debajo, ahí es como si estuviera... le voy a colocar un ejemplo como si estuviera en la cantina y quedé debiendo ocho bolívares, verdad, entonces yo abono cinco bolívares y quedo debiendo tres bolívares.	
138	E	Okey, cuando hiciste la operación que dijiste que primero ubicaste a menos ocho y de segundo ubicaste a mas cinco, menos ocho dentro de los elementos de la sustracción ¿qué representa? ¿El minuendo? o ¿el sustraendo?	
139	I ₁	El minuendo.	
140	E	Y, el ¿mas cinco?	
141	I ₁	Sustraendo.	
142	E	Muy bien. Y, ¿el resultado fue?	
143	I ₁	Menos tres.	
144	E	En la parte be, ¿cuál fue el resultado? Y explícanos, explícame ¿qué hiciste?	
145	I ₁	En el resultado, en... la operación be me equivoqué...	
146	E	¿Por qué?	
147	I ₁	... no, no me equivoqué. Porque, me colocan menos once menos, menos trece. Ahí coloqué el menos trece de primero	

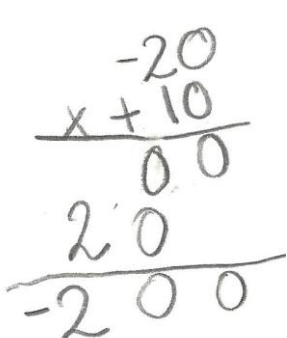
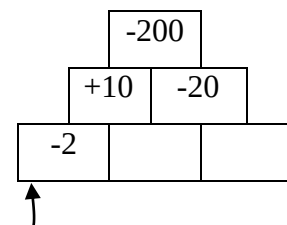
Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
148	E y el menos once de segundo, lo cual los dos resultados me dieron menos dos.	
149	I ₁ Eh, el resultado te dio menos. ¿Por qué?	
150	E Porque si tengo...	
151	I ₁ Bien, ¿cuál es el primer sumando?	
152	E Menos trece.	
153	E ¿Cuál es la operación principal en esta...	
154	I ₁ Menos once.	
155	E ¿Cuál es la operación principal en este ejercicio?	
156	I ₁ Repítame la pregunta por favor.	
157	E La operación principal en este ejercicio be, ¿es una adición o es una sustracción de números enteros?	
158	I ₁ Una sustracción.	
159	E Aja, porque entre los dos sumandos hay un signo negativo. Luego, tenemos el segundo sumando o, como es una sustracción, tenemos el minuendo y el sustraendo, que es menos trece, si. Bien, antes de ordenarlos de acuerdo al minuendo o sustraendo tenemos que tomar en cuenta la operación principal. ¿Te acuerda del tablero?	
160	I ₁ Si, de unidades y decenas.	
161	E Del tablero, de las fichas blancas y de las fichas negras.	
162	I ₁ Si.	
163	E ¿Las fichas blancas representaban?	
164	I ₁ Positivos.	
165	E Y, ¿las fichas negras?	
166	I ₁ Negativos.	
167	E Bien, y recuerda cuando hicimos los ejercicios que aparecía el signo menos entre cada sumando.	
168	I ₁ Si.	
169	E Te acuerda, que te explique que después del menos de la sustracción de número enteros el siguiente sumando sería el opuesto del signo que poseía. Es decir, aquí te dice, ¿menos once con el opuesto de quién?	
170	I ₁ Menos trece.	
	E Quiere decir, que cuando tu los ubicara para realizar la sustracción iba a colocar	

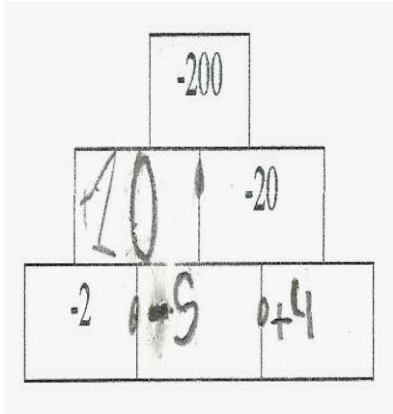
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
171	I ₁	el opuesto de menos trece. Y, ¿cuál es el opuesto de menos trece?	
172	E	...	
173	I ₁	Bien, no comprende lo que te estoy preguntando. Retomemos lo que practicamos con las fichas blancas y fichas negras. Si menos trece representa trece fichas negras y aquí te dice el opuesto de trece fichas negras, ¿cuál sería?	
174	E	Fichas... mas trece.	
175	I ₁	Es decir, trece fichas blancas. Cuando tu tenías que colocar aquí para ordenarlos, para realizar la sustracción debiste haber colocado, ¿menos trece o mas trece?	
176	E	Mas trece.	
177	I ₁	Recuerda, cuando el signo negativo aparece entre dos sumandos enteros, ese signo negativo significa que debe colocar el opuesto del siguiente sumando. En este caso, ¿el opuesto del siguiente sumando sería?	
178	E	Mas trece.	
179	I ₁	Mas trece. En el ejercicio ce, explícame ¿qué hiciste?	
180	E	...	
181	I ₁	Bien, ¿qué hiciste en el ejercicio ce?	
182	E	En el ejercicio ce... resté menos, mas cuatro menos, menos mas siete.	
183	I ₁	Menos mas siete, y ¿cuál fue el resultado?	
184	E	Mas tres.	
185	I ₁	¿Te dio positivo?	
186	E	Si.	
187	I ₁	¿Por qué te da positivo?	
188	E	Porque estoy sumando dos signos iguales.	
189	I ₁	¿Esta sumando dos signos iguales?	
190	E	...	
191	I ₁	Te acuerda la explicación que te hice con el ejercicio anterior. Cuando el signo negativo esta entre dos sumandos enteros.	
192	E	...	
193	I ₁	Trata de explicarlo con tus propias palabras, a ver.	
194	E	Tiene que ser el opuesto de.	
	E	El opuesto de quién en este ejercicio.	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
195	I ₁	De mas siete.	4. Cada uno de los bloques del montón reposa sobre dos bloques inferiores. El número del bloque representa la multiplicación de los números de los bloques sobre lo que reposa. Completa los números que faltan.
196	E	Y, ¿cuál sería el opuesto de mas siete?	
197	I ₁	Sería, vendría siendo siete fichas negras.	
198	E	Siete fichas negras, si tienes siete fichas negras y cuatro fichas blancas al realizar la sustracción de fichas ¿cuántas fichas te quedan?, ¿fichas blancas o fichas negras?	
199	I ₁	Fichas negras.	
200	E	Por lo tanto, ¿el resultado se representa con mas tres?	
201	I ₁	No.	
202	E	¿Cómo se representa?	
203	I ₁	Con signo negativo, osea menos tres.	
204	E	Y, ¿tu escribiste?	
205	I ₁	Con mas tres.	
206	E	Te diste cuenta dónde estamos equivocándonos.	
207	I ₁	Si.	
208	E	Bien, en la última pregunta veo que se te dificultó, no lo terminaste. Vamos a leer el planteamiento ... Es decir, tenemos una pirámide de bloques y el bloque superior	
209	I ₁	tiene un número entero, ese número entero resulta de multiplicar los bloques inferiores. Por que aquí dice que el número del bloque representa la multiplicación de los números de los bloques sobre los que reposa, completa los números que faltan. Tenemos que en el bloque superior de la pirámide de bloques ¿el número entero es?	
210	E		
211	I ₁	Menos doscientos.	
212	E	Menos doscientos. En la siguiente hilera de bloques tenemos dos bloques, que soportan el bloque menos doscientos, identificados con el menos doscientos. Tenemos que el bloque ubicado en el extremo izquierdo esta vacío y que el que esta ubicado en el extremo derecho ¿es?	
213	I ₁	Menos veinte.	
214	E	El número entero menos veinte. En la última hilera de bloques que constituye la base de esa pirámide de bloques tenemos, ¿cuántos bloques?	
215	I ₁	Tres.	
216	E	Tres bloques, el que está ubicado en el	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228	I₁ extremo izquierdo está identificado con qué número entero. E Con el menos dos. E Menos dos, mientras que los siguientes bloques que estan ubicados tanto en el centro como en el extremo derecho no tienen identificados los números enteros. Todos los bloques que no tengan identificados los números enteros debemos nosotros... I₁ Llenarlos. E Pero cómo lo vas a llenar, comenzamos con el bloque superior y observamos los bloques inferiores que están justamente debajo de ese bloque identificado con el número entero menos doscientos. Si el planteamiento del ejercicio te dice: <i>el número del bloque representa la multiplicación de los números e los bloques sobre los que reposa</i>, y el bloque superior es menos doscientos y en la hilera de bloques que está debajo, uno esta identificado con el número entero menos veinte, el bloque que esta vacío debe contener el número entero que al multiplicarlo por menos veinte debe ser igual a menos doscientos. ¿qué número entero colocaste? I₁ Mas once. E Mas once, si cuando multipliquemos mas once por menos veinte, ¿resulta menos doscientos?. Hiciste la multiplicación. I₁ No. E ¿por qué no la hiciste? I₁ Porque... E Fíjate bien, ¿cómo te orienta tu al responder?. La primera pregunta que se te hacía en el ejercicio es la siguiente: ¿cuál número multiplicó con menos veinte? Y ¿por qué?. I₁ ... E En la primera, cuál número multiplicó por menos veinte me dijiste menos once. Pero, ¿por qué?. Lo colocaste por intuición, porque se te ocurrió que era mas once o porque realizaste la operación	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
229	I ₁	matemática.	
230	E	Porque se me ocurrió.	
231	I ₁	Y, cómo se te ocurrió, explícame. ¿Por qué? A veces, nosotros, por cálculo matemático o cálculo numérico o cálculo mental decimos, ah menos tanto por menos tanto es tanto. ¿Así fue? O, fue por adivinanza, tu lo colocaste.	
232	E	No, yo estaba contando con los dedos cuando usted estaba ocupada.	
233	I ₁	Estaba ocupada mientras tu realizabas las operaciones matemáticas solita para poderte hacer la entrevista y verificar el procedimiento y tu razonamiento en cuanto a los resultados que obtuviste. ¿Se te dificultó hacer este ejercicio?	
234	E	Si.	
235	I ₁	¿Te faltó hacer otro resultado?	
236	E	Si, me faltó los tres bloques inferiores.	
237	I ₁	Bien, vamos hacer una cosa. Para verificar si te equivocaste en el cálculo mental multiplica mas once por menos veinte. Multiplicaste...	
238	E	Menos treinta y uno.	
239	I ₁	¿Menos treinta uno?	
240	E	No, menos doscientos treinta y uno.	
241	I ₁	Veo que multiplicaste, ¿uno por cero? ¿qué número colocaste?	
242	E	El uno.	
243	I ₁	¿Por qué hace así? (gesto) ¿Te equivocaste?.	
244	E	Si.	
245	I ₁	Aja, ¿qué resultado es?	
246	E	Cero.	
247	I ₁	Correcto, al ladito, déjalo allí. Vuélvelo a escribir. Bien, ahora vemos que uno por cero.	
248	E	Cero.	
249	I ₁	Uno por dos.	
250	E	Dos.	
251	I ₁	Dos, respetando el orden de las unidades y decenas. Perfecto, ¿cuál fue el resultado que obtuviste?	
252	E	Menos doscientos veinte.	
	E	Y, ¿cuál era el resultado que debiste obtener de acuerdo al número del bloque	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
253	I ₁	superior? Menos doscientos.	 
254	E	¿Es igual al resultado?	
255	I ₁	No.	
256	E	Quiere decir, que el número que tu ubicaste ¿es el correcto o es incorrecto?.	
257	I ₁	Incorrecto.	
258	E	¿Cuál cree tu que es el número que debe ubicarse allí? Que al multiplicarlo por menos veinte sea igual a menos doscientos.	
259	I ₁	Voy a multiplicar.	
260	E	¿Cuál fue el número que ubicaste para que el resultado fuese menos doscientos?	
261	I ₁	Mas diez.	
262	E	Ahora, entendiste.	
263	I ₁	Si.	
264	E	Bien, trata de hacer en la ultima hilera... fíjate bien, donde ubicaste a mas diez el reposa sobre dos bloques inferiores. ¿Cuáles son esos dos bloques inferiores?	
265	I ₁	El menos dos y el vacío.	
266	E	Y el vacío, como estos son los dos datos que tu tiene, porque si observa aquí en el siguiente bloque menos veinte debajo de él hay dos bloques pero los dos están vacíos.	
267	I ₁	Vacíos.	
268	E	Comienza con lo que tenga conocido. Con estos que están aquí. _____ ¿Cua'l es ese número, que multiplicado por menos dos es igual a?	
269	I ₁	Diez.	
270	E	Pero, diez positivo. A ver, escribiste mas cinco. Si multiplica menos dos por mas cinco, ¿Cuál es el resultado?	
271	I ₁	Mas diez... uhm, menos diez.	
272	E	Ahora escribiste...	
273	I ₁	Menos cinco.	
274	E	Menos dos por mas cinco, ¿es igual a?	
275	I ₁	Mas diez, porque dos signos iguales da positivo.	
276	E	¿En la multiplicación o en la adición?	
277	I ₁	En la adición.	
278	E	¿En la adición?, ¿qué operación matemática esta efectuando?	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
279	I ₁	Multiplicación. Ah! En la multiplicación.	
280	E	Bien, ¿qué te falta por obtener?	
281	I ₁	...	
282	E	¿Cuál es el dato que te falta para cumplir con la actividad?	
283	I ₁	El tercer bloque.	
284	E	Tienes el último bloque que debe multiplicarlo con quién.	
285	I ₁	...	
286	E	¿qué número colocaste?	
287	I ₁	Mas cuatro.	
288	E	¿Por qué?	
289	I ₁	Porque cinco por cuatro son veinte.	
290	E	Y, en cuanto a los signos.	
291	I ₁	Porque dos signos diferentes se restan.	
292	E	Aja, ¿estamos en la multiplicación o en la adición de números enteros?	
293	I ₁	Uhm... en la multiplicación.	
294	E	Entonces, esa no es la justificación. Porque si tu me esta diciendo que signos diferentes se restan cuando yo reste menos cinco mas cuatro no es igual a menos veinte. Estamos en presencia de la operación matemática multiplicación de números enteros. Al multiplicar esos números, qué debería dar de acuerdo al bloque superior.	
295	I ₁	Menos veinte.	
296	E	Y, da menos veinte.	
297	I ₁	Digo yo que si.	
298	E	¿No esta segura?	
299	I ₁	No.	
300	E	¿Por qué?	
301	I ₁	... simplemente, no estoy segura.	
302	E	Aja, no esta segura. Recuerda que la	
303	I ₁	¿multiplicación es una suma abreviada de	
304	E	números enteros?	
305	I ₁	...si.	
306	E	Si decimos, menos cinco por mas cuatro ¿cuál sería el sumando que se va a sumar cuatro veces?	
307	I ₁	...	
308	E	Cuál es el primer factor que tu escribiste?	
309	I ₁	Menos cinco.	

Fecha: Lunes, 20/06/2011

Hora: 11 AM - 12 M

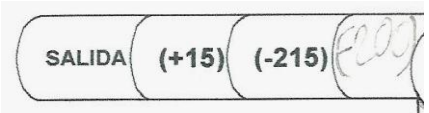
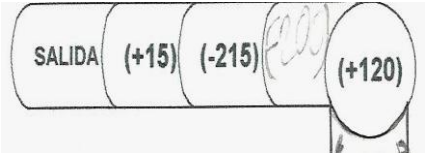
Duración: 1

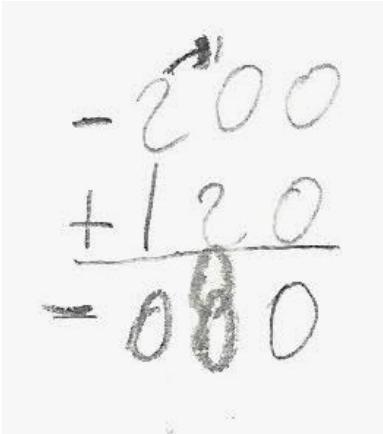
hora.

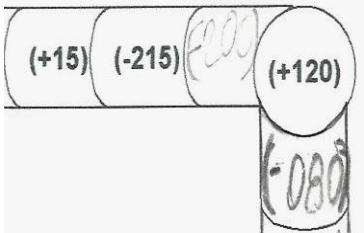
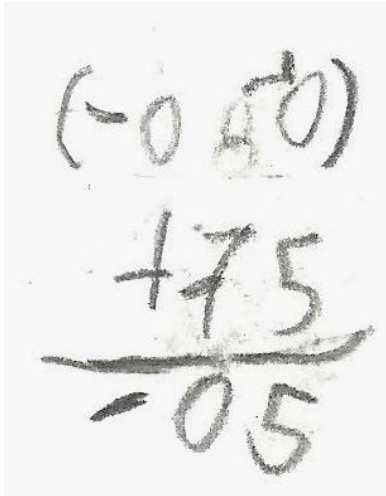
I₂: Informante 2

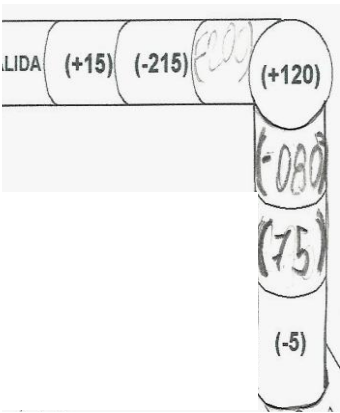
E: Entrevistadora

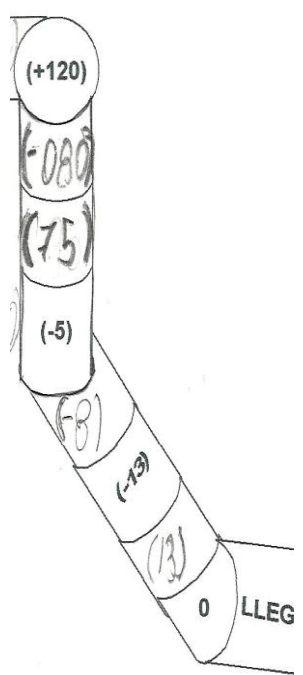
Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
1	E Estamos con la entrevista con el informante número dos, llamado César. César en el primer ejercicio, que corresponde a un Corsa avanza diez metros luego retrocede ocho metros ¿Cuál es el resultado de la operación?	
2	I ₂ Dos positivos.	
3	E Dos positivos ¿Por qué?	
4	I ₂ Porque hay es donde queda, queda del lado derecho de la recta numérica.	
5	E Y en cuanto a la respuesta ¿Cuál es la distancia recorrida por el auto?	
6	I ₂ Veintiocho metros.	
7	E ¿Por qué veintiocho metros en total?, ¿Por	
8	qué veintiocho metros? ¿Qué operación hiciste en esta ocasión? ¿Una adición de números enteros o una sustracción de números enteros?	
9	I ₂ La sustracción.	
10	E ¿Una sustracción de números enteros?	
11	I ₂ ... Aja, recorre veintiochos metros en total.	
12	E ¿Veintiocho metros recorre?	
13	I ₂ Total.	
14	E Pero la respuesta que tienes aquí es ¿veintiochos metros en total?	
15	I ₂ ...	
16	E ¿Por qué?	
17	I ₂ Ah, hay diecisiete metros.	
18	E ¿Diecisiete metros? Cuenta de nuevo.	
19	I ₂ Dieciseis.	
20	E ¿Cómo estas contando?	
21	I ₂ No ya va. Diecinueve, hay dios.	
22	E Cuenta de nuevo.	
23	I ₂ Si, es diecinueve metros recorrió.	
24	E ¿Diecinueve metros?, si avanzó diez y retrocedió ocho, ¿avanzó diecinueve metros?.	
25	I ₂ ... No.	

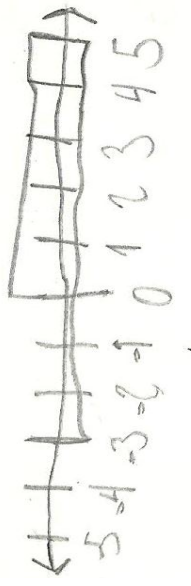
Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
26	E Imagínate que eres tú, avanzaste, supongamos que un metro es igual a un paso, avanzaste diez pasos y luego retrocediste ocho. ¿Cuántos pasos distes en total?	
27	I ₂ ... dieciocho.	
28	E ¿Es veintiocho o dieciocho metros?	
29	I ₂ Dieciocho.	
30	E Muy bien, ese da el resultado. Sigamos a la respuesta de la segunda pregunta. La segunda pregunta es como un juego, juguemos justificando cada una de las operaciones realizadas, vemos que comenzamos por la salida y seguidamente hay dos casillas que contienen dos números enteros, los cuales hay que o adicionarlos o sustraerlos, de acuerdo a los signos que posean, ¿Qué hiciste en las primeras dos casillas?	<i>B = Recorre 10 mt en total</i> 
31	I ₂ Una sustracción.	
32	E Aja y ¿Qué resultado te dio?	
33	I ₂ Menos doscientos.	
34	E Menos doscientos, en la siguiente casilla ¿Está vacía o contiene algún número entero?	
35	I ₂ Contiene un número entero.	
36	E Y ¿Qué hiciste en ese momento?	
37	I ₂ Una adición.	
38	E ¿Una adición?, ¿son signos iguales los sumandos?	
39	I ₂ No, a una sustracción.	
40	E Aja sustrajiste menos doscientos más	
41	I ₂ ...	
42	E Y ¿Cuál fue tu resultado?	
43	I ₂ Menos ciento veinte.	
46	E Aja muéstrame allí en la hoja escrita, cual fue la operación que realizaste, para verificar porqué te resultó menos ciento veinte.	
47	I ₂ Para ver, resté menos doscientos.	
48	E Aja. Menos más veinte. Explícame allí que hiciste.	
49	I ₂ Lo sustraje.	
50	E Aja, pero explícame paso por paso que hiciste para entender el resultado.	

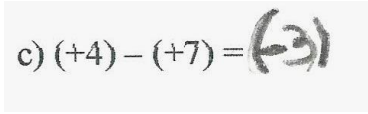
51	I ₂	... No nada, nada más lo hice.	
52	E	Aja lo hiciste pero explícamelo como que si lo estas haciendo tú, en voz alta. ¿Cómo procediste para restar?	
53	I ₂	Respondo cero por cero.	
54	E	Aja, ¿resultado?.	
55	I ₂	Cero.	
56	E	Y, luego.	
57	I ₂	Cero menos dos, dos.	
58	E	Cero menos dos, dos. ¿Así es?.	
59	I ₂	Si, bueno aunque al cero no se le puede restar nada porque es cero.	
60	E	Y, ¿qué se hace en ese caso?	
61	I ₂	Pedir prestado al número de al lado.	
62	E	¿Te acuerdas el valor numérico de cada cifra?	
63	I ₂	...	
64	E	¿En qué lugar estamos ubicados?, ¿en el lugar de las unidades, decenas o centenas?	
65	I ₂	En las centenas.	
66	E	En estos momentos, eh, la posición en que estas analizando la sustracción, es el de las decenas, el de las centenas.	
67	I ₂	...	
68	E	Cuando dijiste cero menos dos, ¿ese lugar pertenece al de las decenas o pertenece a las centenas?	
69	I ₂	A las decenas.	
70	E	Aja, quiere decir que el cero de las decenas requiere ayuda.	
71	I ₂		
72	E	¿De quién?	
73	I ₂	Del dos.	
74	E	Del dos que está ocupando ¿el lugar de las?	
75	I ₂	Centenas.	
76	E	Centenas. Realiza la operación.	
77	I ₂	Ocho...	
78	E	¿Este nuevo resultado es igual al que habías obtenido?	
79	I ₂	No.	
80	E	Quiere decir que debes corregir.	
81	I ₂	Si.	
82	E	Perfecto, permítame que no observe lo que estás haciendo allí. Aja, ¿Cómo se lee ese número entero?	

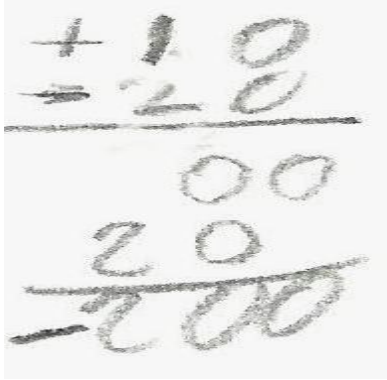
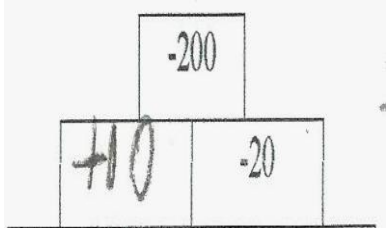
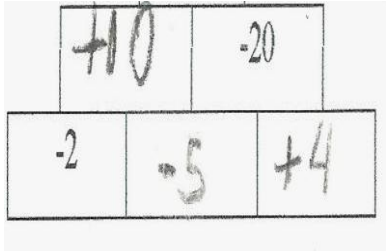
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
83	I ₂	Menos ochenta.	
84	E	Menos ochenta, en la siguiente casilla, ¿Estaba vacía o tenía un número entero escrito?	
85	I ₂	Estaba vacía.	
86	E	Estaba vacío, como no sabemos que número vamos a escribir allí o tu no sabías que número ibas a escribir allí, tenías otro dato que se encontraba en la siguiente casilla, ¿que número entero se encontraba en la siguiente casilla?	
87	I ₂	Menos cinco.	
88	E	¿Qué hiciste allí?	
89	I ₂	Sustraerlo hasta que me diera, este, bueno, tenía que sustraer menos ochenta por un número que me diera menos cinco.	
90	E	Con otro número ¿para que te diera?.	
91	I ₂	Menos cinco.	
92	E	Menos cinco como resultado, lo acabas de corregir, verifica si el número que estaba escrito, satisface que el restar de menos cinco, de lo contrario tienes que buscar cual es ese número, que al operar con menos ochenta resulte, menos cinco. Te recuerdas el tablero, donde ubicábamos las fichas blancas y las fichas negras.	
93	I ₂	...	
94	E	¿Las fichas blancas que representaban?	
95	I ₂	Números positivos.	
96	E	¿Y las negras?	
97	I ₂	Números negativos.	
98	E	Aja, si nosotros ubicásemos, o tú ubicaras ochenta fichas negras.	
99	I ₂	...	
100	E	¿Y el resultado tiene que dar cuantas fichas negras?	
101	I ₂	Cinco.	
102	E	Cinco, ¿Cuántas fichas blancas necesitarías colocar, de tal manera que al sustraer la misma cantidad de fichas blancas con la misma cantidad de fichas negras, queden cinco fichas negras?	
103	I ₂	...	
104	E	Aja, que estas haciendo, permíteme ver, que te esta sucediendo allí.	

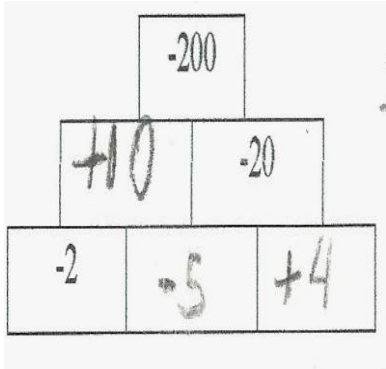
Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
105	I ₂	No encuentro el número.	
106	E	¿Que número acabaste de borrar?	
107	I ₂	Setenta y cinco.	
108	E	¿Positivo o negativo?	
109	I ₂	Positivo.	
110	E	Aja, escríbelo. ¿Qué sucede por qué lo borraste?	
111	I ₂	Porque no me dio.	
112	E	No te dio ¿por qué? Sustraer menos ochenta más setenta y cinco. ¿Por qué borras? Sustraer correctamente la operación que no lo estas haciendo.	
113	I ₂	...	
114	E	Aja, explícame en voz alta lo que estas haciendo.	
115	I ₂	Sustraendo, estoy restando.	
116	E	¿Qué estas restando?	
117	I ₂	Menos ochenta menos más setenta y	
118	E	cinco.	
119	I ₂	Resultado.	
120	E	Ah! quince.	
121	I ₂	¿Quince?	
122	E	No, no es quince. ¿Seguro? Explícame que estas haciendo para que te de quince.	
123	I ₂	No tengo la menor idea.	
124	E	Tienes que tener la menor idea.	
125	I ₂	...	
126	E	Explícame, ¿Cómo hiciste con el anterior?.	
127	I ₂	Lo reste y no me dio.	
128	E	Pero, explícame que hiciste.	
129	I ₂	Restar.	
130	E	¿Qué hiciste?	
131	I ₂	Sustraer.	
132	E	Entiendo lo que estas diciendo, voy a plantearlo de otra manera. Sustrajiste de que manera, explícame paso por paso que hiciste.	
133	I ₂	Este, este, para ver, como explicar.	
134	E	Es como que si tu lo estas haciendo pero en voz alta.	
135	I ₂	... aja, yo voy a restar cero menos cinco.	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
136	E Aja. I ₂ Pero como no pude llegar le pedí, el cero le pedio al ocho un uno prestado y se volvió diez.	
137	E Pero le prestó una ¿Qué? ¿Qué le prestó?.	
138	I ₂ Un número.	
139	E ¿Un número?	
140	I ₂ Si, el uno.	
141	E ¿El uno? Ah. Y luego se convirtió en diez, y después ¿Qué hiciste?	
142	I ₂ Restar diez menos cinco, y diez menos cinco y...	
143	E Aja, y en el siguiente paso ¿Qué hiciste?	
144	I ₂ Ocho menos siete, ah no siete menos siete.	
145	E ¿Por qué siete menos siete?	
146	I ₂ Porque el cero le quitó un número.	
147	E ¿Un número?	
148	I ₂ Y se volvió siete.	
149	E Okey, ¿Cuál fue el resultado? ¿Qué número usaste?	
150	I ₂ Eh, el uno de aquí.	
151	E ¿Cuál fue el número que usaste para que te diera cinco?	
152	I ₂ Setenta y cinco.	
153	E ¿Te dio menos cinco o te dio cinco positivo?	
154	I ₂ Menos cinco.	
155	E Okey, entonces ¿cuál es el número que va a escribir en el espacio que está vacío?	
156	I ₂ Ya, y ahora.	
157	E Aja, permíteme para ver. Tienes que partir, a partir de cinco. De menos cinco, ¡perdón!, tienes menos cinco, hay una casilla vacía y luego qué número hay.	
158	I ₂ Un menos ocho.	
159	E Esa casilla vacía escribiste menos ocho, pero, ¿qué número seguía? Después de ese menos ocho, ¿que escribiste?.	
160	I ₂ Menos trece.	
161	E Aja, ¿Por qué escribiste menos ocho?	
162	I ₂ No porque así me dio pues, y así no, para ver, así pude, así nos pudiese dar trece.	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
163	E ¿Trece? ¿o?.	a) $(+5) + (-8) = (-3)$  b) $(-11) - (-13) = (2)$
164	I ₂ Menos trece	
165	E Menos trece. Recuerda que en los números enteros, tenemos que identificarlos tal cual como son, porque así como tu te llamas César y yo me llamo Yely, los números enteros también tienen su nombre, porque sino los confundimos, ¿perfecto?. Vamos a la segunda, la segunda no, la tercera pregunta o el tercer ejercicio que debiste haber realizado, según la tarea que te asigne. Realiza la adición o la sustracción que corresponde en cada ejercicio representándola en la recta numérica. Aja tenemos el ejercicio A, el ejercicio B y el ejercicio C, ¿Qué hiciste en el ejercicio A?	
166	I ₂ Ah, apliqué la recta numérica para que me diera el resultado de menos tres, este para que me diera menos tres tuve que colocar en la recta numérica menos cinco y más menos ocho, más cinco más menos ocho.	
167	E Y ¿Qué resultado obtuviste?	
168	I ₂ Menos tres.	
169	E Aja ¿Lo tienes acá detrás de la hoja?	
170	I ₂ Si.	
171	E Okey. En el ejercicio B, ¿qué hiciste?	
172	I ₂ ..., lo mismo pero con diferente signo.	
173	E ...y, ¿Cuál fue el resultado?	
174	I ₂ Dos.	
175	E ¿Por qué dos positivo?	
176	I ₂ Porque así fue como me quedó en la recta numérica. Aja si tenía menos once, tenía que retroceder once veces.	
177	E Aja.	
178	I ₂ Once pasos, y después menos trece, tenía que retroceder trece pasos más.	
179	E ¿Retroceder?	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
180	I ₂	Aja. Hacia la izquierda, aja como tengo entendido que signos iguales se suman así fue como me quedó aquí, Umm me quedó un dos.	
181	E	Y en el ejercicio C.	
182	I ₂	Hice casi lo mismo que en el ejercicio A, pero aquí era cuatro más siete, menos siete.	
183	E	Más cuatro menos más siete, y ¿Cuál fue el resultado que te dio?	
184	I ₂	Once.	
185	E	¿Por qué te dio once?	
186	I ₂	Así fue como me quedó en la recta numérica.	
187	E	Aja para ver, muéstrame para ver la recta numérica. A ver. Aja, si aquí te dice, pregunto yo, como que si no se nada, más cuatro menos más siete, ¿Cuál es la operación matemática aquí, una adición o una sustracción?	
188	I ₂	Una sustracción.	
189	E	¿Qué sucede con este signo negativo antes del segundo sumando?	
190	I ₂	Indica que, el número que este a la izquierda es su opuesto, en este caso es más cuatro, y si.	
191	E	¿A su izquierda o a su derecha?	
192	I ₂	Ah, a su derecha.	
193	E	¿Quién está a su derecha?	
194	I ₂	Más siete entonces si seria su opuesto seria menos siete.	
195	E	Entonces seria más cuatro menos siete.	
196	I ₂	Seria menos tres.	
197	E	... Veamos la cuarta y último ejercicio. El cual te costó realizarlo. Cada uno de los bloques del montón reposan sobre dos bloques inferiores, el número de bloques representan la multiplicación de los números de los bloques sobre los que reposan, completa los números que faltan. Si observamos los bloques parecen una pirámide, quiere decir que el bloque superior de la pirámide contiene un número entero.	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
198	I ₂	Aja.	
199	E	Y los bloques que están debajo de él, que son como su piso, al multiplicarlos te tiene que dar igual a menos 200 y debajo de esos dos bloques a su vez también reposa otro piso que es como la base, y sucede lo mismo si hay bloques vacíos tienes que hallar o tenías que hallar cual eran eso números que al multiplicarlos lateralmente según los bloques, diera el resultado del bloque superior o el bloque de arriba, para contestar tenías que haber visto cuales eran los bloques que contienen números enteros conocidos y en base a ellos tenías que establecer que números enteros ubicar en los bloques vacíos que satisficiera lo que te pedía el ejercicio. La primera pregunta de este ejercicio decía ¿Cuál número multiplicó con menos veinte?	
200	I ₂	Más veinte.	
201	E	¿Por qué?	
202	I ₂	No, este más diez.	
203	E	Más diez y tú escribiste en el bloque.	
204	I ₂	Veinte, se me olvido que.	
205	E	Porque, habías multiplicado anteriormente con ese número.	
206	I ₂	Si.	
207	E	Ah y ¿te había dado menos doscientos?	
208	I ₂	No, me dio menos cuatrocientos.	
209	E	Entonces es el diez.	
210	I ₂	...	
211	E	Entonces, ¿cuál es el número?	
212	I ₂	Diez	
213	E	¿Menos o más diez?	
214	I ₂	Más diez	
215	E	Aja. En los bloques inferiores ¿Qué número ubicaste y por qué? ¿Cuáles número multiplicó para que el producto fuese menos veinte? En este caso. ¿Cuáles fueron esos números que utilizó?	
216	I ₂	Menos cinco y más cuatro.	
	E	A su vez a.. la pregunta no está allí, pero te la hago yo en este momento.	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240	I₂ El número que ubicates, ¿que ubicaste, sin la “s”!, en el bloque central, ese número entero al multiplicarlo por el bloque del extremo izquierdo tenía que dar como producto el bloque más diez. I₂ ...<i>(afirma con un gesto)</i> E ¿Cumple con esa condición, menos dos por menos cinco es igual a más diez? I₂ ...<i>(afirma con un gesto)</i> E Sí, ¿Por qué? I₂ Porque los signos iguales se suman. E Ah, los signos iguales se suman, ¿estamos en presencia de una suma algebraica de números enteros?. I₂ ... E En una multiplicación. I₂ En una suma. E ¿Estamos en una suma algebraica o en una multiplicación? I₂ En una multiplicación E Ah, y ¿en la multiplicación se suma? I₂ Umm, amm no, no necesariamente. E No necesariamente, entonces como se diría si estamos multiplicando. I₂ Este, menos dos por menos cinco. E ¿Es igual? I₂ A más diez. E Cuéntame ¿Por qué cuándo iniciaste hacer la tarea se te dificultó este ejercicio? I₂ No entendía nada. E Pero, ¿Por qué no entendías? I₂ Porque no me cabía en la cabeza, como era que lo tenía que hacer. E Aja, pero ¿en qué sentido no entendías lo que te solicitaba el ejercicio? I₂ No, no entendía lo que me solicitaba el ejercicio. E ¿Cuándo tú estás en el salón de matemáticas, o en salón con la profesora o en la actividad matemática, le entiendes a la profesor, ¿al profesor perdón!, o a la profesora, dependiendo del sexo de la docente o el docente?	

Nº Línea del Diálogo	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
241	I ₂	... depende de lo que me esté explicando.	
242	E	¿Qué es lo que se te dificulta más entre lo que es la adición de números enteros y la multiplicación de números enteros?	
243	I ₂	... no nada.	
244	E	O, ¿qué se te resulta fácil?	
245	I ₂	La adición.	
246	E	¿La adición? ¿Cómo te han enseñado en primer año con respecto a la adición de números enteros, que te decía el profesor?	
247	I ₂	... en este momento no me acuerdo.	
248	E	O, ¿cómo te lo aprendiste tú?	
249	I ₂	A mi me lo dijeron, este, que la adición era así como que, ..., no se...	
250	E	No recuerdas.	
251	I ₂	...	
252	E	Imagínate que estas en una evaluación diagnóstica de matemática, ¿recuerdas todos estos ejercicios, todas estas reglas, todos estos procedimientos matemáticos, cuando trabajes con adición?	
253	I ₂	...	
254	E	Para finalizar la entrevista con el informante número dos cabe destacar que al joven durante los 20 minutos que tardo para realizar la actividad, se observó que en el ejercicio número cuatro mostró dificultad en la comprensión de la tarea, hubo un momento en el que sus gestos mostraban algo de insatisfacción al no poder realizar la tarea, es por ello que hubo necesidad de, replantearle preguntas y replantearle distintas formas de comprensión hasta que entendió la actividad una vez que se le dio cinco minutos para descansar y retomar la tarea, luego de ese repare, perdón luego de ese descanso y retomar de nuevo la realización de la tarea el joven obtuvo mucha dificultad para efectuarla.	

Fecha: Lunes, 27/06/2011

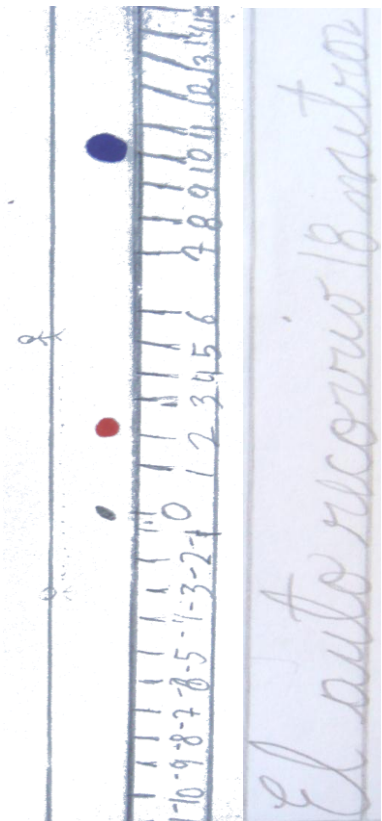
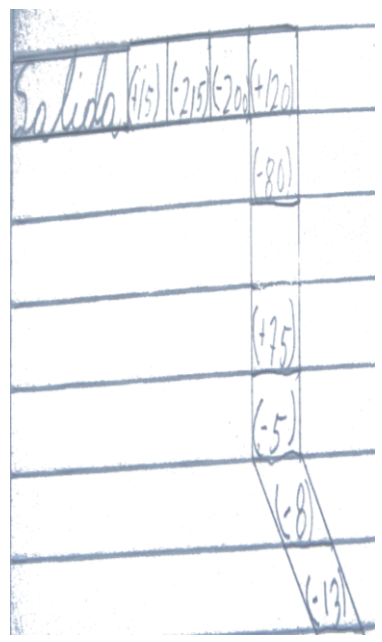
Hora: 11 AM - 12 M

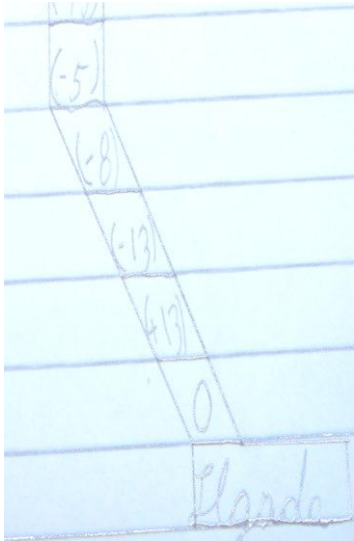
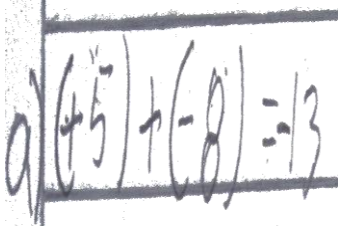
Duración: 1

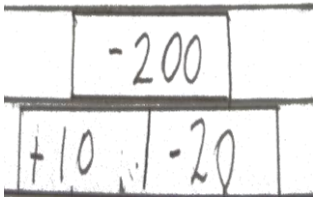
hora.

I₃: Informante 3

E: Entrevistadora

Nº Línea		Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
1	E	Aja, en la primera pregunta. Un corsa avanza diez metros y luego retrocede ocho metros, ¿Cuál es el resultado de la operación y cuál es la distancia recorrida por el auto? ¿Cuál fue tu respuesta?	
2	I ₃	Mi respuesta fue, este.., el corsa avanzó diez metros y retrocedió ocho, quedó en dos metros.	
3	E	Bien, y ¿Cuál fue la distancia recorrida por el auto corsa?	
4	I ₃	Dieciocho metros.	
5	E	¿Cómo, cuáles fueron los registros que utilizaste? Repito ¿Cuáles fueron los registros que utilizaste? Eh, a parte de restar como lo plasmaste en el.. ¿Utilizaste la recta numérica?	
6	I ₃	Sí, utilicé la recta numérica y luego sumé cuantos metros avanzó y...	
7	E	¿Recorrió?.	
8	I ₃	Recorrió...	
9	E	En la segunda actividad, en la parte que dice juguemos justificando. En el primer resultado ¿Cuál fue tu resultado?	
10	I ₃	Cero, ah, en el primer resultado fue doscientos, menos doscientos.	
11	E	En el, eh, después hiciste que menos doscientos más ciento veinte, ¿Cuál fue tu resultado?	
12	I ₃	Ochenta, menos ochenta.	
13	E	Menos ochenta. Aja, menos ochenta, tenía un espacio debajo de menos ochenta ¿Cuál número colocaste?	
14	I ₃	... más setenta y cinco.	
15	E	Más setenta y cinco, para que el resultado fuese.	
16	I ₃	... menos cinco.	
17	E	...Muy bien...Después de menos cinco, ¿Qué número escribiste para que sea igual a menos trece?	
18	I ₃	Menos ocho.	
19	E	Aja, explícame esa parte allí. Como que si yo no supiera el procedimiento. Tiene menos cinco.	

Nº Línea	Diálogo	Tarea Matemática Ejecutada
20	I ₃	
21	E Para que de menos trece. ¿Por qué colocaste menos ocho?	
22	I ₃ Este, tenía menos cinco y aquí un menos ocho para que me pudiera dar menos trece, ¿Por qué? Porque si ponía más cinco, verdad, si ponía más cinco me iba a dar era menos, perdón, me iba a dar más dos.	
23	E Bien, y seguido a esa... a esa casilla ¿Qué resultado tenías que obtener?	
24	I ₃ Tenía que obtener menos trece, verdad, después de esa venía.. que tenía que darle menos cero, le puse más trece verdad, porque como estaba en menos trece le puse más trece y me dio cero.	
25	E Ah, ¿El cero tiene signo?	
26	I ₃ ... no.	
27	E Como dijiste menos cero.	
28	I ₃ Perdón, cero.	
29	E Perfecto, en la tercera actividad, tenías tres ejercicios en la que tenías que realizar la adición o la sustracción de acuerdo a lo que correspondiera. En el ejercicio A ¿Cuál fue tu respuesta?	
30	I ₃ Menos trece.	
31	E Aja, ¿Por qué te dio menos trece? A ver, explícame.	
32	I ₃ Este, estaba la primera, estaba en más cinco, verdad, este el signo que estaba en el medio es más, es más, este y en el otro era menos ocho, le sume cinco más ocho me dio trece verdad, y le agregue el menos.	
33	E Y ¿en la ejercicio B?	
34	I ₃ Me dio menos nueve.	
35	E Explícame.	
36	I ₃ El primero estaba en menos once, estaba el signo menos, y en el segundo está menos trece verdad, reste menos once menos trece y me dio menos nueve.	
37	E Aja, y ¿en la ejercicio C?	
38	I ₃ En el ejercicio C está, umm, más cuatro menos más tres, le puse más uno.	
39	E ¿Por qué más uno?	
40	I ₃ Porque los dos signos tienen más.	

Nº Línea	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
41	E	Ah okey, y en la última pregunta que correspondía a la de los bloques, que tuve que más o menos orientarte para que entendieras la actividad, en este caso ¿Qué operación matemática había que hacer?	
42	I ₃	Había que multiplicar.	
43	E	Aja, ¿Cómo lo hiciste? Para ver.	
44	I ₃	Este, en el primer cuadro estaba doscientos verdad y yo en el segundo en una de la segunda pirámide, en la segunda parte, este estaba menos veinte y yo, a mi tocaba poner, este... poner a este, responder para que me diera menos doscientos, puse menos, menos 10 verdad, porque este veinte por diez son doscientos, verdad, entonces le agregue el menos, eran menos doscientos. En la tercera parte estaba nada más que un menos dos, y le agregue un menos cinco, y en el menos cinco, menos cinco por dos me daba diez verdad, eh y aquí cinco por cuatro son veinte.	
45	E	Bien, ¿Los signos los tomaste en cuenta en la multiplicación?	
46	I ₃	Sí.	
47	E	Explícame la parte de los signos para ver. Allí en la segunda. Multiplica los signos.	
48	I ₃	¿Aquí?	
49	E	Aja.	
50	I ₃	Umm.	
51	E	¿Cuál es el signo de diez?	
52	I ₃	Menos	
53	E	Y ¿El signo de veinte?	
54	I ₃	Menos.	
55	E	Multiplica los signos.	
56	I ₃	Tenía que haberme dado más, me equivoqué aquí, aquí tuve que haber puesto más diez, tenía que haber puesto más diez y aquí tenía que haber puesto más veinte, menos veinte.	
57	E	Ahí se mantiene igual porque eso es un dato que te da el ejercicio.	
58			
59	I ₃	Me daba ese dato pero aquí tenía que haber puesto más veinte, más mas.	
60	E	Corrígelo.	

Nº Línea	Diálogo		Tarea Matemática Ejecutada
61	I ₃	Más diez. Ahora sí porque.	
62	E	Ahora replantea. Ah, ahora sí.	
63	I ₃	Porque, más por menos me da menos.	
64	E	Ahora verifica los signos de abajo.	
65	I ₃	Menos.	
66	E	Verifícalos primero antes de corregir.	
67	I ₃	Menos, menos.	
68	E	Eh, verifícalos primero, has bien el análisis, ¿menos por menos?	
69	I ₃	...	
70	E	Ah, ahora sí. Te percataste que siempre hay que tener en cuenta, tener mucho cuidado al momento de operar en la multiplicación sobre todo con los signos.	
71	I ₃	Sí.	
72	E	Porque, ¿el signo puede alterar el?.	
73	I ₃	Resultado.	
74	E	El resultado. Muchas gracias por tu colaboración. Chao.	

Triangulación

Esta técnica de análisis permitió obtener los resultados de la investigación garantizando su validez y confiabilidad. La intención fue establecer relaciones entre los datos que se consideraron pertinentes y útiles. Para ello, se aplicó la triangulación de datos, que según Pérez Serrano (op. Cit.) consiste en la utilización de varios datos provenientes de diferentes fuentes de información (p.175). Una vez que se contrastaron las notas de campos, el Test de Matrices de Raven y las entrevistas se procedió a la siguiente fase.

Categorización

En toda investigación etnográfica constituye una etapa esencial el establecimiento de las categorías significativas que surgieron al analizar las diferentes fuentes de información. En la presente investigación se encontraron las siguientes regularidades y coincidencias resaltantes entre los informantes clave:

Categorías Significativas:

- Desconocimiento del carácter triple del signo menos: unaria (como número negativo), binaria (como operación sustracción), elemento simétrico (como propiedad aditiva).
- Ausencia de significado de la triple naturaleza de la sustracción de números enteros (diferencia entre dos números, quitar, completar).
- Sentido ambiguo del signo menos: No establece diferenciación entre el signo menos como número negativo (carácter unaria) y el signo menos como operación sustracción (carácter binaria).
- Dificultad para completar la tarea cuando falta un dato.
- Uso de respuestas espontáneas sin comprensión de su significado.
- Aprendizaje ingenuo tipo espejismo de los objetos matemáticos.

- Dificultad para descomponer la operación sustracción en sus componentes: minuendo y sustraendo.
- Predominio en representar resultados como puntos aislados de desplazamientos vectoriales en la recta numérica.
- Dificultad en la comprensión lectora de la tarea.
- Aplica las propiedades multiplicativas como propiedades aditivas.
- Uso incorrecto de las reglas multiplicativas de los signos en números enteros.
- Confusión léxica y sintáctica de números enteros.

Síntesis Interpretativa del Etnógrafo

La autora del presente trabajo hace referencia a un aprendizaje ingenuo tipo espejismo de los objetos matemáticos, el cual consiste en la adquisición de conocimientos matemáticos mediante un conjunto de esquemas que no están lo suficientemente consolidados para producir y/o construir correctamente nuevos conocimientos matemáticos. Este tipo de aprendizaje, caracterizado por la manera particular en la que el sujeto cognoscente le asigna significado a los objetos matemáticos, de cierto modo distorsiona la base semántica de los objetos matemáticos previos y, posiblemente, dificulta la comprensión de los nuevos sistemas de significación matemáticos.

En las respuestas ofrecidas por los informantes clave, se observó de manera general que mostraban dificultad en la aplicación de las propiedades aditivas y multiplicativas de los números enteros. En lo que respecta a los informantes uno y dos, se pudo evidenciar que el discurso sintáctico y fonológico es débil al momento de justificar sus respuestas. Estos resultados obtenidos, conllevan al etnógrafo a la continuación de la investigación en la búsqueda de alternativas que propicien nuevos aportes teóricos para explicar estos fenómenos semióticos presentes en la educación matemática.

CAPÍTULO V

DISQUISICIONES HOLÍSTICAS Y CONCLUSIVAS DE LA INVESTIGACIÓN PERTINENTES AL CONTEXTO ESTUDIADO

Se considera que la finalidad principal de la educación matemática es desarrollar la capacidad de abstracción y el razonamiento lógico. En otras palabras, desarrollar el pensamiento abstracto del ciudadano en formación. En consecuencia, el aprendizaje de esta disciplina constituye un factor importante en el desarrollo de la personalidad y capacidades propias e inherentes al contexto del educando. Los significados que construyen en su estructura cognitiva son, posiblemente, determinante para la construcción de nuevos saberes matemáticos en el grado inmediato superior, los cuales contribuyen con su desenvolvimiento en los contextos socio-culturales.

Disquisiciones del Etnógrafo

En atención a lo antes expuesto, el análisis holístico realizado arrojó algunas luces que se consideran relevantes para mostrar sucintamente algunas disquisiciones conclusivas en lo que se refiere a la relación y relacionándolo con el contexto estudiado, se hacen algunas disquisiciones referidas a la relación existente entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos (representación gráfica de los números enteros, adición de números enteros, sustracción de números enteros y multiplicación de números enteros) y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto. Es por ello, que una de las principales aportaciones del trabajo fue la de obtener un acercamiento al estudio de la semiosis aplicada a la educación matemática

en el Sistema Educativo Venezolano, particularmente su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes de educación media del Subsistema de Educación Básica.

Este acercamiento permitió dar respuesta desde el punto de visto semiótico a la problemática objeto de estudio. En primera instancia, se aplicó el Test de Matrices Progresivas de Raven a los informantes clave, el cual permitió observar las respuestas dadas por ellos a los fines de verificar la capacidad eductiva de los mismos, la cual consiste en que el sujeto da sentido a la confusión, desarrolla nuevas comprensiones, va más allá de lo percibido, da forma a constructos que facilitan el manejo de problemas cada vez más complejos y captan los significados de palabras abstractas (capacidad presente en individuos cuyo pensamiento abstracto esta desarrollado).

En este test se evidenciaron ciertas características resaltantes en las respuestas incorrectas plasmadas por los estudiantes, las cuales fueron:

- La figura señalada no tiene congruencia con la imagen.
- Combina figuras de modo incongruente.
- En algunas ocasiones, repitió la figura mostrada en la imagen.
- La figura está mal orientada.
- Completa una pauta (vertical/horizontal) más no la otra.
- Orientación de la figura pasada por alto.

Estas características guardan cierta relación con algunos elementos semióticos resaltantes que se detectaron en las sesiones de clases, con los objetos matemáticos referenciales del estudio y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto. La sintaxis empleada por los estudiantes presentó las mismas características que en las respuestas incorrectas del test. Se puede decir, que existen inconsistencias en la

escritura de las respuestas de las tareas y/o actividades de cada sesión al omitir signos que cambian el contexto de la misma, como por ejemplo cuando escriben:

$+8 + (-7 = +1$, estos cambios sintácticos distorsionan el significado del objeto matemático subyacente en la tarea.

Para contextualizar la investigación a la realidad del etnógrafo, los informantes clave fueron discentes con materia pendiente de primer año adscritos a la Unidad Educativa Antonio Herrera Toro, cuyas edades estuvieron comprendidas entre trece y catorce años. Para la indagación final del proceso investigativo se les realizó una entrevista a cada estudiante, la cual se dividió en dos fases: la primera referida a la ejecución de las tareas y la segunda a la grabación en audio de la justificación de las respuestas.

Analizadas las entrevistas en forma personalizada se procedió al establecimiento de la categorización de las evidencias más resaltantes que fueron reiterativas en los informantes (Martínez, 2009). Posteriormente, con la finalidad de establecer la validez interna, la información obtenida se analizó mediante la técnica de la *triangulación de los datos* (Bisquerra, 1989), cuya fuente fueron personas (estudiantes) que hacen vida en el contexto académico (aula de clases).

En atención a lo expuesto, se evidenció un dominio del léxico algebraico deficiente por cuanto los discentes no se apropiaban de los términos matemáticos inherentes a los objetos mostrados durante la sesión de clases. En varias ocasiones, la etnógrafa se vio en la necesidad de emplear el lenguaje coloquial para que los informantes procesaran la información matemática pertinente. A los educandos se les dificulta el uso del sistema de signos matemáticos.

En lo que se refiere a la ejecución y/o resolución de las tareas/problemas se

observó un carácter operativo-sintáctico de las mismas. Esta situación redundante en una actitud ingenua de los estudiantes y en un aprendizaje espejismo (caracterización de la investigadora) en la cual creen que las respuestas mostradas por ellos son correctas desde el contexto semántico-cognoscitivo que aplican.

Handwritten student work showing an incorrect addition of integers. The student has written:

$$\begin{array}{r} (+120) \\ (-200) \\ \hline -320 \end{array}$$

Se considera, que las distorsiones semánticas observadas en la dificultad al adicionar números enteros de diferentes signos (operándolos como números naturales) contribuyen a la construcción errónea de nuevos saberes matemáticos.

También se pudo evidenciar, que los discentes no diferencian entre la adición y la sustracción de números enteros. Probablemente, porque aplican un sentido ambiguo de los signos “mas” (positivo) y “menos” (negativo), vinculados a los números enteros como tal y a las operaciones matemáticas implícitas. No saben diferenciar el contexto semántico de dichos signos.

Handwritten student work showing two incorrect subtraction problems. The student has written:

$$\begin{array}{r} (-11) - (-13) = 02 \\ (+4) - (+7) = +3 \end{array}$$

Handwritten student work showing a complex, incorrect calculation. The student has written:

$$\begin{array}{r} -29 \\ \times +19 \\ \hline 21 \\ 21 \\ \hline -231 \end{array}$$

Por otro parte, los informantes confunden las propiedades aditivas con las propiedades multiplicativas. La transición de la aritmética (números naturales) hacia el álgebra (números enteros) no ha sido consolidada en los esquemas de los estudiantes. El pensamiento abstracto de los educandos aún está en proceso de desarrollo en este nivel de formación académica.

En líneas generales, partiendo del marco conceptual de la investigación y

apoyado a los resultados obtenidos se concluye que:

1. Se debe elaborar material didáctico que cumpla con la pertinencia y la idoneidad epistemológica en base a las necesidades e intereses del estudiantado.
2. El dominio epistemológico de los objetos matemáticos por parte de los docentes es relevante para el proceso semiótico en el logro de los aprendizajes matemáticos y la comprensión de los objetos puestos en la escena académica.
3. El desempeño de los informantes durante la investigación no se ajusta al período de las operaciones formales señalado por Piaget (1979). Asimismo, la capacidad eductiva aún no está desarrollada de acuerdo a la edad (Raven, 1976), por cuanto presentan dificultad para extraer las características relevantes y generalizar el contexto de construcción de los objetos matemáticos analizados.
4. Es necesario consolidar en los estudiantes la estructura profunda (Chomsky, 1971) de los objetos matemáticos. Durante las sesiones de aprendizaje se pudo evidenciar que en los informantes prevalece la estructura superficial de los conocimientos matemáticos subyacentes.
5. Los esquemas cognitivos presentes promueven en los estudiantes el “aprendizaje espejismo” en educación matemática. Este tipo de aprendizaje, caracterizado por esquemas matemáticos no consolidados conllevan interpretaciones distorsionadas de los objetos matemáticos (distorsión semántica), hace creer al educando que el pensamiento aplicado a las situaciones tareas son las correctas e idóneas para la resolución. Sin embargo, cuando se dan cuenta que fallaron en la resolución de la tarea se enfrentan con sentimientos como la frustración y la decepción al no lograr la meta esperada.

ALGUNAS LIMITACIONES DEL ETNÓGRAFO

En primera instancia, el tipo de estudio cualitativo y la cantidad de informantes clave no permiten generalizar las aportaciones a otros contextos ni a otros conglomerados de informantes. En segundo lugar, como referencia se analizó como objeto matemático el conjunto de los números enteros, motivado a las intenciones epistemológicas de la investigadora en cuanto a las estructuras algebraicas. Sin embargo, hubo aspectos que no se pudieron investigar con la exhaustividad científica requerida, como por ejemplo las propiedades de la adición y multiplicación de números enteros, división y potenciación de números enteros.

PROYECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación supone una aproximación teórica de la relación existentes entre los elementos semióticos de los objetos matemáticos aquí estudiados y su asociación con el desarrollo del pensamiento abstracto de los estudiantes pertenecientes al conglomerado de informantes que fueron clave para dar las disquisiciones holísticas ya mencionadas. Se ofrece a continuación un breve compendio de las proyecciones que, si bien no son completas, se consideran necesarias para darle carácter de rigurosidad al abordaje epistemológico de la problemática estudiada. El estudio constata que:

1. Se debe ampliar la cantidad de informantes y aplicarlo en otros contextos escolares.
2. Se requiere analizar otros objetos matemáticos en diferentes contextos de aprendizaje bajo la misma línea de investigación para profundizar en la temática estudiada.
3. La currícula matemática del nivel de educación media debe ser analizada por todos los actores involucrados con el fin la optimizar el proceso educativo y fortalecer el desarrollo del pensamiento abstracto en la población estudiantil.

REFERENCIAS

- Andonegui, M. (2004). *El desarrollo del pensamiento lógico*. Caracas: Colección procesos educativos.
- Anguera, T.; Villaseñor, A.; Losada J. y Hernández A. (2000). *La metodología observacional en el deporte: conceptos básicos*. Revista Digital. Año 5. Nº 24.
- Anquin, N. (1977). *Ente y Ser*. Madrid: Gredos
- Arrieche A, M. J (2007, diciembre). *¿Qué se investiga en educación matemática?: perspectiva de un investigador en desarrollo*. Ponencia Especial invitada a la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Maracaibo: Facultad de Humanidad de la Universidad del Zulia. *Paradigma*, 28(2), 227-243.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de Investigación Educativa. Guía práctica*. Barcelona: Ediciones CEAC, S.A.
- Bartlett, F.C. (1995). *Recordar: estudio de psicología experimental y social*. En Renkema, J. (1999) *Introducción a los estudios sobre el discurso*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- Bravo J, L. (2002). *Elementos para la comprensión del Sistema Escolar Venezolano*. Colección Sistemas Educativos. Vol. I. Caracas: Editorial Cañón de Futuro.
- CENAMEC (2002). *27ª Olimpiada Matemática Venezolana*. Informe. Caracas.
- Cardamone, R. (2004). *Neuropsicología del Pensamiento: Un enfoque histórico-cultural*. (publicado en la Revista Psicológica Científica.com). Disponible en <http://www.psicologiacientifica.com/bv/psicologia-37-6-neuropsicologia-del-pensamiento-un-enfoque-historico-cultural.html>. [Consulta: Noviembre, 2009].
- Cassirer, E. (1964). *Philosophy of symbolic forms*. Traducción en español: *Filosofía de las formas simbólicas*. México: Fondo de Cultural Económica.
- Castillo, M. A. (2001). *Construcción del Conocimiento*. Hipóstasis: Revista Venezolana de Investigación en Educación. Año 1, Nº 0, Junio 2001, Caracas.
- Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999). Caracas: Autor.

- Coob, P. y Bauersfeld, H. (1995). *La aparición del significado matemático: la interacción en la clase*. Hillsdale (N.Y.): Lawrence Erlbaum.
- Cooney, T. J. (1994). *La educación e investigación docente: en la búsqueda y puntos en común*. Diario de Investigación en Educación Matemática. 25 (6), 608-636.
- Chosmky, N. (1971). *La lengua y la Mente en: Los fundamentos de la gramática transformacional*, Antología. México: Siglo XXI
- Currículo Básico Nacional (1998). Caracas: Autor.
- D'Amore, B. (2006). *Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos: la posición ingenua en una teoría realista vs. El modelo antropológico en una teoría pragmática*. Trabajo desarrollado en el Programa de Investigación del Núcleo de investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Bolonia: Italia.
- Delgado, C. (1999). *Cómo fomentar el pensamiento abstracto del alumno en clase de matemáticas*” (publicado en la revista electrónica de la Academia de Ciencias de México, marzo). [Consulta: Diciembre 2007].
- Eco, U. (1995). *Tratado de Semiótica General*. Barcelona: Lumen.
- Ellerton, N, y Clarkson, P. (1996). *Factores del lenguaje matemático, enseñanza y aprendizaje*. En A. J. Bishop et al (eds). Manual Internacional de Educación Matemática, 987-1034. Dordrecht: Kluwer..
- Ernest, P. (1993). *Introducción: semiótica, matemáticas y educación matemática*. Revista de Filosofía de Matemáticas 10(2). Disponible en: <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome10/content.htm>. [Consulta: Diciembre 2009].
- Ferrater Mora, J. (2005). *Diccionario de Filosofía*. Buenos Aires Editorial Sudamericana..
- Finol, J. y Djukich D. (2002). *Las semiótica en Venezuela, historia, situación actual y perspectiva*. Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes: Signa [Publicaciones periódicas] : revista de la Asociación Española de Semiótica.
- Fox, D. J. (1986). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: Universidad de Navarra (EUNSA).

- García F. J.L (2003). *¿Qué es el paradigma humanista en la educación?* [fecha de consulta: 2008, noviembre 25] Disponible en: www.riial.org/espacios/educom/educom_tall1ph.pdf -
- Gascon, J. (2002). *El problema de la educación matemática y la doble ruptura de la didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Gazquez, J. (2001). *Comisión de diseño y estrategias para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Reflexión sobre la docencia*. Suplemento 9. Universidad Autónoma Metropolitana.
- Guetmanova, A. (1989). *Lógica*. Serie biblioteca del estudiante. Moscú: Progreso.
- Goetz, J. y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Gómez-Granel, C. (1997). *Hacia una epistemología del conocimiento escolar: el caso de la educación matemática* En: *La construcción del conocimiento escolar*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- González, P. (2004). *De la creencia en la razón a la razón de las creencias. Reconstrucción racional como competencia cognoscitiva en educación matemática*. Trabajo Especial de Grado para el Doctorado en Educación Matemática. Universidad de Carabobo.
- Grennon y Brooks, (1999) *En busca de la comprensión: el caso de las aulas constructivistas*. Asociación para la Supervisión y Currículo
- Gual P. y Blanco, M. L. (1997). *Efecto de la asignación de proyectos sobre la actividad matemática en estudiantes que recién ingresan a la educación superior*. Manuscrito no publicado, Instituto Tecnológico Valencia, Valencia, Venezuela.
- Guzmán, M. de. (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática [versión electrónica]*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: Editorial Popular. Disponible: <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm> [Consulta: Abril 2008].
- Heidegger, M. (1971). *El Ser y el Tiempo (traducción de José Gaos)*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- Herrera, J. (2001,Abril 7). *Bachilleres Aplazados en Matemática* [Entrevista a Sarcos]. El Universal, 3-4.

- ICMI (1987). *La matemática escolar en la década de los 90*. Universidad de Cambridge. (versión electrónica) Disponible: <http://www.agapema.com/period/icmi.htm>. [Consulta: Abril 2009]
- Keeves, J.P. y Husen, N. (2004). *La Investigación Educativa: Medición y Metodología*. Oxford: Pergamon.
- Kilpatrick, J. (1993). *La investigación en educación matemática. Su historia y algunas cuestiones de actualidad*. En Kilpatrick, J., Rico, L. y Gómez, P. *Educación Matemática. Memorias del primer simposio internacional*. Bogotá: Una Empresa Docente
- Labinowics, E. (1987). *Introducción a Piaget. Pensamiento, Aprendizaje, Enseñanza*. Edit. Addison – Wesley. Iberoamericana S. A.
- Ley Orgánica de Educación (2009). Caracas: Autor.
- Leibniz, G. (1977). *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*. Madrid: Editora Nacional.
- Locke, J. (1956). *Ensayo sobre el entendimiento humano*. México: FCE.
- Luciani, R. (1997). *La Palabra Olvidada*. Los Teques: Ediciones Instituto Universitario Salesiano Padre Ojeda.
- Marin, M. (1998). *Conceptos claves: gramática, lingüística, literatura* Buenos Aires: Impresiones Sud América.
- Márquez V. L. (2005) en su investigación sobre *La estructura de los pensamientos*. (versión electrónica). Disponible en: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-3242006000100004&script=sci_arttext [Consulta: Febrero 2009].
- Martínez M. (2009). *Ciencia y Arte en la Metodología Cualitativa: Métodos hermenéuticos, Métodos fenomenológicos, Métodos etnográficos* (3ra Ed.). México: Editorial Trillas.
- Maturana, H. (1997). *De Máquinas y Seres Vivos, autopoiesis de la organización de lo vivo*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deportes. (1998). *Memoria y Cuenta del Ministerio de Educación*. Caracas: MECD

- Ministerio de Educación y Deportes (2004). *Informe para el docente N° 1/6*. Caracas: Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto, División de Control y Evaluación.
- Mora, D. (2001). *Didáctica de las Matemáticas*. Caracas: Ediciones de la Universidad Central.
- Mora, D. (2002). *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Revista de Pedagogía, 24(70). (versión electrónica). Disponible en: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_arttextta: [Consulta: Abril 2010]
- Morales V. y Credes L. (2004). *Análisis estadístico del rendimiento estudiantil en las evaluaciones continuas de la asignatura Introducción a la Matemática del Ciclo Básico de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales Campus Bárbula de la Universidad de Carabobo desde el segundo semestre de 2000 hasta primer semestre de 2002*. Manuscrito no publicado, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.
- Morris, Ch. (1985). *Fundamentos de la teoría de los signos*. España: Editorial Paidós.
- Muñoz, R. (1995). *Matemáticas para un nuevo siglo*. [Consulta: 2008, Agosto, 24]. Disponible en: : <http://www.sectormatematica.cl/articulos/matnuevos.htm>
- NCTM, (1991). *Principios y estándares para la educación matemática*. Reston Va, Estados Unidos: Autor.
- Ogden, C. y Richards, I. (1964). *El significado del significado*. Buenos Aires: Paidós.
- Orozco, C. y González, P. (1998). *Matemática mínima. Curso preuniversitario de nivelación matemática*. Valencia, Venezuela: Universidad de Carabobo, Facultad de Educación.
- Piaget, J. (1979), *Los problemas principales de la epistemología de la matemática*. En: J. Piaget (Director), *Tratado de lógica y conocimiento científico*. 3: *Epistemología de la matemática*. Buenos Aires: Paidós.
- Peirce, C. S. (1977). *Obra lógico-semiótica*. Edición de Armando Sercovich. Madrid: Taurus
- Pérez Serrano, G. (2004). *Modelos de investigación cualitativa: en educación social y animación sociocultural. Aplicaciones prácticas*. Madrid: Editorial Narcea, S.A.

- Poggioli, L. (2002). *Estrategias de Resolución de Problemas*. Serie Enseñando a Aprender. Cuadernos CENAMEC. Caracas.
- Prieto Figueroa, L. (1989). *Principios generales de la educación (2ª Ed)*. Caracas: Ediciones Monte Ávila.
- Proyecto Nacional Simón Bolívar (2007). *Plan de Desarrollo Económico y Social de la Nación 2007-2013*. Disponible en: <http://www.slideshare.net/afigueroaleon/proyecto-nacional-simn-bolvar>. [Consulta: Enero, 2009]
- Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe (PRELAC) (2003). Disponible en: http://portal.unesco.org/geography/es/ev.php-URL_ID=7464&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html. [Consulta: Enero, 2008]
- Puig, L. (2004). *Observaciones sobre la formación educativa para el itinerario educativo del grado de matemáticas: la matemática educativa*. Presentación en el Seminario Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas – Subcomisión española y Universidad de Granada. Granada, 22 a 24 de enero 2004.
- Raven, J.C. (1976). *Principios psicológicos adecuados a los problemas sociales y clínicos*. Londres: H.K. Lewis.
- Raven, J.C, Court J.H y Raven, J. (2008). *Test de Matrices Progresivas: escala coloreada, general y avanzada*. (1ª ed. 5ª reimp. Buenos Aires: Paidós.
- Resnick, L. (1986). *El desarrollo de la intuición matemática*. En M. Perlmutter (Ed.), *Perspectivas sobre el desarrollo intelectual. Simposios sobre la psicología infantil*, Vol. 9, pp. 159 – 194. Hillsdale, NJ. Lawrence Earlbaum.
- Rico, L. (1995). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rico, L., González, E. y otros. (2005). *Reflexiones sobre la formación Inicial del Profesorado de Matemáticas en Secundaria*. Revista de Curriculum y formación del profesorado. Disponible en: <http://www.ugr.es/-recfpro/Rev81.html>. [Consulta: Febrero, 2007]
- Rivas, P. (2005). *La educación matemática como factor de deserción escolar y exclusión social*. Revista Educere. Año IX. Nº 29. Mérida. Págs. 165
- Rivero M, F. (1997). *Una representación semiótica para construir números enteros*. Departamento de Matematica, Facultad de Ciencias de la Universidad de los

- Andes. Mérida. Disponible en: <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lico/Mateducativa/Modelopedagogico/MOdelo%20Mofip.pdf>. [Consulta: enero, 2011]
- Roldos y Pons, J. (2001). *Importancia de las matemáticas, sus dificultades y enseñanzas*. Disponible en: http://galileo.fcien.edu.uy/importancia_de_las_matematicas_.htm.04/11/2001. [Consulta: Septiembre, 2008]
- Rujano R., Socas M. y Palarea M. (2003). *Análisis y Clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución, generalización y modelización del álgebra* (obra publicada en la Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática. Vol. 2, p. 61-74. 2008).
- Samaja, J. (2003). *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de investigación científica*. Buenos Aires: Eudeba.
- Schoenfeld, A. H. (ed.) (1987). *Ciencia cognitivas y Educación Matemática (traducción en español)*. Nueva York: Lawrence Erlbaum Ass.
- Sierpinska, A. (1994). *Comprensión de las matemáticas (traducción en español)*. Londres: The Falmer Press.
- Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA). (1999). Caracas: Venezuela.
- Smagorinsky, P., Cook, L. S., y Johnson, T. S. (2003). *El camino sinuoso del desarrollo del concepto de aprender a enseñar*. Manual de Colegio de Profesores, V. 105 (8), pp. 1399-1436
- Socas, M. y Camacho M. (2003). *Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones* (publicado en el Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2, p. 151).
- Tall, D. (1991). *Pensamiento matemático avanzado*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Biblioteca de Educación Matemática, volumen 11.
- Tall, D., Viner, S. y otros. (2001). *Imagen y definición conceptual en matemáticas con referencia al límite y continuidad*. (traducción en español). Biblioteca de Educación Matemática, 12(2), 151-169..
- Tamayo V., G., Valera, R. y Sánchez, F. (2005). *Cognición, Aprendizaje y Currículo*. (versión electrónica). [Consulta: Enero 2007]

Torres, G. (2000). *“Un sueño para Venezuela”*. Caracas: Editorial Banco Venezolano de Crédito.

Varela-Villegas, G. (2002). *Pedagogía de la alteridad*. Caracas: Editorial Latina.

Vergnaud, G. (1988), *Psicología cognitiva y evolutiva y la investigación en educación matemática: algunos aportes teóricos y metodológicos*. Para el aprendizaje de la matemática. 3(2), 31-41.

Vile A, y Lerman S. (1996). *La semiótica como marco descriptiva de dominio de la matemática*. En L. Puig y A. Gutiérrez (eds), *Trabajos de la 20ª Conferencia del Grupo Internacional para la Psicología en Educación Matemática*. (395-402). Valencia, España: Universidad de Valencia

UNESCO (2004). *Segundo estudio comparativo y explicativo. Aportes para la Enseñanza de la Matemática*. Santiago: Ediciones Salesianos impresores C.A.

ANEXOS

ANEXO A

Resultados de Matrices Generales de Raven I₁

PROTOCOLO DE PRUEBA DE RAVEN
 ESCALA GENERAL



EDITORIAL PAIDÓS
 Instituto, Escuela o Clínica U.E. Antonio Herrera Toro

Nombre Informante 1
 Forma de aplicación Colectivo

Prueba N° 1

Fecha de nac. _____
 Edad: _____ años _____ meses _____ Grado: 1er Año
 Distrito: San José Escuela: Belice
 Localidad: Valencia

Motivos de la apl. Capacidad Educativa
 Fecha de hoy: Mayo de 2011
 Hora de inic.: 1^{ra} pm Duración: 45 min
 Hora de fin.: 1:45 pm

	A			B			C			D			E		
1	4	1	1	1	2	1	1	3	0	1	3	1	1	4	0
2	5	1	2	2	6	1	2	3	0	2	5	0	2	6	1
3	1	1	3	1	1	1	3	2	0	3	1	0	3	1	0
4	2	1	4	2	1	1	4	4	0	4	2	0	4	3	0
5	6	1	5	1	1	1	5	4	0	5	6	0	5	7	0
6	3	1	6	3	1	1	6	3	0	6	8	0	6	5	0
7	6	1	7	1	0	0	7	4	0	7	7	0	7	6	0
8	6	0	8	3	0	0	8	6	0	8	1	0	8	2	0
9	5	0	9	5	0	0	9	8	0	9	6	0	9	1	0
10	6	0	10	1	0	0	10	2	0	10	3	0	10	2	1
11	4	1	11	2	0	0	11	5	0	11	4	0	11	8	0
12	5	1	12	3	0	0	12	5	0	12	5	0	12	7	0
Punt. par.:	9			6			0			1			2		

ANEXO B

Resultados de Matrices Generales de Raven I₂

PROTOCOLO DE PRUEBA DE RAVEN
 ESCALA GENERAL



EDITORIAL PAIDÓS
 Instituto, Escuela o Clínica U.E. Antonio Herrera Toro

Nombre Informante 2
 Forma de aplicación Colectivo

Prueba N° 2

Fecha de nac. _____
 Edad: _____ años _____ meses _____ Grado: 1er año
 Distrito: San Jose Escuela: Pública
 Localidad: Valencia

Motivos de la apl. _____
 Fecha de hoy: Mayo de 2011
 Hora de inic.: 1:00 Duración: 45 min
 Hora de fin.: 1:45

	A			B			C			D			E		
1	4	1	1	2	1	1	8	1	1	3	1	1	6	0	
2	5	1	2	6	1	2	4	0	2	2	0	2	6	1	
3	1	1	3	1	1	3	5	0	3	8	0	3	5	0	
4	2	1	4	2	1	4	8	1	4	4	0	4	4	0	
5	6	1	5	1	1	5	7	1	5	8	1	5	2	0	
6	3	1	6	3	1	6	2	0	6	2	0	6	4	0	
7	6	1	7	5	1	7	6	0	7	8	0	7	8	0	
8	2	1	8	4	0	8	5	0	8	1	0	8	2	0	
9	1	1	9	4	1	9	7	1	9	5	0	9	8	0	
10	6	0	10	3	1	10	4	0	10	2	1	10	7	0	
11	2	0	11	5	0	11	4	0	11	3	0	11	1	0	
12	4	0	12	6	0	12	3	0	12	4	0	12	3	0	
Punt. par.:	9			9			4			3			1		

ANEXO C

Resultados de Matrices Generales de Raven I₃


EDITORIAL PAIDÓS

PROTOCOLO DE PRUEBA DE RAVEN
ESCALA GENERAL

Instituto, Escuela o Clínica U.E. Antonio Herrera Toro

Nombre Informante 3

Forma de aplicación Colectivo Prueba N° 3

Fecha de nac. _____				Motivos de la apl. _____			
Edad: _____ años _____ meses		Grado: <u>1er. Año</u>		Fecha de hoy: <u>Mayo de 2011</u>			
Distrito: <u>San José</u>		Escuela: <u>Pública</u>		Hora de inic.: <u>1:00 pm</u>		Duración: <u>40 min.</u>	
Localidad <u>Valencia</u>				Hora de fin.: <u>1:40 pm</u>			

A			B			C			D			E		
1	4	1	1	2	1	1	3	0	1	4	0	1	7	1
2	5	1	2	6	1	2	3	0	2	1	0	2	3	0
3	1	1	3	1	1	3	6	0	3	7	0	3	3	0
4	2	1	4	2	1	4	4	0	4	5	0	4	1	0
5	6	1	5	5	0	5	4	0	5	2	0	5	6	0
6	3	1	6	4	0	6	3	0	6	6	1	6	3	0
7	6	1	7	2	0	7	4	0	7	3	0	7	3	0
8	2	1	8	5	0	8	6	0	8	1	0	8	8	0
9	1	1	9	1	0	9	2	0	9	8	0	9	5	0
10	3	1	10	1	0	10	1	0	10	4	0	10	8	0
11	2	0	11	3	0	11	6	0	11	5	1	11	3	0
12	6	0	12	4	0	12	1	0	12	6	1	12	6	0
Punt. par.: <u>10</u>			Punt. par.: <u>4</u>			Punt. par.: <u>0</u>			Punt. par.: <u>3</u>			Punt. par.: <u>1</u>		

ANEXO D1

Tareas Asignadas. Caso I₁

Representa en la recta numérica:

El número anterior y posterior a -1.

El opuesto de -3.

Los números enteros comprendidos entre (-2) y (+1).



Mafalda avanzó nueve pasos, luego retrocedió siete pasos. Descanso un rato y luego avanzó dos pasos. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?.

1ra. Respuesta

$$(+9) + (-7) = (+2)$$

$$(+2) + (+2) = (+4)$$

2da. Respuesta
Después de la operación

$$(+9) + (-7) = (+2)$$

$$(+2) + (+2) = (+4)$$



Pedro está perdido. Desde el lugar en el cual se encuentra retrocede quince lugares, luego avanza tres y finalmente retrocede un lugar. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?.

1ra. Respuesta

$$(+10) + (+15) = (+25)$$

$$(-5) + (-2) = (-7)$$

$$(+10) + (-15) = (-5)$$

$$(-5) + (+3) = (-2)$$

$$(-2) + (-1) = (-3)$$

ANEXO D2

Tareas Asignadas. Caso I₁

Informante 1

En el siguiente recuadro se muestra la relación mensual de la cuenta de ahorro de trabajador, al finalizar el mes verifique el saldo final.

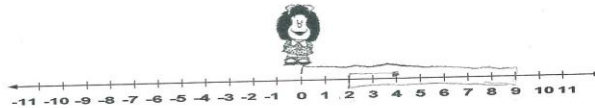
CONCEPTO	Bolívares		
	EGRESOS (-)	INGRESOS(+)	SALDO
Saldo anterior	---	---	579
Pago de recibo telefónico	231	---	348 ?
Pago del recibo de electricidad	176	---	172 ?
Compras varias	478	---	306 ?
Nómina del mes	---	1235	929 ?
Saldo final del mes.	?	?	?

ANEXO E

Tareas Asignadas. Caso I₂

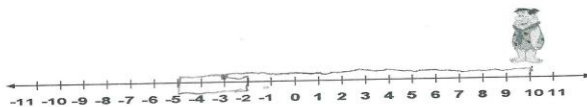
Representa en la recta numérica:

- a) El número anterior y posterior a -1.
 - b) El opuesto de -3.
- Los números enteros comprendidos entre (-2) y (+1).



Mafalda avanzó nueve pasos, luego retrocedió siete pasos. Descanso un rato y luego avanzó dos pasos. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?.

$$9 - 7 + 2 = 4 \quad \checkmark$$



Pedro está perdido. Desde el lugar en el cual se encuentra retrocede quince lugares, luego avanza tres y finalmente retrocede un lugar. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?.

1ra. Respuesta
 $15 + 3 - 1 = -3$

2da. Respuesta después de la aclaración

ANEXO E2

Tareas Asignadas. Caso I₂

Informante 2

En el siguiente recuadro se muestra la relación mensual de la cuenta de ahorro de un trabajador, al finalizar el mes verifique el saldo final.

CONCEPTO	Bolívares		
	EGRESOS (-)	INGRESOS(+)	SALDO
Saldo anterior	---	---	579
Pago de recibo telefónico	231	---	348?
Pago del recibo de electricidad	176	---	172?
Compras varias	478	---	-306?
Nómina del mes	---	1235	?
Saldo final del mes.	?	?	?

ANEXO F

Tareas Asignadas. Caso I₁

Informante 1

Juegos con dados:

1ra. Oportunidad: $(+8) \cdot (-4) \cdot (0) = 00$

Aplica de manera intuitiva la propiedad asociativa pero al preguntarle manifiesta que primero resuelve los dos primeros y luego por el último.

$$\begin{array}{r} \times \quad +8 \\ -4 \\ \hline -32 \\ \times \quad +0 \\ \hline 00 \end{array}$$

2da. Oportunidad: $(-7) \cdot (+3) \cdot (-2) = -42$

No recuerda las propiedades de la multiplicación

$$\begin{array}{r} -7 \\ \times +3 \\ \hline -21 \\ +2 \\ \hline -42 \end{array}$$

3ra. Oportunidad: $(-7) \cdot (-5) \cdot (1) = (-35)$

$$\begin{array}{r} -7 \\ \times -5 \\ \hline +35 \\ \times -1 \\ \hline -35 \end{array}$$

1. Encontrar cinco pares de números que multiplicados resulten (-12).
2. Encontrar un número entero de manera tal que al multiplicar dicho número por (-5) el resultado sea positivo. ¿Cuál número cumple con esta condición? ¿Hay otro número que satisfaga esta condición?

ANEXO G

Tareas Asignadas. Caso I₂

Informante 2

Juegos con dados:

1ra. Oportunidad: $(-1) \cdot (3) \cdot (-7) = -21$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -1 \\ \hline -3 \\ -7 \\ \hline -21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ -1 \\ \hline -7 \\ 3 \\ \hline -21 \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ 3 \\ \hline -3 \\ 7 \\ \hline -21 \end{array}$$

2da. Oportunidad: $(6) \cdot (-5) \cdot (-2) = -12$

explicado
que puesto
30-2

$$\begin{array}{r} 6 \\ -5 \\ \hline -30 \\ -2 \\ \hline -60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline -10 \\ 6 \\ \hline -60 \end{array}$$

3ra. Oportunidad: $(4) \cdot (0) \cdot (0) = 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

También
aplico la
propiedad
asociativa
de forma
intuitiva.
Se le invito
a intercambiar
los factores
y comparara
los factores.
Dímme, así no
cree la propie.
dad de la
multiplicación.

1. Encontrar cinco pares de números que multiplicados resulten (-12).

2. Encontrar un número entero de manera tal que al multiplicar dicho número por (-5) el resultado sea positivo. ¿Cuál número cumple con esta condición? ¿Hay otro número que satisfaga esta condición?

P1 $(-3) \cdot (4) = -12$
 $(-4) \cdot (3) = -12$
 $(-2) \cdot (6) = -12$
 $(-6) \cdot (2) = -12$
 $(-12) \cdot (1) = -12$

P2 $(-5) \cdot (-5) = -(-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5)$
 $= +25$

$(-5) \cdot (-2) = +10$

$(-5) \cdot (-2) = +25$

ANEXO H

Tareas Asignadas. Caso I₃

En el siguiente recuadro se muestra la relación mensual de la cuenta de ahorro de un trabajador, al finalizar el mes verifique el saldo final.

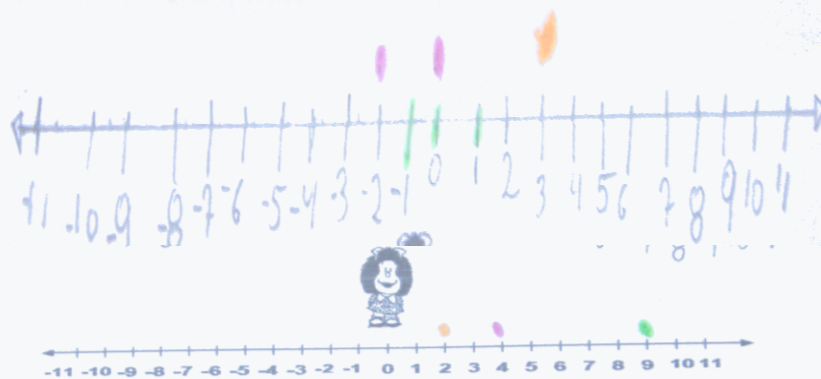
CONCEPTO	Bolívares		
	EGRESOS (-)	INGRESOS(+)	SALDO
Saldo anterior	---	---	579
Pago de recibo telefónico	231	---	347?
Pago del recibo de electricidad	176	---	231?
Compras varias	478	---	?
Nómina del mes	---	1235	?
Saldo final del mes.	?	?	?

ANEXO I

Tareas Asignadas. Caso I₃

Representa en la recta numérica:

- a) El número anterior y posterior a -1.
- b) El opuesto de -3.
- c) Los números enteros comprendidos entre (-2) y (+1).

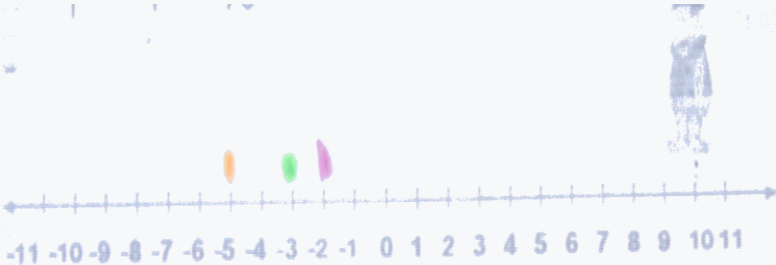


Mafalda avanzó nueve pasos, luego retrocedió siete pasos. Descanso un rato y luego avanzó dos pasos. ¿En dónde se encuentra ahora?, ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?

$$+9 - 7 + 2 = 4$$

ANEXO J

Tareas Asignadas. Caso I₃



Pedro, desde el lugar en el cual se encuentra, retrocede quince lugares y luego avanza tres. Al rato, retrocede un lugar. ¿En donde se encuentra ahora? ¿Plantea los movimientos con operaciones matemáticas?

$$-15 + 3 - 1 =$$
$$+10 - 15 + 3 - 1 = -3$$